RECONQUISTA

Educação de Jovens e Adultos

PRÁTICAS EM MATEMÁTICA

Joamir Souza

Volume II

Etapas 7 e 8

Educação de Jovens e Adultos - 2º segmento

MANUAL DO PROFESSOR



Componente curricular: Matemática

CÓDIGO DA COLEÇÃO
0015P26010221300 0

PNLD EJA 2026-2029 • CATEGORIA 2

Material de divulgação

Versão em processo de avaliação

FTD

RECONQUISTA
Educação de Jovens e Adultos

PRÁTICAS EM MATEMÁTICA

Componente curricular: Matemática

MANUAL DO PROFESSOR

Volume II

Etapas 7 e 8

Educação de Jovens e Adultos - 2º segmento

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

Joamir Roberto de Souza
Licenciado em Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL-PR).
Especialista em Estatística pela UEL-PR.
Mestre em Matemática pela UEL-PR.
Atuou como professor de Matemática na rede pública de ensino.
Autor de livros didáticos para o Ensino Fundamental e o Ensino Médio.

FTD
1ª edição
São Paulo · 2024

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

Copyright © Joamir Roberto de Souza, 2024

Direção-geral Ricardo Tavares de Oliveira

Direção de conteúdo e negócios Cayube Galas

Direção editorial adjunta Luiz Tonolli

Gerência editorial Nubia Andrade e Silva

Edição João Paulo Bortoluci (coord.)
Bianca Cristina Fratelli, Emike Luzia Pereira Correia, Janaina Bezerra Pereira, Juliana Montagner, Leticia Mancini Martins, Rizia Sales Carneiro, Wagner José Razvickas Filho

Preparação e revisão de textos Maria Clara Paes (coord.)
Maura Loria, Yara Affonso

Gerência de produção e arte Ricardo Borges

Design Andréa Dellamagna (coord.)

Projeto de capa Sergio Candido

Imagem de capa Andrey_Popov/Shutterstock.com

Arte e produção Isabel Cristina Corandin Marques (coord.)
André Gomes Vitale, Débora Jóia, Jorge Katsumata, Kleber B. Cavalcante, Rodrigo Bastos Marchini

Coordenação de imagens e textos Elaine Bueno Koga

Licenciamento de textos Erica Brambilla de Martin

Iconografia Karine Ribeiro de Oliveira e Izabela Mariah Rocha Santos

Ilustrações Alex Silva, Arthur França/Yancom, Artur Fujita, Bentinho, Cbook Produções, Daniel Bogni, Danillo Souza, Dayane Raven, Editoria de Arte, Fabio Eugenio, Leandro Marcondes, Leo Teixeira, Lucas Farauj, Marciano Palacio, Oracicart, Renato Bassani, Rivail/Yancom, Roberto Zoellner, Rodrigo Figueiredo/Yancom, Sonia Vaz, Wandson Rocha

Imagem de capa



Técnico em eletrônica consertando caixa de fusíveis.

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
(Câmara Brasileira do Livro, SP, Brasil)

Souza, Joamir Roberto de
Reconquista Educação de Jovens e Adultos : Práticas em Matemática : 2º segmento : volume II : etapas 7 e 8 / Joamir Roberto de Souza. -- 1. ed. -- São Paulo : FTD, 2024.

Componente curricular: Matemática.
ISBN 978-85-96-04393-9 (livro do estudante)
ISBN 978-85-96-04394-6 (manual do professor)
ISBN 978-85-96-04395-3 (livro do estudante HTML5)
ISBN 978-85-96-04396-0 (manual do professor HTML5)

1. Educação de Jovens e Adultos (Ensino fundamental) 2. Matemática (Ensino fundamental) I. Título.

24-204141 CDD-372.7

Índices para catálogo sistemático:
1. Educação de Jovens e Adultos : Matemática : Ensino fundamental 372.7

Cibele Maria Dias - Bibliotecária - CRB-8/9427

Reprodução proibida: Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998. Todos os direitos reservados à EDITORA FTD.

Rua Rui Barbosa, 156 – Bela Vista – São Paulo – SP
CEP 01326-010 – Tel. 0800 772 2300
Caixa Postal 65149 – CEP da Caixa Postal 01390-970
www.ftd.com.br
central.relacionamento@ftd.com.br

Em respeito ao meio ambiente, as folhas deste livro foram produzidas com fibras obtidas de árvores de florestas plantadas, com origem certificada.

Impresso no Parque Gráfico da Editora FTD
CNPJ 61.186.490/0016-33
Avenida Antonio Bardella, 300
Guarulhos-SP – CEP 07220-020
Tel. (11) 3545-8600 e Fax (11) 2412-5375

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

APRESENTAÇÃO

Caro professor, cara professora,

O contexto da Educação de Jovens e Adultos (EJA), marcado pela diversidade de seus estudantes, requer um processo de ensino e aprendizagem voltado para as necessidades e os objetivos dessa modalidade.

As vivências, a história de vida, o mundo do trabalho e as mais diversas relações sociais permeiam a realidade dos estudantes da EJA. Assim, as situações do cotidiano assumem grande importância na finalidade dos estudos e no interesse em segui-los. Aliado a isso, surge a necessidade da construção de conhecimentos teóricos e científicos para promover a formação integral desses estudantes.

Esta coleção foi elaborada considerando esse contexto rico, diverso e desafiador da EJA, apresentando os conhecimentos matemáticos de modo leve e gradual, em diálogo com situações-problema advindas do cotidiano e com conceitos teóricos que fortalecem a construção desses conhecimentos. Acreditamos que o estudo da Matemática é de fundamental importância para a formação de cidadãos aptos a viver em sociedade, fazendo valer seus direitos e deveres, individuais e coletivos, além de contribuir para que os jovens, adultos e idosos estabeleçam, reavaliem e evoluam em seus projetos de vida.

Modelos de práticas de aula mais atuais, que buscam considerar os estudantes como protagonistas do processo de ensino e aprendizagem e os professores como mediadores do conhecimento, têm sido cada vez mais adotados. Nesse sentido, estudos em Educação Matemática têm produzido um amplo e variado repertório de concepções, ideias e teorias que buscam promover o ensino da Matemática. Neste **Manual do professor**, procuramos incluir elementos que compõem essa produção acadêmica, como textos sobre tendências em Educação Matemática e avaliação, entre outros, além de referências específicas ao ensino de Matemática na Educação de Jovens e Adultos.

Considerando também que o **Livro do estudante** exige complementos que potencializem e facilitem as aulas, propusemos aqui recursos importantes, como comentários específicos, que ampliam as discussões sobre conceitos em estudo, complementam as atividades propostas e indicam elementos externos ao livro didático, como *sites*, vídeos, entre outros recursos.

Considerando que a EJA simboliza para muitos estudantes o resgate da oportunidade de seguir os estudos e conquistar melhores condições de vida e de trabalho, esta coleção propõe a aprendizagem matemática como instrumento para alcançar esses objetivos de modo acessível, equânime e considerando a diversidade dos estudantes.

Com isso, esperamos que a efetivação do uso dos livros desta coleção em aula seja a mais completa possível, valorizando o trabalho docente e estimulando a participação e o desenvolvimento dos estudantes.

O autor

SUMÁRIO

A COLEÇÃO VI

OBJETIVOS DA COLEÇÃO VII

Organização da coleção VII

PILARES DA COLEÇÃO VIII

Sobre os temas geradores IX

CONHEÇA O MANUAL DO PROFESSOR XII

CONHEÇA O LIVRO DO ESTUDANTE XIV

FUNDAMENTOS TEÓRICOS E METODOLÓGICOS DA COLEÇÃO XVII

CONTEXTO DA EJA NO BRASIL XVII

Histórico e marcos legais da EJA no Brasil XVIII

Cenários da EJA XX

Perfil dos estudantes da EJA XXI

Os professores da EJA XXII

Leitura e escrita: compromisso da EJA XXIII

A EJA e a reeducação das relações étnico-raciais XXV

A EJA e o combate às violências XXVI

A OBRA DE PRÁTICAS EM MATEMÁTICA XXVIII

Proposta didático-pedagógica XXIX

Concepção de Matemática na Educação Básica XXX

O ensino de Matemática na EJA XXX

Concepção de práticas matemáticas XXXII

Papel do professor de Matemática na EJA XXXIII

Ensinando estudantes de diferentes perfis XXXIV

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

APRENDIZAGEM MATEMÁTICA NA EJA XXXVII
Leitura, investigação, argumentação e inferência nas aulas de Matemática XXXVIII
A argumentação, a inferência e o pensamento computacional XXXIX
Laboratório de Ensino de Matemática (LEM): um ambiente educacional XLII
Outros ambientes para o ensino de Matemática XLIII
Estratégias de cálculo e o uso da calculadora XLIII
Relações com outras áreas do conhecimento e seus respectivos componentes curriculares XLIV
METODOLOGIAS ATIVAS E ALGUMAS TENDÊNCIAS EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA XLVI
Metodologias ativas XLVI
Algumas tendências em Educação Matemática XLIX
Educação midiática e a importância da Matemática LVII
Orientações para avaliação LVIII
SUGESTÕES DE LEITURA E DE ACESSO À (IN)FORMAÇÃO DO PROFESSOR LXVIII
Material de estudo LXVIII
Revistas LXVIII
Sites LXIX
Livros LXIX
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS COMENTADAS LXX
QUADRO DE CRONOGRAMA, UNIDADES, OBJETIVOS PEDAGÓGICOS, SEÇÕES E BOXES DO VOLUME II LXXVII

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

A COLEÇÃO

Esta coleção foi planejada e organizada com o propósito de fornecer aos estudantes da Educação de Jovens e Adultos (EJA) um material didático que contribua para a sua formação integral, não só apoiando o desenvolvimento de conhecimentos, competências e habilidades necessários para o enfrentamento de questões decorrentes do avanço da ciência e da tecnologia e de seus impactos sociais e culturais, mas evidenciando os princípios éticos necessários para o pleno exercício da cidadania.

Aos professores são apresentadas sugestões de procedimentos didáticos que apoiam o trabalho com grupos mistos e diversificados, próprio das turmas da EJA, assim como estratégias para diagnosticar os conhecimentos prévios desses estudantes. Tais propostas seguem uma concepção de aprendizagem fundamentada na ideia de que o estudante aprende de forma mais significativa ao confrontar sua experiência e utilizá-la como referência para a elaboração de novos conhecimentos.

Assim, a seleção de conteúdos desta obra considerou a necessidade de garantir o diálogo entre o saber científico e os conhecimentos advindos de saberes e técnicas populares e tradicionais – favorecendo trocas horizontais entre professores e estudantes, que visam tanto à compreensão de fenômenos naturais, sociais e culturais quanto à obtenção de respostas para problemáticas que se observam na sociedade brasileira, especialmente na comunidade de vivência dos estudantes.

Outra premissa da coleção é oferecer estratégias e ferramentas aos estudantes para que eles possam se comunicar com clareza e de forma competente nas mais diversas situações, em seus processos de fala e de escrita. As propostas buscam incentivar a leitura analítica e crítica de textos e imagens, incluindo esquemas, gráficos, ilustrações, mapas, entre outros, trabalhando a ordenação de ideias, a argumentação e a elaboração de novas hipóteses, incentivando efetivamente o convívio democrático.



QUEZIA ALENCAR/DICOM UNITINS

Professor orienta estudantes de uma turma da EJA para atividade de roda de conversa, em Tocantins, 2023.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

OBJETIVOS DA COLEÇÃO

Além dos compromissos apresentados anteriormente, a coleção tem como principais objetivos:

- promover uma educação que não dissocie a escola da sociedade nem o conhecimento do trabalho, apresentando desafios que permitam aos estudantes tomar decisões com responsabilidade, criatividade, autonomia, compromisso, senso crítico e reconhecimento de seus direitos e deveres;
- oferecer conteúdos atualizados que favoreçam aos estudantes o desenvolvimento de competências que ampliem seu potencial como agentes transformadores do cotidiano;
- valorizar a pluralidade dos diferentes grupos sociais do país, combatendo quaisquer atitudes preconceituosas e discriminatórias de cunho étnico-racial, religioso ou cultural;
- apresentar orientações teórico-metodológicas que promovam um processo educativo crítico, dialógico, problematizador e transformador;
- proporcionar aos professores oportunidades de reflexão sobre a própria ação pedagógica, oferecendo sugestões de ampliação de informações e conhecimentos para superação de problemas enfrentados no fazer pedagógico;
- promover valores como tolerância e solidariedade, por meio de propostas de resolução de problemas baseadas no conhecimento científico, diálogo, negociação e mediação.

Organização da coleção

A coleção é destinada ao segundo segmento da EJA, que corresponde aos Anos Finais do Ensino Fundamental, e conta com materiais para estudantes (**Livro do estudante**) e professores (**Manual do professor**), impressos e digitais. A coleção é composta de dois Volumes: o primeiro destinado às etapas **5** e **6**; o segundo, às etapas **7** e **8**.

Cada Volume apresenta Objetos Educacionais Digitais (OEDs), como vídeos, *podcasts*, infográficos e carrosséis de imagens, que ajudam a contextualizar conceitos e fenômenos e a ampliar explicações a respeito de temas que são abordados no material impresso.

A coleção foi estruturada para ser trabalhada em trimestres ou semestres, na modalidade presencial, podendo essa organização ser alterada, sem prejuízo para a aprendizagem dos estudantes, de acordo com as necessidades docentes e da instituição de ensino.

PILARES DA COLEÇÃO

Em 1996, a Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura (Unesco) publicou o relatório **Educação: um tesouro a descobrir**, no qual apresentava perspectivas e tendências relacionadas à educação. De acordo com o documento, a educação deve ser um processo contínuo e permanente, ancorado em quatro pilares que relacionam aspectos cognitivos e comportamentais: **aprender a ser**; **aprender a conhecer**; **aprender a fazer**; e **aprender a conviver**.

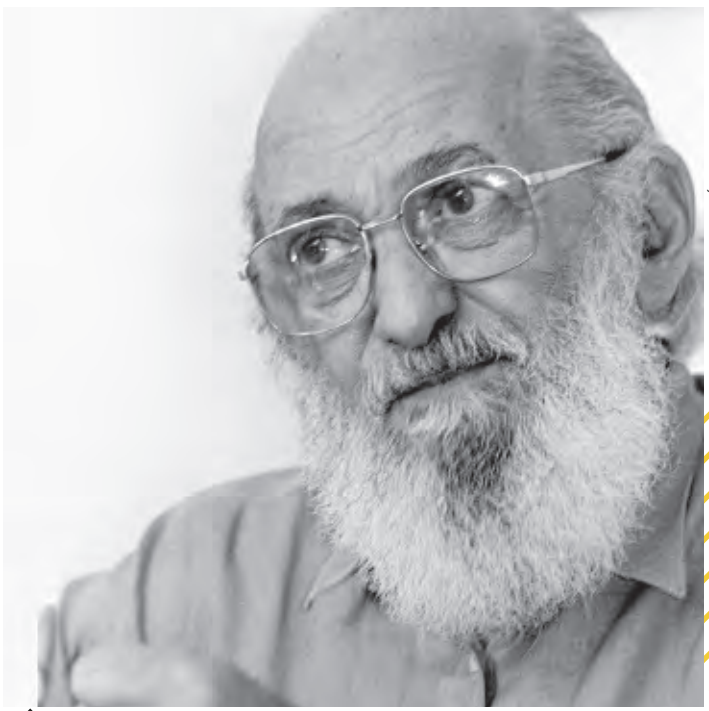
Aprender a ser relaciona-se às experimentações e descobertas que contribuem para a construção da identidade e da personalidade do indivíduo. As múltiplas experiências educativas, emocionais e sociais no ambiente escolar podem permitir aos estudantes da EJA que descubram potencialidades, interesses e capacidades até então desconhecidos ou mesmo não aguçados.

Já o pilar **aprender a conhecer** diz respeito ao domínio dos objetos de conhecimento propriamente e propõe ir além da mera repetição de conteúdos. Para isso, é importante que o estudante da EJA possa associar conhecimentos prévios a conhecimentos novos, de maneira crítica e atenta, atribuindo sentido ao que está sendo estudado.

Aprender a fazer é o pilar que corresponde à aplicação dos conhecimentos adquiridos no âmbito de diferentes experiências sociais, inclusive no mundo do trabalho. Diz respeito ao desenvolvimento da capacidade de resolução de problemas e favorece, por exemplo, os processos de iniciar, retomar, reavaliar e recomeçar uma atividade, reconhecendo-se o erro como um fator primordial para a aquisição de experiência.

O pilar **aprender a conviver** relaciona-se à compreensão do outro. Trata-se do incentivo ao convívio respeitoso, inclusivo e harmonioso em uma coletividade. Para que se concretize, é essencial valorizar tradições, costumes e interesses dos indivíduos. Nesse pilar, trabalha-se a empatia, a cooperação e a solidariedade, elementos essenciais nos processos de ensino-aprendizagem da EJA.

Embora tenha se passado quase 30 anos desde a sua publicação, o relatório segue sendo um importante referencial para o planejamento de ações educativas que buscam promover a autonomia, o autoconhecimento e as potencialidades criativas dos



SÉRGIO TOMISAKI/FOLHAPRESS

Educador pernambucano Paulo Freire (1921-1997), que, pela importância nacional e internacional de seu trabalho, é patrono da educação brasileira desde 2012.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

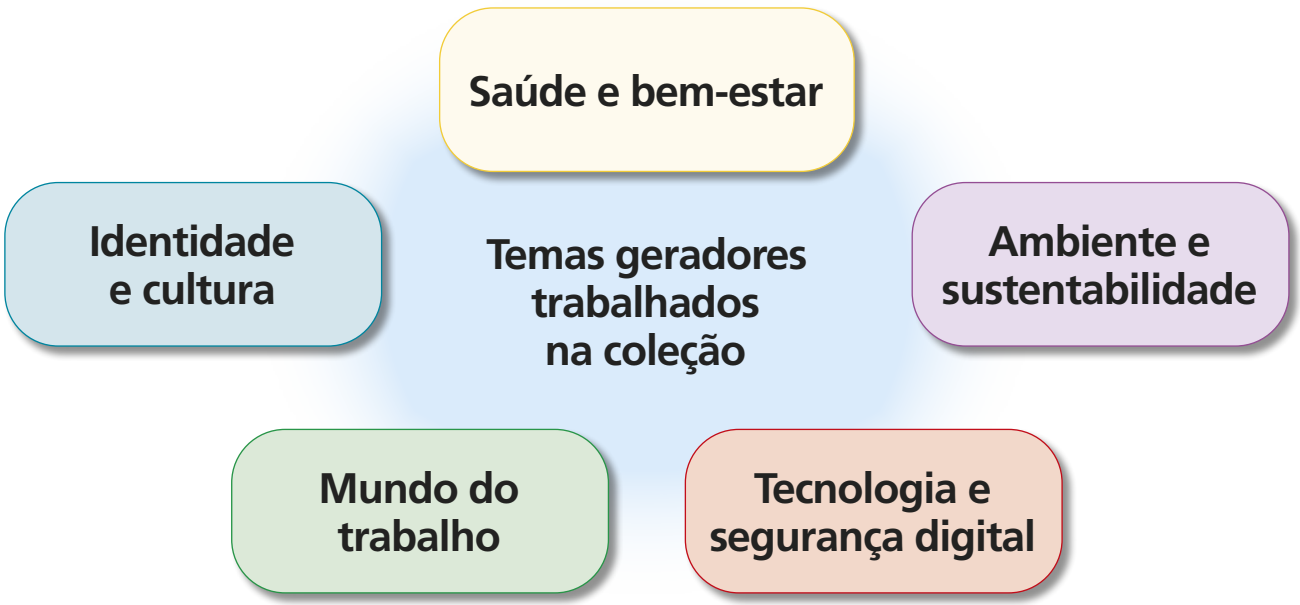
estudantes. Desse modo, para atender a esses importantes pilares preconizados pela Unesco, inspirada nas ideias de Paulo Freire sobre os temas geradores, a coleção fomenta em diversos momentos a discussão de assuntos relevantes para os estudantes da EJA.

Sobre os temas geradores

Freire (2023) propôs a metodologia do tema gerador, a qual permite aos estudantes realizar investigação temática da realidade, interpretando-a e reconstruindo-a por meio do diálogo e da problematização. O autor defende a discussão do tema gerador como um momento disparador para a interação e a troca de saberes entre professores e estudantes, para a tomada de consciência crítica e, consequentemente, para a ação sobre o mundo, ou seja, a práxis (do grego, "prática").

> A metodologia que defendemos exige, por isto mesmo, que, no fluxo da investigação, se façam ambos sujeitos da mesma – os investigadores e os homens do povo que, aparentemente, seriam seu objeto.
>
> Quanto mais assumam os homens uma postura ativa na investigação de sua temática, tanto mais aprofundam a sua tomada de consciência em torno da realidade e, explicitando sua temática significativa, se apropriam dela (Freire, 2023, p. 137).

Nesta coleção, a abordagem é inspirada em propostas de investigação e buscam apoiar os estudantes no processo de apropriação e transformação da realidade, incentivando-os a assumir uma postura curiosa, crítica, ativa e responsável diante do mundo. Desse modo, foram selecionados alguns temas com base em questões relevantes, atuais e presentes no cotidiano dos estudantes da EJA. Esses temas são trabalhados sob uma perspectiva curricular e, sempre que possível, interdisciplinar, de modo a aprofundar os conhecimentos dos estudantes sobre o tema e a contribuir para a formação cidadã, política, social e ética deles.



MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

Identidade e cultura

Provavelmente, questões como "Quem sou eu? O que eu sou?" já fizeram parte do cotidiano de muitas pessoas. Para respondê-las, é necessário conhecer a sociedade em que se vive, o outro com quem se convive e o papel que se exerce no mundo. A construção de si, ou seja, da identidade, passa por diversas mudanças ao longo da vida. Ela se alimenta da história, instituições, memórias e experiências religiosas, por exemplo (Castells, 2008, p. 23).

O conceito de cultura é amplo e complexo, pois ela é vivenciada e produzida por todos os seres humanos cotidianamente. A cultura abrange conhecimentos, linguagens, crenças, artes, normas, leis, costumes, valores e hábitos adquiridos pelos indivíduos que compõem uma sociedade ou um grupo, transmitidos de uma geração à outra.

Nesta coleção, entende-se que a identidade individual está atrelada à ideia de cultura, pois a identidade se estabelece em contextos culturais compartilhados. Nesse sentido, na obra, são propostos alguns momentos de estudo de algumas matrizes culturais e como são representadas as identidades nelas imersas.

Algumas atividades apresentadas na coleção auxiliam os estudantes a compartilhar gostos, valores e experiências pessoais e a compreender como esses aspectos estão relacionados ao entorno e à cultura de vivência, promovendo o processo de autoconhecimento e afirmação das próprias identidades.


CONEXÕES

Estampas na moda afro-brasileira

A moda é uma manifestação social que pode possibilitar, entre outras coisas, a ressignificação dos valores de uma cultura. Desse modo, as estampas e cores podem ser consideradas um modo de expressão, como ocorre com roupas de estilo afro-brasileiro.

[...]

A Moda Afro-Brasileira é um fenômeno da contemporaneidade que agrega [...] a ressignificação da cultura africana em convergência com o contexto social e político dos movimentos de resistência da população negra. [...] É uma moda que [...] valoriza a tradição de usos e costumes [...], resgata modos de fazer roupas e artefatos têxteis por meio dos saberes e das tecnologias manuais africanas.

[...]

SANTOS, Maria do Carmo Paulino dos. **Moda afro-brasileira, design de resistência**: o vestir como ação política. Dissertação (Mestrado em Ciências) – Escola de Artes, Ciências e Humanidades, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2019. p. 144-145. Disponível em: https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/100/100133/tde-06122019-182505/publico/Moda_Afro_Brasileira_MCPS.pdf. Acesso em: 9 maio 2024.

Mulher com roupas tradicionais africanas.

MÃOS À OBRA

Resoluções a partir da p. 305.

1 Você já notou que algumas estampas de tecidos obedecem a padrões geométricos? Observe na imagem um pedaço de tecido com estampas em estilo afro-brasileiro.

a) Como você descreveria os padrões de figuras desse tecido? Resposta pessoal.

b) Você observa algum tipo de simetria nesses padrões? Qual(is)? Espera-se que os estudantes percebam que há simetria de reflexão, de translação e de rotação.

2 Ao trabalhar com tecidos estampados, como os de estilo afro-brasileiros, é necessário cuidar das emendas e da posição das figuras. Converse com pessoas que trabalham com costura para entender como fazem para definir a posição do tecido, os encaixes dos padrões e os locais das emendas. Compartilhe com a turma as informações que você obteve. Resposta pessoal.

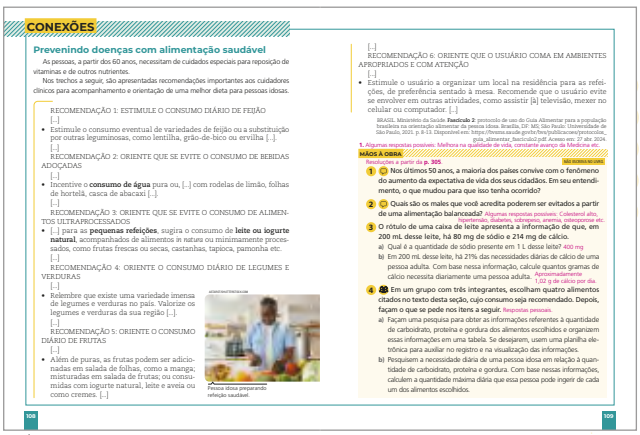
246

Exemplo de **seção Conexões** desta coleção sobre a identidade da cultura afro-brasileira em estampas de tecidos.

Saúde e bem-estar

O conceito de saúde não se refere apenas ao bom funcionamento do corpo humano ou à oposição saúde/doença. Entende-se que saúde é também um valor coletivo em que a sociedade se organiza em defesa da qualidade de vida de todos.

Nesta coleção, os conteúdos sobre o tema são trabalhados por meio de reflexões e atividades que buscam, entre outras abordagens, ajudar os estudantes a aplicar em seus cotidianos hábitos que promovam a saúde.


CONEXÕES

Prevenindo doenças com alimentação saudável

As pessoas, a partir dos 60 anos, necessitam de cuidados especiais para reposição de vitaminas e de outros nutrientes.

Nos trechos a seguir, são apresentadas recomendações importantes aos cuidadores clínicos para acompanhamento e orientação de uma melhor dieta para pessoas idosas.

[...]

RECOMENDAÇÃO 1: ESTIMULE O CONSUMO DIÁRIO DE FEIJÃO

[...]

- Estimule o consumo eventual de variedades de feijão ou a substituição por outras leguminosas, como lentilha, grão-de-bico ou ervilha [...].

[...]

RECOMENDAÇÃO 2: ORIENTE QUE SE EVITE O CONSUMO DE BEBIDAS ADOÇADAS

[...]

- Incentive o **consumo de água** pura ou, [...] com rodelas de limão, folhas de hortelã, casca de abacaxi [...].

[...]

RECOMENDAÇÃO 3: ORIENTE QUE SE EVITE O CONSUMO DE ALIMENTOS ULTRAPROCESSADOS

- [...] para as **pequenas refeições**, sugira o consumo de **leite ou iogurte natural**, acompanhados de alimentos *in natura* ou minimamente processados, como frutas frescas ou secas, castanhas, tapioca, pamonha etc.

[...]

RECOMENDAÇÃO 4: ORIENTE O CONSUMO DIÁRIO DE LEGUMES E VERDURAS

[...]

- Relembre que existe uma variedade imensa de legumes e verduras no país. Valorize os legumes e verduras da sua região [...].

[...]

RECOMENDAÇÃO 5: ORIENTE O CONSUMO DIÁRIO DE FRUTAS

[...]

- Além de puras, as frutas podem ser adicionadas em saladas de folhas, como a manga; misturadas em salada de frutas; ou consumidas com iogurte natural, leite e aveia ou como cremes. [...]

Pessoa idosa preparando refeição saudável.

[...]

RECOMENDAÇÃO 6: ORIENTE QUE O USUÁRIO COMA EM AMBIENTES APROPRIADOS E COM ATENÇÃO

[...]

- Estimule o usuário a organizar um local na residência para as refeições, de preferência sentado à mesa. Recomende que o usuário evite se envolver em outras atividades, como assistir à televisão, mexer no celular ou computador. [...]

BRASIL. Ministério da Saúde. **Fascículo 2**: protocolo de uso do Guia Alimentar para a população brasileira na orientação alimentar de pessoa idosa. Brasília, DF: MS; São Paulo: Universidade de São Paulo, 2021. p. 8-13. Disponível em: https://bvsms.saude.gov.br/bvs/publicacoes/protocolos_guia_alimentar_fasciculo2.pdf. Acesso em: 27 abr. 2024.

1. Algumas respostas possíveis: Melhora na qualidade de vida e do sono, prevenção de doenças, entre outras.

MÃOS À OBRA

Resoluções a partir da p. 305.

1 Nos últimos 50 anos, a maioria dos países convive com o fenômeno do aumento da expectativa de vida dos seus cidadãos. Em seu entendimento, o que mudou para que isso tenha ocorrido?

2 Quais são os males que você acredita poderem ser evitados a partir de uma alimentação balanceada? Algumas respostas possíveis: Colesterol alto, hipertensão, diabetes, sobrepeso, anemia, osteoporose etc.

3 O rótulo de uma caixa de leite apresenta a informação de que, em 200 mL desse leite, há 80 mg de sódio e 214 mg de cálcio.

a) Qual é a quantidade de sódio presente em 1 L desse leite? 400 mg

b) Em 200 mL desse leite, há 21% das necessidades diárias de cálcio de uma pessoa adulta. Com base nessa informação, calcule quantos gramas de cálcio necessita diariamente uma pessoa adulta. Aproximadamente 1,02 g de cálcio por dia.

4 Em um grupo com três integrantes, escolham quatro alimentos citados no texto desta seção, cujo consumo seja recomendado. Depois, façam o que se pede nos itens a seguir. Respostas pessoais.

a) Façam uma pesquisa para obter as informações referentes à quantidade de carboidrato, proteína e gordura dos alimentos escolhidos e organizem essas informações em uma tabela. Se desejarem, usem uma planilha eletrônica para auxiliar no registro e na visualização das informações.

b) Pesquisem a necessidade diária de uma pessoa idosa em relação à quantidade de carboidrato, proteína e gordura. Com base nessas informações, calculem a quantidade máxima diária que essa pessoa pode ingerir de cada um dos alimentos escolhidos.

108

109

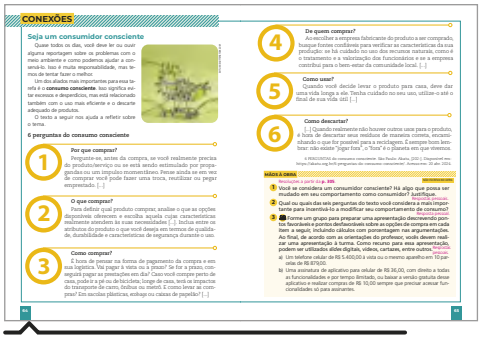
Exemplo de **seção Conexões** desta coleção sobre a importância de uma alimentação saudável.

Ambiente e sustentabilidade

A aquisição de conhecimentos a respeito do ambiente e de sua preservação é fundamental para a compreensão de que os recursos naturais são finitos e que a

existência desses recursos garante a diversidade biológica, a vida humana e a manutenção das atividades econômicas.

Na coleção, o tema ambiente e sustentabilidade é trabalhado em diferentes momentos, trazendo importantes contribuições para despertar nos estudantes a consciência ambiental, por meio de abordagens como: educação ambiental e fomento a boas práticas de cuidados com o ambiente onde se vive.

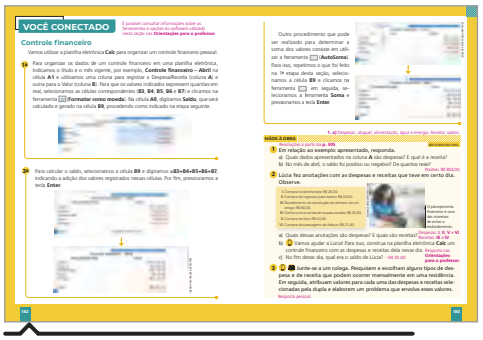


Exemplo de **seção Conexões** desta coleção sobre consumo consciente.

Tecnologia e segurança digital

A tecnologia pode ser definida como o uso sistemático de técnicas e conhecimentos no desenvolvimento ou aperfeiçoamento de algum processo ou ferramenta. Assim, os avanços tecnológicos estão presentes em todas as etapas da história. Atualmente, a palavra **tecnologia** é muito utilizada para designar o uso de computadores e celulares; entretanto, há tecnologia na agricultura, no desenvolvimento de medicamentos na mecanização de processos, entre outros exemplos.

O conceito de tecnologia é essencial para a compreensão de como as sociedades do presente e do passado lidam com técnicas e transformam a realidade.



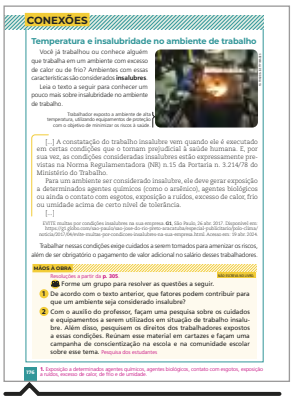
Exemplo de **seção Você conectado** desta coleção sobre o uso de um *software* de geometria dinâmica.

Nesta obra, além do uso de ferramentas tecnológicas digitais para favorecer o entendimento de conceitos matemáticos, são desenvolvidas propostas de atividades e discussões que tratam dos impactos da tecnologia no mundo contemporâneo e sobre os cuidados essenciais que devem ser tomados com o seu uso, especialmente da internet.

Mundo do trabalho

O mundo do trabalho pode ser definido como o conjunto de fatores que engloba a atividade humana do trabalho, como o ambiente no qual a atividade ocorre, as prescrições, normas e leis que regulamentam o trabalho e suas relações, as técnicas e tecnologias utilizadas e os produtos que são fruto do trabalho.

Este tema gerador abrange discussões como mercado de trabalho e múltiplas possibilidades de atuação profissional, direitos trabalhistas e saúde ocupacional, objetos de interesse dos estudantes da EJA e de investigação e reflexão na coleção. Entende-se, também, que o trabalho com esses temas auxilia o desenvolvimento de habilidades que permitam aos estudantes acessarem postos de trabalho melhores e obterem garantias de direitos essenciais.



Exemplo de **seção Conexões** desta coleção sobre temperatura e insalubridade no ambiente de trabalho.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

CONHEÇA O MANUAL DO PROFESSOR

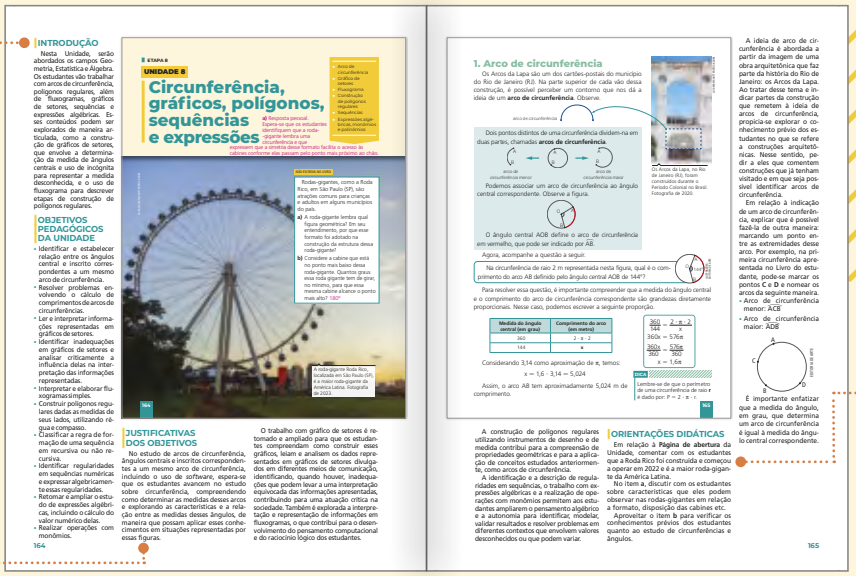
Esta coleção é composta de dois livros de Práticas em Matemática destinados ao Segundo segmento da Educação de Jovens e Adultos. Em cada Volume, no **Manual do professor**, estão presentes as **Orientações gerais**, que embasam os dois livros da coleção, e as **Orientações específicas** para cada Unidade que compõe os Volumes.

As **Orientações gerais** apresentam os pressupostos teórico-metodológicos que fundamentam a coleção, bem como reflexões acerca do ensino e da aprendizagem da Matemática na EJA, além de discussões sobre tendências em Educação Matemática.

Nas **Orientações específicas**, este Manual é organizado em formato de U. Nesse formato, o **Livro do estudante**, com as respostas das atividades, é apresentado em tamanho reduzido, enquanto nas laterais e na parte inferior das páginas, há comentários e orientações didáticas correspondentes às atividades propostas, às seções e aos conteúdos disponíveis nas páginas do **Livro do estudante**. Nessa parte do Manual, as orientações para o professor foram estruturadas como indicado a seguir.

Objetivos pedagógicos da Unidade

São apresentados os principais objetivos e conceitos matemáticos a serem desenvolvidos com os estudantes ao trabalhar cada Unidade do livro com eles.



Introdução

Texto que traz informações gerais sobre a Unidade, como os principais desenvolvimentos conceituais a serem explorados com os estudantes, as articulações entre conteúdos abordados, sugestões de conhecimentos a serem retomados previamente.

Justificativas dos objetivos

Indicações que justificam aspectos relacionados à intencionalidade dos objetivos pedagógicos da Unidade a serem desenvolvidos.

Orientações didáticas

São apresentadas orientações sobre os conteúdos propostos, bem como modos de articular a abordagem desses conteúdos aos conhecimentos prévios dos estudantes, a exemplos do cotidiano ou ao contexto científico. São propostas questões problematizadoras, sugestões de ampliação de algumas atividades, além de encaminhamentos que podem auxiliar você, professor, a esclarecer dúvidas e planejar estratégias de ensino.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA


ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Atividades

Atividade 1

Esta atividade trabalha a resolução de problemas envolvendo a comparação de números naturais.

No item b, para determinar a quantidade de polpronas do salão B, caso eles calculem 171 − 80, é necessário que subtraiam do resultado uma unidade, pois a poltrona 171 não está incluída. Para determinar a quantidade de poltronas do setor C, caso calculem 250 − 171, também devem adicionar uma unidade ao resultado, pois a poltrona 171 deve ser incluída.

Atividade 2

Esta atividade trabalha a resolução de problema envolvendo a identificação e a comparação de números ordinais. Após a resolução com a, propor aos estudantes que indiquem a qual conjunto pertencem os outros números apresentados na imagem. Respostas: 39%; 42,50; 139,99 e 4,7 são números racionais. Ignore caso, é importante que eles notem que $39\% = \frac{39}{100} = 0,39$.

Verificar a estratégia dos estudantes para responderem ao item b. Caso surjam estratégias diferentes, pedir que os estudantes que as compartilhem com os colegas.

Ao realizar o item d, comentar com os estudantes sobre a importância de, além dos preços e taxas envolvidos em uma compra on-line, eles deverem analisar a credibilidade da loja virtual, principalmente em situações em que apareçam descontos muito grandes ou valores muito abaixo de outros encontrados habitualmente. Em situações como essas, pode-se tratar de sites fraudulentos que aplicam golpes em usuários. Veja para conseguir os dados dos clientes, sejá para receber o dinheiro da venda e não enviar o produto.

ATIVIDADES — Resoluções a partir da p. 305

1. Ao poltronas de um teatro são numeradas do 1 até 250 e organizadas em três setores da seguinte maneira:

A: de 1 até 80 | B: de 81 até 170 | C: de 171 até 250

a) Observe os ingressos que Mariana e Rogério compraram para certa apresentação neste teatro. Em qual setor fica cada uma dessas poltronas?

Mariana: setor C. Rogério: setor B.

b) Quantas poltronas tem cada setor? Setor A: 80 poltronas; setor B: 90 poltronas; setor C: 80 poltronas.

2. Observe novamente os números que aparecem na tela do celular apresentada na abertura desta Unidade. Depois, responda às questões no caderno.

a) Quais desses números são números inteiros? 1.721, 80.190, 2, 344 e 21.

b) Responda, sem realizar o cálculo exato: o quociente obtido pelo que é maior do que 50 mais? Um.

c) Explique aos colegas e ao professor como você pensou para responder ao item b.

d) Em grupo de cinco pessoas, façam uma pesquisa em um site ou aplicativo de compras on-line e analisem as informações. Em seguida, comparem preço, opções de pagamento e outros dados que considerarem relevantes.

Resposta pessoal.

3. A Resposta possível. O estudante pode escolher, por exemplo, que a diferença entre R$ 4 100 reais e de 15 reais e, bem adequada e aproximadamente 80 reais, resulta em mais de 90 reais.

SAIBA MAIS

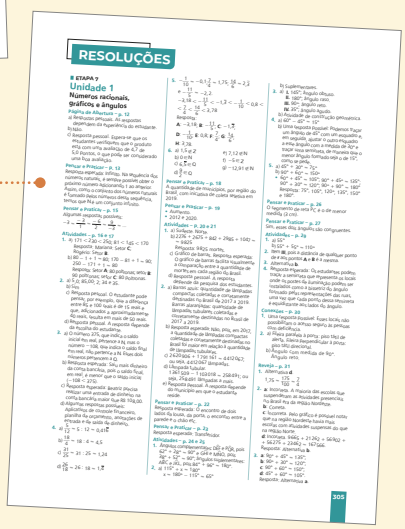
Sugerir aos alfabetos que acessem este site para obter mais informações a respeito de como realizar compras on-line com segurança.

• 20 DICAS para realizar compras online com segurança digital. [S. l.]: Safernet, [2017]. Disponível em: https://new.safernet.org.br/content/20-dicas-para-realizar-compras-online-com-seguran%C3%A7a. Acesso em: 23 abr. 2024.

16

Saiba Mais

Boxe em que são apresentadas sugestões de *sites*, vídeos, leituras complementares, entre outras indicações, que podem contribuir para a formação continuada do professor, bem como para o trabalho em aula, permitindo a ampliação das propostas realizadas no **Livro do estudante**. Há também a indicação de materiais extras destinados aos estudantes.


RESOLUÇÕES

II ETAPA 9

Unidade 1

Números racionais, gráficos e ângulos

Página de Abertura – p. 12

a) Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes percebam que o produto está contido na quadrícula de 6,7 de 5,0 (ponto de encontro) e, comparando uma fica acima.

Pensar e Praticar – p. 13

Resposta esperada: Sofiya. No resultado da numeral, a sentença possível para o Sofiya, pois ela supostamente 1 ao dividir. Assim, o conjunto dos números naturais é fornecido pela sentença, sendo Sofiya que fez um conjunto infinito.

Pensar e Praticar – p. 15

Alternativa resposta: portanto.

$-3 < -\frac{7}{2} < -\frac{1}{2} < \frac{4}{3}$

Atividades – p. 16 e 17

1. a) $175 + 2\,80 = 255$; $81 < 140 < 170$. Resposta: Mariana. Setor C.

b) $80 - 1 = 79$; $170 - 81 = 90$; $250 - 171 = 80$. Resposta: Setor A: 80 poltronas; setor B: 90 poltronas; setor C: 80 poltronas.

2. a) Resposta pessoal. O estudante pode pensar, por exemplo, que a diferença entre R$ 4 100 reais e de 15 reais e, bem adequada e aproximadamente 80 reais, resulta em mais de 90 reais.

b) Resposta pessoal. O estudante pode pensar, por exemplo, que o número 270, que indica o valor aproximado, está mais próximo de 250 do que de 300. Assim, o número − 108, dele indicó o valor aproximado, também está mais próximo de 250 do que de 300.

3. Resposta esperada: Bastrá fazer a média dos valores dados e somar o resultado com a quantia que já tinha. Ou seja: $\frac{120 + 150 + 100}{3} + 70 = 200$. Logo, ela terá R$ 200,00.

4. Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes proponham uma planilha financeira, como a planilha de orçamento, anotações de entrada e de saída de dinheiro.

4. a) $\frac{1}{2} + \frac{5}{6} = \frac{12}{6} = 0,\overline{6}$

b) $\frac{18}{4} = 18 \div 4 = 4,5$

c) $\frac{41}{10}$; $41 \cdot 25 = 1\,04$

d) $\frac{26}{10} = 26 \cdot 10 = 1,\overline{3}$

5. $-\frac{1}{10} = -0,1$; $\frac{7}{2} = 1,75$; $\frac{16}{10} = 2,3$

$-\frac{1}{10} < -2,2$

$-2,16 < -\frac{11}{5} < -1,3 < -\frac{1}{10} < 0,8 <$

$< \frac{7}{2} < \frac{16}{10} < 2,78$

Resposta: $A \to 2,16$; $B \to -\frac{11}{5}$; $C \to -1,3$; $D \to \frac{1}{10}$; $E \to 0,8$; $F \to \frac{7}{2}$; $G \to \frac{16}{10}$; $H \to 2,78$.

6. a) $1,5 \cdot 2 = 3$ ft (1,52 m)

b) $0 \cdot 1 = 0$ ft (0 m)

c) $4,5 \cdot 2 = 9$ ft (2,74 m)

d) $7 \cdot 2 = 14$ ft (4,27 m)

Pensar e Praticar – p. 18

A quantidade de mesquitas, por região, no Brasil, com exceção do Sudeste, é menor que 10.

Pensar e Praticar – p. 19

• 2017 e 2020.

Atividades – p. 20 e 21

1. a) Gráfico de barras.

b) $2\,226 + 2\,670 + 840 + 2\,960 + 1\,040 = 9\,601$

c) Resposta: 9 626 mortes.

d) Gráfico de barras. Resposta esperada: O gráfico de barras auxilia visualmente a discussão sobre a quantidade de mortes em cada região do Brasil.

e) Resposta pessoal. A resposta depende da pesquisa dos estudantes.

2. a) Gráfico de setores. Resposta esperada: Visualização de diferentes partes de um todo. Comparação de partes. Representação de dados percentuais.

b) Gráfico de barras. Resposta esperada: Visualização de diferentes partes de um todo. Comparação de partes. Representação de dados percentuais.

c) Gráfico de setores. Resposta esperada: Visualização de diferentes partes de um todo. Comparação de partes. Representação de dados percentuais.

3. a) Gráfico de barras. Resposta esperada: Visualização de diferentes partes de um todo. Comparação de partes. Representação de dados percentuais.

b) Resposta esperada: Não, pois em 2012, a quantidade de famílias chefiadas por mulheres era de 22 milhões e, em 2018, era de 21 milhões.

c) Resposta esperada: Não, pois em 2012, a quantidade de famílias chefiadas por mulheres era de 22 milhões e, em 2018, era de 21 milhões.

Passar e Praticar – p. 22

Resposta esperada: Não, pois em 2012, a quantidade de famílias chefiadas por mulheres era de 22 milhões e, em 2018, era de 21 milhões.

Pensar e Praticar – p. 23

Resposta esperada: Não, pois em 2012, a quantidade de famílias chefiadas por mulheres era de 22 milhões e, em 2018, era de 21 milhões.

Atividades – p. 24 e 25

1. Ângulo complementar: $90° + 90°$; ponto: $52° + 38°$; $90° + 64° + 90°$; $360°$; $78° + 52° = 90°$; ângulo suplementar; $x + 90° = 180°$; $x = 180° - 115° = 65°$.

2. a) $110° + 70° = 180°$

b) $45° + 45° = 90°$

3. a) $90° + 90° = 180°$

b) $90° + 90° = 180°$

c) $45° + 45° = 90°$

Resposta: Alternativa a.

4. a) $90° - 42° = 48°$

b) $90° - 48° = 42°$

c) $42° + 48° = 90°$

Resposta: Alternativa a.

5. a) $90° - 30° = 60°$

b) $90° - 60° = 30°$

c) $60° + 30° = 90°$

Resposta: Alternativa a.

6. a) $90° - 35° = 55°$

b) $90° - 60° = 30°$

c) $60° + 30° = 90°$

Resposta: Alternativa a.

7. a) $90° - 35° = 55°$

b) $90° - 60° = 30°$

c) $60° + 30° = 90°$

Resposta: Alternativa a.

Passar e Praticar – p. 26

O segmento de reta PQ é a altura do cone.

Passar e Praticar – p. 27

Sim, esses dois ângulos são congruentes.

Atividades – p. 29

1. a) $90° + 90° = 180°$

b) $90° + 90° = 180°$

2. Resposta: Alternativa a.

3. Alternativa b.

4. Resposta esperada: Os estudantes podem traçar a semirreta que representa os lados do ângulo e, com o transferidor, posicionar o centro do transferidor no vértice do ângulo e o transferidor para que uma das semirretas coincida com o lado zero. Depois, observar a qual número a outra semirreta corresponde.

Começo – p. 30

1. Uma resposta possível: Esses lados são congruentes, pois são lados de um mesmo polígono.

2. a) Placa parada à direita: pino (fio) de alerta; blusa desportiva: a ponta; pino (fio) direcional.

b) Resposta: Com medida de 90°.

Resposta pessoal.

Revisão – p. 31

1. Alternativa d.

$1,75 = \frac{175}{100} = \frac{7}{4}$

2. a) Resposta: A maioria dos alunos que supervisiona as atividades praticadas no Brasil fica da mão direita.

b) Resposta: Com medida de 90°.

4. Resposta: Não, pois o ângulo reto mede 90°, e o ângulo raso mede 180°. Assim, a escola com ângulo suplementar do que no mesmo norte.

5. a) $90° + 90° = 180°$

b) $90° + 90° = 180°$

c) $90° + 90° = 180°$

d) $45° + 45° = 90°$

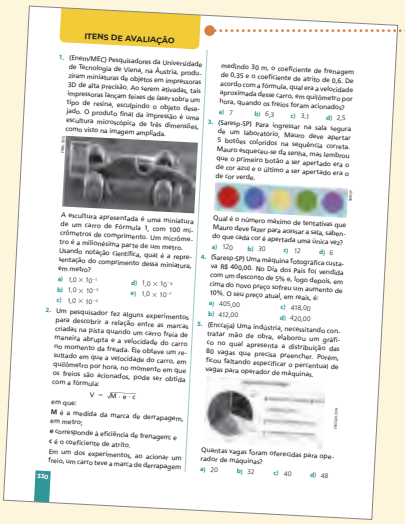
Resposta: Alternativa a.

Resoluções

Na parte final deste **Manual do professor**, são apresentadas as resoluções detalhadas das atividades propostas no **Livro do estudante**.

Itens de avaliação

Questões baseadas em avaliações de larga escala para auxiliar o trabalho do professor como um instrumento avaliativo.


ITENS DE AVALIAÇÃO

1. (Enem/MEC) Pesquisadores da Universidade de Tecnologia de Viena, na Áustria, produziram minúsculas de objetos em impressoras 3D de alta precisão. Ao serem ativadas, tais impressoras lançam feixes de laser sobre um tipo de resina, esculpindo o objeto desejado. O produto final da impressão é uma escultura microscópica de três dimensões, como visto na imagem ampliada.

A escultura apresentada é uma miniatura de um cetro de Fórmula 1, com 100 milcentímetros de comprimento. Um microfone é a milionésima parte de um metro. Usando notação científica, qual é a representação do comprimento dessa miniatura, em metro?

a) $1,0 \times 10^{-1}$
b) $1,0 \times 10^{-3}$
c) $1,0 \times 10^{-4}$
d) $1,0 \times 10^{-5}$
e) $1,0 \times 10^{-7}$

2. Um pesquisador fez alguns experimentos para descobrir a relação entre as marcas criadas na pista quando um carro freia de maneira abrupta e a velocidade do carro no momento da frenada. Ele observe um resultado em que a velocidade do carro, em quilômetro por hora, no momento em que os freios são acionados, pode ser obtida com a fórmula:

$$V = \sqrt{M \cdot e \cdot c}$$

em que:
M é a medida da marca de derrapagem, em metro;
e corresponde à eficiência da frenagem; e
c é o coeficiente de atrito.
Em um dos experimentos, ao acionar um freio, um carro teve a marca de derrapagem medindo 30 m, o coeficiente de frenagem de 0,35 e o coeficiente de atrito de 0,6. De acordo com a fórmula, qual era a velocidade aproximada desse carro, em quilômetro por hora, quando os freios foram acionados?

a) 7
b) 6,3
c) 3,1
d) 2,5

3. (Saresp-SP) Para ingressar na sala segura de um laboratório, Mateo deve abertar 5 botões coloridos na sequência correta. Mauro esqueceu-se da senha, mas lembrou que o primeiro botão a ser apertado era o de cor azul e o último a ser apertado era o de cor verde.

Qual é o número máximo de tentativas que Mauro deve fazer para acessar a sala, sabendo que cada cor é apertada uma única vez?

a) 120
b) 30
c) 12
d) 6

4. (Saresp-SP) Uma máquina fotográfica custava R$ 400,00. No Dia dos Pais foi vendida com um desconto de 5% e, logo depois, em cima do novo preço sofreu um aumento de 10%. O seu preço atual, em reais, é:

a) 405,00
b) 412,00
c) 418,00
d) 420,00

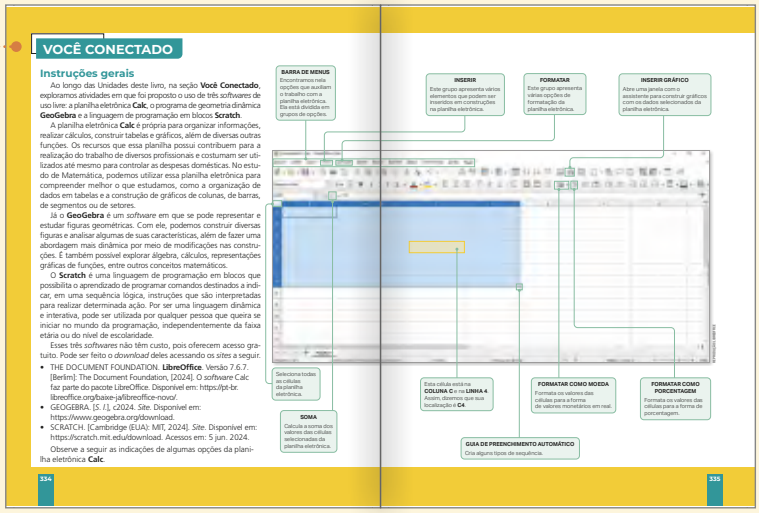
5. (Encceja) Uma indústria, necessitando contratar mão de obra, elaborou um gráfico no qual apresenta a distribuição das 80 vagas que precisa preencher. Porém, ficou faltando especificar o percentual de vagas para operador de máquinas.

Quietas vagas foram oferecidas para operadores de máquinas?

a) 20
b) 32
c) 40
d) 48

Você Conectado – Instruções gerais

No fim deste Manual, apresentam-se orientações gerais sobre o uso e as ferramentas dos recursos digitais utilizados na seção **Você Conectado**.


VOCÊ CONECTADO

Instruções gerais

Ao longo das Unidades deste livro, na seção **Você Conectado**, exploramos atividades em que foi proposto o uso de três *softwares* de uso livre: a planilha eletrônica **Calc**, o programa de geometria dinâmica **GeoGebra** e a linguagem de programação em blocos **Scratch**.

A planilha eletrônica **Calc** é própria para organizar informações, realizar cálculos, construir tabelas e gráficos, além de diversas outras funções. Os recursos que essa planilha possua contribuem para a realização do trabalho de diversos profissionais e costumam ser utilizados até mesmo para controlar as despesas domésticas. No estudo de Matemática, podemos utilizar essa planilha eletrônica para compreender melhor o que estudamos, como a organização de dados em tabelas e a construção de gráficos de colunas, de barras, de segmentos ou de setores.

Já o **GeoGebra** é um *software* em que se pode representar e estudar figuras geométricas. Com ele, podemos construir diversas figuras e analisar algumas de suas características, além de fazer uma abordagem mais dinâmica por meio de modificações nas construções. É também possível explorar álgebra, cálculos, representações gráficas de funções, entre outros conceitos matemáticos.

O **Scratch** é uma linguagem de programação em blocos que possibilita o aprendizado de programar comandos destinados a indicar, em uma sequência lógica, instruções que são interpretadas para realizar determinada ação. Por ser uma linguagem dinâmica e interativa, pode ser utilizada por qualquer pessoa que queira se iniciar no mundo da programação, independentemente da faixa etária ou do nível de escolaridade.

Esses três *softwares* não têm custo, pois oferecem acesso gratuito. Pode ser feito o *download* deles acessando os *sites* a seguir:

- THE DOCUMENT FOUNDATION. **LibreOffice**. Versão 7.6.7. [Berlim]: The Document Foundation, [2024]. O *software* Calc faz parte do pacote LibreOffice. Disponível em: https://pt-br.libreoffice.org/baixe-ja/libreoffice-novo/.
- GEOGEBRA. [*S. l.*], c2024. *Site*. Disponível em: https://www.geogebra.org/download.
- SCRATCH. [Cambridge (EUA): MIT, 2024]. *Site*. Disponível em: https://scratch.mit.edu/download. Acesso em: 5 jun. 2024.

Observe a seguir as indicações de algumas opções da planilha eletrônica **Calc**.

BARRA DE MENUS
Encontramos nela opções que auxiliam o trabalho com a planilha eletrônica. Ela está dividida em grupos de opções.

INSERIR
Este grupo apresenta vários elementos que podem ser inseridos em construções na planilha eletrônica.

FORMATAR
Este grupo apresenta várias opções de formatação da planilha eletrônica.

INSERIR GRÁFICO
Abre uma janela com o assistente para construir gráficos com os dados selecionados da planilha eletrônica.

Seleciona todas as células da planilha eletrônica.

SOMA
Calcula a soma dos valores das células selecionadas da planilha eletrônica.

Esta célula está na **COLUNA C** e na **LINHA 4**. Assim, dizemos que sua localização é **C4**.

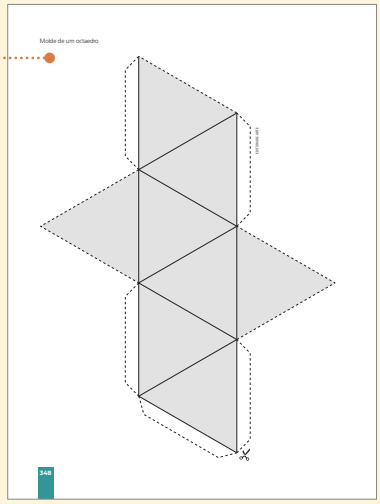
FORMATAR COMO MOEDA
Formata os valores das células para a forma de valores monetários em real.

FORMATAR COMO PORCENTAGEM
Formata os valores das células para a forma de porcentagem.

GUIA DE PREENCHIMENTO AUTOMÁTICO
Cria alguns tipos de sequência.

Material de apoio

Aqui são disponibilizados recursos, como malhas, moldes de figuras geométricas espaciais, tabuleiro, entre outros, que podem ser reproduzidos e utilizados na realização de atividades e jogos propostos no **Livro do estudante**.

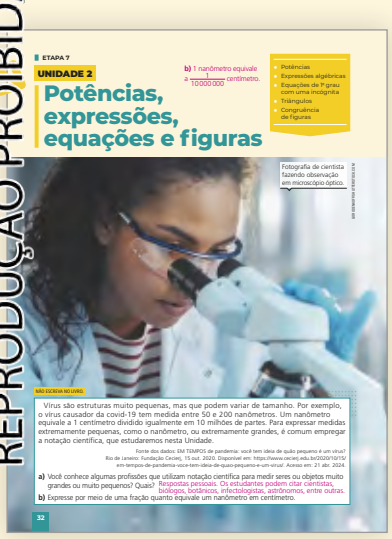


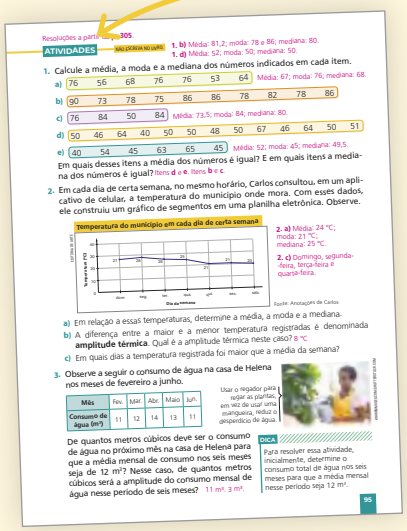
MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

CONHEÇA O LIVRO DO ESTUDANTE

Esta coleção é composta de dois livros de Práticas em Matemática para o segundo segmento da Educação de Jovens e Adultos. Cada **Livro do estudante** é organizado em 12 Unidades. Em cada Unidade, há abertura, desenvolvimento de conteúdos, proposição de atividades, trabalho com seções especiais que envolvem temas atuais e conectados com diversas áreas do conhecimento, uso de tecnologias, além de boxes e ícones distribuídos ao longo de cada Volume sinalizando indicações. A seguir, são apresentadas algumas informações importantes e úteis a você, professor, sobre esses elementos.

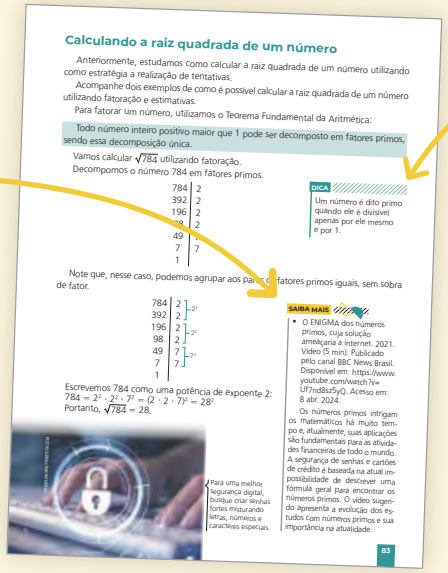
ABERTURA DA UNIDADE: Na página de abertura, a cada Unidade, são apresentados recursos imagéticos e textuais relacionados a algum conteúdo que será explorado na Unidade.
Ao planejar o trabalho com esta página, é importante sistematizar uma organização inicial de acordo com as características próprias da turma e os objetivos específicos pretendidos para a aula.
No trabalho com esta página, incentivar os estudantes a mobilizar análises, além de aspectos estéticos da leitura da imagem. A legenda, o texto do boxe e as questões oferecem aos estudantes informações que visam sensibilizá-los a inferir relações da abertura com temas relevantes do cotidiano, bem como com a Unidade.


ETAPA 7
UNIDADE 2
Potências, expressões, equações e figuras
Potências
Expressões algébricas
Equações de 1º grau com uma incógnita
Triângulos
Congruência de figuras
Fotografia de cientista fazendo observação em microscópio óptico.
NÃO ESCREVA NO LIVRO.
Vírus são estruturas muito pequenas, mas que podem variar de tamanho. Por exemplo, o vírus causador da covid-19 tem medida entre 50 e 200 nanômetros. Um nanômetro equivale a 1 centímetro dividido igualmente em 10 milhões de partes. Para expressar medidas extremamente pequenas, como o nanômetro, ou extremamente grandes, é comum empregar a notação científica, que estudaremos nesta Unidade.
Fonte dos dados: EM TEMPOS de pandemia: você tem ideia de quão pequeno é um vírus? Rio de Janeiro: Fundação Cecierj, 15 out. 2020. Disponível em: https://www.cecierj.edu.br/2020/10/15/em-tempos-de-pandemia-voce-tem-ideia-de-quao-pequeno-e-um-virus/. Acesso em: 21 abr. 2024.
a) Você conhece algumas profissões que utilizam notação científica para medir seres ou objetos muito grandes ou muito pequenos? Quais? Respostas pessoais. Os estudantes podem citar cientistas, biólogos, botânicos, infectologistas, astrônomos, entre outras.
b) Expresse por meio de uma fração quanto equivale um nanômetro em centímetro.
32


Resoluções a partir da p. 305.
ATIVIDADES
NÃO ESCREVA NO LIVRO.
1. Calcule a média, a moda e a mediana dos números indicados em cada item.
a) 76 56 68 76 76 53 64 — Média: 67; moda: 76; mediana: 68.
b) 90 73 78 75 86 86 78 82 78 86
c) 76 84 50 84 — Média: 73,5; moda: 84; mediana: 80.
d) 50 46 64 40 50 50 48 50 67 46 64 50 51
e) 40 54 45 63 65 45 — Média: 52; moda: 45; mediana: 49,5.
Em quais desses itens a média dos números é igual? E em quais itens a mediana dos números é igual? Itens d e e. Itens b e c.
2. Em cada dia de certa semana, no mesmo horário, Carlos consultou, em um aplicativo de celular, a temperatura do município onde mora. Com esses dados, ele construiu um gráfico de segmentos em uma planilha eletrônica. Observe.
Temperatura do município em cada dia de certa semana
Fonte: Anotações de Carlos.
a) Em relação a essas temperaturas, determine a média, a moda e a mediana.
b) A diferença entre a maior e a menor temperatura registradas é denominada amplitude térmica. Qual é a amplitude térmica nesse caso? 8 °C
c) Em quais dias a temperatura registrada foi maior que a média da semana?
3. Observe a seguir o consumo de água na casa de Helena nos meses de fevereiro a junho.
Mês: Fev. | Mar. | Abr. | Maio | Jun.
Consumo de água (m³): 11 | 12 | 14 | 13 | 11
Usar o regador para regar as plantas, em vez de usar uma mangueira, reduz o desperdício de água.
De quantos metros cúbicos deve ser o consumo de água no próximo mês na casa de Helena para que a média mensal de consumo nos seis meses seja de 12 m³? Nesse caso, de quantos metros cúbicos será a amplitude do consumo mensal de água nesse período de seis meses? 11 m³; 3 m³.
DICA
Para resolver essa atividade, inicialmente, determine o consumo total de água nos seis meses para que a média mensal nesse período seja 12 m³.
95

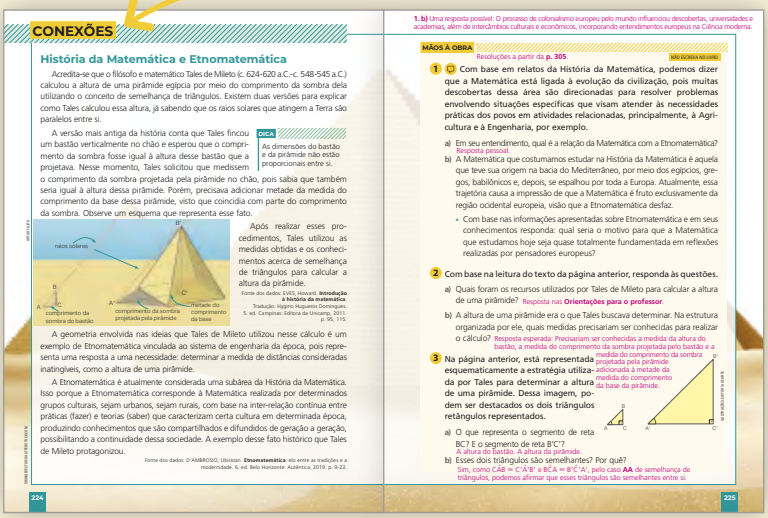
ATIVIDADES: As atividades abordam os conhecimentos envolvidos no desenvolvimento conceitual matemático em estudo. É importante que as atividades realizadas pelos estudantes sejam sempre corrigidas em aula, inclusive as propostas definidas como extraclasse, de modo que as respostas e as estratégias de resolução sejam compartilhadas e as dúvidas sejam sanadas.

SAIBA MAIS:
Boxe em que são apresentadas aos estudantes sugestões de *sites*, vídeos, livros e outros recursos a serem consultados para apoiar e ampliar o conhecimento sobre certo tema que está sendo estudado.


Calculando a raiz quadrada de um número
Anteriormente, estudamos como calcular a raiz quadrada de um número utilizando como estratégia a realização de tentativas.
Acompanhe dois exemplos de como é possível calcular a raiz quadrada de um número utilizando fatoração e estimativas.
Para fatorar um número, utilizamos o Teorema Fundamental da Aritmética:
Todo número inteiro positivo maior que 1 pode ser decomposto em fatores primos, sendo essa decomposição única.
Vamos calcular $\sqrt{784}$ utilizando fatoração.
Decompomos o número 784 em fatores primos.
784 | 2
392 | 2
196 | 2
98 | 2
49 | 7
7 | 7
1
DICA
Um número é dito primo quando ele é divisível apenas por ele mesmo e por 1.
Note que, nesse caso, podemos agrupar aos pares os fatores primos iguais, sem sobra de fator.
784 | 2 | $\cdot 2^2$
392 | 2
196 | 2 | $\cdot 2^2$
98 | 2
49 | 7 | $\cdot 7^2$
7 | 7
1
Escrevemos 784 como uma potência de expoente 2:
$784 = 2^2 \cdot 2^2 \cdot 7^2 = (2 \cdot 2 \cdot 7)^2 = 28^2$
Portanto, $\sqrt{784} = 28$.
SAIBA MAIS
• O ENIGMA dos números primos, cuja solução ameaçaria a internet. 2021. Vídeo (5 min). Publicado pelo canal BBC News Brasil. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=UFJ7rdBuz5Q. Acesso em: 8 abr. 2024.
Os números primos intrigam os matemáticos há muito tempo e, atualmente, suas aplicações são fundamentais para as atividades financeiras de todo o mundo. A segurança de senhas e cartões de crédito é baseada na atual impossibilidade de descrever uma fórmula geral para encontrar os números primos. O vídeo sugerido apresenta a evolução dos estudos com números primos e sua importância na atualidade.
Para uma melhor segurança digital, busque criar senhas fortes misturando letras, números e caracteres especiais.
83

DICA: Boxe com dicas ou lembretes que contribuem para a compreensão de algum conceito ou para a resolução de uma atividade.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA



CONEXÕES

História da Matemática e Etnomatemática

Acredita-se que o filósofo e matemático Tales de Mileto (c. 624-620 a.C.-c. 548-545 a.C.) calculou a altura de uma pirâmide egípcia por meio do comprimento da sombra dela utilizando o conceito de semelhança de triângulos. Existem duas versões para explicar como Tales calculou essa altura, já sabendo que os raios solares que atingem a Terra são paralelos entre si.

A versão mais antiga da história conta que Tales fincou um bastão verticalmente no chão e esperou que o comprimento da sombra fosse igual à altura desse bastão que a projetava. Nesse momento, Tales solicitou que medissem o comprimento da sombra projetada pela pirâmide no chão, pois sabia que também seria igual à altura dessa pirâmide. Porém, precisava adicionar metade da medida do comprimento da base dessa pirâmide, visto que coincidia com parte do comprimento da sombra. Observe um esquema que representa esse fato.

DICA
As dimensões do bastão e da pirâmide não estão proporcionais entre si.

raios solares
B'
B
A
A'
C'
comprimento da sombra do bastão
comprimento da sombra projetada pela pirâmide
metade do comprimento da base

Após realizar esses procedimentos, Tales utilizou as medidas obtidas e os conhecimentos acerca de semelhança de triângulos para calcular a altura da pirâmide.

Fonte dos dados: EVES, Howard. **Introdução à história da matemática**. Tradução: Higino Hugueros Domingues. 5. ed. Campinas: Editora da Unicamp, 2011. p. 95, 115.

A geometria envolvida nas ideias que Tales de Mileto utilizou nesse cálculo é um exemplo de Etnomatemática vinculada ao sistema de engenharia da época, pois representa uma resposta a uma necessidade: determinar a medida de distâncias consideradas inatingíveis, como a altura de uma pirâmide.

A Etnomatemática é atualmente considerada uma subárea da História da Matemática. Isso porque a Etnomatemática corresponde à Matemática realizada por determinados grupos culturais, sejam urbanos, sejam rurais, com base na inter-relação contínua entre práticas (fazer) e teorias (saber) que caracterizam certa cultura em determinada época, produzindo conhecimentos que são compartilhados e difundidos de geração a geração, possibilitando a continuidade dessa sociedade. A exemplo desse fato histórico que Tales de Mileto protagonizou.

Fonte dos dados: D'AMBROSIO, Ubiratan. **Etnomatemática**: elo entre as tradições e a modernidade. 6. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2019. p. 9-23.

1. b) Uma resposta possível: O processo de colonialismo europeu pelo mundo influenciou descobertas, universidades e academias, além de intercâmbios culturais e econômicos, incorporando entendimentos europeus na Ciência moderna.

MÃOS À OBRA
Resoluções a partir da p. 305.
NÃO ESCREVA NO LIVRO

1 Com base em relatos da História da Matemática, podemos dizer que a Matemática está ligada à evolução da civilização, pois muitas descobertas dessa área são direcionadas para resolver problemas envolvendo situações específicas que visam atender às necessidades práticas dos povos em atividades relacionadas, principalmente, à Agricultura e à Engenharia, por exemplo.

a) Em seu entendimento, qual é a relação da Matemática com a Etnomatemática? Resposta pessoal.

b) A Matemática que costumamos estudar na História da Matemática é aquela que teve sua origem na bacia do Mediterrâneo, por meio dos egípcios, gregos, babilônicos e, depois, se espalhou por toda a Europa. Atualmente, essa trajetória causa a impressão de que a Matemática é fruto exclusivamente da região ocidental europeia, visão que a Etnomatemática desfaz.

- Com base nas informações apresentadas sobre Etnomatemática e em seus conhecimentos responda: qual seria o motivo para que a Matemática que estudamos hoje seja quase totalmente fundamentada em reflexões realizadas por pensadores europeus?

2 Com base na leitura do texto da página anterior, responda às questões.

a) Quais foram os recursos utilizados por Tales de Mileto para calcular a altura de uma pirâmide? Resposta nas Orientações para o professor.

b) A altura de uma pirâmide era o que Tales buscava determinar. Na estrutura organizada por ele, quais medidas precisariam ser conhecidas para realizar o cálculo? Resposta esperada: Precisariam ser conhecidas a medida da altura do bastão, a medida do comprimento da sombra projetada pelo bastão e a medida do comprimento da sombra projetada pela pirâmide adicionada à metade da medida do comprimento da base da pirâmide.

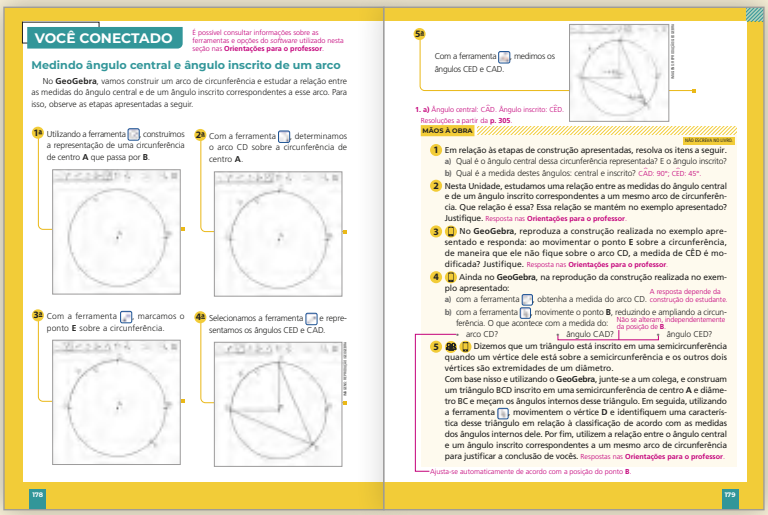
3 Na página anterior, está representada esquematicamente a estratégia utilizada por Tales para determinar a altura de uma pirâmide. Dessa imagem, podem ser destacados os dois triângulos retângulos representados.

a) O que representa o segmento de reta BC? E o segmento de reta B'C'?
A altura do bastão. A altura da pirâmide.

b) Esses dois triângulos são semelhantes? Por quê?
Sim, como CÂB ≡ C'Â'B' e BĈA ≡ B'Ĉ'A', pelo caso AA de semelhança de triângulos, podemos afirmar que esses triângulos são semelhantes entre si.

CONEXÕES: Esta seção propõe o estudo de temas que relacionam a Matemática a outros componentes curriculares, o que possibilita a integração de conceitos de diferentes áreas do conhecimento. Assim, sugere-se o diálogo com professores dos componentes curriculares relacionados para planejar a aula em que o trabalho com esta seção será realizado e avaliar a possibilidade de organizar a turma em pequenos grupos de discussão. Além disso, em algumas dessas seções, ocorrem propostas de, ao menos em uma atividade, o encaminhamento sugerido estar relacionado com uma metodologia ativa.

VOCÊ CONECTADO: Nesta seção, são propostas atividades que envolvem o estudo de conceitos matemáticos com o apoio do *software* de geometria dinâmica **GeoGebra**, da planilha eletrônica **Calc** e da linguagem de programação em blocos **Scratch**, todos programas de distribuição livre. As atividades propostas devem ser realizadas de acordo com a realidade na qual a escola está inserida, ou seja, podem ser desenvolvidas em um laboratório de informática, com os estudantes organizados em pequenos grupos, coletivamente em um computador portátil que o professor pode levar para a aula, acompanhado de um projetor ou como atividade extraclasse. No fim deste **Manual do professor**, apresentam-se orientações gerais sobre o uso dos recursos digitais utilizados nesta seção.



VOCÊ CONECTADO

É possível consultar informações sobre as ferramentas e opções do *software* utilizado nesta seção nas Orientações para o professor.

Medindo ângulo central e ângulo inscrito de um arco

No **GeoGebra**, vamos construir um arco de circunferência e estudar a relação entre as medidas do ângulo central e de um ângulo inscrito correspondentes a esse arco. Para isso, observe as etapas apresentadas a seguir.

1ª Utilizando a ferramenta construímos a representação de uma circunferência de centro **A** que passa por **B**.

2ª Com a ferramenta determinamos o arco CD sobre a circunferência de centro **A**.

3ª Com a ferramenta marcamos o ponto **E** sobre a circunferência.

4ª Selecionamos a ferramenta e representamos os ângulos CED e CÂD.

5ª Com a ferramenta medimos os ângulos CED e CAD.

1. a) Ângulo central: CÂD. Ângulo inscrito: CÊD.
Resoluções a partir da p. 305.

MÃOS À OBRA
NÃO ESCREVA NO LIVRO

1 Em relação às etapas de construção apresentadas, resolva os itens a seguir.
a) Qual é o ângulo central dessa circunferência representada? E o ângulo inscrito?
b) Qual é a medida destes ângulos: central e inscrito? CÂD: 90°; CÊD: 45°.

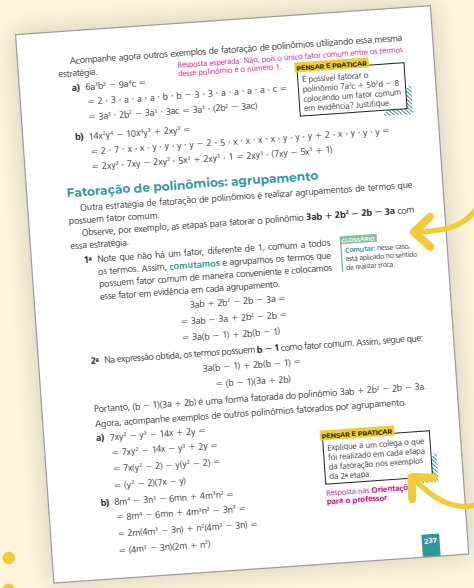
2 Nesta Unidade, estudamos uma relação entre as medidas do ângulo central e de um ângulo inscrito correspondentes a um mesmo arco de circunferência. Que relação é essa? Essa relação se mantém no exemplo apresentado? Justifique. Resposta nas Orientações para o professor.

3 No **GeoGebra**, reproduza a construção realizada no exemplo apresentado e responda: ao movimentar o ponto **E** sobre a circunferência, de maneira que ele não fique sobre o arco CD, a medida de CÊD é modificada? Justifique. Resposta nas Orientações para o professor.

4 Ainda no **GeoGebra**, na reprodução da construção realizada no exemplo apresentado:
a) com a ferramenta obtenha a medida do arco CD. A resposta depende da construção do estudante.
b) com a ferramenta movimente o ponto **B**, reduzindo e ampliando a circunferência. O que acontece com a medida do arco CD? Não se alteram, independentemente da posição de **B**.
c) com a ferramenta movimente o ponto **B** de maneira que o ângulo CAD seja o dobro do ângulo CED? Sim.

5 Dizemos que um triângulo está inscrito em uma semicircunferência quando um vértice dele está sobre a semicircunferência e os outros dois vértices são extremidades de um diâmetro.
Com base nisso e utilizando o **GeoGebra**, junte-se a um colega, e construam um triângulo BCD inscrito em uma semicircunferência de centro **A** e diâmetro BC e meçam os ângulos internos desse triângulo. Em seguida, utilizando a ferramenta movimentem o vértice **D** e identifiquem uma característica desse triângulo em relação à classificação de acordo com as medidas dos ângulos internos dele. Por fim, utilizem a relação entre o ângulo central e um ângulo inscrito correspondentes a um mesmo arco de circunferência para justificar a conclusão de vocês. Respostas nas Orientações para o professor.

Ajusta-se automaticamente de acordo com a posição do ponto **B**.



Acompanhe agora outros exemplos de fatoração de polinômios utilizando essa mesma estratégia.

a) $6a^2b^2 - 9a^4c =$
$= 2 \cdot 3 \cdot a \cdot a \cdot a \cdot b \cdot b - 3 \cdot 3 \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot c =$
$= 3a^2 \cdot 2b^2 - 3a^3 \cdot 3ac = 3a^2 \cdot (2b^2 - 3ac)$

Resposta esperada: Não, pois o único fator comum entre os termos desse polinômio é o número 1.

PENSAR E PRATICAR
É possível fatorar o polinômio $7a^2c + 5b^2d - 8$ colocando um fator comum em evidência? Justifique.

b) $14x^2y^4 - 10x^4y^3 + 2xy^3 =$
$= 2 \cdot 7 \cdot x \cdot x \cdot y \cdot y \cdot y \cdot y - 2 \cdot 5 \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot y \cdot y \cdot y + 2 \cdot x \cdot y \cdot y \cdot y =$
$= 2xy^3 \cdot 7xy - 2xy^3 \cdot 5x^3 + 2xy^3 \cdot 1 = 2xy^3 \cdot (7xy - 5x^3 + 1)$

Fatoração de polinômios: agrupamento

Outra estratégia de fatoração de polinômios é realizar agrupamentos de termos que possuem fator comum.

Observe, por exemplo, as etapas para fatorar o polinômio $3ab + 2b^2 - 2b - 3a$ com essa estratégia.

1ª Note que não há um fator, diferente de 1, comum a todos os termos. Assim, **comutamos** e agrupamos os termos que possuem fator comum de maneira conveniente e colocamos esse fator em evidência em cada agrupamento.

$3ab + 2b^2 - 2b - 3a =$
$= 3ab - 3a + 2b^2 - 2b =$
$= 3a(b - 1) + 2b(b - 1)$

2ª Na expressão obtida, os termos possuem $b - 1$ como fator comum. Assim, segue que:

$3a(b - 1) + 2b(b - 1) =$
$= (b - 1)(3a + 2b)$

Portanto, $(b - 1)(3a + 2b)$ é uma forma fatorada do polinômio $3ab + 2b^2 - 2b - 3a$.

Agora, acompanhe exemplos de outros polinômios fatorados por agrupamento.

a) $7xy^2 - y^3 - 14x + 2y =$
$= 7xy^2 - 14x - y^3 + 2y =$
$= 7x(y^2 - 2) - y(y^2 - 2) =$
$= (y^2 - 2)(7x - y)$

b) $8m^4 - 3n^3 - 6mn + 4m^3n^2 =$
$= 8m^4 - 6mn + 4m^3n^2 - 3n^3 =$
$= 2m(4m^3 - 3n) + n^2(4m^3 - 3n) =$
$= (4m^3 - 3n)(2m + n^2)$

Glossário
Comutar: nesse caso, está aplicado no sentido de realizar troca.

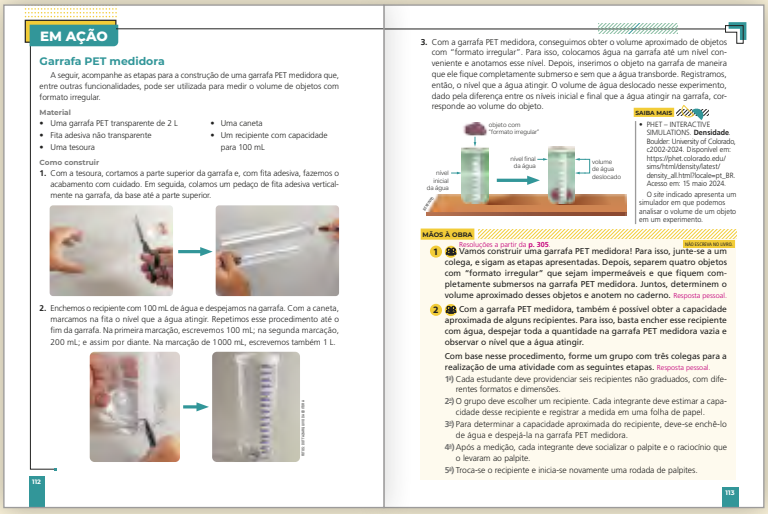
PENSAR E PRATICAR
Explique a um colega o que foi realizado em cada etapa da fatoração nos exemplos da 2ª etapa.
Resposta nas Orientações para o professor.

GLOSSÁRIO: Boxe em que algumas palavras utilizadas nos textos estão destacadas, e o significado correspondente é apresentado contribuindo para a compreensão das informações oferecidas.

PENSAR E PRATICAR: Boxe em que são propostas aos estudantes questões conceituais ou do cotidiano com o objetivo de fazê-los argumentar sobre certas informações e fazer inferências, além de compartilhar vivências.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

EM AÇÃO: Esta seção propõe aos estudantes a construção de instrumentos, o desenho de figuras e a realização de jogos que possibilitam a participação ativa deles na atividade e a interação com os colegas por meio de trabalho cooperativo. Além disso, eles têm a oportunidade de retomar e ampliar o estudo de conceitos tratados na Unidade e desenvolver o raciocínio lógico-matemático.


EM AÇÃO

Garrafa PET medidora

A seguir, acompanhe as etapas para a construção de uma garrafa PET medidora que, entre outras funcionalidades, pode ser utilizada para medir o volume de objetos com formato irregular.

Material
- Uma garrafa PET transparente de 2 L
- Fita adesiva não transparente
- Uma tesoura
- Uma caneta
- Um recipiente com capacidade para 100 mL

Como construir
1. Com a tesoura, cortamos a parte superior da garrafa e, com fita adesiva, fazemos o acabamento com cuidado. Em seguida, colamos um pedaço de fita adesiva verticalmente na garrafa, da base até a parte superior.
2. Enchemos o recipiente com 100 mL de água e despejamos na garrafa. Com a caneta, marcamos na fita o nível que a água atingir. Repetimos esse procedimento até o fim da garrafa. Na primeira marcação, escrevemos 100 mL; na segunda marcação, 200 mL; e assim por diante. Na marcação de 1 000 mL, escrevemos também 1 L.
3. Com a garrafa PET medidora, conseguimos obter o volume aproximado de objetos com "formato irregular". Para isso, colocamos água na garrafa até um nível conveniente e anotamos esse nível. Depois, inserimos o objeto na garrafa de maneira que ele fique completamente submerso e sem que a água transborde. Registramos, então, o nível que a água atingir. O volume de água deslocado nesse experimento, dado pela diferença entre os níveis inicial e final que a água atingir na garrafa, corresponde ao volume do objeto.

SAIBA MAIS
- PhET – INTERACTIVE SIMULATIONS. **Densidade**. Boulder: University of Colorado, c2002-2024. Disponível em: https://phet.colorado.edu/sims/html/density/latest/density_all.html?locale=pt_BR. Acesso em: 15 mao 2024.

O site indicado apresenta um simulador em que podemos analisar o volume de um objeto em um experimento.

MÃOS À OBRA
Resoluções a partir da p. 305.

1 Vamos construir uma garrafa PET medidora! Para isso, junte-se a um colega, e sigam as etapas apresentadas. Depois, separem quatro objetos com "formato irregular" que sejam impermeáveis e que fiquem completamente submersos na garrafa PET medidora. Juntos, determinem o volume aproximado desses objetos e anotem no caderno. Resposta pessoal.

2 Com a garrafa PET medidora, também é possível obter a capacidade aproximada de alguns recipientes. Para isso, basta encher esse recipiente com água, despejar toda a quantidade na garrafa PET medidora vazia e observar o nível que a água atingir.

Com base nesse procedimento, forme um grupo com três colegas para a realização de uma atividade com as seguintes etapas. Resposta pessoal.

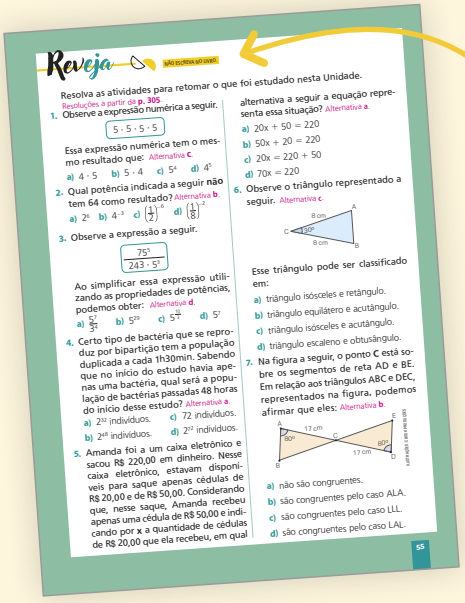
1º) Cada estudante deve providenciar seis recipientes não graduados, com diferentes formatos e dimensões.

2º) O grupo deve escolher um recipiente. Cada integrante deve estimar a capacidade desse recipiente e registrar a medida em uma folha de papel.

3º) Para determinar a capacidade aproximada do recipiente, deve-se enchê-lo de água e despejá-la na garrafa PET medidora.

4º) Após a medição, cada integrante deve socializar o palpite e o raciocínio que o levaram ao palpite.

5º) Troca-se o recipiente e inicia-se novamente uma rodada de palpites.


Reveja

Resolva as atividades para retomar o que foi estudado nesta Unidade.

1. Observe a expressão numérica a seguir.

$5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$

Essa expressão numérica tem o mesmo resultado que: Alternativa c.
a) $4 \cdot 5$ b) $5 \cdot 4$ c) 5^4 d) 4^5

2. Qual potência indicada a seguir não tem 64 como resultado? Alternativa b.
a) 2^6 b) 4^{-2} c) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-6}$ d) $\left(\frac{1}{8}\right)^{-2}$

3. Observe a expressão a seguir.

$\frac{75^5}{243 \cdot 5^2}$

Ao simplificar essa expressão utilizando as propriedades de potências, podemos obter: Alternativa d.
a) $\frac{5^3}{3^5}$ b) 5^{29} c) $5^{\frac{5}{2}}$ d) 5^3

4. Certo tipo de bactéria que se reproduz por bipartição tem a população duplicada a cada 1h30min. Sabendo que no início do estudo havia apenas uma bactéria, qual será a população de bactérias passadas 48 horas do início desse estudo? Alternativa a.
a) 2^{32} indivíduos. c) 72 indivíduos.
b) 2^{48} indivíduos. d) 2^{72} indivíduos.

5. Amanda foi a um caixa eletrônico e sacou R$ 220,00 em dinheiro. Nesse caixa eletrônico, estavam disponíveis para saque apenas cédulas de R$ 20,00 e de R$ 50,00. Considerando que, nesse saque, Amanda recebeu apenas uma cédula de R$ 50,00 e indicando por x a quantidade de cédulas de R$ 20,00 que ela recebeu, em qual alternativa a seguir a equação representa essa situação? Alternativa a.
a) $20x + 50 = 220$
b) $50x + 20 = 220$
c) $20x = 220 + 50$
d) $70x = 220$

6. Observe o triângulo representado a seguir. Alternativa c.

Esse triângulo pode ser classificado em:
a) triângulo isósceles e retângulo.
b) triângulo equilátero e acutângulo.
c) triângulo isósceles e acutângulo.
d) triângulo escaleno e obtusângulo.

7. Na figura a seguir, o ponto C está sobre os segmentos de reta AD e BE. Em relação aos triângulos ABC e DEC, representados na figura, podemos afirmar que eles: Alternativa b.

a) não são congruentes.
b) são congruentes pelo caso ALA.
c) são congruentes pelo caso LLL.
d) são congruentes pelo caso LAL.

55

Reveja: Esta seção, localizada no fim de cada Unidade, apresenta questões objetivas que abordam conceitos estudados, propondo um momento avaliativo e de reflexão, tanto para os estudantes quanto para você, professor.

SELOS

As cores não são reais.

Imagem fora de proporção.

Para representar melhor certos conceitos, algumas ilustrações podem alterar a proporção de tamanho entre os elementos ou empregar cores que não são as reais. Quando isso acontecer, a ilustração apresentará algum destes selos.

ATIVIDADE ORAL
Este ícone indica que a resposta da atividade deve ser realizada oralmente pelos estudantes.

ATIVIDADE EM DUPLA/GRUPO
A realização das atividades indicadas com este ícone pode ser feita com a turma organizada em duplas ou em pequenos grupos.

TECNOLOGIA
Nas atividades em que é indicado este ícone, os estudantes exploram o uso de ferramentas tecnológicas na resolução, como calculadora ou *softwares*, por exemplo.

FERRAMENTAS DE DESENHO
Para resolver as atividades identificadas com este ícone, será necessário que os estudantes utilizem algum instrumento de desenho ou de medição.

VÍDEO · *PODCAST* · INFOGRÁFICO · IMAGEM AMPLIADA · CARROSSEL DE IMAGENS

Objetos Educacionais Digitais

Nas páginas do Manual do professor em U nas quais houver algum desses ícones, você encontrará uma breve descrição do que é apresentado no objeto educacional digital.

Os *sites* indicados nesta obra podem apresentar imagens e eventuais textos publicitários junto ao conteúdo de referência, os quais não condizem com o objetivo didático da coleção. Não há controle sobre esses conteúdos, pois eles estão estritamente relacionados ao histórico de pesquisa de cada usuário e à dinâmica dos meios digitais.

FUNDAMENTOS TEÓRICOS E METODOLÓGICOS DA COLEÇÃO

Em uma sociedade globalizada, o ensino de Matemática tem papel fundamental na consolidação da formação de cidadãos conscientes, críticos e participativos. O incentivo a práticas reflexivas e à mobilização de vivências trazidas pelos estudantes no estudo da Matemática na Educação de Jovens e Adultos pode favorecer o desenvolvimento de estratégias para a resolução de problemas do dia a dia e a quebra de paradigmas.

Nesta coleção, os fundamentos teóricos e metodológicos envolvidos nos processos de ensino e de aprendizagem buscam favorecer o trabalho coletivo e colaborativo como uma maneira de incentivar a participação, a empatia, a reflexão e a comunicação entre os estudantes.

Sempre que possível, procurou-se propor os conceitos matemáticos a partir dos conhecimentos prévios dos estudantes, alicerces para a construção de novos conhecimentos. O encadeamento dos conteúdos matemáticos foi pensado com a finalidade de convidar os estudantes a expor e escutar ideias, a formular, confrontar e comunicar procedimentos de resolução de problemas, a argumentar e validar pontos de vista.

Os Volumes desta coleção foram organizados para apoiar seu trabalho, professor, procurando, quando possível, fazer uso de diferentes tendências metodológicas. As propostas interdisciplinares e as temáticas de caráter social presentes ao longo dos Volumes desta coleção oferecem elementos para que os estudantes entrem em contato com situações contextualizadas para trabalhar nas atividades processos cognitivos diversos, como analisar, sintetizar, comparar informações, argumentar, produzir inferências, entre outros.

CONTEXTO DA EJA NO BRASIL

A Educação de Jovens e Adultos (EJA) pode ser compreendida como direito das pessoas que tiveram interrompido o acesso à Educação Básica na idade própria. Trata-se de pessoas de diferentes faixas etárias, culturas, vivências e trajetórias profissionais, ou seja, um público heterogêneo, com metas, ideais, desejos e projetos de vida diversos. Logo, é importante pensarmos um ensino que potencialize a diversidade, promova a troca de experiências e seja capaz de construir conhecimentos a partir das múltiplas trajetórias.

CESAR DINIZ/PULSAR IMAGENS



Sala de aula de EJA na comunidade quilombola Mata Cavalo de Cima, em Nossa Senhora do Livramento (MS), 2020.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

Esse cenário tem proporcionado o crescimento de políticas públicas e estudos que apontam para formas mais apropriadas de caracterização da EJA como modalidade de ensino, implicando mudanças curriculares e ampliação de sua abrangência. A fim de enriquecer o estudo e a compreensão desse tema, a seguir, apresentamos alguns aspectos a respeito do contexto da EJA no Brasil.

Histórico e marcos legais da EJA no Brasil

As primeiras ações educativas voltadas para jovens e adultos não escolarizados no Brasil remontam ao período colonial. No entanto, essas iniciativas eram coordenadas por religiosos missionários, sendo pouco ou quase nada oficializadas, uma vez que o acesso à escolarização e à cidadania era compreendido como privilégio das elites econômicas.

Em 1925, já no período republicano, por meio da Reforma João Alves, foi instituído o ensino noturno para jovens e adultos, com o intuito de atender aos interesses de movimentos mobilizados por grupos civis e sociais que lutavam contra o analfabetismo. Por trás desses movimentos, havia um ideário nacionalista cujo objetivo era aumentar o contingente eleitoral (uma vez que, na época, as pessoas não alfabetizadas eram proibidas de votar – e permaneceram sem esse direito até 1985) e manter a ordem social, principalmente nos centros urbanos.

O processo crescente de urbanização e industrialização do país, ocorrido a partir da década de 1940, e a necessidade de qualificação da mão de obra, marcaram o início de importantes políticas públicas oficiais de educação para o público jovem e adulto. Destacam-se a criação do Fundo Nacional de Ensino Primário (1942), do Serviço de Educação de Adultos (1947), da Campanha de Educação de Adultos (1947), da Campanha de Educação Rural (1952) e da Campanha Nacional de Erradicação do Analfabetismo (1958).

No início dos anos 1960, em um contexto de criação de diversos movimentos culturais, sociais e políticos, ganha força a ideia de educação popular. Nesse período, foram criadas diversas experiências de educação popular, como o Movimento de Educação de Base (MEB), da Conferência Nacional dos Bispos do Brasil (CNBB), em 1961; os Centros Populares de Cultura (CPC), em 1962; e o Programa Nacional de Alfabetização do Ministério da Educação e Cultura, em 1964, coordenado por Paulo Freire.

O educador Paulo Freire teve participação fundamental na constituição da educação de jovens e adultos no Brasil e da educação popular. Ele estabeleceu importantes referenciais teóricos e pedagógicos para o trabalho com adultos, organizando iniciativas educativas que consideravam a realidade dos estudantes e destacavam a importância da conscientização política e da participação popular na vida pública.

No entanto, com o golpe civil-militar de 1964, as iniciativas de educação popular ligadas ao governo foram encerradas. Em 1967, foi criado o Movimento Brasileiro de Alfabetização (Mobral), um programa de alfabetização e educação continuada de adultos. Em 1971, o ensino supletivo foi instituído pelo governo e a educação de jovens e adultos expandiu-se para todo o antigo Primeiro Grau (correspondente ao atual Ensino Fundamental). O ensino supletivo poderia ser ofertado a distância, por

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

correspondência, e seguia a mesma organização curricular do ensino regular, porém de forma compactada e sem relação com as necessidades e anseios de jovens e adultos.

Em 1985, o fim da ditadura civil-militar levou à extinção do Mobral. A partir de então, as políticas da EJA adquiriram novas particularidades pedagógicas e legais, que passaram a nortear a modalidade. Esse processo teve início com a promulgação da Constituição Federal de 1988, também conhecida como Constituição Cidadã. Em sua versão mais recente, o artigo 208 do texto constitucional define a educação como responsabilidade do Estado e a reconhece como direito de todos, independentemente da idade.

> Art. 208 - O dever do Estado com a educação será efetivado mediante a garantia de:
> [...]
> I - educação básica obrigatória e gratuita dos 4 (quatro) aos 17 (dezessete) anos de idade, assegurada inclusive sua oferta gratuita para todos os que a ela não tiveram acesso na idade própria; [...]
> [...]
> II - progressiva universalização do ensino médio gratuito (Brasil, [2024]a).

A Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDBEN), de 1996, em seus artigos 37 e 38, especificou os critérios para o estabelecimento da EJA. Instituiu a oferta das etapas do Ensino Fundamental e Médio, garantiu a sua gratuidade e o respeito às particularidades do estudante da EJA, assim como aos seus interesses e às suas condições de vida e de trabalho. A LDBEN previu, ainda, a manutenção dos exames e cursos de habilitação para continuação dos estudos, mediante certificação. Também estabeleceu a idade mínima para o acesso aos exames: 15 anos, para conclusão do Ensino Fundamental; e 18 anos, para conclusão do Ensino Médio.

O primeiro desdobramento da LDBEN ocorreu no ano 2000, quando foram aprovadas as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação de Jovens e Adultos (resolução CNE/CEB nº 1), com parecer do educador Carlos Roberto Jamil Cury (1945-). Os documentos reconheceram a Educação de Jovens e Adultos como modalidade da Educação Básica e serviram de referência operacional para a oferta da modalidade nas unidades educacionais. Além disso, garantiram o direito à equidade, ao restabelecer o direito à educação dos estudantes da EJA e, também, à alteridade, ao garantir o respeito à individualidade e aos conhecimentos e valores desses sujeitos.

Outra decorrência da Lei de Diretrizes e Bases e das Diretrizes Curriculares Nacionais para a EJA foi a criação do Exame Nacional para Certificação de Competências de Jovens e Adultos (Encceja), em 2002, instrumento para verificação dos conhecimentos dos estudantes que não concluíram sua escolarização na idade considerada adequada. O Encceja unificou em um único exame as inúmeras avaliações que certificavam a conclusão das etapas do Ensino Fundamental e Médio e permitiu aos estudantes, tendo eles frequentado a escola ou não, continuar os estudos no ensino regular ou em outro segmento da EJA. Além de contribuir para a certificação dos estudantes, o exame fornece dados para secretarias municipais e estaduais e para o Ministério da Educação formularem políticas públicas direcionadas a essa modalidade.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

As normas estabelecidas pelas Diretrizes Curriculares e pelo parecer foram revisitadas em outras diretrizes, como as Diretrizes Operacionais para a Educação de Jovens e Adultos de 2010 e de 2021. No entanto, mesmo com os avanços obtidos por meio da legislação e o reconhecimento das especificidades dos múltiplos sujeitos da EJA, ainda há muitos desafios a serem superados, como inadequação do mobiliário escolar, construção curricular, disponibilidade de investimentos, políticas de avaliação e ausência de formação docente inicial e continuada.

Cenários da EJA

Em 2023, segundo dados da Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios Contínua (Pnad Contínua), havia no Brasil 9,3 milhões de pessoas analfabetas com 15 anos ou mais de idade, o que corresponde a uma taxa de analfabetismo de 5,4%. Dessas pessoas, 54,7% (5,1 milhões de pessoas) viviam na Região Nordeste e 22,8% (2,1 milhões de pessoas) na Região Sudeste.

No Brasil, o analfabetismo está concentrado nos grupos populacionais mais velhos. Em 2023, eram 5,2 milhões de analfabetos com 60 anos ou mais, o que equivale a uma taxa de analfabetismo de 15,4% para esse grupo etário. Entre os mais jovens, nota-se uma queda no analfabetismo: 9,4% entre as pessoas com 40 anos ou mais; 6,5% entre adultos com 25 anos ou mais; e 5,4% entre a população de 15 anos ou mais. Esses resultados indicam que as gerações mais novas estão tendo maior acesso à educação e, em sua maioria, sendo alfabetizadas na idade considerada adequada.

Ainda segundo a Pnad Contínua 2023, 9 milhões de pessoas, entre 14 e 29 anos, não completaram o Ensino Médio por nunca terem frequentado essa etapa ou por terem abandonado os estudos ao longo de alguma etapa da Educação Básica. Quando questionados sobre as razões pelas quais foram levados ao abandono escolar, os homens alegaram a necessidade de trabalhar como principal fator, seguido da falta de interesse em concluir os estudos. As mulheres também apontaram a necessidade de trabalhar como principal fator de desistência escolar, seguido de gravidez e falta de interesse em concluir os estudos.

Esses dados revelam que há demanda por vagas na EJA. No entanto, nos últimos anos, ocorreu uma diminuição no número de matrículas na EJA. Segundo dados do Censo Escolar 2023, de 2019 a 2023, essa redução foi de 20,9%.

A falta de investimentos necessários no fomento, no auxílio estudantil e em estruturas adequadas das escolas ajuda a explicar a diminuição da oferta de vagas na modalidade da EJA. Além disso, devem ser considerados os impactos da pandemia de covid-19 e a adoção do ensino remoto, entre 2020 e 2021. Essa experiência de distanciamento físico foi mais complexa para os estudantes da EJA, por causa dos impactos da doença em si e de seu tratamento, da dificuldade de diálogo e interação entre professores e estudantes, da falta de conhecimento e habilidade dos estudantes com o uso de tecnologias educacionais e da ausência de suporte técnico dos órgãos governamentais de educação.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

Perfil dos estudantes da EJA

No início da implantação das primeiras políticas oficiais da Educação de Jovens e Adultos, a modalidade cumpria o papel de proporcionar escolarização a quem nunca havia frequentado a escola e, principalmente, de alfabetizar o grande contingente de pessoas que não sabia ler e escrever. Nos últimos 30 anos, no entanto, observa-se uma mudança no perfil da EJA, e a principal função dessa modalidade passa a ser acelerar os estudos de pessoas com grande defasagem em relação à idade escolar considerada adequada.

Em sala de aula, esses sujeitos são reflexo da diversidade da própria sociedade brasileira: jovens, adultos, pessoas idosas, brancos, negros, indígenas, quilombolas, trabalhadores urbanos e rurais, população privada de liberdade, pessoas com deficiência, população LGBTQIAPN+ (lésbicas, *gays*, bissexuais, transexuais, pessoas *queer*, intersexuais, assexuais, pansexuais, não binárias e outras designações) e tantos outros que carregam consigo diferentes experiências sociais, escolares, familiares e profissionais. Muitos desses estudantes sofreram processos contínuos de exclusão escolar, como reprovação, evasão, ingresso precoce no mundo do trabalho e *bullying*.

Os estudantes da EJA trazem uma marca singular: a condição de vivenciarem, em suas trajetórias pessoais e escolares, a negação de direitos básicos e, ainda, de estarem mergulhados nas desigualdades sociais que marcam a sociedade brasileira. São pessoas que experienciaram sistematicamente a impossibilidade de acessar bens educacionais, culturais e sociais, além de serem marcadas por uma inserção subalternizada no mundo do trabalho, seja formal ou informal.

Em tempos recentes, a EJA passou a ser também espaço de acolhimento, inclusão e solução para trajetórias educacionais de insucesso, o que tem implicado um processo bastante significativo na modalidade: a sua juvenilização, ou seja, a entrada de uma quantidade expressiva de jovens a partir de 14 anos nas turmas da EJA. Para esses estudantes, o retorno à escola representa, entre outros aspectos, a obtenção de certificação escolar e, consequentemente, a possibilidade de inserção no mercado de trabalho ou a melhoria das condições de empregabilidade.

Outro sujeito presente nas salas de aula da EJA são as pessoas idosas. Muitas não estão mais em busca de qualificação profissional, e sim de acessar novos conhecimentos, inspirar filhos e netos e viver experiências das quais foram privadas pela necessidade de trabalhar, de estar com a família ou mesmo pela falta de oportunidades. Muitas se sentem incapazes e invisíveis e esperam poder, nessa oportunidade escolar, reelaborar tal imagem que têm de si, recuperando a autoestima e encontrando novos espaços de sociabilidade (Santos, 2022).

Há, ainda, as pessoas privadas de liberdade, que têm o direito de conceber planos para o futuro que envolvam sua ressocialização e reintegração à sociedade. Um dos meios de recuperar vínculos sociais é prosseguir com a formação escolar na EJA e obter certificações, conhecimentos e atitudes que facilitem seu reingresso nas mais variadas esferas da vida, sobretudo nos setores produtivos.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

Tendo em vista a diversidade de sujeitos da EJA, considerar os estudantes e suas realidades permite ao professor construir práticas que coloquem a ação dialógica no centro da relação pedagógica, de modo que os educandos sejam incentivados e reconhecidos como sujeitos cognoscentes, capazes de elaborar conhecimento e se apropriar de ferramentas para a leitura da palavra e do mundo (Freire, 1996).

Para os estudantes da EJA que passam por processos de reinserção escolar, os sentidos e a finalidade desse momento devem ser construídos com delicadeza pela escola e pelo professor, em uma relação pedagógica acolhedora e respeitosa. As práticas educativas devem ser ressignificadas, de modo que os educandos possam vivenciar suas identidades culturais e, assim, na relação uns com os outros e com o professor, possam se identificar mais profundamente e reconhecer, com base em seus próprios processos de conscientização, as marcas identitárias diversas – individuais e coletivas – que o compõem como sujeito.

Ao considerar a Matemática como uma área frequentemente associada a um baixo rendimento acadêmico, à ansiedade e ao desenvolvimento de emoções negativas, o professor precisa assumir a convicção de que todos os estudantes podem aprender e alcançar os objetivos esperados em relação a essa área, independentemente das características individuais, dos percursos ou das histórias pessoais de cada estudante. Transformar a maneira com a qual os estudantes se relacionam com a Matemática é possível quando o trabalho pedagógico é orientado pelo docente no sentido de despertar o espírito investigativo e a curiosidade deles, incentivando o levantamento de hipóteses, procurando conhecer suas explicações dos fenômenos cotidianos e propiciando o confronto de ideias com o intuito de construir, de maneira gradativa, os conceitos e procedimentos matemáticos.

Os professores da EJA

O professor da EJA deve contar com formação profissional adequada e específica que garanta aos estudantes acesso a conhecimentos, meios para progredir nos estudos e qualificação para o mundo do trabalho. A formação do professor que não incorpora os debates recentes da EJA pode resultar na reprodução de uma prática docente cristalizada em suas memórias como estudante, tanto da Educação Básica quanto do Ensino Superior, reprodutora de determinadas tradições do ensinar e aprender nas quais o conhecimento se desenvolve assentado em currículos imutáveis e práticas pedagógicas verticalizadas.

Esse entendimento está vinculado a uma compreensão da atividade docente como uma constante busca de um fazer bem-sucedido que, para ser legitimado e validado, deve se aproximar dos modelos observados em suas experiências formativas. Porém, na EJA, os atos de ensinar e aprender são expressão cotidiana e inédita, são processos atravessados pela realidade social de seus sujeitos, escolas e comunidades.

Segundo Paulo Freire (1996), ensinar exige reflexão crítica sobre a prática, ou seja, é necessário que os docentes reflitam sobre como organizam os conteúdos, formulam as aulas, mobilizam o livro didático e utilizam diferentes estratégias pedagógicas, em um movimento dinâmico entre fazer e pensar o fazer. Além disso, reconhecer quem são

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

esses educandos, seus modos de estar no mundo, suas culturas e, principalmente, as particularidades dos seus modos de aprender contribui para fortalecer a identidade do professor da EJA.

Assim, é importante que as ações voltadas para a formação de professores da EJA considerem a diversidade cultural do ambiente escolar, as próprias trajetórias dos professores e as dinâmicas sociais nas quais os estudantes estão envolvidos. Desse modo, é possível ao docente atingir experiências mais autônomas e emancipatórias, elaborar currículos mais significativos e criar práticas pedagógicas mais efetivas que contribuam para alcançar um processo de ensino-aprendizagem relevante, garantir a permanência dos estudantes na escola e ajudar a construir uma EJA plural, dialógica e verdadeiramente inclusiva.

O professor da EJA e toda a comunidade escolar assumem, ainda, outro papel de extrema relevância: a busca ativa de estudantes para a formação de turmas. Em comunidades menores em que as relações são mais próximas, esse trabalho delicado de identificação e prospecção de potenciais estudantes da EJA muitas vezes é realizado de porta em porta. Também ocorre por meio da divulgação de cartazes e panfletos, do envio de mensagens de texto e da publicação de postagens em redes sociais. Essas iniciativas geralmente são bem recepcionadas pela sociedade e se mostram essenciais no combate à evasão escolar e à queda no número de matrículas na EJA.

Leitura e escrita: compromisso da EJA

Enquanto no primeiro segmento da EJA a alfabetização proporciona aos estudantes condições básicas para realizarem com autonomia atividades cotidianas – como ler uma receita, ver o preço de um produto em uma prateleira de supermercado, preencher uma ficha, tomar um ônibus ou saber a dosagem de uma medicação –, no segundo segmento da EJA, esse processo se amplia e se aprofunda: a aquisição da leitura e da escrita proporciona aos estudantes um aumento da consciência de suas responsabilidades e de seus direitos, oportuniza novas vivências e torna-se ferramenta de combate a injustiças e desigualdades.

A leitura é uma atividade que permite a apropriação dos registros e expressões formais e simbólicas de uma certa cultura, assim como o reconhecimento de diferentes formas de ser e estar no mundo. Os atos de ler e escrever são atividades diárias, contínuas, intrinsicamente relacionadas à vida humana e, por isso, um compromisso de todas as áreas do conhecimento, não somente uma incumbência do professor de Língua Portuguesa. Independentemente do conteúdo abordado, só se aprende a ler, de fato, lendo, assim como só se pode depreender plenamente o processo de escrita escrevendo.

Ao conhecerem, compreenderem e adentrarem o universo dos estudantes, os professores podem selecionar textos que sejam adequados à realidade dos sujeitos da EJA, fomentando o gosto pela leitura, entusiasmando-os e incentivando-os. Leitores competentes não só compreendem o que está escrito em um texto mas também são capazes de identificar elementos que podem estar implícitos e estabelecer relações com outros textos. O papel do educador é primordial nesse processo, pois pode fornecer pistas para

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

antecipar o que está escrito, instigar os estudantes a reiteradamente retomar questões de forma contínua, reelaborar conceitos, acionar conhecimentos prévios e propiciar a verificação de hipóteses iniciais.

Já a escrita é parte do processo de interação entre as pessoas e da interpretação dessa interação (Soares, 2002). Dominar a língua escrita permite não só compreender um instrumento de codificação e poder como também compreender criticamente a realidade. O ensino da escrita deve levar os estudantes a desenvolver a capacidade de produzir textos com coesão e coerência, de acordo com a situação comunicativa pretendida, no suporte que seja mais adequado. É essencial que os estudantes participem do processo e compreendam quais práticas sociais requerem o uso da escrita trabalhada; além disso, deve-se verificar as expectativas deles em relação à prática de escrita a ser desenvolvida.

A leitura e a escrita capacitam os estudantes a lidar com as evidências, identificando-as, interpretando-as e (re)utilizando-as em diferentes contextos, o que favorece os processos de argumentar, refutar e (re)estruturar posicionamentos próprios com segurança. Permitem, ainda, a democratização da cultura, assim como a reflexão e a tomada de consciência sobre a realidade, desmistificando-a com um olhar mais crítico. Quando se descobre essa lógica, impulsiona-se o desenvolvimento da autoestima e da autonomia dos sujeitos da EJA, que passam não só a compreender o mundo e a entender o seu papel nele mas também a se sentir pertencentes a ele, tornando-se agentes interventores da realidade.

Letramento digital na EJA

O surgimento de novas tecnologias digitais de comunicação e informação implicou profundas mudanças sociais, políticas e econômicas e revolucionou as formas de ler, escrever e pensar. Ler e escrever em ambientes digitais se tornou uma realidade para muitos, mas ainda se faz necessário desenvolver habilidades que permitam aos seus usuários compreender como as ferramentas funcionam, refletir a respeito dos conteúdos que são disponibilizados nesses meios e entender as implicações éticas, sociais e mesmo cognitivas relacionadas ao uso da tecnologia digital. Letramento digital, então, é a capacidade de comunicar-se em diferentes ambientes digitais, em diferentes contextos, de forma competente e crítica, compreendendo os riscos, as vantagens e os impactos que o uso de ferramentas digitais causa no cotidiano.

Muitas tecnologias digitais estão presentes no dia a dia dos estudantes da EJA: caixas eletrônicos, aplicativos de compras e serviços *on-line*, plataformas digitais de *streaming* de vídeos e músicas, jogos *on-line*, *e-mail*, redes sociais, serviços de mensagens em *smartphones*, entre outras. Para utilizar e compreender essas tecnologias, não basta apenas ler e escrever, é necessário se apropriar de uma certa linguagem digital que se utiliza de sons, cores, *links*, hipertextos, símbolos e janelas. Por essa razão, sempre que possível, é muito importante que esses recursos sejam introduzidos e trabalhados na EJA, de modo a propiciar acesso à informação, reduzir as desigualdades digitais e proporcionar aos estudantes uma vida digital ativa, colaborativa e segura.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

A inclusão e o letramento digital nas salas de aula da EJA devem ocorrer aliadas a práticas pedagógicas que estejam em consonância com o planejamento escolar pretendido. O uso das tecnologias deve ser intencional, favorecer a leitura, a transformação de mundo e a autonomia e promover a socialização de informações entre os estudantes. O letramento digital pode ocorrer por meio de propostas para: realização de pesquisas em *sites* sugeridos pelo professor; acesso a *sites* de cadastro em vagas de emprego; exibição de vídeos e músicas que possam contextualizar um determinado conteúdo; criação de grupos de mensagens virtuais da turma para o compartilhamento de informações; e produção e compartilhamento de conteúdos digitais, como textos, fotografias e vídeos em redes sociais.

Nesta coleção, além das situações que permeiam toda a obra, são propostas seções específicas que buscam incentivar o trabalho com elementos da cultura digital. Na seção **Você Conectado**, são apresentados exemplos que exploram conceitos matemáticos utilizando o *software* de geometria dinâmica **GeoGebra**, a planilha eletrônica **Calc** e a linguagem de programação **Scratch**; em seguida, são propostas atividades para que os estudantes as realizem na prática. O boxe **Saiba Mais** sugere aos estudantes *sites*, simuladores, livros, entre outros recursos que possibilitam articular o tema em estudo a algum elemento externo ao livro didático.

A EJA e a reeducação das relações étnico-raciais

Um dos principais desafios reservados para a modalidade da EJA é a construção de um currículo e de práticas pedagógicas que promovam no cotidiano escolar a reeducação das relações étnico-raciais, de modo a combater diferentes tipos de discriminação na escola e, consequentemente, na sociedade.

Segundo dados do Censo 2022, cerca de 56% da população brasileira se autodeclarou negra. Para valorizar o passado e o presente desse grupo, honrar o papel decisivo que tiveram na formação da sociedade brasileira e combater a discriminação de sua história e cultura, foram promulgadas leis e diretrizes importantes, como a lei nº 11.645, de 10 de março de 2008, que instituiu a obrigatoriedade do estudo de História e Cultura Afro-Brasileira e Indígena nos estabelecimentos de Ensino Fundamental e Ensino Médio, públicos e privados, e as Diretrizes Curriculares Nacionais para



CESAR DINIZ/PULSAR IMAGENS

Professora durante aula de EJA na Escola Municipal Pedro Pereira da Silva na Comunidade Quilombola de Muquém, em União dos Palmares (AL), 2022.

a Educação das Relações Étnico-Raciais e para o Ensino de História e Cultura Afro-Brasileira e Africana (Resolução CNE/CP nº 1, de 17 de junho 2004).

O cumprimento dessas normas, no entanto, ainda é um grande desafio. Em muitos casos, a educação antirracista é considerada desnecessária, pois o racismo estrutural alimenta a crença de que o racismo não existe em nossa sociedade. No entanto, as estatísticas oficiais relacionadas a emprego, escolarização e renda mostram que os negros, em geral, estão em posição de inferioridade em relação aos brancos. Além disso, a naturalização da ideia de que afrodescendentes participaram de nossa sociedade apenas como escravizados ofusca as contribuições preciosas desse grupo para a cultura, o direito, a política, a ciência e a literatura de nosso país.

Ao se trabalharem temas da história e da cultura afro-brasileira e indígena de forma isolada da realidade e das experiências de vida de professores e estudantes, não se questionam as relações de poder que oprimem e segregam determinados grupos étnicos. Por isso, é necessário que as práticas educativas voltadas para o entendimento das relações étnico-raciais sejam de interesse de toda a comunidade escolar.

Mais do que promover a inclusão de conteúdos específicos, as experiências didáticas com temáticas indígenas e negras podem contribuir para que professores e estudantes reconheçam em seus cotidianos determinadas práticas racistas enraizadas e comumente vivenciadas em nossa sociedade. No desvelamento fraterno, coletivo e dialógico dessas práticas, é possível construir caminhos didáticos que venham a colaborar para a construção de uma educação antirracista e relações étnico-raciais mais justas e respeitosas.

A EJA e o combate às violências

Segundo a OMS (2002, p. 5), "violência pode ser definida como o uso da força ou poder de forma intimidadora contra uma pessoa, grupo ou comunidade". Em ambiente escolar, a violência se manifesta com o uso da força ou da agressividade e pode envolver todos os sujeitos da comunidade escolar: alunos, professores, gestores e demais funcionários. Os resultados nas vítimas e nos autores são alarmantes: abandono escolar, prejuízo para a consolidação das aprendizagens, problemas comportamentais e danos à saúde física e mental dos envolvidos.


SVETLANADESIGN06685/SHUTTERSTOCK.COM

Por trás dessas manifestações violentas, estão imbricadas complexas questões sociopolíticas e culturais, como machismo, sexismo, racismo, xenofobia, preconceitos em relação à orientação sexual e identidade de gênero, intolerância contra minorias, normalização e radicalização dos discursos de ódio, uso indevido de substâncias entorpecentes e a própria banalização da violência. Assim, as violências

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

observadas nas escolas nada mais são do que reflexo das violências que se observam e se disseminam em nossa sociedade. São desencadeadas por diversos fatores que estão relacionados à realidade dos estudantes, como convívio familiar, social e cultural.

A violência contra as mulheres, especialmente, é uma grave violação dos direitos humanos e um problema de ordem social e de saúde pública. Segundo a OMS, fatores associados ao risco de as mulheres serem vítimas de violência estão ligados sobretudo à desigualdade de gênero e a aspectos como baixa escolaridade das mulheres, exposição à violência na família de origem, abusos durante à infância e dependência financeira de parceiros. Os custos sociais e econômicos da violência contra as mulheres impactam toda a sociedade: muitas sofrem com o isolamento imposto por seus parceiros e deixam o mercado de trabalho e, consequentemente, perdem autonomia e renda. Também deixam de participar de atividades sociais e coletivas que poderiam ser fonte de apoio e empoderamento.

Para coibir e proibir a violência doméstica e familiar contra as mulheres, foi criada a lei nº 11.340, de 7 de agosto de 2006, a chamada Lei Maria da Penha. E, em 2015, foi promulgada a lei nº 13.104, de 9 de março de 2015, que tipificou o feminicídio e o incluiu no rol dos crimes hediondos. Embora essas leis representem um grande avanço, os números de atos violentos contra mulheres e de feminicídios no país ainda atingem patamares alarmantes. Segundo dados do Fórum Brasileiro de Segurança Pública (FBSP), em 2023, 1 463 mulheres foram vítimas de feminicídio, aproximadamente 1 caso a cada 6 horas (Bueno, 2024, p. 3). Dados de 2022, do mesmo fórum, mostram que, entre as vítimas, 61,1% eram negras, 38,4% brancas, 0,3% amarela e 0,3% indígena. Em 73% dos casos, o autor da violência é um parceiro ou ex-parceiro íntimo da vítima (Bueno, 2024, p. 9).

Muitas estudantes da EJA já viveram ou vivenciam situações de violência e buscam na escola apoio para saírem desse ciclo e ressignificarem suas vidas. Para essas mulheres, a EJA representa um importante espaço para a emancipação e reconstrução da autonomia e autoestima, superação de preconceitos e empoderamento feminino. A escola se torna, ainda, um espaço para a construção de novas relações, mudança de comportamentos e de elaboração de novas identidades culturais.

Para combater as violências dentro da escola, é necessário promover uma cultura da paz, na qual os agentes do processo educativo mantenham um diálogo aberto e franco com os estudantes, coibindo qualquer tipo de ato violento, e utilizem o acolhimento e a escuta como ferramentas para a superação de conflitos. Segundo Lima, Wiese e Haracemiv:

> Desse modo, um processo educativo precisa ser (re)construído tendo como eixo norteador a humanização, a conscientização e a emancipação dos sujeitos, conforme exarado na legislação vigente [...]. Para isso, a sensibilidade de "olhar" para o outro dentro da sua própria realidade, em um exercício de tolerância, de escuta e de alteridade, é fundamental (Lima, Wiese, Haracemiv, 2022).

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

É importante que as escolas desenvolvam projetos que favoreçam a interação respeitosa entre os estudantes. Além disso, o combate às violências também pode ocorrer por meio do trabalho com a valorização da diversidade e propostas alinhadas à identidade dos alunos da EJA. Outra vertente importante do combate à violência é o incentivo ao letramento digital, como ferramenta para evitar a desinformação e os discursos de ódio que fomentam os atos violentos.

Visto que o desempenho em Matemática é considerado socialmente um relevante indicador das capacidades dos estudantes, é particularmente importante, nas aulas desse componente curricular, que sejam também propostas atividades orientadas à promoção da saúde mental dos estudantes, sobretudo no que tange ao combate da violência autoprovocada e a intimidação sistemática (*bullying* e *cyberbullying*), combatendo estereótipos e discriminações de qualquer natureza. Em escala mais ampla, faz-se necessário estimular o bom convívio entre os estudantes e promover o diálogo entre eles. Deve fazer parte do trabalho do professor a busca pelo entendimento entre os estudantes, e entre eles e os demais membros da comunidade escolar, incentivando o bom convívio social entre indivíduos de identidades distintas em relação a saberes e a culturas que carregam.



XAVIER LORENZO/SHUTTERSTOCK.COM

A OBRA DE PRÁTICAS EM MATEMÁTICA

O livro didático é um importante instrumento no processo de ensino e aprendizagem. Considerando o trabalho de Gérard e Roegiers (1998), Pereira (2010) apresenta as funções do livro didático de acordo com duas perspectivas. Em relação ao estudante, são atribuídas aos livros didáticos múltiplas funções, entre as quais: a aprendizagem e o progresso de competências; a estabilização, a avaliação e a integração das aprendizagens; a apresentação da informação rigorosa e de fácil utilização e a educação social e cultural. Na perspectiva do professor, o livro didático tem, entre outros, o papel de: auxiliar do docente no desenvolvimento de suas funções; colaborador na formação contínua dos docentes ao apresentar novos caminhos e estratégias para a renovação de suas práticas pedagógicas; instrumento que auxilia na preparação de aulas e nos processos de avaliação.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

> A aprendizagem pode se tornar mais significativa, quando diferentes formas de representação são contempladas no livro didático. Além de valorizar uma abordagem interdisciplinar com diferentes textos, espera-se que o livro apresente números, equações, figuras, tabelas, gráficos, símbolos, desenhos, fotos, entre outros elementos que contribuem nas estratégias de articulação entre conteúdos e disciplinas. Quanto mais intensas forem a interatividade e a articulação, mais significativa será a aprendizagem. O aluno realiza articulações, quando consegue, por exemplo, a partir da leitura de um texto, montar uma tabela ou um gráfico, equacionar um problema ou descrever um argumento. Deve, ainda, ser estimulado a realizar movimentos em várias direções, tal como a passagem da leitura de uma tabela para a redação de um texto, para uma representação gráfica ou para o exercício da oralidade. Embora o interesse seja trabalhar com representações, não podemos esquecer que a apresentação do conteúdo pressupõe vínculos com os conhecimentos prévios dos alunos, considerando a possibilidade de uso de registros espontâneos (Pais, 2006, p. 52-53).

Nesta coleção, os conteúdos foram organizados levando em consideração os diferentes modos de representação dos objetos matemáticos. Nesse sentido, os estudantes são convidados, em diversos momentos, a dialogar entre si e com você, professor, e a realizar registros que podem se dar de diversas maneiras: utilizando linguagem matemática ou natural (materna), empregando gráficos ou diagramas, usando representações pictóricas ou outras que costumam utilizar no dia a dia, a fim de incentivar a reflexão e a autonomia do pensamento.

Consideramos que o livro didático é um dos recursos educativos que você, professor, tem a seu dispor. Os recursos didáticos como os jogos educacionais, o material dourado, o ábaco, o laboratório de informática e o laboratório de ensino de Matemática são outros elementos que compõem o ambiente educacional e podem auxiliar e enriquecer o processo de ensino e aprendizagem. A prática cotidiana da regência de aula exige cada vez mais que o docente seja dinâmico e procure despertar nos estudantes a curiosidade, o interesse e o prazer de aprender.

Proposta didático-pedagógica

A proposta didático-pedagógica desta coleção tem por objetivo contribuir para uma formação integral do estudante jovem e adulto, não apenas em aspectos cognitivos, mas também em sua formação cidadã. Nela, procurou-se articular, sempre que possível, temas contemporâneos e interdisciplinares a conceitos matemáticos, oferecendo a você, professor, diferentes perspectivas metodológicas em prol do aprimoramento de estratégias a serem aplicadas em sua prática pedagógica.

A fim de sinalizar a proposta didático-pedagógica que fundamentou a elaboração desta coleção, apresentam-se, a seguir, abordagens relacionadas à concepção de Matemática na Educação Básica e ao ensino de Matemática na Educação de Jovens e Adultos.

Concepção de Matemática na Educação Básica

A Matemática e suas ideias estão presentes nos currículos escolares desde a Educação Infantil. O ensino e a aprendizagem da Matemática são marcados por diversas concepções de Matemática tanto por parte de professores quanto dos estudantes.

Para Ponte (1992), as concepções de Matemática, de modo geral, têm uma natureza essencialmente cognitiva e podem estruturar o sentido que damos às nossas experiências com a Matemática e, por vezes, atuar como elemento que bloqueia e limita nossas possibilidades de atuação e compreensão.

> As concepções formam-se num processo simultaneamente individual (como resultado da elaboração sobre a nossa experiência) e social (como resultado do confronto das nossas elaborações com as dos outros). Assim, as nossas concepções sobre a Matemática são influenciadas pelas experiências que nos habituamos a reconhecer como tal e também pelas representações sociais dominantes (Ponte, 1992, p. 185).

Para entender melhor essas concepções, Ponte (1992, p. 196) indica que o saber matemático abrange quatro características fundamentais:

> [...] a *formalização* segundo uma lógica bem definida, a *verificabilidade*, que permite estabelecer consensos acerca da validade de cada resultado, a *universalidade*, isto é, o seu caráter transcultural e a possibilidade de o aplicar aos mais diversos fenômenos e situações, e a *generatividade*, ou seja, a possibilidade de levar à descoberta de coisas novas.

Thompson (1992) destaca que existem concepções de Matemática de ordem pedagógica que podem estar centradas: no conteúdo com ênfase na compreensão conceitual; no conteúdo com ênfase na execução; no estudante; na organização da sala de aula; e no conteúdo com ênfase nas situações problemáticas.

O surgimento de novas orientações curriculares, a participação em ações de formação ou a leitura de materiais educativos podem suscitar novas perspectivas em relação à prática pedagógica.

O ensino de Matemática na EJA

Nos últimos anos, dada a premência da reconstrução e do fortalecimento da EJA como modalidade de ensino, bem como da importância dos conhecimentos matemáticos na formação do estudante da EJA, houve aumento de pesquisas acadêmicas sobre o ensino de Matemática na EJA, com a proposição de abordagens que levam em conta as especificidades do público dessa modalidade. Entretanto, tais discussões e reflexões se apresentam de maneira ainda reduzida na formação inicial e continuada de professores que ensinam Matemática. Com isso, torna-se necessária e urgente a produção de materiais didáticos que auxiliem os professores nas ações pedagógicas com jovens e adultos.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

Essas ações pedagógicas em Matemática visam, em geral, a valorização dos conhecimentos prévios dos estudantes. Pois, para esse público, recorrentemente, não se trata de assuntos novos ou de conceitos desconhecidos, mas sim de processos de validação de fazeres matemáticos que já estão presentes em suas vidas cotidianas e em suas práticas profissionais. No cenário acadêmico, tal preocupação também se evidencia a partir da combinação entre os diversos fatores presentes no contexto da EJA em diálogo com a educação dita regular, conforme destacam Freitas e Pires (2015, p. 164).

> Nesse contexto, em que a questão da especificidade de uma modalidade se confronta com objetivos comuns que ela precisa ter em relação à educação chamada regular, emergem muitas questões a serem respondidas por pesquisadores, sejam elas relativas a processos avaliativos (internos e externos ao ambiente escolar), sejam relativas a currículos, à formação de professores para atuar na EJA, a suas práticas em sala de aula, especialmente suas concepções e crenças quanto a ensinar matemática para a população de EJA.

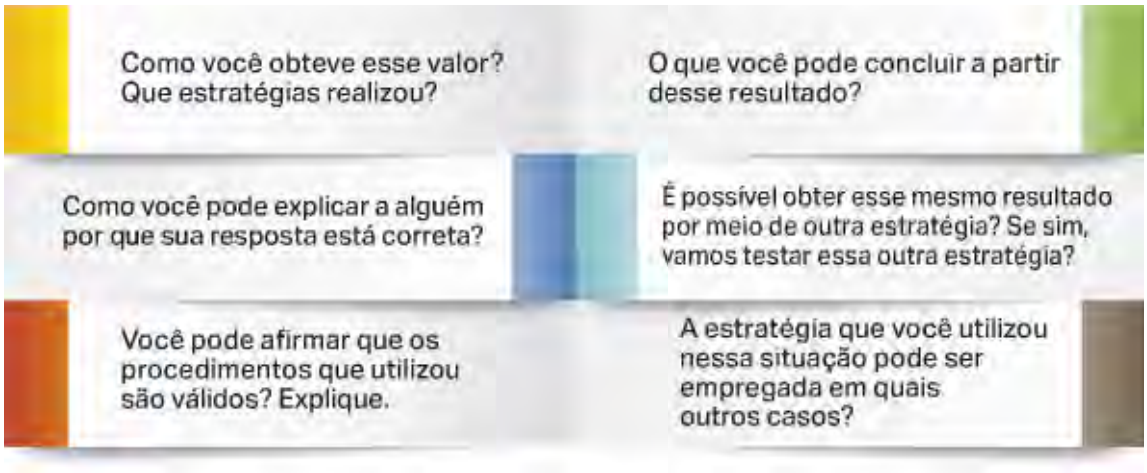
Desse modo, as práticas matemáticas em sala de aula devem ser valorizadas, mas não somente elas, principalmente em virtude das características já citadas emergentes de outras práticas, profissionais ou não, trazidas pelos estudantes, que podem confrontar com as concepções e crenças docentes quanto ao ensino de Matemática. A relação entre os saberes provenientes das práticas, docente e não docente, é entendida como responsável por caracterizar o currículo de matemática na EJA, pois, conforme indicado na Proposta Curricular para a Educação de Jovens e Adultos do Ministério da Educação (Brasil, 2002), a pluralidade sociocultural presente nesse contexto deve proporcionar ao estudante que "se torne agente da transformação do seu ambiente, participando mais ativamente no mundo do trabalho, das relações sociais, da política e da cultura".

Com isso, o ensino de Matemática na EJA deve abordar as ideias matemáticas a partir da realidade da pessoa adulta, evitando inadequações de contextos e procedimentos provenientes do ensino para crianças e adolescentes. Tal abordagem não significa que os conteúdos matemáticos tratados serão em menor quantidade, tampouco que serão privilegiados eixos temáticos mais presentes na vida cotidiana de jovens e adultos. Deve-se, na realidade, privilegiar as conexões entre todos os campos da Matemática, seus conceitos e estratégias, além da relação da Matemática com as demais áreas do conhecimento, proporcionando um entendimento amplo de cada tema.

Para tanto, faz-se necessário criar um ambiente propício que pode ter como base o diálogo e a comunicação. Assim, o professor deve incentivar os estudantes a comunicar (oralmente, por exemplo) ou a registrar (por meio de desenhos, textos, esquemas e outras maneiras de registro) as ideias matemáticas elaboradas mentalmente durante o estudo dos conteúdos. O hábito de expressar ideias matemáticas pode ser desenvolvido questionando os estudantes sobre como pensaram para realizar determinada atividade ou para resolver algum problema ou desafio. As dramatizações também podem ser propostas como um modo de expressão de ideias matemáticas.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

Em relação às características das intervenções por parte sua, professor, elas precisam ser construtivas, a fim de oportunizar que os estudantes revejam posições e percebam incoerências, quando existirem, contribuindo, assim, para a construção do conhecimento. Algumas intervenções que você pode fazer são por meio de questionamentos que levem os estudantes a refletir, como os indicados a seguir.



KAISORN/SHUTTERSTOCK.COM

É importante que os estudantes sejam incentivados a buscar diferentes modos de pensar, ampliando a capacidade cognitiva e a atitude deles diante de novas situações. Aliado a isso, ressalta-se a realização de atividades coletivas e cooperativas, o que favorece a socialização, a troca de ideias, a observação de outros pontos de vista, o reconhecimento de outras maneiras de pensar e de realizar as atividades. Todos esses procedimentos sugeridos podem ser utilizados tanto para mapear conhecimentos, habilidades, atitudes e valores que os estudantes já apresentam e trazem de vivências anteriores como para ampliar e consolidar o repertório e a aprendizagem matemática deles.

Concepção de práticas matemáticas

Os fazeres cotidianos estão permeados de práticas que podem ser entendidas como matemáticas, e estas, por vezes, também podem estar presentes em ações profissionais. Esses fazeres não se reduzem a procedimentos aritméticos ou a processos de organização espacial, como se costumam citar quando se trata de aplicações da Matemática no cotidiano. De acordo com o documento da Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura (Unesco),

> a atividade matemática é, de fato, uma atividade humana com múltiplas facetas, muito longe dos estereótipos atribuídos a ela na cultura popular. Uma educação matemática de qualidade deve, portanto, refletir essa diversidade por meio de diferentes conteúdos matemáticos que sejam apresentados progressivamente aos alunos: propor os problemas ou reformulá-los para torná-los acessíveis a um trabalho matemático, modelar, explorar, conjecturar, experimentar, representar e formular, desenvolvendo linguagens específicas, argumentar e provar,

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

> desenvolver métodos, elaborar os conceitos e relacioná-los dentro de espaços estruturados, trocar e comunicar... Tal educação deve per-mitir que se viva a experiência matemática, ao mesmo tempo como uma experiência individual e como uma experiência coletiva, e que se perceba o que é possível compartilhar, o debate com os outros (Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura, 2016, p. 5).

A Matemática escolar, por muito tempo, foi entendida como aquela que apenas formaliza e generaliza conceitos e busca apresentar os procedimentos otimizados, que serão utilizados de maneira individual. Mais recentemente, com o avanço da Educação Matemática como campo de pesquisa e com o reconhecimento de que a Matemática é praticada por diferentes grupos sociais em contextos de educação não formal, a abordagem dos conhecimentos matemáticos na escola ganhou novos contornos. Desse modo, por **práticas matemáticas**, sempre no plural, devemos entender que se tratam de ações coletivas, que podem ser experimentadas em contextos diversos, na sala de aula e fora dela. Por exemplo, é possível observar práticas matemáticas na ação de pessoas trancistas, na atividade de um feirante, no processo de organização financeira familiar, na produção de utensílios em comunidades de povos originários e, até mesmo, nas redes sociais, no processo de impulsionamento e compartilhamento de informações.

Em cada um dos casos destacados, pode-se considerar que as práticas matemáticas são construídas pelos indivíduos que compõem um grupo social sem que, necessariamente, tenham consciência dos conceitos matemáticos envolvidos. Entretanto, isso não deslegitima os conhecimentos que são provenientes dessas práticas, pelo contrário, os colocam como fruto das necessidades e preocupações sociais em determinados contextos históricos, reafirmando a Matemática como uma construção humana.

Considera-se, portanto, a união do saber prático e do saber escolar e científico como ferramenta para favorecer o processo de aprendizagem matemática.

Papel do professor de Matemática na EJA

A formação inicial e continuada de professores que ensinam Matemática no Brasil ainda não dá o devido espaço para a Educação de Jovens e Adultos em seus componentes curriculares. Assim, o professor, ao se formar, pode não ter discutido e refletido sobre o ensino de Matemática para essa modalidade e, consequentemente, ao ingressar como docente em turmas da EJA, poderá utilizar estratégias que não são próprias e adequadas para o público-alvo. Por exemplo, ainda é comum percebermos a aplicação, para jovens e adultos, de propostas pedagógicas indicadas para faixas etárias mais baixas; ou a proposição de tarefas com contextos que ignoram a realidade dos estudantes, em sua maioria adultos, como pertencentes ao mundo do trabalho. Tal cenário não ocorre por intencionalidade dos docentes, mas sim por estes não terem discutido durante sua formação sobre o ensino de Matemática e o papel do professor no contexto da EJA.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

De toda forma, os cursos de formação de professores já vêm há algumas décadas incluindo o debate sobre a figura docente deslocada do centro da sala de aula, privilegiando as relações dos estudantes com o conhecimento abordado, com seus colegas, com o professor e deste último com o ensino. Esse deslocamento, obviamente, não é suficiente para garantir que o professor que leciona na EJA consiga compreender as especificidades e diversidades de seus estudantes.

Assim, saber sobre os estudantes, no contexto da EJA, é reconhecer a diversidade de suas trajetórias, sejam elas profissionais, de vida ou de situação social, incluindo seus fazeres e práticas matemáticas, e perceber as diferentes metas e projetos presentes em um grupo com variação etária grande. Logo, o papel do professor de Matemática na EJA está além da mediação entre estudantes e conhecimentos matemáticos, está na potencialização dos conhecimentos práticos trazidos pelos estudantes para o contexto da sala de aula, de forma a legitimá-los e validá-los em diálogo com a matemática escolar e acadêmica.

Em relação ao livro didático, procuramos dar autonomia e respeitar sua atuação, professor, conduzindo-o nas **Orientações específicas** a reconhecer alguns momentos nos quais você poderá desafiar, indagar e conduzir os estudantes à reflexão e à problematização de situações que vão além das apresentadas nesta coleção. Cabe destacar também a importância do trabalho em parceria entre o professor de Matemática e os professores de outros componentes curriculares, buscando o planejamento e a realização de aulas integradas e, quando possível, ampliando as atividades na realização de projetos multidisciplinares.

Ensinando estudantes de diferentes perfis

Ao considerar a Matemática como uma área frequentemente associada à ansiedade e ao desenvolvimento de emoções negativas, o professor precisa assumir a convicção de que todos os estudantes podem aprender e alcançar os objetivos esperados em relação a essa área, independentemente das características individuais, dos percursos ou das histórias pessoais de cada estudante. Transformar a maneira com a qual os estudantes se relacionam com a Matemática é possível quando o trabalho pedagógico é orientado pelo docente no sentido de despertar o espírito investigativo e a curiosidade deles, incentivando o levantamento de hipóteses, procurando conhecer suas explicações dos fenômenos cotidianos e propiciando o confronto de ideias com o intuito de construir, de maneira gradativa, os conceitos e procedimentos matemáticos.

O papel do professor em aula relaciona-se a promover oportunidades de aprendizagem para todos os estudantes, independentemente das características pessoais, históricas, sociais e culturais de cada um deles. Ao pensar nessas características, é natural assumirmos que cada estudante possui sua própria identidade, que é desenvolvida por meio das experiências sociais e da trajetória histórica de cada um deles. A identidade

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

de cada estudante é influenciada por diversos fatores, como autoimagem, autoestima, modo como interagem com familiares, colegas e amigos, maneira como se percebe visto pelas outras pessoas, entre outros aspectos.

Pelo fato de cada estudante ter sua própria identidade e, por isso, ser singular, a escola representa um dos ambientes em que o estudante mais mobiliza "quem ele é" de fato. Nessa direção, a escola, e, particularmente, o local de aula, é um espaço profícuo para os estudantes manifestarem sua própria identidade. Com isso, é essencial que o professor tenha condições para lidar com os estudantes que possuem distintas identidades, ou seja, estudantes com diferentes perfis.

O professor, em contextos educacionais, pode mobilizar ações com o objetivo de lidar com estudantes de diferentes perfis, mesmo em turmas mais numerosas. A seguir, apresentamos algumas dessas ações:

KAISORN/SHUTTERSTOCK.COM

- Desenvolver uma cultura de diálogo em aula, problematizando possíveis diferenças dos estudantes e valorizando a liberdade de expressão;
- Valorizar nos debates em aula a importância da empatia, problematizando temas associados à relevância de diferentes grupos para o desenvolvimento social e cultural, independentemente de raça, cor, necessidade especial, gênero etc.;
- Incentivar que os estudantes trabalhem em grupos com colegas que não costumam interagir, valorizando uma cultura de respeito e empatia em aula;
- Utilizar contextos matemáticos que possibilitem a discussão de algum aspecto social, como educação financeira, equidade, justiça social, pluralidade cultural, distribuição de renda, mortalidade infantil, acessibilidade, valorização da ciência, entre outros aspectos;
- Incentivar a utilização de tecnologias digitais com finalidade educacional, como o uso da internet, computador, *smartphones* etc.;
- Organizar debates associando a Matemática com diferentes temas de relevância social, na perspectiva local e global;
- Promover a realização de feiras culturais, incentivando o diálogo de outras áreas do conhecimento com a Matemática.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

Ao desenvolver essas ou outras ações, os professores incentivam que os estudantes mobilizem diferentes nuances de suas próprias identidades. Além disso, por meio delas, os estudantes têm a oportunidade de realizar análises críticas, exercer a criatividade e desenvolver a capacidade de argumentação, possibilitando a manifestação de inferências sobre diferentes temas da sociedade em que vivem e interagem. Essa característica possibilita uma atuação cidadã na sociedade, tanto pelos estudantes quanto pelos professores.

Ao problematizar essas ações, o professor possibilita que uma cultura de respeito seja desenvolvida em contextos educacionais, mesmo em turmas heterogêneas, seja pela diversidade de perfis dos estudantes, seja pela quantidade de estudantes na turma. Essa cultura de respeito proporciona algumas implicações na aula, como: diminuição de diferenças cognitivas entre os estudantes; diminuição da indisciplina; valorização do conhecimento informal; valorização do conhecimento científico; desenvolvimento da autonomia, de atitudes e de valores.



Promover o diálogo e a troca de conhecimentos e experiências entre os estudantes da EJA contribui para o desenvolvimento de habilidades de comunicação e facilita a compreensão de conteúdos matemáticos.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

APRENDIZAGEM MATEMÁTICA NA EJA

A Matemática no contexto escolar, no Ensino regular ou na EJA, é, muitas vezes, temida e considerada pouco importante para grande parte de estudantes que não vê qualquer relação entre o que aprende na aula e o que encontra no cotidiano.

Quando a abordagem é feita exclusivamente de maneira expositiva, a Matemática escolar tende a afastar os estudantes e precisa ser "reinventada" para propiciar um processo de ensino e aprendizagem significativo, criativo, prático e contextualizado de acordo com a realidade social e cultural dos estudantes. Isso acontece, em linhas gerais, por conta da redução da Matemática a uma perspectiva utilitária, bem como de crenças culturais de que a Matemática é uma ciência desconectada da realidade.

Segundo Ausubel, Novak e Hanesian (1980), para a ocorrência de aprendizagem significativa, por exemplo, além de considerar os conhecimentos prévios dos estudantes, é necessária a existência de uma predisposição positiva deles para aprender e materiais de ensino potencialmente significativos. Ao distinguir a aprendizagem significativa de outras aprendizagens, esses autores afirmam que

> [...] a aprendizagem significativa ocorre quando a tarefa de aprendizagem implica relacionar, de forma não arbitrária e substantiva (não literal), uma nova informação a outras com as quais o aluno já esteja familiarizado, e quando o aluno adota uma estratégia correspondente para assim proceder. Aprendizagem automática, por sua vez, ocorre se a tarefa consistir de associações puramente arbitrárias, como na associação de pares, quebra-cabeça, labirinto, ou aprendizagem de séries e quando falta ao aluno o conhecimento prévio relevante necessário para tornar a tarefa potencialmente significativa, e também (independentemente do potencial significativo contido na tarefa) se o aluno adota uma estratégia apenas para internalizá-la de uma forma arbitrária, literal (por exemplo, como uma série arbitrária de palavras) (Ausubel; Novak; Hanesian, 1980, p. 23).

A disposição dos estudantes para aprender não depende somente de sua estrutura cognitiva, mas também de motivação e materiais disponíveis no ambiente educacional, ou seja, de aspectos específicos do meio em que vivem. Os recursos materiais correspondem aos espaços físicos ou virtuais que circundam os estudantes e aos materiais dos quais fazem uso durante a realização das atividades. Os recursos de caráter afetivo dizem respeito às relações estabelecidas entre os estudantes e entre estudante e professor.

Situações que envolvem o cotidiano dos estudantes tendem a motivá-los para o estudo dos conteúdos matemáticos e podem constituir elementos motivacionais em sua predisposição para aprender. Ambientes educacionais diferenciados, também podem promover a motivação, mas sua ausência não pode limitar o trabalho do professor e tampouco inviabilizar o processo de ensino e aprendizagem.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

Ainda que a aprendizagem não seja um ato que se possa compartilhar, pois é algo individual, o trabalho em grupo favorece as interações e a aquisição dos significados atribuídos aos objetos matemáticos durante a atividade.

O uso de computadores, telefones celulares e *tablets* com fins pedagógicos, na EJA pode ser uma ação social de caráter motivacional que promove a interação entre os pares e estimula a elaboração de estratégias e de modos de representação por meio de expressões textual, gráfica e oral.

O ensino de Matemática precisa despertar nos estudantes o prazer de aprender Matemática, e os conceitos matemáticos devem ser compreendidos como elementos que contribuirão não apenas para as estruturas cognitivas mas também para a vida social dos estudantes. Tais conceitos, em algumas situações, podem ser desenvolvidos por meio de atividades que envolvam contextos relacionados ao cotidiano dos estudantes, sejam desafiadoras e favoreçam o raciocínio, a reflexão e o pensamento lógico.

Esta coleção busca valorizar os conhecimentos prévios dos estudantes, o trabalho tanto individual quanto em grupo, a relação com outras áreas do conhecimento, o uso de diferentes tecnologias ou recursos digitais, diversos contextos da possível realidade dos estudantes, entre outros recursos que ajudarão você, professor, na regência da aula.

A seguir, apresentam-se alguns elementos conceituais e algumas estratégias que podem contribuir para a aprendizagem matemática na EJA.

Leitura, investigação, argumentação e inferência nas aulas de Matemática

Considerada uma prática social, a comunicação não se limita ao uso da fala. Ela envolve, também, a produção da escrita, a utilização de símbolos e de expressões pictóricas e corporais, assim como os processos de interpretação dessas diferentes linguagens. A comunicação é, então, essencial para os processos de interação social, processos investigativos e para o desenvolvimento cultural e humano. Dessa maneira, o aperfeiçoamento das competências leitoras e argumentativas dos estudantes é um objetivo que transpassa a Educação Básica, não sendo priorizado somente na área de Linguagens mas também nas outras áreas do conhecimento. Particularmente, o professor de Matemática pode contribuir, de maneira decisiva, na aprendizagem de estratégias de leitura por meio de textos matemáticos ou que contenham dados ou argumentos de natureza matemática os quais possibilitem, entre outros aspectos, que os estudantes realizem inferências.

Nas últimas décadas, as práticas que requerem a mobilização de compreensão leitora, em nível mais complexo, como a inferência, têm se multiplicado e se diversificado. Muitas dessas práticas exigem do leitor a mobilização de conhecimentos matemáticos para interpretar, por exemplo, informações estatísticas veiculadas nas mídias e na publicidade. Com base no desenvolvimento desse nível mais complexo de competência leitora, que vai além da decodificação e compreensão literal, os estudantes podem produzir análises mais reflexivas, com base na criticidade e criatividade acerca

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

do que interpretam, realizando, desse modo, inferências consistentes a respeito da Matemática e de temas relevantes da sociedade. Assim, visando à formação de cidadãos críticos, é importante que os professores ofereçam oportunidades para que os estudantes possam interagir com o exercício desses diferentes níveis de compreensão por meio de textos imagéticos, escritos ou simbólicos que ofereçam pluralidade de ideias e consequentemente de produção de sentidos.

Os processos de investigação, com base na leitura e na interpretação de situações reais ou imagináveis, possibilitam que os estudantes produzam significados para os diferentes objetos da Matemática, principalmente no que diz respeito a criar, interpretar e transitar entre representações pictóricas e simbólicas para resolução de problemas (Barbosa; Ripardo, 2020).

Nessa direção, os textos matemáticos possuem características específicas, sendo necessário que o professor atue como mediador nos processos de interação dos estudantes com esses textos (Oliveira; Pires, 2010). Visando aprimorar a compreensão e a interpretação dos textos matemáticos, incluindo enunciados de situações-problema, você, professor, pode fornecer aos estudantes dados relevantes e condições que, assim como em outras situações similares, possam ser utilizadas na resolução da situação-problema.

A apropriação da linguagem simbólica própria da Matemática tem-se mostrado uma tarefa complexa, com muitos dos obstáculos vinculados à interpretação e à utilização da linguagem algébrica. Nessa direção, o trabalho envolvendo a leitura de textos e a produção de argumentos matemáticos utilizando diversas linguagens – algébrica, discursiva, gráfica, pictórica etc. – tem sido uma estratégia frutífera. O professor pode propor múltiplas tarefas com esse tipo de trabalho, ao solicitar, por exemplo, a leitura e a interpretação de textos que combinam a linguagem discursiva com a gráfica, a produção de argumentação matemática utilizando diversos tipos de linguagem, a tradução de informações expressas em linguagem algébrica para a linguagem discursiva, a escrita e interpretação de textos discursivos que apresentem o desenvolvimento de um problema e sua solução, a leitura e a escrita de relatórios que sintetizem dados expressos em tabelas e gráficos estatísticos, a elaboração de enunciados de problemas, entre outros. A utilização dos diversos tipos de registro próprios da Matemática contribuirá para o desenvolvimento cognitivo dos estudantes e para o aprimoramento da comunicação na aula.

A argumentação, a inferência e o pensamento computacional

Assim como em outras áreas do conhecimento, a Matemática possui características próprias que definem o tipo de conhecimento por ela desenvolvido. O modo de desenvolver **raciocínios matemáticos** é uma dessas características. Nesse tipo particular de raciocínio, a argumentação matemática, a produção de inferências e o pensamento computacional possuem um papel central.

A **argumentação matemática** é indispensável para que os estudantes possam assimilar significados dos objetos matemáticos e desenvolver a racionalidade matemática.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

Para envolver os estudantes em atividades de argumentação matemática, é necessário que você, professor, procure oferecer oportunidades para explorar os porquês de determinados resultados ou situações; resolver desacordos por meio de explicações e justificativas válidas de um ponto de vista matemático; formular conjecturas, investigando a plausibilidade delas, ou refutá-las, ou validá-las por meio da procura de contraexemplos ou da avaliação de demonstrações matemáticas, respectivamente (Boavida; Gomez; Machado, 2002).

Fica evidente, então, que, para desenvolver as capacidades argumentativas dos estudantes, é necessário propor tarefas que devem ir além da simples manipulação de símbolos ou procedimentos matemáticos. É necessário desafiá-los com atividades investigativas que tenham potencial de originar discussões matemáticas, confrontar ideias e resoluções e justificar suas soluções. Nessa direção, é importante propor o uso de diferentes tecnologias para que os estudantes investiguem e explorem conjecturas vinculadas a conceitos e propriedades matemáticas, observem padrões, analisem dados e informações de maneira crítica, modelem e solucionem problemas da vida cotidiana. Nesse processo, é importante propor uma trajetória que conduza os estudantes a compreender como se originam e se formulam as argumentações matemáticas.

Nesta coleção, há momentos propícios para esse tipo de abordagem, como na investigação de relações entre as medidas de ângulos formados por um par de retas paralelas cortadas por uma reta transversal ou no estudo de expressões de cálculo de áreas de figuras planas, entre outros momentos.

A reflexão sobre a maneira na qual se estruturam as argumentações matemáticas nos leva a outro ponto central dos raciocínios matemáticos: a produção de **inferências**. Inferir é o processo por meio do qual se derivam conclusões a partir de certas premissas. Em Lógica, podem-se distinguir três tipos de inferência: as **deduções**, que partem de uma regra geral e uma premissa para inferir um caso particular; as **induções**, que partem de premissas menores e buscam sua generalização mediante a experimentação e a comprovação; e as **abduções**, que partem de dados que descrevem uma situação e colocam uma hipótese que melhor explique ou esclareça esses dados.



GROUND PICTURE/SHUTTERSTOCK.COM

Embora a Matemática, na maioria das vezes, se apoie em inferências dedutivas, os três tipos de inferência têm um papel relevante quando consideramos os processos de produção dos conhecimentos matemáticos. Assim, é importante que os estudantes tenham oportunidades de vivenciar o processo

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

de formulação de raciocínio envolvendo esses três tipos de inferência. Isso é possível quando são propostas formulações de conjecturas com base na experimentação com materiais concretos, apoios visuais e/ou tecnologias digitais, mobilizando a abdução ou a indução, buscando, ademais, contraexemplos para refutá-las e/ou argumentos para validá-las. Essa validação deve ser feita utilizando argumentos embasados em conceitos matemáticos estudados, em relações entre alguns desses conceitos e em raciocínio lógico próprio da natureza dedutiva da área de Matemática, mesmo que não consista em uma demonstração formal. Ao propormos, por exemplo, o estudo de sequências numéricas nesta coleção, é possível incentivar os estudantes a perceber as regularidades entre seus elementos, a inferir sobre a determinação dos elementos seguintes aos apresentados e a conjecturar sobre uma lei de formação que possa reger de maneira não recursiva a composição de tal sequência.

Visando colaborar para que os estudantes construam uma visão integrada da Matemática aplicada a uma realidade na qual as tecnologias ocupam um papel cada vez mais central, é importante que eles também tenham oportunidade de desenvolver o **pensamento computacional**, que envolve a compreensão, a análise, a definição, a modelação, a resolução, a comparação e a automatização de problemas e soluções por meio do desenvolvimento de algoritmos (Brasil, 2013).

Mobilizar o pensamento computacional contribui para o desenvolvimento do: pensamento abstrato, distinguindo níveis de abstração nos problemas para poder solucioná-los; pensamento algorítmico, que requer encontrar uma série de passos eficazes para resolver o problema; pensamento lógico, formulando e excluindo hipóteses; pensamento dimensionável, vinculado à decomposição de um problema em pequenas partes. Podemos ver, assim, que promover o desenvolvimento do pensamento computacional é, também, uma oportunidade rica para que os estudantes desenvolvam o raciocínio matemático. Para isso, o professor não necessita, necessariamente, utilizar tecnologias, considerando a ideia do pensamento computacional despuglado, porém também pode utilizar diferentes tecnologias, como planilhas eletrônicas, *software* de geometria dinâmica, calculadoras e aplicativos que permitam investigar situações matemáticas, auxiliando na elaboração e na interpretação de algoritmos, além de propor a utilização de alguma linguagem de programação e o uso de registros por meio de fluxograma ou algoritmo.

Nesse sentido, na coleção há momentos que possibilitam a você, professor, estimular nos estudantes o desenvolvimento do pensamento computacional, como no estudo de algoritmos desenvolvidos com a linguagem de programação **Scratch**.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

Laboratório de Ensino de Matemática (LEM): um ambiente educacional

A expressão **ambiente educacional** é usada de modo geral para designar o contexto em que ocorrem o ensino e a aprendizagem. Neste texto, ao referir ao ambiente educacional, estamos considerando a perspectiva de Troncon (2014, p. 265), que define esse ambiente

> [...] como o conjunto de elementos, de ordem material ou afetiva, que circunda o educando, que nele deve necessariamente se inserir e que o inclui, quando vivencia os processos de ensino e aprendizado, e que exerce influência definida sobre a qualidade do ensino e a eficácia do aprendizado. Destaque-se que um aspecto particular deste conceito é a inclusão do educando como elemento que participa do ambiente, o que tem a implicação de lhe atribuir responsabilidades na manutenção e no aperfeiçoamento do ambiente que integra.

Esse autor ainda destaca que o ambiente educacional tem impacto na construção do conhecimento dos estudantes, o que, consequentemente, denota a importância e a atenção que deve receber, com o propósito de aprimorá-lo e de aperfeiçoar o processo educacional.

Um ambiente educacional, interno ou externo à escola, é composto basicamente de dois elementos: um de natureza material (mobiliário, iluminação, espaço físico etc.) e outro de caráter afetivo (respeito, segurança, entre outros). É necessário enfatizar que parte importante dos componentes do ambiente educacional é aquela relativa ao ambiente físico em que se dá o aprendizado, ou seja, às condições materiais que cercam o ensino e a aprendizagem.

Um Laboratório de Ensino de Matemática (LEM) pode ser considerado um ambiente educacional munido de material para que professor e estudantes desenvolvam seus trabalhos de ensinar e aprender Matemática. O LEM pode potencializar o trabalho desenvolvido em sala de aula, evitando que o professor precise deslocar grande quantidade de material de um local para outro.

Esse espaço pode ser uma sala, um armário ou outro local dentro da escola, destinado a armazenar o material construído pelos próprios estudantes em conjunto com o professor, materiais industrializados, livros e revistas relacionadas a temas matemáticos, livros didáticos e paradidáticos, jogos, peças que representam sólidos geométricos, instrumentos de medida, calculadoras, computadores, lousa digital, televisor, pôsteres, cartolinas, papéis sulfite, tesouras, entre outros.

Um laboratório com essas características pode ser estruturado por meio do trabalho conjunto entre professores das diferentes áreas e turmas, gestor escolar e outros responsáveis da escola, além da colaboração dos estudantes. Por exemplo, nesta coleção, a seção **Em ação**, em diversas ocasiões, propõe a confecção de jogos, instrumentos e outros materiais que podem ajudar a compor o LEM.

Durante as atividades ou os experimentos realizados em laboratórios, é importante que a segurança e a integridade dos estudantes e de outras pessoas presentes sejam garantidas.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

Outros ambientes para o ensino de Matemática

A sala de aula é um espaço físico considerado um ambiente convencional de ensino e de aprendizagem. Todavia, não é o único espaço em que a construção do conhecimento pode ocorrer.

De acordo com D'Ambrosio (2005, p. 22), o

> [...] cotidiano está impregnado dos saberes e fazeres próprios da cultura. A todo instante, os indivíduos estão comparando, classificando, quantificando, medindo, explicando, generalizando, inferindo e, de algum modo, avaliando, usando os instrumentos materiais e intelectuais que são próprios à sua cultura.

Nesse sentido, os espaços extraescolares, considerados ambientes não convencionais de ensino, podem promover a construção de conhecimentos, além de aspectos essencialmente cognitivos e comportamentais.

Museus, parques recreativos, jardins botânicos, zoológicos, unidades de conservação, feiras, exposições e planetários são exemplos de espaços não convencionais que também podem ser utilizados para o desenvolvimento de atividades de educação formal. Nas **Orientações específicas**, são apresentadas sugestões de ambientes como esses, onde os estudantes podem realizar visitas relacionadas aos conteúdos matemáticos ou a temas abordados em diferentes momentos durante o trabalho com esta coleção.

Podemos considerar que os afazeres do cotidiano envolvem ideias matemáticas, e essas ideias podem não ser apreendidas na escola, mas no ambiente familiar, no ambiente de trabalho ou recebidas de amigos e nas mais diversas situações sociais.

De modo geral, a utilização de ambientes não convencionais para o ensino e a aprendizagem é uma prática pouco explorada na educação formal. O professor interessado em utilizar um espaço não convencional deve fazer um planejamento para evidenciar a compreensão das funções, do funcionamento e das potencialidades desse espaço para a educação formal.

No contexto dos estudantes da EJA, podemos considerar que o ambiente de trabalho e as experiências profissionais podem representar um espaço de aprendizagem com o qual os estudantes podem se identificar e compartilhar vivências. Se possível, organize visitas ao local de trabalho de alguns estudantes para proporcionar momentos de interação entre os estudantes e os conhecimentos matemáticos presentes nesses ambientes e rotinas de trabalho.

Estratégias de cálculo e o uso da calculadora

Nas aulas de Matemática, é importante propor situações que possibilitem aos estudantes utilizarem diferentes estratégias de cálculo, ampliando o repertório deles. Essas estratégias podem envolver cálculos por escrito, cálculo mental, uso de calculadora, planilhas

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

eletrônicas em computador, entre outras. É importante que os estudantes escolham as próprias estratégias, julgando a mais adequada para resolver determinados problemas.

Realizar um cálculo por escrito auxilia os estudantes a registrar e organizar os resultados no papel.

Ao realizar um cálculo mental, são mobilizadas estratégias que visam à agilidade e eficiência na obtenção de uma resposta e é possível trabalhar, de maneira simultânea, a memória, a concentração e até mesmo o raciocínio lógico. Segundo Buys (2001), o cálculo mental permite aos estudantes calcular livremente, sem restrições, desenvolvendo novas estratégias de cálculo ou o uso de números de referência e estratégias que já possuem. Para esse autor, há três características presentes no cálculo mental: operar com números e não com dígitos; usar propriedades elementares das operações e relações numéricas; e permitir o recurso a registros auxiliares em papel.

As calculadoras devem ser um dos instrumentos tecnológicos presentes nas aulas de Matemática e disponíveis aos estudantes, pois o uso delas de maneira reflexiva pode contribuir para o aprendizado, auxiliando os estudantes a investigar e a identificar regularidades e propriedades, generalizar, conferir cálculos por escrito, realizar cálculos mais complexos, tomar decisões etc.

Nesta coleção, são propostas situações que podem incentivar os estudantes a realizar cálculos mentalmente na busca por estimativas, a recorrer à calculadora para identificar padrões ou conferir resultados de cálculos.

Relações com outras áreas do conhecimento e seus respectivos componentes curriculares

O ensino de Matemática na Educação de Jovens e Adultos, além de promover conexões entre os campos da Matemática, deve se relacionar com as demais áreas do conhecimento. O estabelecimento de tais relações, a partir da interação entre componentes curriculares, é uma ação desafiadora independentemente da modalidade de ensino, porém na EJA, pela característica diversa do público-alvo, se apresenta, ao mesmo tempo, como algo complexo e necessário.

Junto às críticas do modelo escolar, que é desconfigurado e engessado, temos, por um lado, a Matemática como uma área compartimentalizada, enquanto, do outro lado, temos uma sociedade *high tech* que a desafia e exige inovações.

Estabelecer relações entre conceitos e ideias próprias da Matemática e de outras áreas do conhecimento, com o propósito de superar a fragmentação dos saberes, possibilita abordar uma situação-problema sob diferentes perspectivas, possibilitando o enfrentamento a esse paradigma.

Durante as aulas de Matemática, algumas situações podem ser aproveitadas pelo professor para estabelecer relações com outras áreas do conhecimento. Uma pergunta feita por um estudante durante o desenvolvimento de um conteúdo matemático, por exemplo, pode ter potencial para desencadear abordagens de conteúdos de outras áreas.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

Para Tomaz e David (2008), os professores dos diversos componentes curriculares podem conversar para levantar aspectos comuns de sua prática e compará-los com os de outro professor que trabalha com os mesmos estudantes, a fim de encontrar alternativas para potencializar as oportunidades de interdisciplinaridade em sala de aula, tornando essa prática mais usual.

Nesse sentido, para a atuação conjunta de professores de diferentes componentes curriculares, sugere-se a estrutura a seguir:

- **Momento 1 – planejamento das atividades**: os professores planejam, conjuntamente, as atividades a serem desenvolvidas em sala de aula. É importantíssimo destacar, no momento de planejamento, os diferentes papéis de cada um dos professores.
- **Momento 2 – implementação das atividades**: os professores implementam as atividades, considerando as especificidades de cada uma das áreas. É importante que algumas das discussões realizadas aconteçam em conjunto.
- **Momento 3 – discussão dos resultados e avaliação**: os professores, após a(s) aula(s), reúnem-se novamente com o objetivo de discutir os resultados observados e avaliar os estudantes. Se necessário, um novo ciclo começa, dando início ao planejamento de novas atividades.

Assim, compreendemos que a promoção de relações entre diferentes áreas do conhecimento pode ser realizada de diversas formas, sem hierarquizá-las, ficando a cargo do professor a escolha da maneira mais adequada à realidade escolar para realizar essa integração. Nesta coleção, em diversas oportunidades, procurou-se estabelecer relações entre a Matemática e outras áreas do conhecimento. Cabe destacar a seção **Conexões**, em que conceitos matemáticos e de outras áreas do conhecimento se articulam para possibilitar a análise de situações oriundas do cotidiano ou do campo científico. Por exemplo, no Volume **II**, Unidade **8** desta coleção, uma das propostas relativas a essa seção visa problematizar a acessibilidade em espaços públicos da cidade. Essa proposta pode ser desenvolvida em conjunto com um professor da área de Ciências Humanas. Inicialmente, esses professores podem se reunir para planejar as atividades que serão implementadas. Para a atuação em aula, ambos os professores podem dinamizar a discussão inicial em conjunto sobre a importância de que os ambientes de uso público sejam acessíveis a todas as pessoas, em particular às pessoas com deficiência. Em seguida, dadas as especificidades, os professores podem fazer discussões singulares sobre os conceitos explorados na seção, como as normas técnicas envolvendo medidas de ângulos para a instalação de pisos táteis (professor de Matemática) e aspectos relacionados a inclusão e combate à discriminação (professor da área de Ciências Humanas). Após o desenvolvimento da(s) aula(s), esses professores novamente se reúnem e discutem os resultados observados na atuação dos estudantes. Se necessário, é possível que eles, juntos, realizem a avaliação dos estudantes.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

METODOLOGIAS ATIVAS E ALGUMAS TENDÊNCIAS EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Metodologias ativas

As constantes modificações que vêm ocorrendo em nossa sociedade, principalmente aquelas associadas ao desenvolvimento tecnológico, desafiam os professores a adotar as chamadas metodologias ativas, ou seja, estratégias de ensino em que os estudantes assumem uma postura ativa na problematização, análise e discussão de situações complexas.

A seguir, são apresentadas informações a respeito de algumas metodologias ativas que podem ser utilizadas no processo de ensino e aprendizagem na Educação de Jovens e Adultos.

SAIBA MAIS

A seguir são apresentadas algumas fontes de pesquisa complementares para obter mais informações sobre metodologias ativas.

Livros

- BACICH, Lilian; MORAN, José (org.). **Metodologias ativas para uma educação inovadora**: uma abordagem teórico-prática. Porto Alegre: Penso, 2018.
- BERGMANN, Jonathan; SAMS, Aaron. **Sala de aula invertida**: uma metodologia ativa de aprendizagem. Tradução: Afonso Celso da Cunha Serra. Rio de Janeiro: LTC, 2018.
- MAZUR, Eric. ***Peer instruction***: a revolução da aprendizagem ativa. Porto Alegre: Penso, 2015.
- BENDER, William N. **Aprendizagem baseada em projetos**: educação diferenciada para o século XXI. Tradução: Fernando de Siqueira Rodrigues. Porto Alegre: Penso, 2014.

Site

- PARANÁ. Secretaria da Educação e do Esporte. **Escola Digital Professor**: metodologias ativas. Curitiba, [ca. 2016]. Disponível em: https://professor.escoladigital.pr.gov.br/metodologias_ativas. Acesso em: 25 jul. 2022.

Sala de aula invertida

A sala de aula invertida, também conhecida como *flipped classroom*, é uma metodologia ativa para a educação que combina modelos presenciais e não presenciais de aprendizagem. Nessa metodologia, as ações dos professores e estudantes em sala de aula são ressignificadas e ocorre, com isso, uma inversão do que geralmente é feito no ensino tradicional.

> A inversão da sala de aula estabelece um referencial que oferece aos estudantes uma educação personalizada, ajustada sob medida às suas necessidades individuais. [...] Educadores precisam encontrar maneiras de chegar até esses estudantes com necessidades muito distintas (Bergmann; Sams, 2018, p. 25).

Tradicionalmente, os professores ministram os conteúdos em sala de aula e, em seguida, propõem algumas tarefas para serem desenvolvidas extraclasse pelos estudantes. Na sala de aula invertida, essa dinâmica é alterada. Basicamente, o estudante estuda, previamente, em casa, materiais (textos, vídeos, *podcasts* etc.) conforme seleção e orientação do professor, para, em seguida, na sala de aula, que se torna o ambiente de aprendizagem ativa, realizar atividades práticas, discussões e reflexões sobre o conteúdo que foi abordado nos estudos prévios (Valente, 2014).

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

Nessa metodologia ativa, há dois momentos distintos que demandam ações específicas dos professores e dos estudantes:

- No **momento 1** (antes da aula, em casa) os estudantes são orientados a estudar o conteúdo planejado pelo professor, utilizando, para esse fim, diferentes meios, como computador, celular, internet, livros, entre outros. Nesse momento, podem ser utilizados materiais construídos pelo próprio professor, como videoaulas ou roteiros de explicações (Pavanelo; Lima, 2017).
- No **momento 2** (durante a aula, na sala de aula) os estudantes com o professor conversam inicialmente sobre as atividades desenvolvidas fora do ambiente escolar. Em seguida, as dúvidas dos estudantes são problematizadas, e são realizadas atividades práticas, discussões e reflexões sobre o conteúdo. Esse momento, geralmente, é caracterizado pelo trabalho dos estudantes em grupos. O professor, por sua vez, orienta-os problematizando suas produções nos diferentes grupos (Pavanelo; Lima, 2017).

Na sala de aula invertida, o professor trabalha presencialmente com as dificuldades dos estudantes e não com a apresentação do conteúdo de maneira expositiva. Portanto, é importante destacar que, ao adotar essa metodologia no encaminhamento de alguma aula, o professor deve oferecer aos estudantes, presencialmente, constantes *feedbacks* a respeito das diferentes atividades desenvolvidas. Além disso, a utilização de instrumentos de avaliação deve estar associada a essa estratégia, de maneira que o professor consiga ter indícios da aprendizagem dos estudantes (Valente, 2014).

Aprendizagem entre pares

A aprendizagem entre pares, também conhecida como instrução entre pares ou *peer instruction*, é uma metodologia ativa que combina aspectos da aula expositiva com processos de resolução de problemas. Essa metodologia possui dois objetivos principais: explorar o processo de interação dos estudantes em aula e focar a atenção deles nos fundamentos dos conceitos a serem ensinados.

Segundo Mazur (2015, p. 19):

> Para a *Peer Instruction* ser bem-sucedida, é necessário que o livro e as aulas expositivas desempenhem papéis diferentes dos que costumam exercer em uma disciplina convencional. Primeiro, as tarefas de leitura do livro, realizadas antes das aulas, introduzem o material. A seguir, as aulas expositivas elaboram o que foi lido, esclarecem as dificuldades potenciais, aprofundam a compreensão, criam confiança e fornecem exemplos adicionais. Finalmente, o livro serve de referência e guia de estudo.

Essa metodologia demanda que os estudantes realizem a leitura de um material, elaborado ou não pelo professor, antes da aula, com aspectos introdutórios do tema a ser estudado. Em seguida, durante a aula, em pares, eles refletem sobre o que foi lido, respondem a perguntas, esclarecem as dúvidas e aprofundam a compreensão do assunto abordado (Rachelli; Bisognin, 2020).

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

Video Based Learning (VBL)

A aprendizagem baseada em vídeos, também conhecida como *Video Based Learning* (VBL), é uma metodologia ativa que objetiva, entre outros aspectos, utilizar e produzir vídeos específicos nas relações de ensino e aprendizagem.

Com o passar dos anos, o avanço tecnológico permitiu que a utilização de diferentes ferramentas digitais fosse considerada para os processos de ensino e aprendizagem. Nesse sentido, algumas mídias podem ser mais efetivas que outras, quando pensadas em termos educacionais. Com relação à mídia vídeo, especificamente, ao compará-la com outras mídias para fins educacionais, como a mídia texto, é possível destacar algumas de suas potencialidades (Maniar *et al*., 2008). Por exemplo, o vídeo pode:

- ajudar os estudantes a observar características de movimento de determinado conceito com recursos de animação e interatividade;
- chamar a atenção dos estudantes a partir de diferentes recursos de modo que tenham a oportunidade de se envolverem ativamente com o conteúdo abordado;
- conter exemplos de situações do mundo real, possibilitando o desenvolvimento de reflexões críticas sobre diferentes assuntos sociais;
- estimular a criatividade, na medida em que explora o domínio visual e auditivo dos estudantes.

Ao considerar essa metodologia, é importante que o professor não utilize o vídeo apenas para apresentar conceitos e, por isso, é necessário estimular que os estudantes tenham uma postura ativa frente a ele. Com isso, as próprias características de um vídeo podem estimular os estudantes nessa direção. Entre as diferentes possibilidades de atuação ativa dos estudantes para com a utilização dos vídeos (Maniar *et al*., 2008; Boudechiche, 2020), configurando-o como metodologia ativa, destacam-se:

- reflexões coletivas sobre os conteúdos dos vídeos com a participação do professor;
- questionamentos orientadores para serem respondidos após os estudantes assistirem a vídeos;
- perguntas e esquemas do próprio vídeo que orientam ações específicas dos estudantes;
- utilização de vídeos reais do cotidiano dos estudantes que permitam a reflexão de conceitos específicos;
- produção de vídeos pelos próprios estudantes.



BEARFOTOS/SHUTTERSTOCK.COM

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

Aprendizagem Baseada em Projetos (ABP)

A Aprendizagem Baseada em Projetos (ABP), também conhecida como *Project-Based Learning* (PBL), é um tipo de metodologia ativa que objetiva, entre outros aspectos, permitir aos estudantes que analisem problemáticas do mundo real e atuem, cooperativamente, na busca por soluções (Bender, 2014).

No âmbito escolar, podemos entender um projeto como uma atividade desenvolvida por um grupo de pessoas da comunidade escolar. Atividade essa orientada de acordo com um objetivo comum o qual estabelece relações com ações mobilizadas para a formação do cidadão e demanda certo tempo para ser concluída. Para isso, é importante que a comunidade envolvida no desenvolvimento do projeto se organize de maneira a planejá-lo, considerando seu início e sua conclusão. Nesse sentido, o desenvolvimento de um projeto pode ter as seguintes etapas: organização, planejamento, execução e finalização. Além disso, é importante que o projeto esteja relacionado com a comunidade da qual os estudantes façam parte.

Como uma atividade desenvolvida no âmbito educacional, o projeto também precisa ser avaliado. Para isso, orienta-se que a avaliação seja realizada durante o desenvolvimento do projeto, analisando se cada etapa está de acordo com os objetivos estabelecidos e como cada participante tem colaborado com a atividade proposta.

Ao desenvolver um projeto, é possível estabelecer diálogos entre as pessoas, promovendo a troca de ideias. Isso viabiliza articulações entre conhecimentos de diferentes áreas, possibilitando a estudantes de diferentes perfis realizar um processo investigativo para observar e analisar o mundo à volta, assumindo, assim, uma postura de cidadãos críticos e atuantes. É nessa direção que a aprendizagem baseada em projetos é considerada uma metodologia ativa para a Educação.

Os professores de diferentes áreas do conhecimento precisam interagir de modo que, com base em uma atuação conjunta, sejam capazes de conduzir os interesses dos participantes do projeto, bem como articular os conteúdos a serem abordados, possibilitando a construção do conhecimento e do desenvolvimento da atitude crítica dos estudantes.

Algumas tendências em Educação Matemática

Dentro do campo da Educação Matemática, diversos pesquisadores têm proposto práticas de ensino e aprendizagem, que vêm ganhando destaque na Educação Básica, como o ensino por meio da resolução de problemas, a modelagem matemática, a investigação matemática, as tecnologias, a Educação Matemática, a Educação Matemática Crítica, entre outras.

O ensino baseado na resolução de problemas toma como ponto de partida, e como meio de aprendizagem, os problemas, que são compreendidos como situações nas quais os estudantes não possuem, de antemão, métodos para chegar à solução (Onuchic; Allevato, 2005). Será no próprio processo de resolver o problema que os estudantes construirão seus conhecimentos matemáticos. Já a modelagem

matemática desafia os estudantes a compreender uma situação real e complexa por meio da criação de um modelo matemático que sirva para interpretá-la e realizar predições. Assim, com essa perspectiva, podem-se promover relações entre a Matemática e outras áreas do conhecimento e, ao ressaltar sua aplicabilidade, despertar o interesse dos estudantes pela Matemática. Em relação à investigação matemática, os estudantes podem ser desafiados a enfrentar situações abertas com o objetivo de, por meio de reflexão e formulação de conjecturas, transformá-las em procedimentos que possam ser abordados à luz da Matemática.

Por sua vez, as tecnologias e a Educação Matemática propõem aos estudantes que façam uso dos mais variados recursos tecnológicos para investigar, compreender e resolver situações-problema. Essa perspectiva sublinha que as tecnologias reorganizam os processos do pensamento matemático, assim como os modos de comunicação dentro da sala de aula (Borba; Silva; Gadanidis, 2014). A Educação Matemática Crítica salienta a importância de os estudantes desenvolverem tanto conhecimentos matemáticos como a capacidade para interpretar e atuar em uma situação social e política em que esses conhecimentos podem ser mobilizados. A partir desse enfoque, a Matemática está presente em diversas atividades do dia a dia e, como tal, exerce muitas funções sobre as quais os estudantes precisam refletir (Skovsmose, 2014).

Essas perspectivas possuem pontos em comum, podendo você, professor, utilizá-las em combinação. Quando experimentadas em conjunto, elas possibilitam aos estudantes que não só desenvolvam conhecimentos matemáticos como também vivenciem os processos de produção de conhecimento em Matemática e, mais importante ainda, os mobilizem para compreender e intervir em situações da vida cotidiana.

Resolução de problemas

Iniciar a aula com a proposição de um problema, que para Onuchic e Allevato (2011, p. 81) "é tudo aquilo que não se sabe fazer, mas que se está interessado em fazer", pode ser o ponto de partida para a construção de um novo conteúdo, conceito ou procedimento matemático. Ao trabalhar com a resolução de problemas como uma proposta para o ensino de conteúdos matemáticos, faz-se necessário ocupar-se de uma prática na qual o conhecimento é construído por meio das interações sociais dos estudantes. Essa tendência metodológica prioriza o trabalho em grupo, em que as discussões podem ser orientadas pelo professor. Onuchic e Allevato (2011, p. 82) defendem que a "Resolução de problemas coloca o foco da atenção dos alunos sobre as ideias matemáticas e sobre o *dar sentido*.".

Na aula, ao se trabalhar com a resolução de problemas, proporciona-se aos estudantes a oportunidade de mobilização de conhecimentos prévios e o gerenciamento das informações disponíveis. Esse processo, além de contribuir para o desenvolvimento da autonomia dos estudantes, conduz à construção ou à ampliação de conhecimentos.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

Vale ressaltar que os estudantes poderão desenvolver diferentes estratégias para resolver os problemas, cabendo ao professor valorizá-las.

Onuchic e Allevato (2011, p. 83-85) elaboraram, com base nos resultados de suas pesquisas, um roteiro para auxiliar o professor a trabalhar com a resolução de problemas. Esse roteiro considera oito etapas para a organização da aula:

01 **Preparação do problema** – Selecionar um problema, visando à construção de um novo conceito, princípio ou procedimento. Esse problema será chamado problema gerador. É bom ressaltar que o conteúdo matemático necessário para a resolução do problema não tenha, ainda, sido trabalhado em sala de aula.

Leitura individual – Entregar uma cópia do problema para cada aluno e solicitar que seja feita sua leitura.
Leitura em conjunto – Formar grupos e solicitar nova leitura do problema, agora nos grupos.
[...] **02**

03 **Resolução do problema** – A partir do entendimento do problema, sem dúvidas quanto ao enunciado, os alunos, em seus grupos, em um trabalho cooperativo e colaborativo, buscam resolvê-lo. Considerando os alunos como co-construtores da **matemática nova** que se quer abordar, o problema gerador é aquele que, ao longo de sua resolução, conduzirá os alunos para a construção do conteúdo planejado pelo professor para aquela aula.

Observar e incentivar – Nessa etapa, o professor não tem mais o papel de transmissor do conhecimento. Enquanto os alunos, em grupo, buscam resolver o problema, o professor observa, analisa o comportamento dos alunos e estimula o trabalho colaborativo. Ainda, o professor como mediador leva os alunos a pensar, dando-lhes tempo e incentivando a troca de ideias entre eles.
[...] **04**

05 **Registro das resoluções na lousa** – Representantes dos grupos são convidados a registrar, na lousa, suas resoluções. Resoluções certas, erradas ou feitas por diferentes processos devem ser apresentadas para que todos os alunos as analisem e discutam.

Plenária – Para esta etapa são convidados todos os alunos, a fim de discutirem as diferentes resoluções registradas na lousa pelos colegas, para defenderem seus pontos de vista e esclarecerem suas dúvidas. O professor se coloca como guia e mediador das discussões, incentivando a participação ativa e efetiva de todos os alunos. Este é um momento bastante rico para a aprendizagem. **06**

07 **Busca do consenso** – Depois de sanadas as dúvidas, e analisadas as resoluções e soluções obtidas para o problema, o professor tenta, com toda a turma, chegar a um consenso sobre o resultado correto.

Formalização do conteúdo – Nesse momento, denominado **formalização**, o professor registra na lousa uma apresentação **formal** – organizada e estruturada em linguagem matemática – padronizando os conceitos, os princípios e os procedimentos construídos por meio da resolução do problema, destacando as diferentes técnicas operatórias e as demonstrações das propriedades qualificadas sobre o assunto. **08**

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

INACTIVE DESIGN/SHUTTERSTOCK.COM

Os estudantes, ao resolverem os problemas, podem, de acordo com a abordagem proposta, tornar-se participantes ativos de sua aprendizagem, inserindo-se em um contexto no qual o estudo de Matemática ocorre dentro de um movimento que possibilita fazer análises, discussões, construção de conceitos e formulação de ideias.

Modelagem matemática

A modelagem matemática traz para a aula um ambiente investigativo e comunicativo, que possibilita, entre outros aspectos, a construção do conhecimento matemático.

Entre as diferentes perspectivas de modelagem matemática, optou-se, neste texto, pela apresentada por Almeida e Ferruzzi (2009), que a configura como uma alternativa pedagógica na qual, com base em situações oriundas da realidade, os conteúdos matemáticos se desenvolvem. De acordo com Almeida, Silva e Vertuan (2009), trata-se de criar possibilidades para enxergar situações do cotidiano por lentes matemáticas, ou seja, de interpretar e analisar situações do cotidiano por meio de linguagem matemática, e, assim, tomar decisões acerca delas.

Para os estudantes da EJA, em especial, a modelagem matemática de questões do cotidiano podem servir como propulsores do interesse pela Matemática e da compreensão do conhecimento matemático como ferramenta de interpretação do mundo ao redor.

Ao modelar um situação conhecida com a linguagem e os recursos matemáticos, estes ganham sentido e tornam a abstração e as generalizações próprias da Matemática facilitadores na resolução de problemas e não entraves incompreensíveis e desprovidos de significado.

Segundo Almeida, Silva e Vertuan (2012, p. 12):

> [...] uma atividade de Modelagem Matemática pode ser descrita em termos de uma situação inicial (problemática), de uma situação final desejada (que representa uma solução para a situação inicial) e de um conjunto de procedimentos e conceitos necessários para passar da situação inicial para a situação final [...].

Durante o processo de interpretação matemática da situação inicial, há a necessidade de transformar a linguagem natural em linguagem matemática. Nessa direção, Almeida e Silva (2012, p. 627) destacam que:

> [...] um aspecto importante numa atividade de modelagem matemática é a necessidade de os próprios alunos, a partir de uma situação-problema não matemática, fazerem a associação com conceitos e/ou procedimentos matemáticos capazes de conduzir a uma solução para o problema e possibilitar a sua análise.

De modo geral, no desenvolvimento de uma atividade de modelagem, estão presentes ações como buscar informações sobre a situação inicial, identificar e selecionar variáveis, elaborar hipóteses, realizar simplificações, obter um modelo matemático, validar e resolver um problema. Essas ações podem ser subsidiadas por orientações do professor.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

Embora a construção de um modelo matemático seja importante em uma atividade de modelagem matemática, ela não é considerada o fim desse tipo de proposta, mas uma alternativa que pode permitir a compreensão global da situação investigada e da matemática utilizada.

Em aula, uma atividade de modelagem matemática pode ser desenvolvida por estudantes reunidos em grupos e, então, você, professor, tem o papel de mediador e orientador. A situação-problema pode emergir de uma proposta do professor, dos estudantes ou do material didático que está sendo utilizado.

O trabalho com modelagem matemática pode promover: relações interdisciplinares; motivação; levantamento de conhecimentos prévios; trabalho cooperativo; desenvolvimento do pensamento matemático; uso de diferentes representações; uso do computador e de outros recursos didáticos; desenvolvimento do conhecimento crítico e reflexivo.

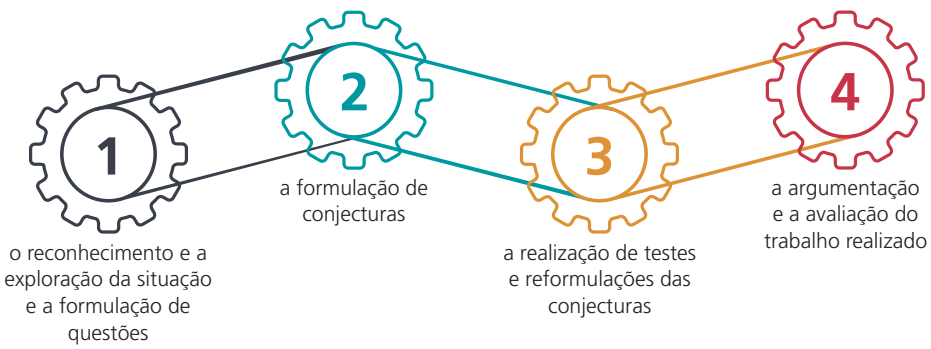
Investigação matemática

Uma investigação matemática, de maneira geral, consiste em um processo que transforma uma situação aberta em um ou mais procedimentos que podem ser esclarecidos, ordenados e organizados por meio de um olhar matemático.

De acordo com Ponte (2003, p. 2),

> […] "investigar" não é mais do que procurar conhecer, procurar compreender, procurar encontrar soluções para os problemas com [os quais] nos deparamos. Trata-se de uma capacidade de primeira importância para todos os cidadãos e que deveria permear todo o trabalho da escola, tanto dos professores como dos alunos.

Em uma investigação matemática estão presentes quatro momentos principais, conforme Ponte (2003):



Uma tarefa desenvolvida nessa perspectiva aproxima o trabalho dos estudantes ao dos matemáticos, na medida em que possibilita estabelecer os problemas, as hipóteses para resolvê-los, testar suas hipóteses, refutá-las e elaborar suas conclusões.

Todo esse processo se desenvolve segundo um cronograma próprio e envolve a apresentação oral ou escrita da situação, a execução individual ou em grupo, o

desenvolvimento da investigação matemática e o momento no qual os estudantes relatam aos colegas e ao professor o trabalho realizado.

Segundo Ponte, Brocardo e Oliveira (2005, p. 41):

> A fase de discussão é, pois, fundamental para que os alunos, por um lado, ganhem um entendimento mais rico do que significa investigar e, por outro, desenvolvam a capacidade de comunicar matematicamente e de refletir sobre o seu trabalho e o seu poder de argumentação.

O papel do professor em uma investigação matemática é criar um ambiente propício ao diálogo, à interação e à pesquisa, provocando em seus estudantes a vontade de resolver as atividades investigativas. Geralmente, em uma investigação, o ponto de partida é uma situação aberta, e a participação efetiva dos estudantes na formulação das questões que serão estudadas é fundamental, cabendo a quem investiga a sua concretização. É essa dinâmica que favorece o envolvimento do estudante no processo de aprendizagem (Bertini; Passos, 2008).

Tecnologias e a Educação Matemática

O acelerado desenvolvimento tecnológico das últimas décadas tem transformado a relação do ser humano com o conhecimento. As novas tecnologias propiciam a criação de ambientes de aprendizagem que ampliam os canais de informações e, ao mesmo tempo, formam e transformam os processos de ensino e de aprendizagem.

Howland, Jonassen e Marra (2011) argumentam que a tecnologia deve ser entendida como uma parceira intelectual e uma ferramenta com a qual os estudantes possam aprender como organizar e resolver problemas, compreender novos fenômenos, construir modelos desses fenômenos e, dada uma situação não conhecida, definir metas e regular a própria aprendizagem.

Pesquisadores da área de Educação Matemática, como Borba e Penteado (2016, p. 48), destacam a importância das diferentes mídias na produção de conhecimento que é "produzido por um coletivo formado por seres-humanos-com-mídias ou seres-humanos-com-tecnologias". Para esses pesquisadores, o computador provoca a reorganização da atividade humana. Muitas das novas tecnologias proporcionam interatividade, criando ambientes em que os estudantes têm acesso a resultados intermediários que não poderiam ser observados em situações tradicionais.

A interatividade é um dos aspectos mais relevantes de ferramentas desse tipo para o ensino e a aprendizagem. Com o *software* **GeoGebra**, por exemplo, podem ser exploradas estruturas algébricas ou geométricas de forma dinâmica e avaliada a influência de seus parâmetros, além da visualização simultânea de suas diferentes representações. Nesta coleção, a seção **Você Conectado** propõe o uso do **GeoGebra**, da planilha eletrônica **LibreOffice Calc** e da linguagem de programação **Scratch** para ampliar o estudo de diversos conceitos matemáticos.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

Educação Matemática Crítica

A formação de cidadãos críticos no âmbito escolar está atrelada ao desenvolvimento, nos estudantes, da capacidade de analisar situações reais de maneira contextualizada e reflexiva. Skovsmose destaca que um dos pontos-chave da educação crítica consiste no fato de o processo educacional estar relacionado com problemas existentes fora do universo educacional. Nesse sentido, ele destaca que dois dos critérios fundamentais para a seleção de um problema são os seguintes (Skovsmose, 2004, p. 19-20):

> […] O subjetivo: o problema deve ser concebido como relevante na perspectiva dos estudantes, deve ser possível enquadrar e definir o problema em termos próximos das experiências e do quadro teórico dos estudantes. E o objetivo: o problema deve ter uma relação próxima com problemas sociais objetivamente existentes.

A Matemática supõe a submissão da realidade a modelos matemáticos preestabelecidos, que dão suporte a decisões e moldam o cotidiano. Em muitos casos, a Matemática escolar apresenta os cálculos matemáticos como verdades absolutas. Ao se deparar com problemas que, além de conteúdos matemáticos, requerem uma reflexão crítica, os estudantes têm a possibilidade de perceber seu papel de cidadãos atuantes na sociedade.

Para Skovsmose (2007, p. 19), "[…] a educação não pode apenas representar uma adaptação às prioridades políticas e econômicas (quaisquer que sejam); a educação deve engajar-se no processo político, incluindo uma preocupação com a democracia".

Para esse autor, "democracia" se refere ao "modo de vida", à maneira de negociar e fazer mudanças, às formas de ação em grupo e em comunidades. Se os estudantes são capazes de analisar de maneira reflexiva a Matemática que existe nos modelos prontos apresentados na sociedade, serão capazes de exercer sua cidadania.

A Educação Matemática Crítica é um campo de investigação da Educação Matemática que lhe confere o objetivo de promover a participação crítica dos estudantes na sociedade em que estão inseridos, discutindo questões políticas, ambientais, econômicas, sociais, entre outras, nas quais a Matemática se faz presente.

Projeto de vida e mundo do trabalho

Como destacamos nas sessões anteriores, o público da EJA é diverso e tal diversidade também se manifesta na distinção das trajetórias profissionais dos estudantes, principalmente com os que pertencem à população com mais de 25 anos. Para os estudantes trabalhadores, a ação laboral ocupa consideráveis horas do dia de cada um. Logo, muitas das vivências e fazeres cotidianos são provenientes desse contexto e, consequentemente, as práticas matemáticas experimentadas em espaços não escolares ocorrem, em sua maioria, no ambiente de trabalho. Assim, é necessário incluir tais cenários nas propostas pedagógicas voltadas a jovens, adultos e idosos.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

Nesse contexto, é imprescindível conhecer as trajetórias dos estudantes para realizar a inclusão dos fazeres do mundo do trabalho, levando em consideração as atividades profissionais presentes na vida de cada estudante. Esse processo pode ser realizado por meio de anamnese ou de um trabalho interdisciplinar que envolva a produção dos estudantes acerca de suas experiências profissionais. O olhar retrospectivo dos estudantes se configura em uma ação importante para que validem esses fazeres laborais como momentos de produção de conhecimentos. Da mesma forma, o olhar prospectivo também deve ser incentivado de maneira que os estudantes estabeleçam relação entre os conhecimentos matemáticos apresentados na EJA e suas perspectivas para o futuro profissional ou não. Seus projetos de vida podem compor cenários para investigação, no sentido apresentado por Skovsmose (2000, p. 6 do pdf).

> Um cenário para investigação é aquele que convida os alunos a formularem questões e procurarem explicações. O convite é simbolizado pelo "O que acontece se...?" do professor. O aceite dos alunos ao convite é simbolizado por seus "Sim, o que acontece se...?". Dessa forma, os alunos se envolvem no processo de exploração. O "Por que isto...?" do professor representa um desafio e os "Sim, por que isto...?" dos alunos indicam que eles estão encarando o desafio e que estão procurando por explicações.

As perguntas realizadas no cenário que investiga o mundo do trabalho vivenciado pelos estudantes tendem a ser mais simples de serem feitas e aceitas do que em contextos artificiais ou totalmente teóricos e abstratos. Por exemplo, a pergunta "Quantas caixas de azulejos são necessárias para recobrir uma parede com 20 m^2, considerando que cada azulejo tem o formato de um quadrado com 15 cm de lado, e que há 100 azulejos por caixa?" pode ser respondida pelos estudantes de diversas maneiras – ligadas à prática profissional dos estudantes ou a alguma situação de reforma na moradia deles. Podem ocorrer várias possibilidades e estratégias de resolução: prática, figural, ou até algorítmica, e o professor deve estar disponível para acolhê-las, sendo elas referentes à Matemática ou não.

Ainda, o processo de organização financeira familiar, baseada em uma abordagem de educação financeira, pode representar um cenário para investigação bem propício para discutir projetos de vida. Nele estarão presentes não só aspectos financeiros, mas também culturais, sociais, éticos, profissionais, e de consumo consciente. Em muitos desses aspectos, será possível projetar conteúdos matemáticos que não se bastam em cálculos. Por fim, o conhecimento matemático escolar deve ser entendido também como um facilitador para a entrada, permanência e ascensão dos estudantes no mundo do trabalho, uma vez que muitas profissões exigem habilidades matemáticas para serem desenvolvidas.

Em relação ao projeto de vida, há que se considerar que a maioria dos estudantes da EJA já apresentam rotinas de vida estabelecidas e que a escola pode representar a possibilidade de melhoria ou alcance de melhores ideias de vida. Desse modo, é importante que sejam oferecidas ferramentas aos estudantes adultos, de modo que possam definir metas e planejamentos de como alcançar novos objetivos (mudança de emprego, aquisição de um imóvel, ingresso na universidade, entre outros), considerando tanto sua identidade como as demandas sociais e culturais do contexto no qual estão inseridos.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

É particularmente importante que os estudantes possam desenvolver competências que lhes permitam se inserir e atuar de maneira crítica, criativa e responsável em uma sociedade complexa, imprevisível e dinâmica. Para isso, a Matemática tem um papel central nesses processos. Nessa direção, você, professor, pode encaminhar propostas de atividades que visibilizem as bases científicas e tecnológicas próprias dos processos produtivos e nas quais os estudantes mobilizem recursos e ferramentas matemáticas para resolver problemas complexos que exijam reflexão e abstração e, simultaneamente, desenvolvam uma visão integrada da Matemática e da sua aplicação à realidade em articulação com outros conhecimentos.



PEOPLEIMAGES.COM - YURI A/SHUTTERSTOCK.OM

A valorização de saberes práticos e profissionais dos estudantes integrados a conhecimentos matemáticos enriquece a aprendizagem na EJA.

Educação midiática e a importância da Matemática

O uso de tecnologias digitais na educação é algo que experimentamos há algumas décadas com o uso de *softwares*, jogos e ambientes virtuais de aprendizagem. Recentemente, as redes sociais, que permitem maior interação e disseminação de informações, e a inteligência artificial, que produz conteúdos convincentes a partir de solicitações ou perguntas, vêm se fazendo ainda mais presentes na vida de jovens e adultos e, consequentemente, no ambiente educacional. As redes sociais são capazes de promover rápida repercussão de informações e fatos que nem sempre são verdadeiros ou que dependem de um contexto adequado para fazerem sentido. Já a inteligência artificial, ao viabilizar a criação de conteúdos, pode acarretar problemas como a ausência de referências e fontes, o plágio e o uso de respostas equivocadas por parte dos estudantes em tarefas escolares.

Tais dificuldades não devem vetar a utilização de tecnologias no ambiente educacional, muito menos impedir o debate sobre o tema entre professores e estudantes. Faz-se necessário, porém, desenvolver um senso crítico e consciente a respeito dos inúmeros fatos que chegam até nós pelas mais diversas mídias. Nesse cenário, torna-se premente a chamada educação midiática, como se destaca a seguir (BRASIL, 2023):

A educação midiática abrange o desenvolvimento de um conjunto de habilidades de natureza crítica, que se relacionam à interação com a tecnologia e a informação, possibilitando o acesso, análise e produção de conteúdos midiáticos a fim de que as pessoas possam participar do ambiente digital de forma crítica, reflexiva e saudável.

Em meio à avalanche de informações que recebemos diariamente, encontram-se diversas notícias falsas (*fake news*), além de dados representados em gráficos e infográficos, por vezes, enganosos ou tendenciosos. Nesses casos, a investigação matemática baseada no conhecimento de estatística e tratamento da informação possibilita aos estudantes jovens, adultos e idosos a identificação da manipulação de textos ou imagens que induzem a interpretações equivocadas.

Portanto, considerando a influência das mídias na vida de jovens, adultos e idosos, é essencial promover o desenvolvimento do pensamento crítico em relação a dados e fatos no ambiente escolar e fora dele. A Matemática, à medida que auxilia no desenvolvimento do raciocínio lógico e da interpretação de dados, surge como importante ferramenta no combate à desinformação. Por outro lado, a abordagem da educação midiática nas aulas pode representar uma importante aplicação da Matemática no cotidiano, matéria de grande importância no contexto da EJA.

Orientações para avaliação

O termo avaliar tem origem do latim e provém da composição *a-valere*, que significa "dar valor a" (Luckesi, 1998). Nesse sentido, o verbo avaliar pode ser interpretado como uma ação que consiste em atribuir valor a algo. Nos contextos educacionais, a avaliação integra organicamente a cultura desses contextos: falar em educação implica, necessariamente, falar em avaliação.

Durante muito tempo, predominou a concepção de avaliação como mecanismo para classificação de estudantes em "bons" ou "ruins". Os processos avaliativos ignoravam a realidade e as experiências dos estudantes, priorizando a verificação de conhecimentos de maneira tradicional, exigente e disciplinadora. Eram considerados "bons" os estudantes que reproduziam tal e qual os conhecimentos que eram transmitidos pelo professor. Essa forma de avaliação incentivava o individualismo e a competição em sala de aula, sem chance para que os estudantes pudessem superar suas dificuldades de aprendizagem, e foi responsável pelo estigma de "atrasados" ou "reprovados" que muitos estudantes da EJA ainda carregam.

Atualmente, a avaliação é compreendida como elemento fundamental nos processos de ensino e aprendizagem, parte constituinte do planejamento escolar. Avaliar não é apenas constatar avanços e dificuldades, mas interpretar a realidade do estudante, tomar decisões e reavaliar práticas e recursos utilizados. "É ela que permite tomar conhecimento do que se aprendeu e do que não se aprendeu e reorientar o educando para que supere suas dificuldades, na medida em que o que importa é aprender" (Luckesi, 2005).

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

Quando associada ao processo de aprendizagem, a avaliação acontece de forma processual, contínua e prolongada. Embora algumas práticas avaliativas sejam desenvolvidas em momentos pontuais (como o desenvolvimento de provas escritas), sugere-se que a avaliação não deva ser reduzida a um momento único de "atribuição de valor a algo". Isso porque o objetivo da avaliação escolar é o de contribuir para a aprendizagem, tanto dos estudantes quanto do professor (Hadji, 1994), pois possibilita avaliar a aprendizagem dos estudantes e a prática docente.

Como a avaliação faz parte de todo o processo de aprendizagem, ela pode ser organizada com base em características específicas, que variam de acordo com as intenções dos sujeitos envolvidos nos cenários educacionais. As intenções configuram os caminhos da prática pedagógica e o modo pelo qual a avaliação pode ser interpretada, conforme argumenta Barlow (2006, p. 112):

> [...] a avaliação pode ter funções muito diferentes: *testar* o nível de conhecimentos ou de habilidades do aluno, *identificar* suas capacidades ou suas dificuldades, *controlar seus progressos*, *dar nota* a seus trabalhos e aos de seus colegas e *classificá-los*, *conceder* um diploma, *prever* a sequência de formação...

Nessa direção, de pensar nas diferentes funções da avaliação, podemos classificar a avaliação em três categorias: **diagnóstica**, **formativa** e de **resultado**. As diferentes categorias de avaliação podem ser desenvolvidas, articuladamente ou não, de acordo com a sua intenção, professor. Para cada uma dessas formas, há instrumentos avaliativos que podem ser utilizados pelos professores.

Avaliação diagnóstica

A avaliação diagnóstica refere-se a um tipo de avaliação que visa reconhecer características manifestadas pelos estudantes a respeito do que já sabem sobre determinado conceito, conteúdo ou ideia. Esse tipo de avaliação se associa a uma grande função: **orientação**. A partir da identificação do que os estudantes já dominam, o professor pode orientar sua prática docente, de maneira a desenvolver ou adaptar um tipo de trabalho para um estudante ou uma turma (Hadji, 1994). Geralmente a avaliação diagnóstica é desenvolvida antes de qualquer ação de formação e serve para orientar as ações que serão realizadas após e a partir dela. Esse tipo de avaliação também é associado a observar se os estudantes possuem os conhecimentos prévios necessários para ingressar no estudo de determinado conteúdo (Trevisan; Mendes; Buriasco, 2014).

A avaliação diagnóstica é bastante relevante no contexto da EJA. Ela permite ao professor identificar o nível de domínio de certos conhecimentos, habilidades e competências cognitivas, afetivas e procedimentais dos estudantes. Essa coleta de dados deve ter por base indicadores e objetivos de aprendizagem estabelecidos na etapa de planejamento de ensino. A avaliação diagnóstica, portanto, permite o entendimento a respeito dos sujeitos, seus ritmos, avanços e dificuldades e, ainda, a pertinência da proposta de trabalho do professor considerando esse público. Nesse processo, se avalia o que se decidiu ensinar (conteúdos) e como ensinar (a proposta pedagógica).

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

Podem ser utilizados como instrumentos de avaliação diagnóstica provas objetivas; atividades de observação, registro, análise e reflexão sobre um determinado conteúdo; criação de portfólios; atividades experimentais; trabalhos em grupo; produção de texto; realização de entrevistas; resolução coletiva de exercícios seguido da sua apresentação na turma; rodas de conversa; entre outras estratégias. A coleção oportuniza diversos desses momentos.

Ao realizar essa sondagem inicial, o professor de Matemática pode inventariar todas as dificuldades manifestadas pelos estudantes, registrá-las em uma matriz de referência e reorientar sua prática pedagógica de acordo com os aspectos que identificar. Por exemplo, ao identificar, em uma avaliação diagnóstica, que os estudantes possuem dificuldades com relação à linguagem algébrica, o professor pode utilizar, posteriormente, atividades que possibilitem o desenvolvimento do pensamento algébrico, uma vez que por meio delas os estudantes podem ampliar as possibilidades de produzir significados para a Álgebra.

Ao final da ação de formação (bimestre, trimestre, semestre, ano) o professor pode aplicar a mesma avaliação diagnóstica novamente, de maneira a observar se as dificuldades dos estudantes foram sanadas e, sobretudo, reconhecer quanto esses estudantes evoluíram em comparação com eles mesmos.

É importante que, na EJA, o ato avaliativo seja contínuo, reflexivo e investigativo. Deve subsidiar as práticas pedagógicas e constituir um momento de trocas e descobertas entre professores e estudantes. Assim, a avaliação deixa de ser um instrumento de controle e punição e se torna ferramenta a serviço também dos estudantes, para que possam eles mesmos diagnosticar e qualificar as próprias aprendizagens. Aponta revisões de caminhos, novas práticas e propõe indagações e reflexões pertinentes para a realização da leitura de mundo, não podendo por essa razão se resumir a um momento único na rotina escolar.

Avaliação formativa

A avaliação formativa refere-se a um tipo de avaliação que é integrada ao próprio ato de ensinar. Ela se associa a uma grande função: **regulação** (Hadji, 1994; Trevisan; Mendes; Buriasco, 2014).

O principal objetivo da avaliação formativa é contribuir para o desenvolvimento de aprendizagens dos estudantes. Portanto, diferentemente da avaliação diagnóstica, que busca reconhecer conhecimentos que os estudantes já trazem como repertório, essa avaliação busca regular o modo como eles aprendem. Em outras palavras, a avaliação é dita formativa se, por meio dela, o professor guia os estudantes com a intenção de que ampliem suas aprendizagens progressivamente até a consolidação delas. Com isso, atribuir nota não é a preocupação nem o foco de uma avaliação formativa (Hadji, 1994; Trevisan; Mendes; Buriasco, 2014; Pedrochi Junior; Buriasco, 2019).

Na avaliação formativa, o professor reorienta sua prática ao ter acesso a habilidades mobilizadas pelos estudantes. Essa reorientação possibilita aos estudantes que reconheçam aspectos específicos de seu processo de construção de conhecimento e que, a partir

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

disso, regulem sua aprendizagem. Assim, a partir das intervenções do professor, os estudantes possuem indícios de quais elementos conceituais precisam ainda desenvolver com mais profundidade e, além disso, possuem indicações de como desenvolver tais aspectos.

Os instrumentos de avaliação que podem ser utilizados para o desenvolvimento da avaliação formativa demandam do professor o chamado *feedback*, que diz respeito à devolutiva de informações específicas apresentadas aos estudantes com relação às suas aprendizagens.

O professor, ao apresentar constantes *feedbacks* aos estudantes, pode fazer intervenções por meio de questionamentos ou de outras maneiras, possibilitando aos estudantes que façam reflexões dos diferentes conceitos explorados. Nesse sentido, o estudante regulará sua aprendizagem, na medida em que possuir a oportunidade de adequar determinada ação de acordo com as intenções do professor (Marino; Antunes; Mendes, 2018).

Avaliação de resultado

Com a avaliação de resultado, o professor terá pistas de que conhecimentos os estudantes desenvolveram em um período letivo. Também chamada avaliação somativa, sua principal função é **certificação**. Geralmente, essa avaliação acontece em um momento pontual: ao término de um ciclo. Nesse tipo de avaliação, costuma-se verificar (certificar) que o estudante está apto em relação ao conteúdo estudado em tal ciclo, ou seja, se ele aprendeu satisfatoriamente e, assim, pode dar continuidade ao estudo posterior.

> A avaliação é caracterizada como um processo contínuo e prolongado. Desse modo, ela pode ser interpretada de diferentes maneiras, como apresentado anteriormente. Sugere-se que as três funções da avaliação discutidas (orientação, regulação e certificação) sejam trabalhadas conjuntamente, de maneira intercalada. A variação de instrumentos de avaliação também é essencial.

Neste **Manual do professor**, nas **Orientações específicas**, as questões da seção **Reveja** são comentadas de maneira a orientar você, professor, quanto à interpretação da aplicação delas. Cabe destacar que essas propostas de avaliação, ao término de cada Unidade, são possibilidades que podem ser complementadas por você, professor, observando características particulares de cada estudante e da turma.

As avaliações de larga escala

As avaliações de larga escala se desenvolveram no Brasil, principalmente a partir dos anos 1980. Atualmente, elas se apresentam em esferas federais, municipais e estaduais como uma estratégia para diagnóstico educacional. Esse tipo de avaliação tem sido tomado como ponto de partida para a discussão de diferentes pesquisadores brasileiros por possibilitar, entre outros aspectos, a (re)tomada de decisões, principalmente no que

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

diz respeito à valorização da Educação e da Ciência (Lima *et al*., 2020). Nesse sentido, a implementação desse tipo de avaliação tem promovido significativas contribuições para o desenvolvimento de políticas públicas associadas à Educação (Sousa; Ferreira, 2019).

Segundo Lima *et al*. (2020) os resultados de avaliações em larga escala que buscam informar, em linhas gerais, o que determinadas sociedades compreendem a respeito do conhecimento, possibilitam a implementação de programas e ações que sejam coerentes a uma oferta de educação crítica e adequada para as novas gerações.

> […] Assim sendo, desconsiderar a relevância da avaliação de larga escala, sobretudo no Brasil, seria leviandade e injustiça, principalmente porque ela representa não só aqui, mas em muitos países, uma ação eficaz de reestruturação da Escola e do Sistema de Educação, capaz de definir critérios essenciais pelos quais se deve compreender a qualidade do trabalho educacional (Sousa; Ferreira, 2019, p. 16).

Entre os diferentes tipos de avaliação em larga escala na Educação Básica destacam-se os desenvolvidos em esferas nacionais pelo Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (Saeb) e internacionais, pelo Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (Pisa). Para os estudantes da EJA, desde 2002, é oferecido o Exame Nacional para Certificação de Competências de Jovens e Adultos (Encceja), cujo objetivo é aferir competências e habilidades de estudantes jovens, adultos e idosos que não concluíram a Educação Básica na idade própria.

As análises dos resultados dessas avaliações têm sido utilizadas como um dos possíveis indicadores da qualidade da Educação e contribuem para o redirecionamento de políticas públicas educacionais.

Na seção **Itens de avaliação**, no fim deste Manual, encontram-se questões baseadas em avaliações oficiais de larga escala (Saeb, Saresp, Pisa, Enem, OBMEP, Encceja, entre outras). Essas questões podem figurar como instrumentos avaliativos, de acordo com o planejamento do professor e a realidade de cada turma, e são instrumento interessante para a preparação dos estudantes para exames oficiais.

Estratégias de avaliação

Concordamos com a conceitualização de Sacristán que afirma que a avaliação pode ser entendida como:

> […] qualquer processo por meio do qual alguma ou várias características de um aluno/a, de um grupo de estudantes, de um ambiente educativo, de objetivos educativos, de materiais, professores/as, programas, etc., recebem a atenção de quem avalia, analisam-se e valorizam-se suas características e condições em função de alguns critérios ou pontos de referência para emitir um julgamento que seja relevante para a educação (Sacristán, 1998, p. 298).

Para esse autor, fica evidente que a avaliação tem, como um de seus propósitos, contribuir para o processo de ensino e de aprendizagem. Nessa direção, as estratégias de avaliação propostas por Hadji (1994), as quais podem ser desenvolvidas por meio de diferentes instrumentos de avaliação, valorizam as produções escritas dos estudantes.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

Essas produções escritas revelam o nível de compreensão dos conceitos envolvidos na resolução de um problema. Isso acontece pois, quando um estudante precisa escrever um texto a respeito de problemas resolvidos por ele, esse texto deve ser o mais claro possível, deve convencer e esclarecer o leitor a respeito dos procedimentos utilizados na resolução, bem como das ideias matemáticas nela contidas. Ponte *et al.* (1997) afirmam que as produções escritas de estudantes possuem um grande valor formativo, contribuindo para o desenvolvimento da autonomia e da reflexão desses estudantes em relação à sua própria aprendizagem. Tais produções podem ser elaboradas individualmente ou em grupo, podendo ter diferentes formas. Por exemplo, pode-se solicitar aos estudantes que comentem e expliquem a resolução de um problema ou um texto, bem como descrevam e analisem os resultados de alguma atividade de investigação da qual participaram. Assim, as produções escritas são, além de fator de aprendizagem, elementos importantes para a avaliação, independentemente da perspectiva.

Trabalhando com o erro

Em contextos educacionais, no âmbito da avaliação da aprendizagem, sugere-se que o erro seja compreendido como uma possibilidade de entender como os estudantes lidam com uma questão ou um conteúdo matemático. Essa possibilidade pode orientar o trabalho do professor em aula, além de servir de base para seu planejamento.

Cabe a você, professor, analisar os procedimentos equivocados que levaram os estudantes a errar. Santos e Buriasco defendem que cada estudante apresenta uma maneira de lidar com os conhecimentos matemáticos. Esses diferentes modos

> […] devem ser tomados como ponto de partida para construir um espaço de negociação e legitimação dos significados atribuídos a tais conhecimentos. Assim, as maneiras de lidar que são diferentes das consideradas corretas apresentam-se a favor da aprendizagem dos alunos, permitindo aos professores oportunidades de leitura do modo como os alunos pensam sobre um determinado conteúdo. A partir dessa leitura, eles podem planejar suas ações para promover a aprendizagem, as atividades e as discussões a serem estabelecidas com os alunos. Consequentemente, os professores podem deixar de "mostrar os caminhos" e passar a indagar sobre os caminhos que os alunos estão construindo, provocando momentos de instabilidade, reflexão e confirmação nos quais aconteçam suas aprendizagens (Santos; Buriasco, 2008, p. 105).

Recomenda-se a você, professor, afastar o paradigma de que o erro consiste em algo negativo, em que a falta é relacionada à ausência de conhecimento. Sugere-se que o erro seja trabalhado em aula com o objetivo de ser transposto, de modo que os estudantes avancem na aprendizagem de conteúdos matemáticos.

Alguns instrumentos de avaliação

Como aprender é um processo diferente entre as pessoas, é necessário adotar práticas avaliativas em que o foco seja ter indícios de ocorrência de aprendizagem por meio das informações obtidas. Nesse sentido, diferentes instrumentos de avaliação podem ser implementados nas aulas, em especial nas aulas de Matemática.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

> […] Em muitos casos, a informação obtida por meio de um instrumento acaba por completar ou esclarecer uma informação que já fora obtida por outro. Entretanto é preciso se ter claro que um instrumento, muitas vezes, prioriza certos aspectos sobre outros. Por isso é importante saber o que cada instrumento é capaz de revelar, que informações é possível recolher com ele e que limitações ele possui (Santos, 2008, p. 18).

Nesta coleção, a seção **Reveja** possibilita, tanto ao professor quanto ao estudante, identificar a necessidade de retomar algum conteúdo ou ideia, estabelecendo-se como um instrumento avaliativo.

Na sequência, apresentamos de maneira sucinta alguns instrumentos de avaliação que julgamos pertinentes às aulas de Matemática da EJA: prova escrita e prova escrita em fases, prova-escrita-com-cola, atividades e trabalhos em grupo, seminário, portfólio e autoavaliação. No entanto, você, professor, pode ser criativo e investir em outros instrumentos que deem suporte para investigar indícios de aprendizagem dos estudantes.

- Prova escrita e prova escrita em fases

A prova escrita é um instrumento de avaliação que tem o objetivo de estabelecer uma comunicação que permite ao professor fazer uma análise da competência escritora do estudante para argumentar e produzir análises propositivas.

Na elaboração de uma prova escrita, sugere-se que o professor utilize diferentes situações que promovam o uso de variadas representações e estratégias, além de estabelecer critérios de correção, considerando os "percursos" que os estudantes podem utilizar. Para tanto, é necessário que os procedimentos sejam listados e pontuados, revendo-os sempre que preciso, antes ou durante a correção. A correção deve ser pautada nos procedimentos utilizados pelos estudantes para obter a solução. Um professor atento aos indícios de aprendizagem não deve considerar somente a solução final apresentada.

Combinando as vantagens da prova escrita com outras tarefas, De Lange (1999) propôs a prova escrita em duas fases. De modo geral, esse instrumento segue os mesmos pressupostos da prova escrita usual, diferenciando no modo como os estudantes são incentivados a resolvê-la – em dois momentos, ou duas fases.

Na primeira fase, os estudantes respondem, em um tempo limitado, questões discursivas que abordam conhecimentos que deveriam ter aprendido. A prova é recolhida e corrigida pelo professor, inserindo comentários e/ou questionamentos que permitam estabelecer uma comunicação escrita na qual os estudantes possam explicar o que fizeram. Nessa fase, o professor não valida as respostas, isto é, não coloca certo ou errado. Os comentários e questionamentos visam exigir reflexão por parte dos estudantes.

Na segunda fase, os estudantes recebem a prova novamente e a resolvem considerando os comentários e/ou questionamentos inseridos. Assim, os estudantes têm a oportunidade de fazer uma complementação do que não foi feito na primeira fase, reelaborando a solução ou mesmo resolvendo a questão pela primeira vez. Essa fase é realizada em casa sem tempo limitado para a resolução. Após o período combinado entre as partes, a prova é devolvida ao professor para que ele faça uma nova correção.

Se o professor julgar necessário, podem ser feitas adaptações de acordo com a realidade de sua turma, e outras fases, para além das duas, podem ser implementadas. Com isso, prolonga-se o processo de avaliação de maneira que o professor analise se o objetivo da aprendizagem foi alcançado.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

- Prova-escrita-com-cola

Usualmente o ato de "colar" é visto como um dos problemas escolares que permeiam os mais diversos níveis de ensino, podendo ser entendido como desvio de conduta para tirar proveito ou um meio de corrupção. Esse ato "está associado à atitude de trazer para o momento da avaliação informações que não correspondem ao conhecimento já construído [...], trata-se de conceber a cola como uma forma de pesquisa ilícita" (Zanon; Althaus, 2008, p. 24).

Diversas situações podem ser consideradas como cola, por exemplo: consultar a prova, trocar de prova ou conversar com um colega no momento da prova, fazer registro em folhas de papel ou até mesmo no próprio corpo, consultar livros, cadernos ou aparelhos eletrônicos, entre outros.

> É inegável que a prova desperta uma forte carga emocional, como ansiedade (capaz de bloquear o desempenho, o pensamento e causar lapso de memória – "o branco"), medo da nota baixa e da reprovação, nervosismo, dúvidas, insegurança, esquecimento etc. Por isso, a cola pode se configurar como um meio de diminuir a ansiedade – se houver esquecimento, ela pode gerar segurança – como uma fuga ao fracasso, uma estratégia de defesa ou uma porta de escape à prova que tem poder de atribuir notas baixas, reprovar e refletir na imagem pessoal (Souza, 2018, p. 19).

Uma maneira de utilizar um dos tipos de cola como recurso para oportunizar a aprendizagem é por meio do instrumento de avaliação prova-escrita-com-cola que, de acordo com Forster (2016), foi nomeado dessa maneira justamente para evidenciar a ideia de que é possível trazer a cola "oficialmente" para o momento da prova em prol da aprendizagem. Esse mesmo autor informa que uma prova-escrita-com-cola é basicamente

> [...] uma prova escrita na qual o aluno tem a sua disposição um pedaço de papel, a cola, em que ele pode anotar as informações que julgar pertinentes para utilizar durante a realização da prova. Para que os alunos façam a cola, é desejável que seja estabelecido um padrão comum a todos. Por exemplo, é preciso definir as dimensões do papel, se o texto da cola deve ser manuscrito ou não, se deve ser feito individualmente ou não (Forster, 2016, p. 27).

Esse tipo de instrumento de avaliação se diferencia de uma prova com consulta, principalmente porque os registros devem estar em um papel com dimensões delimitadas e os próprios estudantes devem produzi-los. Ou seja, as características da consulta seguem um padrão do que conhecemos como "cola". Segundo Forster (2016), a intenção é que eles utilizem esse instrumento como um meio de estudo, e a limitação do papel pode auxiliar nesse sentido, pois é necessário estudar o assunto para ter condições de recolher as informações mais relevantes para inserir na cola.

> Numa perspectiva subversiva, ela [a cola] torna-se um recurso à aprendizagem, um meio de estudo e pesquisa. Demanda estudo prévio, escolhas (porque o espaço é limitado), análise, produção pessoal e reflexão. Torna-se a única fonte permitida de ser consultada no momento da realização da prova e elaborada pelo próprio estudante. Sua permissão evita a exclusiva memorização dos conteúdos. A natureza do instrumento de avaliação altera a essência da cola porque permite ao aluno dialogar por escrito com o professor, personalizando a prova, e com seus colegas fora da sala de aula, possibilitando trocas e aprendizagem (Forster, 2016, p. 111).

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

- Atividades e trabalhos em grupo

Atividades e trabalhos em grupo têm como objetivo a troca de ideias entre os estudantes, o que possibilita o desenvolvimento da empatia, colaboração, cooperação, comunicação e argumentação.

Cohen e Lotan (2017, p. 2) definem trabalho em grupo como "[...] alunos trabalhando juntos em grupos pequenos de modo que todos possam participar de uma atividade com tarefas claramente atribuídas". O professor, além de explicar aos estudantes ações deles como solucionadores de um problema, explicita aspectos a ser considerados, como os objetivos do trabalho e os critérios de avaliação.

O trabalho em grupo não deve ser entendido pelos estudantes como a junção das carteiras e cada um realizando sua atividade individualmente. "Trabalho em grupo não é a mesma coisa que agrupamento por habilidade, no qual o professor divide a sala por critério acadêmico para que possa ensinar para grupos mais homogêneos" (Cohen; Lotan, 2017, p. 2).

- Seminário

Seminário é uma apresentação oral de um tema ou o desenvolvimento de um problema que tem como objetivo trabalhar a comunicação e a argumentação, pois geralmente ocorrem debates a respeito do assunto abordado.

A proposta de seminário pode ser feita pelo professor com antecedência para que os estudantes organizem o material a ser apresentado, façam anotações e ordenem as ideias por meio de textos, esquemas, cartazes, maquetes ou recursos tecnológicos, como *slides* digitais e vídeos.

A avaliação pode ser orientada por meio de uma ficha avaliativa na qual o professor considera, entre outros elementos, a organização do material, o uso do conhecimento matemático, a adequação da linguagem utilizada na comunicação e a argumentação.

- Portfólio

Portfólio pode ser entendido como uma coleção significativa, sistemática e organizada de atividades que os estudantes desenvolveram em certa área ao longo de um período e evidenciem o nível de sua aprendizagem, incluindo suas reflexões sobre elas (Gomes; Buriasco, 2004).

O professor pode utilizar o portfólio como um instrumento de avaliação ao considerá-lo por completo (produto final) ou, ainda, como um recurso de avaliação ao considerar todo o processo de sua elaboração, acompanhando e discutindo as atividades (Sá-Chaves, 2000).

Quando o professor sugere a organização de um portfólio, deve esclarecer os objetivos e orientar como ele deve ser estruturado.

As atividades que compõem um portfólio podem ser organizadas em uma pasta, caso o portfólio seja físico, por exemplo, e podem ser escolhidas pelo professor ou pelos estudantes. Há também a opção de construir portfólios *on-line* compartilhando arquivos. De maneira geral, são os estudantes os responsáveis por escolher as atividades que

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

refletem sua aprendizagem. Essas atividades, para Gomes e Buriasco (2004, p. 7), "[…] asseguram com mais clareza as intenções do ensino e representam adequadamente o conteúdo e habilidades que se desejam dos alunos".

Por fim, a avaliação do portfólio pode ser realizada por um avaliador externo, pelo professor ou mesmo pelos estudantes.

- Autoavaliação

De acordo com Haydt (1995, p. 147), "autoavaliação é uma forma de apreciação normalmente usada quando nos dedicamos a atividades significativas, decorrentes de um comportamento intencional". Assim, para realizar uma autoavaliação escolar, os estudantes precisam analisar e interpretar seus conhecimentos, o que lhes permite refletir de maneira crítica sobre o que fizeram ou deixaram de fazer na construção desses conhecimentos. A autoavaliação é um instrumento que possibilita aos estudantes analisar e refletir sobre o que estudaram e como fizeram isso.

Essa mesma autora afirma que, ao se autoavaliar, o estudante participa de forma mais ampla e ativa de sua aprendizagem. Isso ocorre "[…] porque ele tem oportunidade de analisar seu processo nos estudos (o quanto rendeu e quanto poderia ter rendido), bem como suas atitudes e comportamentos frente ao professor e aos colegas" (Haydt, 1995, p. 147-148).

Uma autoavaliação pode ser constituída de perguntas a serem respondidas de maneira oral ou por escrito; perguntas essas que possibilitem aos estudantes realizar uma interpretação pessoal sobre o percurso da própria aprendizagem, tendo consciência das dificuldades e limitações nessa jornada. Por meio dessa tomada de consciência, os estudantes podem rever seus processos e sua organização de estudo, além de auxiliar você, professor, no planejamento de intervenções em aula.

A autoavaliação pode ser realizada ao longo do ano por meio de questionários ou fichas. Dependendo do objetivo, pode ser realizada antes do início do estudo de um conteúdo ou ao término. Quando realizada no início, o que se autoavalia são os conhecimentos prévios. Quando realizada no fim do período do estudo de um conteúdo, permite aos estudantes que trilhem a construção do conhecimento e reflitam sobre possíveis equívocos pelos quais passaram.

Deve-se evitar entregar uma extensa ficha com perguntas que os estudantes necessitam responder, pois a autoavaliação caracteriza-se como um momento de reflexão e não pode se tornar algo exaustivo. Por isso, sugere-se que sejam propostas perguntas específicas e objetivas. Em uma ficha de autoavaliação, podem ser fornecidas algumas respostas-padrão para os estudantes assinalarem, como: "sim", "não" e "às vezes". Entre os diferentes elementos presentes em uma autoavaliação, podem ser considerados aspectos procedimentais, de conteúdo, de convivência social, de conduta dos estudantes, entre outros.

Nas **Orientações específicas** sobre a seção **Reveja**, no fim de cada Unidade de cada Volume da coleção, são apresentadas estratégias e reflexões sobre uma eventual proposta de instrumentalização para que você possa encaminhar essa prática de autoavaliação com os estudantes.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

SUGESTÕES DE LEITURA E DE ACESSO À (IN)FORMAÇÃO DO PROFESSOR

Apresentamos aqui algumas sugestões de instituições, revistas, *sites* e livros que podem contribuir com a formação continuada do professor e, por consequência, fomentar o processo de ensino e aprendizagem. Cabe destacar que outras sugestões são realizadas ao longo deste **Manual do professor**, inclusive de documentos oficiais que norteiam a produção desta coleção, os quais julgamos importante consultar e estudar.

Material de estudo

ASSOCIAÇÃO NACIONAL DOS PROFESSORES DE MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO BÁSICA. Rio de Janeiro, c2024. *Site*. Disponível em: https://anpmat.org.br/. Acesso em: 20 maio 2024.

BRASIL. Ministério da Ciência, Tecnologia e Inovações. Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico. Brasília, DF: CNPq, [ca. 2024]. *Site*. Disponível em: www.cnpq.br. Acesso em: 20 maio 2024.

BRASIL. Ministério da Educação. Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior. Brasília, DF: Capes, 2024. *Site*. Disponível em: www.capes.gov.br/. Acesso em: 20 maio 2024.

CENTRO DE APERFEIÇOAMENTO DO ENSINO DE MATEMÁTICA "JOÃO AFONSO PASCARELLI" IME-USP. São Paulo, [ca. 2024]. *Site*. Disponível em: www.ime.usp.br/caem/. Acesso em: 20 maio 2024.

CENTRO DE ESTUDOS MEMÓRIA E PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. Campinas, [ca. 2024]. *Site*. Disponível em: www.cempem.fe.unicamp.br/. Acesso em: 20 maio 2024.

GRUPO DE ESTUDOS E PESQUISAS EM EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS UFSC. Florianópolis, 2023. *Site*. Disponível em: https://epejaufsc.paginas.ufsc.br/. Acesso em: 25 jul. 2022.

GRUPO DE ESTUDOS E PESQUISAS EM ETNOMATEMÁTICA FEUSP. São Paulo, [ca. 2024]. *Site*. Disponível em: www2.fe.usp.br/~etnomat/. Acesso em: 20 maio 2024.

GRUPO DE PESQUISA EM INFORMÁTICA, OUTRAS MÍDIAS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. Rio Claro, 2024. *Site*. Disponível em: http://igce.rc.unesp.br/#!/gpimem. Acesso em: 20 maio 2024.

GRUPO DE PESQUISA EM PROCESSO DE FORMAÇÃO E TRABALHO DOCENTE DOS PROFESSORES DE MATEMÁTICA. Rio Claro, c1999-2008. *Site*. Disponível em: www.rc.unesp.br/igce/pgem/gfp/. Acesso em: 20 maio 2024.

SOCIEDADE BRASILEIRA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. Brasília, DF, 2012. *Site*. Disponível em: www.sbembrasil.org.br. Acesso em: 20 maio 2024.

SOCIEDADE BRASILEIRA DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA. Rio Claro, [ca. 2024]. *Site*. Disponível em: www.sbhmat.org. Acesso em: 20 maio 2024.

SOCIEDADE BRASILEIRA DE MATEMÁTICA. Rio de Janeiro, c2024. *Site*. Disponível em: www.sbm.org.br/. Acesso em: 20 maio 2024.

SOCIEDADE BRASILEIRA DE MATEMÁTICA APLICADA E COMPUTACIONAL. São Carlos, c2024. *Site*. Disponível em: www.sbmac.org.br/. Acesso em: 20 maio 2024.

Revistas

BOLEMA: Boletim de Educação Matemática. Rio Claro, [ca. 2024]. *Site*. Disponível em: https://www.scielo.br/j/bolema/. Acesso em: 20 maio 2024.

C.Q.D.: Revista Eletrônica Paulista de Matemática. Bauru, 2024. *Site*. Disponível em: https://sistemas.fc.unesp.br/ojs/index.php/revistacqd. Acesso em: 20 maio 2024.

EDUCAÇÃO MATEMÁTICA EM REVISTA. Brasília, DF, [ca. 2024]. *Site*. Disponível em: https://www.sbembrasil.org.br/periodicos/index.php/emr. Acesso em: 20 maio 2024.

EJA EM DEBATE. Florianópolis, 2024. *Site*. Disponível em: https://periodicos.ifsc.edu.br/index.php/EJA/. Acesso em: 20 maio 2024.

EM TEIA: Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana. Recife, [ca. 2024]. *Site*. Disponível em: https://periodicos.ufpe.br/revistas/index.php/emteia. Acesso em: 20 maio 2024.

MATEMÁTICA CONTEMPORÂNEA. Rio de Janeiro, c2024. *Site*. Disponível em: http://mc.sbm.org.br. Acesso em: 20 maio 2024.

NOTICIÁRIO ELETRÔNICO. Rio de Janeiro, c2024. *Site*. Disponível em: www.sbm.org.br/noticiario-eletronico. Acesso em: 20 maio 2024.

PROFESSOR DE MATEMÁTICA ONLINE. Rio de Janeiro, c2024. *Site*. Disponível em: http://pmo.sbm.org.br/. Acesso em: 20 maio 2024.

REnCiMa: Revista de Ensino de Ciências e Matemática. São Paulo, [ca. 2024]. *Site*. Disponível em: http://revistapos.cruzeirodosul.edu.br/index.php/rencima. Acesso em: 20 maio 2024.

REVEMAT: Revista Eletrônica de Educação Matemática. Florianópolis, [ca. 2024]. *Site*. Disponível em: https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat. Acesso em: 20 maio 2024.

REVISTA BRASILEIRA DE INFORMÁTICA NA EDUCAÇÃO. Porto Alegre, [ca. 2024]. *Site*. Disponível em: https://sol.sbc.org.br/journals/index.php/rbie. Acesso em: 20 maio 2024.

REVISTA DO INSTITUTO GEOGEBRA INTERNACIONAL DE SÃO PAULO. São Paulo, [ca. 2024]. *Site*. Disponível em: https://revistas.pucsp.br/IGISP. Acesso em: 20 maio 2024.

REVISTA DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA. Rio de Janeiro, [ca. 2024]. *Site*. Disponível em: http://rpm.org.br/default.aspx?m_id=1. Acesso em: 20 maio 2024.

REVISTA EUREKA! Rio de Janeiro, c2024. *Site*. Disponível em: www.obm.org.br/revista-eureka/. Acesso em: 20 maio 2024.

REVISTA INTERNACIONAL DE EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS. Salvador, c2024. *Site*. Disponível em: https://www.revistas.uneb.br/index.php/rieja. Acesso em: 20 maio 2024.

REVISTA PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. Campo Mourão, 2020. *Site*. Disponível em: https://periodicos.unespar.edu.br/index.php/rpem. Acesso em: 28 jul. 2022.

ZETETIKÉ. Campinas, [ca. 2024]. *Site*. Disponível em: https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike. Acesso em: 25 jul. 2022.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

Sites

BANCO CENTRAL DO BRASIL. Brasília, DF, [ca. 2024]. *Site*. Disponível em: www.bcb.gov.br. Acesso em: 20 maio 2024.

BRASIL. Conselho Nacional dos Direitos da Criança e do Adolescente. Brasília, DF: Conanda, [ca. 2024]. *Site*. Disponível em: https://www.gov.br/participamaisbrasil/conanda/. Acesso em: 20 maio 2024.

BRASIL. Instituto Brasileiro do Meio Ambiente e dos Recursos Naturais Renováveis. Brasília, DF: Ibama, [ca. 2024]. *Site*. Disponível em: www.ibama.gov.br. Acesso em: 20 maio 2024.

BRASIL. Ministério da Ciência, Tecnologia e Inovações. Brasília, DF: MCTI, [ca. 2024]. *Site*. Disponível em: www.mctic.gov.br/. Acesso em: 20 maio 2024.

BRASIL. Ministério da Ciência, Tecnologia e Inovações. Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais. São José dos Campos, [ca. 2024]. *Site*. Disponível em: www.inpe.br/. Acesso em: 20 maio 2024.

BRASIL. Ministério da Cultura. Fundação Biblioteca Nacional. Brasília, DF: BN, [ca. 2024]. *Site*. Disponível em: www.bn.gov.br. Acesso em: 25 jul. 2022.

BRASIL. Ministério da Cultura. Instituto do Patrimônio Histórico e Artístico Nacional. Brasília, DF: Iphan, c2014. *Site*. Disponível em: http://portal.iphan.gov.br/. Acesso em: 20 maio 2024.

BRASIL. Ministério da Economia. Instituto Nacional de Metrologia, Qualidade e Tecnologia. Rio de Janeiro, [ca. 2024]. *Site*. Disponível em: www.inmetro.gov.br/. Acesso em: 20 maio 2024.

BRASIL. Ministério da Educação. Brasília, DF: MEC, [ca. 2024]. *Site*. Disponível em: https://www.gov.br/mec/pt-br. Acesso em: 20 maio 2024.

BRASIL. Ministério dos Direitos Humanos e da Cidadania. Brasília, DF: [ca. 2024]. *Site*. Disponível em: https://www.gov.br/mdh/pt-br. Acesso em: 25 jul. 2022.

BRASIL. Serviços e informações do Brasil. Brasília, DF, [ca. 2024]. *Site*. Disponível em: www.brasil.gov.br/. Acesso em: 20 maio 2024.

CENTRO DE PREVISÃO DE TEMPO E ESTUDOS CLIMÁTICOS. Cachoeira Paulista, [ca. 2024]. *Site*. Disponível em: www.cptec.inpe.br/. Acesso em: 20 maio 2024.

DIRETÓRIO DOS GRUPOS DE PESQUISA NO BRASIL. Brasília, DF, [ca. 2024]. *Site*. Disponível em: http://dgp.cnpq.br/dgp/faces/consulta/consulta_parametrizada.jsf. Acesso em: 20 maio 2024.

GEOGEBRA. Materiais didáticos. [*S. l.*], c2024. *Site*. Disponível em: www.geogebra.org/materials. Acesso em: 20 maio 2024.

INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. Rio de Janeiro, [ca. 2024]. *Site*. Disponível em: www.ibge.gov.br. Acesso em: 20 maio 2024.

INSTITUTO PAULO FREIRE. São Paulo, [2024]. *Site*. Disponível em: https://www.paulofreire.org/. Acesso em: 20 maio 2024.

PORTAL DOMÍNIO PÚBLICO. Brasília, DF, [ca. 2024]. *Site*. Disponível em: www.dominiopublico.gov.br/pesquisa/PesquisaObraForm.jsp. Acesso em: 20 maio 2024.

PORTAL DO PROFESSOR. [*S. l.*], [ca. 2024]. Disponível em: http://portaldoprofessor.mec.gov.br/index.html. Acesso em: 20 maio 2024.

SCRATCH. [Cambridge (EUA): MIT, 2024]. *Site*. Disponível em: https://scratch.mit.edu/download. Acesso em: 11 jun. 2024.

THE DOCUMENT FOUNDATION. LibreOffice. Versão 7.6.7. [Berlim]: The Document Foundation, [2024]. Disponível em: https://pt-br.libreoffice.org/baixe-ja/libreoffice-novo/. Acesso em: 11 jun. 2024.

Livros

BARCELOS, Valdo. **Avaliação na Educação de Jovens e Adultos**: uma proposta solidária e cooperativa. Petrópolis: Vozes, 2014.

BARRETO, Marcilia Chagas *et al*. (org.). **Matemática, aprendizagem e ensino**. Fortaleza: EdUECE, 2013.

BASSANEZI, Rodney Carlos. **Modelagem matemática**: teoria e prática. São Paulo: Contexto, 2015.

BELINE, Willian; COSTA, Nielce Meneguelo Lobo da (org.). **Educação matemática, tecnologia e formação de professores**: algumas reflexões. Campo Mourão: Editora da FECILCAM, 2010.

BURIASCO, Regina Luzia Cori de. **Avaliação e educação matemática**. Recife: SBEM, 2008.

CALDEIRA, Ana Maria de Andrade (org.). **Ensino de ciências e matemática II**: temas sobre formação de conceitos. São Paulo: Cultura Acadêmica, 2009.

CAZORLA, Irene Mauricio; SANTANA, Eurivalda Ribeiro dos Santos. **Tratamento da informação para o ensino fundamental e médio**. 2. ed. Ibicaraí: Via Litterarum, 2009.

COSENZA, Ramon M.; GUERRA, Leonor B. **Neurociência e educação**: como o cérebro aprende. Porto Alegre: Artmed, 2011.

CURY, Helena Noronha. **Análise de erros**: o que podemos aprender com as respostas dos alunos. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2019. (Tendências em Educação Matemática).

CYRINO, Márcia Cristina de Costa Trindade (org.). **Recurso multimídia para a formação de professores que ensinam matemática**: elaboração e perspectivas. Londrina: Eduel, 2016.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Etnomatemática**: elo entre as tradições e a modernidade. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2005. (Tendências em Educação Matemática).

DINIZ, Leandro do Nascimento; BORBA, Marcelo de Carvalho (org.). **Diferentes olhares, múltiplos focos e autoformação continuada de educadores matemáticos**. São Paulo: Livraria da Física, 2009.

FAINGUELERNT, Estela Kaufman; NUNES, Katia Regina Ashton. **Fazendo arte com a matemática**. 2. ed. Porto Alegre: Penso, 2015.

FERREIRA, Mariana Kawall Leal (org.). **Ideias matemáticas de povos culturalmente distintos**. São Paulo: Global, 2002. (Antropologia e Educação).

FONSECA, Maria da Conceição F. R. **Educação matemática de jovens e adultos**: especificidades, desafios e contribuições. Belo Horizonte: Autêntica, 2007. (Tendências em Educação Matemática).

GADOTTI, Moacir; ROMÃO, José Eustáquio (org.). **Educação de jovens e adultos**: teoria, prática e proposta. São Paulo: Cortez, 2018.

GARNICA, Antonio Vicente Marafioti; SOUZA, Luzia Aparecida de. **Elementos de história da educação matemática**. São Paulo: Cultura Acadêmica, 2012.

GRANDO, Regina Célia. **O jogo e a matemática no contexto da sala de aula**. São Paulo: Paulus, 2004.

IFRAH, Georges. **Os números**: a história de uma grande invenção. 5. ed. São Paulo: Globo, 1992.

LOPES, Celi Espasandin; ALLEVATO, Norma Suely Gomes. **Matemática e tecnologias**. São Paulo: Terracota, 2011. (Pesquisas e práticas em educação).

LORENZATO, Sergio. **Para aprender matemática**. Campinas: Autores Associados, 2010.
LUCKESI, Cipriano Carlos. **Avaliação da aprendizagem escolar**: estudos e proposições. 22. ed. São Paulo: Cortez, 2018.
MACEDO, Lino de; PETTY, Ana Lúcia Sicoli; PASSOS, Norimar Christe. **Aprender com jogos e situações-problema**. Porto Alegre: Artmed, 2000.
MELO, Júlio César Resende; CLAUDIO, Mario Henrique Andrade. **O ensino da matemática na educação de jovens e adultos**: algumas práticas docentes contextualizadas. São Paulo: Dialética, 2023.
MENDES, Iran Abreu; CHAQUIAM, Miguel. **História nas aulas de matemática**: fundamentos e sugestões didáticas para professores. Belém: SBHMat, 2016.
NACARATO, Adair Mendes; LOPES, Celi Espasandin (org.). **Escritas e leituras na educação matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2007.
NÓBRIGA, Jorge Cássio Costa; ARAÚJO, Luís Cláudio Lopes de. **Aprendendo matemática com o GeoGebra**. Brasília, DF: Exato, 2003.
ONUCHIC, Lourdes de La Rosa; LEAL JUNIOR, Luiz Carlos; PIRONEL, Marcio (org.). **Perspectivas para resolução de problemas**. São Paulo: Livraria da Física, 2017.
PAIS, Luiz Carlos. **Ensinar e aprender matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.
PAULA, Samantha Chang Rodrigues de; RODRIGUES, Chang Kuo; SILVA, Júlio César da. **Educação matemática e tecnologia**: articulando práticas geométricas. Curitiba: Appris, 2016.
POWELL, Arthur; BAIRRAL, Marcelo. **A escrita e o pensamento matemático**: interações e potencialidades. Campinas: Papirus, 2014. (Perspectivas em Educação Matemática).
SANTOS, Cleane Aparecida dos; NACARATO, Adair Mendes. **Aprendizagem em geometria na Educação Básica**: a fotografia e a escrita na sala de aula. Belo Horizonte: Autêntica, 2014. (Tendências em Educação Matemática).
SILVA, Jaqueline Luzia da; PEREIRA, Pedro Carlos (org.). **Educações de jovens e adultos**: reflexões a partir da prática. Rio de Janeiro: Wak, 2015.
SOUZA, Eliane Reame de *et al*. **A matemática das sete peças do tangram**. São Paulo: CAEM/IME-USP, 2008.
SPINILLO, Alina Galvão; LAUTERT, Síntria Labres. **A pesquisa em psicologia e suas implicações para a educação matemática**. Recife: EdUFPE, 2012.
VAN DE WALLE, John A. **Matemática no ensino fundamental**: formação de professores e aplicação em sala de aula. Tradução: Paulo Henrique Colonese. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.
VILELA, Denise Silva. **Usos e jogos de linguagem na matemática**: diálogo entre filosofia e educação matemática. São Paulo: Livraria da Física, 2013. (Contexto da Ciência).

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS COMENTADAS

ALMEIDA, B. O.; ALVES, L. R. G. Letramento digital em tempos de covid-19: uma análise da educação no contexto atual. **Debates em Educação**, [*s. l.*], v. 12, n. 28, p. 1-18, 2020. Disponível em: https://www.seer.ufal.br/index.php/debateseducacao/article/view/10282. Acesso em: 12 out. 2023.

Nesse artigo, os autores exploram quais habilidades de letramento digital são exigidas na interação entre estudantes e professores no contexto do ensino remoto durante a pandemia de covid-19.

ALMEIDA, José Ricardo Pires de. **Instrução pública no Brasil (1500-1889)**: história e legislação. Tradução: Antonio Chizzotti. São Paulo: Educ; Brasília, DF: INEP, 2000.

A obra representa um debate fundamental sobre a historiografia da educação pública no Brasil em seus aspectos organizacionais e políticos.

ALMEIDA, Lourdes Maria Werle de; FERRUZZI, Elaine Cristina. Uma aproximação socioepistemológica para a modelagem matemática. **Alexandria**: Revista em Educação em Ciência e Tecnologia, Florianópolis, v. 2, n. 2, p. 117-234, 2009.

Nesse artigo, os autores apresentam uma situação-problema para evidenciar a possibilidade de trabalhar atividades de modelagem matemática em sala de aula sob a perspectiva socioepistemológica.

ALMEIDA, Lourdes Maria Werle de; SILVA, Karina Alessandra Pessoa da. Semiótica e as ações cognitivas dos alunos em atividades de modelagem matemática: um olhar sobre os modos de inferência. **Ciência & Educação**, Bauru, v. 18, n. 3, p. 623-642, 2012.

Análise de uma atividade de modelagem para investigar relações entre ações cognitivas evidenciadas em atividades desse tipo e os modos de inferência na semiótica peirceana.

ALMEIDA, Lourdes Maria Werle de; SILVA, Karina Alessandra Pessôa da; VERTUAN, Rodolfo Eduardo. O registro gráfico em atividades de modelagem matemática – um estudo da conversão entre registros segundo a teoria dos registros de representação semiótica.*In*: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2., 2009, São Paulo. **Anais** […]. São Paulo: Uniban, 2009.

Discussão sobre as conversões ligadas ao registro gráfico realizadas por estudantes de uma turma de licenciatura em atividades de modelagem matemática.

ALMEIDA, Lourdes Werle de; SILVA, Karina Pessôa da; VERTUAN, Rodolfo Eduardo. **Modelagem matemática na Educação Básica**. São Paulo: Contexto, 2012.

Essa obra apresenta a definição e as características da modelagem matemática, atividades que foram desenvolvidas na Educação Básica, incluindo discussões e encaminhamentos para a sala de aula, e outros temas a serem trabalhados nessa perspectiva.

ARROYO, M. G. A educação de jovens e adultos em tempo de exclusão. **Alfabetização e Cidadania**: Revista de educação de jovens e adultos, Brasília, nº 11, p. 221-230, 2001.

O autor traz à tona o aspecto de exclusão que permeia a educação de jovens e adultos, cujos indivíduos são comumente atravessados por contradições sociais e luta por direitos.

ARROYO, M. G. Formar educadores e educadoras de jovens e adultos. *In*: SOARES, Leôncio (org.). **Formação de educadores de jovens e adultos**. Belo Horizonte: Autêntica, p. 2006. p. 17-32.

O texto lança luz acerca dos saberes envolvidos na docência voltada à EJA.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

ARROYO, Miguel Gonzalez. **Passageiros da noite do trabalho para a EJA**: itinerários pelo direito a uma vida justa. Petrópolis: Vozes, 2017.

Tendo como recurso narrativo uma viagem de ônibus, o autor ilustra a trajetória de milhões de brasileiros que, entre o caminho do trabalho para casa, adiam o descanso e descem na parada "escola" em busca de uma vida mais digna por meio da educação.

AUSUBEL, David Paul; NOVAK, Joseph Donald; HANESIAN, Helen. **Psicologia educacional**. Tradução: Eva Nick *et al*. 2. ed. Rio de Janeiro: Interamericana, 1980.

Obra em que David Paul Ausubel apresenta sua teoria da aprendizagem significativa.

BALL, Deborah L.; THAMES, M. H.; PHELPS, G. Content Knowledge for Teaching: What make it special? **Journal of Teacher Education**, v. 59, n. 5, p. 389-407, 2008. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/255647628_Content_Knowledge_for_Teaching_What_Makes_It_Special. Acesso em: 22 maio 2024.

Esse artigo traz a importância de o professor ter domínio sobre o que ensina, o que vai além de saber o conteúdo, mas conhecer suas peculiaridades e saber como ensinar esse conteúdo.

BARBOSA, Rosane Mendes; RIPARDO, Ronaldo Barros. Leitura e produção de inferências matemáticas no estudo de inequações. **Remat**, São Paulo, v. 17, p. 1-19, 2020. Disponível em: https://www.revistasbemsp.com.br/index.php/REMat-SP/article/view/162/176. Acesso em: 25 jul. 2022.

Análise da produção de inferências por estudantes do Ensino Fundamental em estratégias de leitura envolvidas na resolução de atividades matemáticas.

BARLOW, Michael. **Avaliação escolar**: mitos e realidades. Porto Alegre: Artmed, 2006.

Nessa produção, o autor discute práticas avaliativas em sala de aula.

BENDER, William N. **Aprendizagem baseada em projetos**: educação diferenciada para o século XXI. Tradução: Fernando de Siqueira Rodrigues. Porto Alegre: Penso, 2014.

Nessa obra, é explorada a Aprendizagem Baseada em Projetos (ABP) como abordagem inovadora de ensino diferenciado, com base em aplicações da tecnologia na aula, apresentando como essa metodologia funciona nesse ambiente e vários exemplos de projetos reais em escolas.

BERGMANN, Jonathan; SAMS, Aaron. **Sala de aula invertida**: uma metodologia ativa de aprendizagem. Tradução: Afonso Celso da Cunha Serra. Rio de Janeiro: LTC, 2018.

Discute a metodologia ativa de aprendizagem sala de aula invertida e apresenta como utilizar essa metodologia e as tecnologias associadas.

BERTINI, Luciane de Fatima; PASSOS, Cármen Lúcia Brancaglion. **Uso da investigação matemática no processo de ensino e aprendizagem nas séries iniciais do ensino fundamental**. [*S. l.*], 2008. Disponível em: www2.rc.unesp.br/eventos/matematica/ebrapem2008/upload/135-1-A-gt8_bertini_ta.pdf. Acesso em: 21 maio 2024.

Nesse artigo, as autoras distinguem problema de exercício e defendem a realização de investigações matemáticas pelos estudantes para promover sua aprendizagem.

BOAVIDA, Ana Maria; GOMEZ, Anabela; MACHADO, Sílvia. Argumentação na aula de matemática: olhares sobre um projeto de investigação colaborativa. **Educação e matemática**, Lisboa, n. 70, p. 18-26, 2002.

Relato da experiência de implementar tarefas com foco na argumentação matemática em sala de aula.

BORBA, Marcelo de Carvalho; PENTEADO, Miriam Godoy. **Informática e educação matemática**. 5. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2016. (Tendências em Educação Matemática).

Obra sobre o uso de informática educativa no ambiente escolar, contendo debates relacionados às políticas governamentais e questões epistemológicas e pedagógicas.

BORBA, Marcelo de Carvalho; SILVA, Ricardo Scucuglia R. da; GADANIDIS, George. **Fases das tecnologias digitais em educação matemática**: sala de aula e internet em movimento. Belo Horizonte: Autêntica, 2014. (Tendências em Educação Matemática).

Esse livro apresenta propostas de uso de tecnologias nas aulas de Matemática.

BOUDECHICHE, Hamid. Video as a tool of learning new skills. **Africana Studia**, Porto, v. 1, n. 34, p. 73-90, 2020. Disponível em: https://ojs.letras.up.pt/index.php/AfricanaStudia/article/view/10509/9599. Acesso em: 21 maio 2024.

Nesse artigo, em inglês, o autor discute sobre a utilização do vídeo como uma ferramenta de aprendizagem de novas competências e as teorias associadas a esse recurso.

BRASIL. [Constituição (1988)]. **Constituição da República Federativa do Brasil de 1988**. Brasília, DF: Presidência da República, [2024]a. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/constituicao/constituicao.htm. Acesso em: 8 maio 2024.

Texto da Constituição Federal de 1988, que apresenta o conjunto de leis fundamentais que organiza e rege o funcionamento do país, estabelecendo direitos e deveres para todos os cidadãos.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. Secretaria de Educação Continuada, Alfabetização, Diversidade e Inclusão. Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica. Conselho Nacional da Educação. Câmara Nacional de Educação Básica. **Diretrizes curriculares nacionais da educação básica**. Brasília, DF: MEC: SEB: Dicei, 2013. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=13448-diretrizes-curiculares-nacionais-2013-pdf&Itemid=30192. Acesso em: 4 jun. 2024.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria Especial de Políticas de Promoção da Igualdade Racial. **Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação das Relações Étnico-Raciais e para o Ensino de História e Cultura Afro-Brasileira e Africana**. Brasília, DF: MEC, 2004. Disponível em: https://download.inep.gov.br/publicacoes/diversas/temas_interdisciplinares/diretrizes_curriculares_nacionais_para_a_educacao_das_relacoes_etnico_raciais_e_para_o_ensino_de_historia_e_cultura_afro_brasileira_e_africana.pdf. Acesso em: 4 jun. 2024.

O documento traz as diretrizes para a formulação de projetos e políticas públicas para a valorização da história e cultura afro-brasileira e africana na promoção da educação de igualdades étnico-raciais, bem como sua condução.

BRASIL. **Lei nº 6.938, de 31 de agosto de 1981**. Dispõe sobre a Política Nacional do Meio Ambiente, seus fins e mecanismos de formulação e aplicação, e dá outras providências. Brasília, DF: Presidência da República, [2024]b. Disponível em: https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/l6938.htm. Acesso em: 15 maio 2024.

Lei que dispõe a Política Nacional do Meio Ambiente.

BRASIL. **Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996**. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. Brasília, DF: Presidência

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

da República, 1996. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/l9394.htm. Acesso em:7 maio 2024.

Legislação que define e regulamenta o sistema educacional público e privado no país com base nos princípios presentes na Constituição Federal de 1988.

BRASIL. **Lei nº 10.639, de 9 de janeiro de 2003**. Inclui no currículo oficial da rede de ensino a obrigatoriedade da temática história e cultura afro-brasileira. Brasília, DF: Presidência da República, 2003. Disponível em: https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/2003/l10.639.htm. Acesso em: 14 maio 2024.

A lei estabelece a obrigatoriedade do ensino na temática "História e Cultura Afro-brasileira" no currículo oficial.

BRASIL. **Lei nº 11.645, de 10 março de 2008**. Altera a lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996, modificada pela lei nº 10.639, de 9 de janeiro de 2003, que estabelece as diretrizes e bases da educação nacional, para incluir no currículo oficial da rede de ensino a obrigatoriedade da temática "História e Cultura Afro-Brasileira e Indígena". Brasília, DF: Presidência da República, 2008. Disponível em: https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2007-2010/2008/lei/l11645.htm. Acesso em: 4 jun. 2024.

A lei estabelece a obrigatoriedade do ensino na temática "História e Cultura Afro-Brasileira e Indígena" no currículo oficial.

BRASIL. **Lei nº 13.104, de 9 de março de 2015**. Altera o art. 121 do Decreto-Lei nº 2.848, de 7 de dezembro de 1940 - Código Penal, para prever o feminicídio como circunstância qualificadora do crime de homicídio, e o art. 1º da Lei nº 8.072, de 25 de julho de 1990, para incluir o feminicídio no rol dos crimes hediondos. Brasília, DF: Presidência da República, 2015. Disponível em: https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2015-2018/2015/lei/l13104.htm. Acesso em: 7 jun. 2024.

Lei que altera o art. 121 do Decreto-Lei nº 2.848, de 7 de dezembro de 1940 - Código Penal, para prever o feminicídio como circunstância qualificadora do crime de homicídio, e o art. 1º da Lei nº 8.072, de 25 de julho de 1990, para incluir o feminicídio no rol dos crimes hediondos.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**: educação é a base. Brasília, DF: MEC, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 21 maio 2024.

Documento que regulamenta as aprendizagens essenciais na Educação Básica.

BRASIL. Ministério da Educação. Conselho Nacional de Educação. **Parecer CNE/CEB nº 11/2000**. Diretrizes curriculares nacionais para a educação de jovens e adultos. Brasília, DF: MEC, 2000a. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/PCB11_2000.pdf. Acesso em: 8 maio 2024.

O parecer estabelece a obrigatoriedade, por parte dos estados, da oferta gratuita e acessível da Educação Básica a todos os cidadãos, prevendo a intensificação de sua implementação àqueles que não receberam educação primária ou não puderam concluir o ciclo completo dela.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Proposta curricular para a educação de jovens e adultos**: segundo segmento do ensino fundamental: 5ª a 8ª série: introdução. Brasília, DF: SEF, 2002. (Proposta curricular para a educação de jovens e adultos, v. 1). Disponível em: http://portal.mec.gov.br/secad/arquivos/pdf/eja_livro_01.pdf. Acesso em: 22 maio 2024.

Nesse documento, é apresentada uma proposta curricular para a EJA, em particular para Matemática, que pode nortear o planejamento de aulas dessa modalidade quanto aos conteúdos abordados em cada etapa e encaminhamentos dessa abordagem.

BRASIL. Ministério da Educação. Conselho Nacional de Educação. **Resolução CNE/CEB nº 1, de 5 de julho de 2000**. Estabelece as diretrizes curriculares nacionais para a educação de jovens e adultos. Brasília, DF: MEC, 2000b. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/CEB012000.pdf. Acesso em: 8 maio 2024.

O documento define e caracteriza as bases curriculares para a Educação de Jovens e Adultos no país sob os princípios de equidade, diferença e proporcionalidade.

BRASIL. Ministério da Educação. Conselho Nacional de Educação. **Resolução nº 1, de 25 de maio de 2021**. Institui diretrizes operacionais para a educação de jovens e adultos nos aspectos relativos ao seu alinhamento à Política Nacional de Alfabetização (PNA) e à Base Nacional Comum Curricular (BNCC), e Educação de Jovens e Adultos a Distância. Brasília, DF: MEC, 2021. Disponível em: https://www.gov.br/mec/pt-br/media/acesso_informacacao/pdf/DiretrizesEJA.pdf. Acesso em: 6 jun. 2024.

Resolução do Ministério da Educação (MEC) com diretrizes operacionais para a Educação de Jovens e Adultos (EJA).

BRASIL. Ministério da Educação. Conselho Nacional de Educação. **Resolução nº 3, de 15 de junho de 2010**. Institui diretrizes operacionais para a educação de jovens e adultos […]. Brasília, DF: MEC, 2010. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&task=doc_download&gid=5642&Itemid=. Acesso em: 14 maio 2024.

A normativa regulamenta a duração dos cursos de EJA, idade mínima de ingresso, certificação dos exames e estruturação da modalidade por meio da EAD.

BRASIL. Ministério da Igualdade Racial. **População**: população. Brasília, DF: MIR, [2022]. Disponível em: https://www.gov.br/igualdaderacial/pt-br/composicao/secretaria-de-gestao-do-sistema-nacional-de-promocao-da-igualdade-racial/diretoria-de-avaliacao-monitoramento-e-gestao-da-informacao/hub-igualdade-racial/populacao. Acesso em: 15 maio 2024.

Levantamento do Ministério da Igualdade Racial sobre o perfil da população negra brasileira, com *links* de acesso a séries históricas e informações com base no Censo IBGE 2022.

BRASIL. Ministério da Saúde. **O que significa ter saúde?** [Brasília, DF]: Gov.br, 29 jul. 2021. Disponível em: https://www.gov.br/saude/pt-br/assuntos/saude-brasil/eu-quero-me-exercitar/noticias/2021/o-que-significa-ter-saude. Acesso em: 15 maio 2024.

Artigo do Ministério da Saúde com recomendações e informações sobre a manutenção de uma vida saudável em sua integralidade.

BRASIL. Secretaria de Comunicação Social. **Secom abre consulta pública sobre política de educação midiática**. Brasília, DF: Secom, 19 maio 2023. Disponível em: https://www.gov.br/secom/pt-br/assuntos/noticias/2023/05/secom-abre-consulta-publica-sobre-politica-de-educacao-midiatica. Acesso em: 12 jun. 2024.

Texto explicativo sobre documento de consulta pública a respeito de ações políticas e sociais em educação midiática.

BUENO, Samira *et al*. **Feminicídios em 2023**. São Paulo: Fórum Brasileiro de Segurança Pública, 2024. Disponível em: https://publicacoes.forumseguranca.org.br/items/77f6dcce-06b7-49c1-b227-fd625d979c85. Acesso em: 15 maio 2024.

Documento realizado pelo Fórum de Segurança Pública com informações atualizadas sobre feminicídio, incluindo indicação de ocorrências por UF e região, bem como as causas relacionadas e medidas estatais tomadas para combatê-lo.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

BUYS, K. Mental Arithmetic. *In*: HEUVEL-PANHUIZEN, M. van den (ed.). **Children Learn Mathematics**. Rotterdam/Taipei: Sense, 2001. p. 121-146. Developed by the TAL Team. Utrecht: Freudenthal Institute (FI), Utrecht University and National Institute for Curriculum Development (SLO).

Trabalho que propõe discussão e reflexão sobre estratégias de cálculo mental por crianças e adolescentes.

CASTELLS, Manuel. **O poder da identidade**. Tradução: Klauss Brandini Gerhardt. 6. ed. São Paulo: Paz & Terra, 2008. (A era da informação: economia, sociedade e cultura, v. 2).

A obra explora a relação da constituição da identidade coletiva com a mobilização dos movimentos sociais em face das disputas de poder na sociedade em rede.

CHIMENDES, Vanessa C. G. *et al*. Práticas pedagógicas para desenvolver o espírito crítico científico no aluno. **Revista Espacios**, Caracas, v. 39, n. 49, 2018. p.10. Disponível em: https://www.revistaespacios.com/a18v39n49/18394910.html. Acesso em: 22 maio 2024.

Nesse estudo, são tratadas as práticas pedagógicas para desenvolver o raciocínio crítico dos estudantes como ferramenta para a plena aquisição de conhecimentos.

COHEN, Elizabeth G.; LOTAN, Rachel A. **Planejando o trabalho em grupo**: estratégias para salas de aula heterogêneas. 3. ed. Porto Alegre: Penso, 2017.

Nesse livro, as autoras apresentam e defendem a ideia do trabalho em grupo em turmas heterogêneas como uma estratégia potencialmente eficaz de ensino e aprendizagem, além de teorias e orientações para a prática em sala de aula.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Etnomatemática**: elo entre as tradições e a modernidade. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2005. (Tendências em Educação Matemática).

Com essa obra, o autor procura proporcionar uma visão geral da Etnomatemática, principalmente aspectos mais teóricos.

DE LANGE, Jan. **Framework for Classroom Assessment in Mathematics**. Utrecht: Freudenthal Institute and National Center for Improving Student Learning and Achievement in Mathematics and Science, 1999.

Nessa publicação, em inglês, o autor apresenta os objetivos da avaliação escolar e lista padrões e princípios para sua realização nas aulas de Matemática.

DI PIERRO, Maria Clara. Educação de jovens e adultos no Brasil: questões face às políticas públicas recentes. **Em Aberto**, Brasília, DF, v. 11, n. 56, out./dez. 1992.

A autora traça um panorama histórico a partir das políticas públicas voltadas à Educação de Jovens e Adultos.

FIGARO, Roseli. O mundo do trabalho e as organizações: abordagens discursivas de diferentes significados. **Organicom**, São Paulo, v. 5, n. 9, p. 90-100, 2008. Disponível em: https://www.revistas.usp.br/organicom/article/view/138986. Acesso em: 3 jun. 2024.

A autora propõe uma nova abordagem que busca superar a ideia de o trabalho ser um "mal necessário" para a aquisição de bens e capitais.

FORSTER, Cristiano. **A utilização da prova-escrita-com-cola como recurso à aprendizagem**. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Centro de Ciências Exatas, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2016.

Estudo sobre a utilização de uma prova-escrita-com-cola como recurso na avaliação que oportuniza a aprendizagem.

FREIRE, Paulo. **Educação como prática da liberdade**. 29. ed. Rio de Janeiro: Paz & Terra, 2006.

Nesse ensaio, o autor trata do princípio de transpor o discurso sectário para o debate das condições reais de opressão, alimentado por uma prática que garanta a libertação do educando diante das contradições e desafios históricos.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da autonomia**: saberes necessários à prática educativa. 25. ed. São Paulo: Paz & Terra, 1996. (Coleção Leitura).

Nessa obra, o autor ressalta a importância de uma ética universal para a formação humana em um mundo de desagregação.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia do oprimido**. 87 ed. Rio de Janeiro: Paz & Terra, 2023.

A obra trata das injustiças e do medo da liberdade impostos aos oprimidos.

FREITAS, A. V.; PIRES, C. M. C. Panorama da avaliação da Educação de Jovens e Adultos sob perspectivas da Educação Matemática. **Horizontes**, [*s. l.*], v. 33, n. 1, 2015. Disponível em: https://revistahorizontes.usf.edu.br/horizontes/article/view/107. Acesso em: 3 maio 2024.

O artigo apresenta um panorama de processos avaliativos na EJA sob perspectiva da Educação Matemática.

GÉRARD, François-Marie; ROEGIERS, Xavier. **Conceber e avaliar manuais escolares**. Tradução: Júlia Ferreira e Helena Peralta. Porto: Porto Editora, 1998.

Essa obra fornece uma base teórica sólida aos processos de avaliação, com inúmeros exemplos e sugestões, tornando-se um instrumento prático de apoio à avaliação.

GODOY, Isadora Mendes de. Trajetória irregular de estudantes aumenta público potencial da modalidade EJA. **SciELO em Perspectiva Humanas**. [*S. l.*], 3 mar. 2023. Blogue. Disponível em: https://humanas.blog.scielo.org/blog/2023/03/03/trajetoria-irregular-de-estudantes-aumenta-publico-potencial-da-modalidade-eja/. Acesso em: 3 jun. 2024.

O artigo demonstra que, a despeito do amplo acesso à educação, torna-se imperativo pensar em políticas públicas que garantam a permanência dos jovens e adultos no ensino regular.

GOMES, Marilda Trecenti; BURIASCO, Regina Luzia Corio de. O portfólio na avaliação da aprendizagem escolar. *In*: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 8., 2004, Recife. **Anais** […]. Recife: UFPE, 2004.

Esse texto apresenta o portfólio como um recurso avaliativo nas aulas de Matemática.

HADDAD, Sérgio. Por uma nova cultura na educação de jovens e adultos, um balanço de experiências de poder. **GT 18**: Educação de Pessoas Jovens e Adultas, 30ª Reunião Anual da Anped, Caxambu, p. 1-30, 7-10 out. 2007.

O estudo apresenta o balanço das experiências realizadas pelo projeto de pesquisa "Juventude, Escolarização e Poder Local" em seis regiões metropolitanas do Brasil.

HADJI, Charles. **A avaliação, regras do jogo**: das intenções aos instrumentos. 4. ed. Porto: Porto Editora, 1994.

Proposta de abordagem de avaliação da aprendizagem escolar, incluindo reflexões e análises relacionadas aos tipos de avaliação.

HAYDT, Regina Cazaux. **Avaliação do processo ensino-aprendizagem**. São Paulo: Ática, 1995.

Nessa obra, a autora discute as funções da avaliação escolar, incluindo a autoavaliação como parte do processo de ensino e aprendizagem.

HOWLAND, Jane L.; JONASSEN, David H.; MARRA, Rose M. **Meaningful Learning with Technology**. 4. ed. Boston: Pearson, 2011.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

Demonstração, em inglês, de como os professores podem utilizar a tecnologia para incentivar e auxiliar na aprendizagem significativa dos estudantes.

INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. Diretoria de Pesquisas. Coordenação de Pesquisas por Amostra de Domicílios. **Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios Contínua**: educação 2023. [Rio de Janeiro]: IBGE, 2024. Disponível em: https://biblioteca.ibge.gov.br/visualizacao/livros/liv102068_informativo.pdf. Acesso em: 15 maio 2024.

Relatório da Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios Contínua – PNAD Contínua com dados gerais e regionais sobre o Sistema Educacional Brasileiro.

LIMA, Paulo Vinícius Pereira de *et al*. Brasil no Pisa (2003-2018): reflexões no campo da Matemática. **Tangram**: Revista de Educação Matemática, Dourados, v. 3, n. 2, p. 3-26, 2020. Disponível em: https://ojs.ufgd.edu.br/index.php/tangram/article/view/12122/5813. Acesso em: 21 maio 2024.

Análise sobre o desempenho dos estudantes brasileiros em relação à Matemática nas edições do Pisa ocorridos de 2003 a 2018.

LIMA, Francisca Vieira; WIESE, Andréia Faxina; HARACEMIV, Sonia Maria Chaves. As mulheres da EJA: do silenciamento de vozes à escuta humanizadora. **Revista da FAEEBA**: Educação e Contemporaneidade, Salvador, v. 30, n. 63, p. 131-150, jul./set. 2021. Disponível em: http://educa.fcc.org.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0104-70432021000300131&lng=pt&nrm=iso. Acesso em: 15 maio 2024.

O estudo faz o perfilamento do público feminino que acede à EJA em um município de médio porte no Paraná.

LUCKESI, Cipriano Carlos. **Avaliação da aprendizagem na escola**: reelaborando conceitos e recriando a prática. 2. ed. Salvador: Malabares, 2005.

Nessa obra, o autor retoma conceitos fundamentais ligados ao ato de avaliar e oferece uma leitura reorientadora desses princípios, indicando procedimentos avaliativos que considerem o acolhimento do educando na promoção da aprendizagem.

LUCKESI, Cipriano Carlos. **Verificação ou avaliação**: o que pratica a escola. São Paulo, n. 8, p. 71-80, 1998. (Série Ideias).

Nesse texto, o autor faz uma abordagem sobre aspectos que diferenciam as ações de verificar e avaliar no ensino escolar.

MANIAR, Nipan *et al*. The effect of mobile phone screen size on video based learning. **Journal of Software**, Portsmouth (UK), v. 3, n. 4, p. 51-61, abr. 2008. Disponível em: www.jsoftware.us/vol3/jsw0304-06.pdf. Acesso em: 21 maio 2024.

Investigação sobre a utilização e os impactos do uso de aparelhos celulares em um contexto de aprendizagem baseada em vídeo.

MARINO, Cleiton Antonio; ANTUNES, Tiago Ponciano; MENDES, Marcele Tavares. A avaliação formativa e sua função reguladora: um estudo. **Revista de Ensino, Educação e Ciências Humanas**, Londrina, v. 19, n. 1, p. 82-88, 2018.

Estudo sobre perspectivas de avaliação formativa que visam favorecer a regularização da aprendizagem.

MAZUR, Eric. ***Peer instruction***: a revolução da aprendizagem ativa. Porto Alegre: Penso, 2015.

Obra sobre a metodologia ativa *peer instruction* que explica como ensinar fazendo perguntas e como implementar essa metodologia.

OLIVEIRA, Emilio Celso de; PIRES, Célia Maria Carolino. Uma reflexão acerca das competências leitoras e das concepções e crenças sobre práticas de leitura nas aulas de Matemática. **Bolema**, Rio Claro, v. 23, n. 37, p. 931-953, 2010.

Artigo sobre as competências leitoras em Matemática.

OLIVEIRA, Marta Kohl de. Jovens e adultos como sujeitos de conhecimento e aprendizagem. **Revista Brasileira de Educação**, Rio de Janeiro, n. 12, p. 59-73, set./dez. 1999. Disponível em: http://educa.fcc.org.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1413-24781999000300005. Acesso em: 3 jun. 2024.

O trabalho apresenta uma retomada de conceitos solidificados na literatura sobre educação, para situar o jovem e o adulto como um grupo heterogêneo, que lida com o processo de aprendizagem, a partir de elementos cognitivos, sociais e culturais únicos.

ORGANIZAÇÃO DAS NAÇÕES UNIDAS PARA A EDUCAÇÃO, A CIÊNCIA E A CULTURA. **Educação**: um tesouro a descobrir, relatório para a Unesco da Comissão Internacional sobre Educação para o século XXI: destaques. Paris: Unesco, 2010. Publicado originalmente em 1996. Disponível em: https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000109590_por. Acesso em: 20 maio 2024.

Relatório para a Unesco da Comissão Internacional sobre Educação para o século XXI com um panorama sobre os ideais para a educação.

KRUG, Etienne G. *et al*. (ed.). **Relatório mundial sobre violência e saúde**. Genebra: Organização Mundial da Saúde, 2002. Disponível em: https://portaldeboaspraticas.iff.fiocruz.br/wp-content/uploads/2019/04/14142032-relatorio-mundial-sobre-violencia-e-saude.pdf. Acesso em: 4 jun. 2024.

Relatório da Organização Mundial da Saúde apresenta dados gerais sobre violência.

ORGANIZAÇÃO DAS NAÇÕES UNIDAS PARA A EDUCAÇÃO, A CIÊNCIA E A CULTURA. **Os desafios do ensino de matemática**. Brasília, DF: Unesco; São Carlos: EdUFSCar, 2016. Disponível em: https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000246861. Acesso em: 22 maio 2024.

Nessa publicação, trata-se da importância e dos desafios do ensino de Matemática para a consolidação do ensino científico como necessidade para o desenvolvimento socioeconômico mundial.

ONUCHIC, Lourdes de La Rosa; ALLEVATO, Norma Suely Gomes. Novas reflexões sobre ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. *In*: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani; BORBA, Marcelo de Carvalho (org.). **Educação matemática**: pesquisa em movimento. São Paulo: Cortez, 2005. p. 213-231.

Esse texto apresenta informações gerais sobre resolução de problemas.

ONUCHIC, Lourdes de La Rosa; ALLEVATO, Norma Suely Gomes. Pesquisa em resolução de problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **Bolema**, Rio Claro, v. 25, n. 41, p. 73-98, dez. 2011.

Esse artigo apresenta os estudos sobre resolução de problemas desenvolvidos pelo grupo de pesquisa do qual as autoras participaram.

PAIS, Luiz Carlos. **Ensinar e aprender matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

Com essa obra, o autor propõe uma reflexão acerca de aspectos metodológicos do ensino da Matemática, incluindo uma análise do livro didático.

PAIVA, V. P. **Educação popular e educação de adultos**. 2. ed. São Paulo: Loyola, 1983.

A obra reúne o trajeto histórico das concepções sobre educação popular, sua origem e fundamentação.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

PAVANELO, Elisangela; LIMA, Renan. Sala de aula invertida: a análise de uma experiência na disciplina de Cálculo I. **Bolema**, Rio Claro, v. 31, n. 58, p. 739-759, ago. 2017. Disponível em: www.scielo.br/j/bolema/a/czkXrB369jBLfrHYGLV4sbb/?format=pdf&lang=pt. Acesso em: 21 maio 2024.

Apresentação de resultados de uma experiência utilizando o conceito de sala de aula invertida.

PEDROCHI JUNIOR, Osmar; BURIASCO, Regina Luzia Corio de. A avaliação como fio condutor da prática pedagógica. **Revista de Ensino, Educação e Ciências Humanas**, Londrina, v. 20, n. 4, p. 370-377, 2019.

Nesse artigo, os autores discutem os diversos aspectos que se relacionam com a avaliação escolar e suas implicações no processo de ensino e aprendizagem.

PEREIRA, Ana Bela. Manuais escolares: estatutos e funções. **Revista Lusófona de Educação**, Lisboa, n. 15, p. 191-194, 2010. Disponível em: www.scielo.mec.pt/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1645-72502010000100014. Acesso em: 21 maio 2024.

Análise de três obras sobre manuais escolares.

POLYA, George. **A arte de resolver problemas**: um novo aspecto do método matemático. Tradução e adaptação: Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 1995.

Estudo de métodos de resolução de problemas, incluindo uma proposta de etapas para resolver problemas.

PONTE, João Pedro da; BROCARDO, Joana; OLIVEIRA, Hélia. **Investigações matemáticas na sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2005. (Tendências em Educação Matemática).

Análise de como a investigação matemática pode ser desenvolvida em aula a partir de resultados de pesquisas.

PONTE, João Pedro da. Concepções dos professores de matemática e processos de formação. *In*: PONTE, João Pedro da. **Educação matemática**: temas de investigação. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional, 1992.

Nesse artigo, o autor busca discutir questões relacionadas às concepções dos professores de Matemática envolvendo crenças, saberes profissionais e práticas.

PONTE, João Pedro da *et al*. **Didáctica da matemática**. Lisboa: Ministério da Educação: Departamento do Ensino Secundário, 1997.

Nesse texto, são apresentadas informações sobre didática da Matemática.

PONTE, João Pedro da. Investigar, ensinar e aprender. **Actas do ProfMat**. Lisboa: APM, 2003. (CD-ROM).

Apresentação dos conceitos de investigar, ensinar e aprender e analisar relações entre eles no processo de ensino e aprendizagem da Matemática.

RACHELLI, Janice; BISOGNIN, Vinalde. *Peer instruction*: uma experiência no ensino de cálculo com base em metodologias ativas de aprendizagem. **Revemat**, Florianópolis, v. 15, n. 1, p. 1-21, 2020. Disponível em: https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2020.e66341/43211. Acesso em: 21 maio 2024.

Análise das contribuições no processo de ensino e aprendizagem ao utilizar a metodologia ativa *peer instruction* em uma disciplina de Cálculo, além de apresentar características de uma aula com essa metodologia.

SÁ-CHAVES, Idália. **Portfólios reflexivos**: estratégia da formação e da supervisão. Aveiro: Universidade de Aveiro, 2000.

Nessa obra, são apontadas algumas contribuições do portfólio reflexivo como instrumento de avaliação.

SACRISTÁN, José Gimeno. A avaliação no ensino. *In*: SACRISTÁN, José Gimeno; GÓMEZ, Angel I. Pérez. **Compreender e transformar o ensino**. Tradução: Ernani F. da Fonseca Rosa. 4. ed. Porto Alegre: Artmed, 1998.

Capítulo sobre avaliação no ensino, no qual o autor apresenta e discute conceito, prática, funções, classificações, entre outros aspectos da avaliação.

SANTOS, Edilaine Regina dos. **Estudo da produção escrita de estudantes do ensino médio em questões discursivas não rotineiras de matemática**. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Centro de Ciências Exatas, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2008.

Pesquisa em que a autora realiza uma análise da interpretação do enunciado, das estratégias e procedimentos e das relações com o contexto do problema que estudantes do Ensino Médio fazem ao resolvê-lo.

SANTOS, João Ricardo Viola dos; BURIASCO, Regina Luzia Corio de. Da ideia de erro para as maneiras de lidar: caracterizando nossos alunos pelo que eles têm e não pelo que lhes falta. *In*: BURIASCO, Regina Luzia Corio de (org.). **Avaliação e educação matemática**. Recife: SBEM, 2008. p. 87-108. (Coleção SBEM).

Análise crítica de alguns trabalhos de pesquisadores sobre análise de "erros" de estudantes em diversos contextos e caracterização dos seus processos de resolução considerando o que eles trazem.

SANTOS, Maria Aparecida Silva. **O perfil do aluno da Educação de Jovens e Adultos (EJA) no município de Porto Franco-MA**. 2022. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Pedagogia) – Universidade Federal do Norte do Tocantins, Tocantinópolis, 2022. Disponível em: https://repositorio.uft.edu.br/bitstream/11612/4471/1/TCC%20Maria%20Aparecida%20Silva%20Santos.pdf. Acesso em: 6 maio 2024.

A pesquisa desenvolvida faz um levantamento das razões que motivam alunos da EJA em Porto Franco, no Maranhão, a retornar à escola.

SILVA, D. W. da; SANTOS, J. R. V. dos. Conhecimentos específicos do professor de matemática: um 'novo' olhar sobre uma teorização. *In*: ENCONTRO SUL-MATO-GROSSENSE DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. 2014, Campo Grande. **Anais** […]. Campo Grande: ESMPEM, 2014. Disponível em: https://periodicos.ufms.br/index.php/sesemat/article/view/3065. Acesso em: 22 maio 2024.

Nesse artigo, apresenta-se uma discussão a respeito dos Conhecimentos Específicos do Professor de Matemática.

SKOVSMOSE, Ole. Cenários para investigação. **Bolema**, Rio Claro, v. 13, n. 14, 2000. Disponível em: https://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/10635. Acesso em: 22 maio 2024.

Nesse trabalho, apresenta-se a importância do contexto de investigação no processo de aprendizagem, o qual difere do raciocínio direto e, por vezes, superficial envolvido na resolução de um exercício isolado.

SKOVSMOSE, Ole. **Educação crítica**: incerteza, matemática, responsabilidade. Tradução: Maria Aparecida Viggiani Bicudo. São Paulo: Cortez, 2007.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

Nessa obra, o autor apresenta um panorama geral sobre a educação na sociedade globalizada, em termos filosóficos e políticos, incluindo o papel da Matemática.

SKOVSMOSE, Ole. **Educação matemática crítica**: a questão da democracia. 2. ed. Campinas: Papirus, 2004. (Perspectivas em Educação Matemática).

Discussão de aspectos políticos da educação matemática, com foco na questão da democracia.

SKOVSMOSE, Ole. **Um convite à educação matemática crítica**. Campinas: Papirus, 2014.

Nesse livro, o autor apresenta conceitos e preocupações que caracterizam uma educação matemática crítica.

SOARES, Magda. Novas práticas de leitura e escrita: letramento na cibercultura. **Educação & Sociedade**, Campinas, v. 23, n. 81, p. 143-160, dez. 2002. Disponível em: https://www.scielo.br/j/es/a/zG4cBvLkSZfcZnXfZGLzsXb/?format=pdf. Acesso em: 11 maio 2024.

A autora traz uma análise sobre os impactos da transposição do texto tipográfico para o texto em tela, ou seja, na cibercultura.

SOUSA, Clarilza Prado de; FERREIRA, Sandra Lúcia. Avaliação de larga escala e da aprendizagem na escola: um diálogo necessário. **Psicologia da Educação**, São Paulo, n. 48, p. 13-23, jan./jun. 2019. Disponível em: http://pepsic.bvsalud.org/pdf/psie/n48/n48a03.pdf. Acesso em: 21 maio 2024.

Discussão sobre aproximações e afastamentos das avaliações de larga escala e da aprendizagem na escola.

SOUZA, Juliana Alves de. **Cola em prova escrita**: de uma conduta discente a uma estratégia docente. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campo Grande, 2018.

Investigação do uso de cola em uma prova escrita em fases como estratégia de ensino e como meio de repensar a prática letiva em aulas de Matemática.

THOMPSON, Alba G. Teachers' Beliefs and Conceptions: A Synthesis of the Research. *In*: GROUWS, D. A. (ed.). **Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning**. Nova York: MacMillan, 1992. p. 127-146.

Capítulo sobre crenças e concepções de professores referentes à Educação Matemática.

TOMAZ, Vanessa Sena; DAVID, Maria Manuela Martins Soares. **Interdisciplinaridade e aprendizagem da matemática em sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2008. (Tendências em Educação Matemática).

Nesse livro, são apresentadas algumas perspectivas teóricas e exemplos de situações de aula em que é possível perceber diferentes abordagens interdisciplinares de conteúdos escolares.

TREVISAN, André Luis; MENDES, Marcele Tavares; BURIASCO, Regina Luiza Curio de. O conceito de regulação no contexto da avaliação escolar. **Alexandria**, Florianópolis, v. 7, p. 235-250, 2014.

Nesse trabalho, os autores apresentam discussões relacionadas à avaliação escolar, implicações da avaliação no ensino de Matemática e as perspectivas da avaliação formativa.

TRONCON, Luiz Ernesto de Almeida. Ambiente educacional. **Medicina**, Ribeirão Preto, v. 47, n. 3, p. 264-271, 2014.

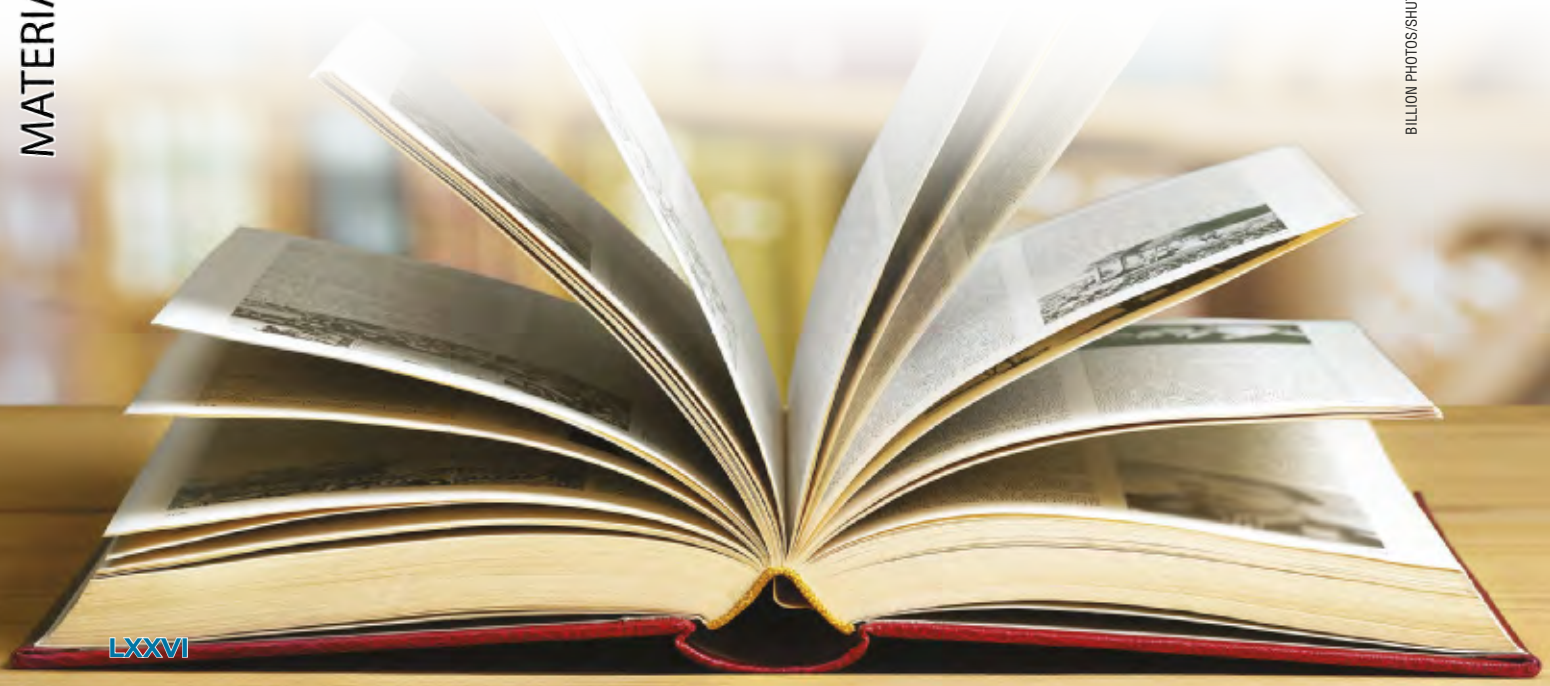
Artigo sobre ambiente educacional e seus principais componentes, incluindo uma discussão da participação desse tipo de ambiente no aprendizado.

VALENTE, José Armando. *Blended learning* e as mudanças no ensino superior: a proposta da sala de aula invertida. **Educar em Revista**, Curitiba, Edição Especial, n. 4, p. 79-97, 2014. Disponível em: www.scielo.br/j/er/a/GLd4P7sVN8McLBcbdQVyZyG/?format=pdf&lang=pt. Acesso em: 21 maio 2024.

Nesse artigo, o autor discute as diferentes modalidades do *blended learning* e da metodologia ativa sala de aula invertida.

ZANON, Denise Puglia; ALTHAUS, Maisa Margraf. **Instrumentos de avaliação na prática pedagógica universitária**. Ponta Grossa: UEPG, 2008.

Texto sobre diferentes instrumentos de avaliação escolar, incluindo características e exemplos de instrumento de avaliação.



BILLION PHOTOS/SHUTTERSTOCK.COM

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

QUADRO DE CRONOGRAMA, UNIDADES, OBJETIVOS PEDAGÓGICOS, SEÇÕES E BOXES DO VOLUME II

Os conteúdos foram selecionados e distribuídos de modo progressivo e intercalados entre as Unidades para proporcionar mais fluidez ao processo de ensino-aprendizagem. Os temas referentes ao grandes campos da Matemática (Números e operações, Geometria, Álgebra, Probabilidade e Estatística e Grandezas e medidas) são apresentados, retomados e aprofundados ao longo das Unidades em blocos de conteúdos menos densos, de modo a tornar as aulas de Matemática mais leves e orgânicas.

A organização de conteúdos sugerida a seguir permite ao professor ter clareza sobre o panorama de saberes que podem ser trabalhados na coleção, realocados e relacionados de acordo com o planejamento de aulas e o perfil de cada turma.

No quadro a seguir, estão indicados os objetivos pedagógicos e a distribuição de seções e boxes de cada Unidade deste Volume da coleção. Essa distribuição é apresentada associada a sugestões de cronogramas (bimestral, trimestral e semestral), mas o professor apresenta liberdade para utilizar o material da forma mais adequada para a sua turma.

QUADRO-SÍNTESE, COM CRONOGRAMA, DO VOLUME II DA COLEÇÃO

Sugestão de cronograma			Unidade		Objetivos Pedagógicos da Unidade	Seção e Boxe
1º semestre	1º trimestre	1º bimestre	Etapa 7	1 **Números racionais, gráficos e ângulos**	• Compreender características dos conjuntos dos números naturais, inteiros e racionais, além de identificar seus elementos e representá-los na reta numérica. • Ler e interpretar informações representadas em gráficos de colunas e de barras. • Identificar e construir ângulos (incluindo ângulos notáveis) e bissetriz de ângulos, utilizando instrumentos de desenho e de medição. • Compreender a ideia de distância entre um ponto e uma reta em um mesmo plano. • Compreender os conceitos de bissetriz de um ângulo e de mediatriz de um segmento de reta como lugares geométricos e utilizá-los para resolver problemas.	Boxes Pensar e Praticar Seção Conexões – Acessibilidade e segurança
				2 **Potências, expressões, equações e figuras**	• Retomar e ampliar o conceito de potenciação. • Reconhecer e utilizar unidades de medida padronizadas para expressar medidas "muito grandes" ou "muito pequenas". • Compreender e representar números utilizando notação científica. • Resolver equações do 1º grau com uma incógnita, bem como identificar a raiz de uma equação desse tipo. • Resolver problemas envolvendo potências cujo expoente é um número inteiro. • Identificar e compreender características e propriedades de triângulos. • Analisar e identificar os casos de congruência de triângulos.	Boxes Glossário e Pensar e Praticar Seção Conexões – Conhecendo melhor o vírus SARS-CoV-2

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

Sugestão de cronograma			Unidade	Objetivos Pedagógicos da Unidade	Seção e Boxe
1º trimestre	1º bimestre	Etapa 7	**3 Porcentagem, geometria e medidas**	• Resolver e elaborar problemas envolvendo o cálculo de porcentagem. • Conhecer alguns termos matemáticos relacionados a investimentos e aplicações financeiras. • Compreender e analisar cálculos de porcentuais sucessivos. • Retomar o conceito, os elementos e as diferentes maneiras de classificação de polígonos. • Representar polígonos regulares utilizando instrumentos de desenho. • Calcular o perímetro e a área de quadriláteros e triângulos, deduzindo e utilizando expressões de cálculo. • Resolver e elaborar problemas envolvendo medidas de perímetro e áreas de quadriláteros e triângulos.	Boxes Glossário, Saiba Mais e Pensar e Praticar Seção Conexões – Seja um consumidor consciente
	2º bimestre		**4 Radiciação, proporção, gráficos e medidas estatísticas**	• Calcular, de maneira exata e aproximada, o resultado de uma operação de radiciação. • Retomar e compreender as ideias de razão e de proporção. • Compreender a propriedade fundamental das proporções. • Ler e interpretar informações representadas em gráficos de segmentos. • Identificar inadequações em gráficos e como elas influenciam na interpretação das informações representadas. • Compreender os conceitos de média aritmética, moda e mediana como medidas de tendência central. • Resolver problemas envolvendo cálculo de raízes, razão, proporção, gráfico de segmentos e medidas de tendência central.	Boxes Saiba Mais e Pensar e Praticar
2º trimestre	3º bimestre		**5 Proporcionalidade, medidas e ângulos**	• Determinar se duas grandezas estão relacionadas de maneira diretamente proporcionais, inversamente proporcionais ou não proporcionais. • Expressar a relação entre duas grandezas proporcionais por meio de uma sentença algébrica e sua representação no plano cartesiano. • Reconhecer relações entre unidades de medida de volume e unidades de medida de capacidade para resolver problemas envolvendo essas relações. • Compreender e reconhecer as relações entre ângulos formados por retas paralelas intersectadas por uma reta transversal.	Boxes Glossário, Saiba Mais e Pensar e Praticar Seção Conexões – Prevenindo doenças com alimentação saudável Seção Em Ação – Garrafa PET medidora
	4º bimestre		**6 Simetria, contagem e probabilidade**	• Construir figuras simétricas por reflexão, rotação e translação utilizando instrumentos de desenho e *software* de geometria dinâmica. • Reconhecer figuras e composições de figuras que são simétricas por reflexão ou que apresentam simetria de reflexão em relação a um eixo, por rotação ou por translação. • Resolver e elaborar problemas envolvendo ideias do princípio multiplicativo. • Listar os possíveis resultados de um experimento aleatório e calcular a probabilidade da ocorrência de um evento nesse experimento.	Boxes Glossário, Saiba Mais e Pensar e Praticar Seção Você Conectado – Construindo figuras simétricas

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

Sugestão de cronograma			Unidade		Objetivos Pedagógicos da Unidade	Seção e Boxe
	2º trimestre	3º bimestre	Etapa 8	**7 Conjuntos numéricos, círculo e circunferência e radiciação**	• Compreender características dos conjuntos dos números racionais, irracionais e reais, além de identificar seus elementos e relacioná-los a pontos da reta numérica. • Compreender a necessidade de números irracionais. • Compreender o número π como quociente da razão entre as medidas do comprimento e do diâmetro de uma circunferência. • Resolver problemas envolvendo números reais e medidas de área de círculo e de setor circular. • Compreender o conceito de circunferência como lugar geométrico, reconhecer seus elementos e calcular seu comprimento. • Compreender o conceito de área de círculo e de setor circular. • Obter uma fórmula para o cálculo da área de círculo. • Aplicar as propriedades da radiciação.	Boxes Pensar e Praticar
				8 Circunferência, gráficos, polígonos, sequências e expressões	• Identificar e estabelecer relação entre os ângulos central e inscrito correspondentes a um mesmo arco de circunferência. • Resolver problemas envolvendo o cálculo de comprimentos de arcos de circunferências. • Ler e interpretar informações representadas em gráficos de setores. • Identificar inadequações em gráficos de setores e analisar criticamente a influência delas na interpretação das informações representadas. • Interpretar e elaborar fluxogramas simples. • Construir polígonos regulares dadas as medidas de seus lados, utilizando régua e compasso. • Classificar a regra de formação de uma sequência em recursiva ou não recursiva. • Identificar regularidades em sequências numéricas e expressar algebricamente essas regularidades. • Retomar e ampliar o estudo de expressões algébricas, incluindo o cálculo do valor numérico delas. • Realizar operações com monômios.	Boxes Glossário, Saiba Mais e Pensar e Praticar Seção Conexões – Diversidade de gênero Seção Você Conectado – Medindo ângulo central e ângulo inscrito de um arco
	3º trimestre			**9 Segmentos proporcionais, cálculo de volume e produtos notáveis**	• Realizar cálculos envolvendo proporcionalidade entre segmentos de reta. • Compreender e utilizar o teorema de Tales para resolver e elaborar problemas. • Utilizar expressões para o cálculo da medida do volume de bloco retangular, de prismas quaisquer e de cilindro. • Resolver e elaborar problemas envolvendo o cálculo da medida do volume de bloco retangular, de prismas quaisquer e de cilindro. • Reconhecer e desenvolver, algebricamente e geometricamente, produtos notáveis.	Boxes Glossário e Pensar e Praticar

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

Sugestão de cronograma			Unidade		Objetivos Pedagógicos da Unidade	Seção e Boxe
2º bimestre	3º trimestre	4º bimestre	Etapa 8	**10 Semelhança de polígonos, estatística e fatoração de polinômios**	• Reconhecer características de figuras semelhantes, bem como compreender o conceito de polígonos semelhantes. • Compreender e reconhecer casos de semelhança de triângulos e utilizar esse conhecimento para resolver problemas. • Classificar as frequências de variáveis de uma pesquisa estatística e organizar os dados em uma tabela de frequências. • Ler e interpretar informações divulgadas em infográficos. • Compreender o processo de fatoração de polinômios colocando um fator comum em evidência e por agrupamento. • Compreender o processo de fatoração de polinômios: trinômio quadrado perfeito e diferença de quadrados.	Boxes Glossário, Saiba Mais e Pensar e Praticar Seção Conexões – História da Matemática e Etnomatemática Seção Conexões – O pensamento estatístico no combate às *fake news*
				11 Triângulo retângulo, equações e pesquisa estatística	• Demonstrar relações métricas do triângulo retângulo, inclusive o teorema de Pitágoras. • Resolver e elaborar problemas utilizando relações métricas no triângulo retângulo. • Expressar uma situação por uma equação do 1º grau com duas incógnitas, ou por um sistema com duas equações dessas, e utilizar esse conhecimento para resolver problemas por meio de diferentes estratégias. • Compreender as ideias de pesquisa censitária e pesquisa por amostra. • Planejar e realizar pesquisa estatística.	Boxes Saiba Mais e Pensar e Praticar
				12 Equações do 2º grau, vistas ortogonais e noções de função	• Resolver e elaborar problemas representados por equações do 2º grau com uma incógnita. • Compreender os conceitos de vista ortogonal e projeção ortogonal, bem como utilizá-los na representação de figuras em perspectiva. • Compreender uma função como uma relação de dependência unívoca entre duas variáveis. • Modelar por meio de uma função situações em que duas grandezas estão relacionadas, identificando e escrevendo a lei de formação dessa função.	Boxes Glossário, Saiba Mais e Pensar e Praticar Seção Conexões – Trabalho, projeto de vida e a Matemática nas profissões

RECONQUISTA
Educação de Jovens e Adultos

PRÁTICAS EM MATEMÁTICA

Componente curricular: Matemática

Volume
II
Etapas 7 e 8
Educação de Jovens e Adultos - 2º segmento

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

Joamir Roberto de Souza
Licenciado em Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL-PR).
Especialista em Estatística pela UEL-PR.
Mestre em Matemática pela UEL-PR.
Atuou como professor de Matemática na rede pública de ensino.
Autor de livros didáticos para o Ensino Fundamental e o Ensino Médio.

FTD
1ª edição
São Paulo · 2024

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

Copyright © Joamir Roberto de Souza, 2024

Direção-geral Ricardo Tavares de Oliveira

Direção de conteúdo e negócios Cayube Galas

Direção editorial adjunta Luiz Tonolli

Gerência editorial Nubia Andrade e Silva

Edição João Paulo Bortoluci (coord.)
Bianca Cristina Fratelli, Emike Luzia Pereira Correia, Janaina Bezerra Pereira, Juliana Montagner, Rizia Sales Carneiro, Wagner José Razvickas Filho

Preparação e revisão de textos Maria Clara Paes (coord.)
Maura Loria, Yara Affonso

Gerência de produção e arte Ricardo Borges

Design Andréa Dellamagna (coord.)

Projeto de capa Sergio Candido

Imagem de capa Andrey_Popov/Shutterstock.com

Arte e Produção Isabel Cristina Corandin Marques (coord.)
André Gomes Vitale, Débora Jóia, Jorge Katsumata,
Kleber B. Cavalcante, Rodrigo Bastos Marchini

Diagramação WYM Design

Coordenação de imagens e textos Elaine Bueno Koga

Licenciamento de textos Erica Brambilla de Martin

Iconografia Karine Ribeiro de Oliveira e Izabela Mariah Rocha Santos

Ilustrações Alex Silva, Arthur França/Yancom, Artur Fujita, Bentinho, Cbook Produções, Daniel Bogni, Danillo Souza, Dayane Raven, Editoria de Arte, Fabio Eugenio, Leandro Marcondes, Leo Teixeira, Lucas Farauj, Marciano Palacio, Oracicart, Renato Bassani, Rivail/Yancom, Roberto Zoellner, Rodrigo Figueiredo/Yancom, Sonia Vaz, Wandson Rocha

Imagem de capa



Técnico em eletrônica consertando caixa de fusíveis.

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
(Câmara Brasileira do Livro, SP, Brasil)

Souza, Joamir Roberto de
Reconquista Educação de Jovens e Adultos : Práticas em Matemática : 2º segmento : volume II : etapas 7 e 8 / Joamir Roberto de Souza. -- 1. ed. -- São Paulo : FTD, 2024.

Componente curricular: Matemática.
ISBN 978-85-96-04393-9 (livro do estudante)
ISBN 978-85-96-04394-6 (manual do professor)
ISBN 978-85-96-04395-3 (livro do estudante HTML5)
ISBN 978-85-96-04396-0 (manual do professor HTML5)

1. Educação de Jovens e Adultos (Ensino fundamental) 2. Matemática (Ensino fundamental) I. Título.

24-204141 CDD-372.7

Índices para catálogo sistemático:
1. Educação de Jovens e Adultos : Matemática : Ensino fundamental 372.7

Cibele Maria Dias - Bibliotecária - CRB-8/9427

Reprodução proibida: Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998. Todos os direitos reservados à EDITORA FTD.

Rua Rui Barbosa, 156 – Bela Vista – São Paulo – SP
CEP 01326-010 – Tel. 0800 772 2300
Caixa Postal 65149 – CEP da Caixa Postal 01390-970
www.ftd.com.br
central.relacionamento@ftd.com.br

Em respeito ao meio ambiente, as folhas deste livro foram produzidas com fibras obtidas de árvores de florestas plantadas, com origem certificada.

Impresso no Parque Gráfico da Editora FTD
CNPJ 61.186.490/0016-33
Avenida Antonio Bardella, 300
Guarulhos-SP – CEP 07220-020
Tel. (11) 3545-8600 e Fax (11) 2412-5375

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

APRESENTAÇÃO

Olá, estudante!

Onde está a Matemática?

Você já deve ter percebido que a resposta para essa pergunta está em diferentes situações que vivenciamos no nosso dia a dia. Quando vamos ao mercado, por exemplo, comparamos os preços de produtos, verificamos o prazo de validade deles, observamos o formato das embalagens e estimamos o valor da compra e do troco.

O avanço das tecnologias permitiu ampliar as aplicações matemáticas do cotidiano: avaliar quantas fotografias digitais podem ser armazenadas em uma conta na nuvem, fazer operações bancárias pelo celular e analisar gráficos e tabelas em notícias disponibilizadas na internet são apenas alguns exemplos disso.

A Matemática está presente nas mais variadas áreas do mundo do trabalho e até mesmo quando estamos nos divertindo com um jogo de tabuleiro ou digital, quando aplicamos conhecimentos matemáticos para compreender as regras e definir estratégias

Desse modo, este livro foi escrito pensando em contribuir para o seu aprendizado em Matemática, considerando os conhecimentos e experiências que você tem, de maneira a possibilitar que você se desenvolva cada vez mais como um cidadão crítico e participativo na sociedade.

Além disso, os contextos, as seções e as atividades propostas foram desenvolvidos para estimular um bom relacionamento com seus colegas e professores, promovendo o trabalho colaborativo e exercitando a empatia, a cultura de paz e o diálogo.

Para isso, é muito importante que você acompanhe as orientações e explicações de seu professor ou de sua professora e, sempre que tiver dúvida ou sugestão, se expresse e a compartilhe com os colegas.

Por fim, desejo ótimas etapas de estudos.

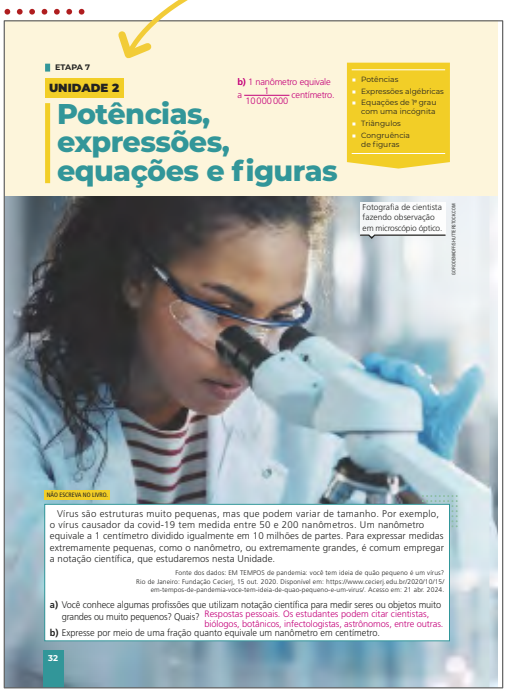
O autor

3

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

CONHEÇA SEU LIVRO

Seu livro está dividido em 12 Unidades que apresentam o conteúdo de maneira prática e acessível, por meio de exemplos, atividades e seções. A seguir, conheça um pouco esses recursos.


ETAPA 7

UNIDADE 2

Potências, expressões, equações e figuras

- Potências
- Expressões algébricas
- Equações de 1º grau com uma incógnita
- Triângulos
- Congruência de figuras

Fotografia de cientista fazendo observação em microscópio óptico.

NÃO ESCREVA NO LIVRO.

Vírus são estruturas muito pequenas, mas que podem variar de tamanho. Por exemplo, o vírus causador da covid-19 tem medida entre 50 e 200 nanômetros. Um nanômetro equivale a 1 centímetro dividido igualmente em 10 milhões de partes. Para expressar medidas extremamente pequenas, como o nanômetro, ou extremamente grandes, é comum empregar a notação científica, que estudaremos nesta Unidade.

Fonte dos dados: EM TEMPOS de pandemia: você tem ideia de quão pequeno é um vírus? Rio de Janeiro: Fundação Cecierj, 15 out. 2020. Disponível em: https://www.cecierj.edu.br/2020/10/15/em-tempos-de-pandemia-voce-tem-ideia-de-quao-pequeno-e-um-virus/. Acesso em: 21 abr. 2024.

a) Você conhece algumas profissões que utilizam notação científica para medir seres ou objetos muito grandes ou muito pequenos? Quais? Respostas pessoais. Os estudantes podem citar cientistas, biólogos, botânicos, infectologistas, astrônomos, entre outras.

b) Expresse por meio de uma fração quanto equivale um nanômetro em centímetro.

32

b) 1 nanômetro equivale a $\frac{1}{10\,000\,000}$ centímetro.

ABERTURA DE UNIDADE

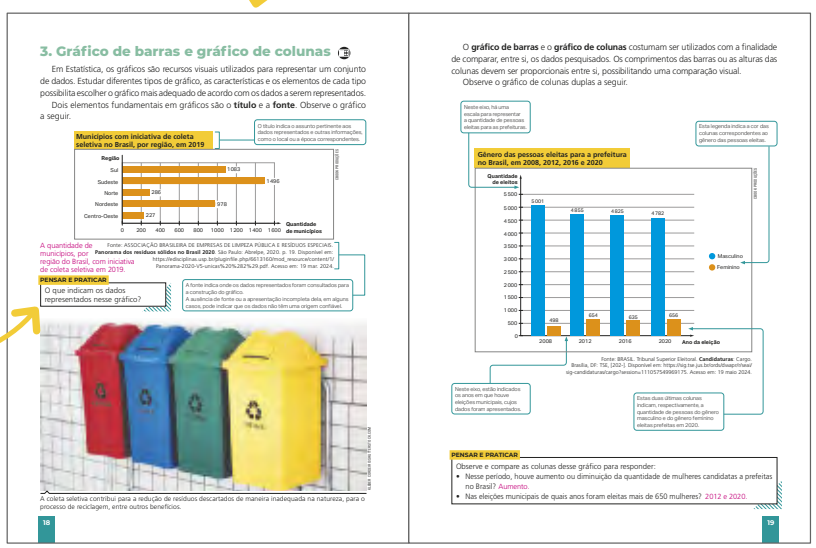
Na página de abertura, a leitura de imagens, textos e outros recursos buscam incentivá-lo a refletir sobre o que será estudado na Unidade.

CONTEÚDO

Os conteúdos matemáticos são desenvolvidos a partir de situações relacionadas ao dia a dia, ao mundo do trabalho ou a outras áreas do conhecimento, com o apoio de exemplos e questões que incentivam à reflexão.

PENSAR E PRATICAR

Neste boxe, são propostas questões para que você possa compartilhar e comparar ideias e vivências que podem contribuir para a compreensão de determinados assuntos ou conteúdos.


3. Gráfico de barras e gráfico de colunas

Em Estatística, os gráficos são recursos visuais utilizados para representar um conjunto de dados. Estudar diferentes tipos de gráfico, as características e os elementos de cada tipo possibilita escolher o gráfico mais adequado de acordo com os dados a serem representados.

Dois elementos fundamentais em gráficos são o **título** e a **fonte**. Observe o gráfico a seguir.

O título indica o assunto pertinente aos dados representados e outras informações, como o local ou a época correspondentes.

Municípios com iniciativa de coleta seletiva no Brasil, por região, em 2019

Região | Quantidade de municípios
Sul 1063
Sudeste 1 496
Norte 266
Nordeste 978
Centro-Oeste 327

0 200 400 600 800 1000 1200 1400 1600

Fonte: ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE EMPRESAS DE LIMPEZA PÚBLICA E RESÍDUOS ESPECIAIS. **Panorama dos resíduos sólidos no Brasil 2020**. São Paulo: Abrelpe, 2020. p. 19. Disponível em: https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/6613160/mod_resource/content/1/Panorama-2020-V5-unicas%20%282%29.pdf. Acesso em: 19 mar. 2024.

A quantidade de municípios, por região do Brasil, com iniciativa de coleta seletiva em 2019.

A fonte indica onde os dados representados foram consultados para a construção do gráfico.
A ausência de fonte ou a apresentação incompleta dela, em alguns casos, pode indicar que os dados não têm uma origem confiável.

PENSAR E PRATICAR

O que indicam os dados representados nesse gráfico?

A coleta seletiva contribui para a redução de resíduos descartados de maneira inadequada na natureza, para o processo de reciclagem, entre outros benefícios.

18

O **gráfico de barras** e o **gráfico de colunas** costumam ser utilizados com a finalidade de comparar, entre si, os dados pesquisados. Os comprimentos das barras ou as alturas das colunas devem ser proporcionais entre si, possibilitando uma comparação visual.

Observe o gráfico de colunas duplas a seguir.

Neste eixo, há uma escala para representar a quantidade de pessoas eleitas para as prefeituras.

Esta legenda indica a cor das colunas correspondentes ao gênero das pessoas eleitas.

Gênero das pessoas eleitas para a prefeitura no Brasil, em 2008, 2012, 2016 e 2020

Quantidade de eleitos
5 500
5 000
4 500
4 000
3 500
3 000
2 500
2 000
1 500
1 000
500
0

5 001 | 498
4 855 | 654
4 825 | 650
4 762 | 656

2008 2012 2016 2020
Ano da eleição

Masculino
Feminino

Fonte: BRASIL. Tribunal Superior Eleitoral. **Candidaturas**: Cargo. Brasília, DF: TSE, [202-]. Disponível em: https://sig.tse.jus.br/ords/dwapr/r/seai/sig-candidaturas/cargo?sessionu1110575499691 75. Acesso em: 19 maio 2024.

Neste eixo, estão indicados os anos em que houve eleições municipais, cujos dados foram apresentados.

Estas duas últimas colunas indicam, respectivamente, a quantidade de pessoas do gênero masculino e do gênero feminino eleitas prefeitas em 2020.

PENSAR E PRATICAR

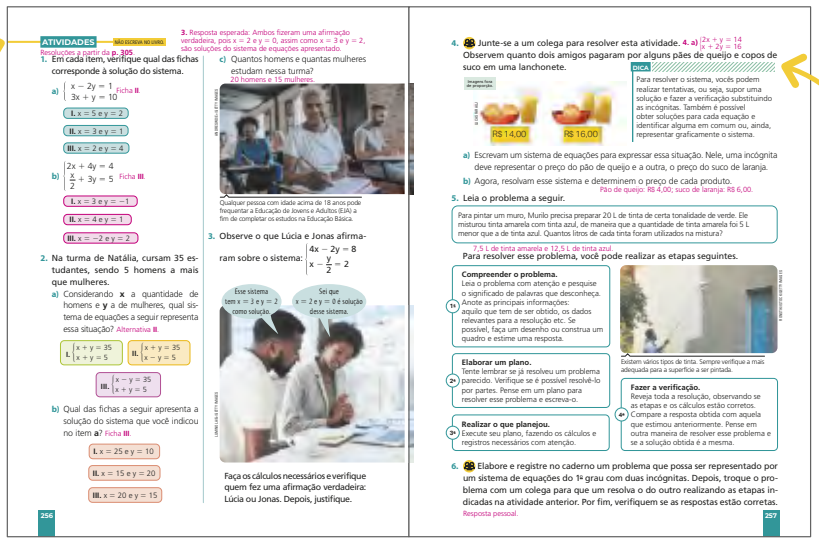
Observe e compare as colunas desse gráfico para responder:

- Nesse período, houve aumento ou diminuição da quantidade de mulheres candidatas a prefeitas no Brasil? Aumento.
- Nas eleições municipais de quais anos foram eleitas mais de 650 mulheres? 2012 e 2020.

19

4

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

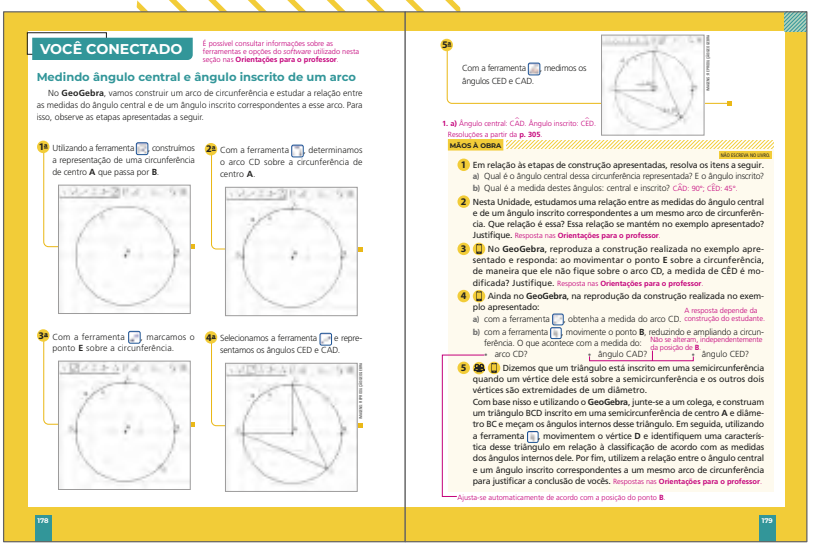


ATIVIDADES

Esta seção apresenta atividades que abordam os conteúdos matemáticos em estudo por meio de imagens, textos, gráficos e outros recursos que tornam as atividades ainda mais interessantes. Já as atividades elaboradas para serem realizadas em dupla ou em grupo favorecem o trabalho em equipe.

DICA

Neste boxe, você encontra dicas ou lembretes importantes para a melhor compreensão de alguma informação.
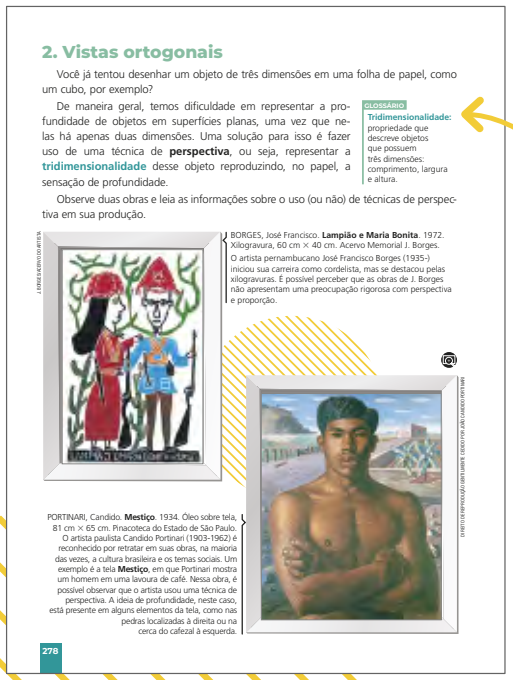


VOCÊ CONECTADO

Aqui, são propostas construções e atividades que envolvem conceitos matemáticos com o apoio de recursos digitais, como *softwares* de geometria dinâmica, planilhas eletrônicas e ferramenta de introdução à programação. Na parte final do livro, há instruções gerais sobre os recursos tecnológicos utilizados nesta seção.

5

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA



2. Vistas ortogonais

Você já tentou desenhar um objeto de três dimensões em uma folha de papel, como um cubo, por exemplo?

De maneira geral, temos dificuldade em representar a profundidade de objetos em superfícies planas, uma vez que nelas há apenas duas dimensões. Uma solução para isso é fazer uso de uma técnica de **perspectiva**, ou seja, representar a **tridimensionalidade** desse objeto reproduzindo, no papel, a sensação de profundidade.

GLOSSÁRIO
Tridimensionalidade: propriedade que descreve objetos que possuem três dimensões: comprimento, largura e altura.

Observe duas obras e leia as informações sobre o uso (ou não) de técnicas de perspectiva em sua produção.

BORGES, José Francisco. **Lampião e Maria Bonita**. 1972. Xilogravura, 60 cm × 40 cm. Acervo Memorial J. Borges.
O artista pernambucano José Francisco Borges (1935-) iniciou sua carreira como cordelista, mas se destacou pelas xilogravuras. É possível perceber que as obras de J. Borges não apresentam uma preocupação rigorosa com perspectiva e proporção.

PORTINARI, Candido. **Mestiço**. 1934. Óleo sobre tela, 81 cm × 65 cm. Pinacoteca do Estado de São Paulo.
O artista paulista Candido Portinari (1903-1962) é reconhecido por retratar em suas obras, na maioria das vezes, a cultura brasileira e os temas sociais. Um exemplo é a tela **Mestiço**, em que Portinari mostra um homem em uma lavoura de café. Nessa obra, é possível observar que o artista usou uma técnica de perspectiva. A ideia de profundidade, neste caso, está presente em alguns elementos da tela, como nas pedras localizadas à direita ou na cerca do cafezal à esquerda.

278

GLOSSÁRIO

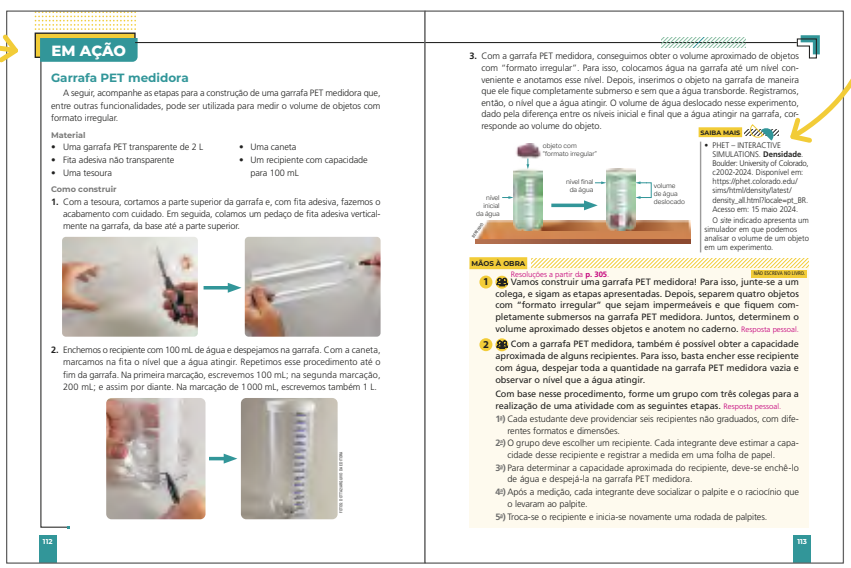
Você encontrará o significado de algumas palavras na própria página, mas, se continuar com dúvidas, o professor ou um dicionário também podem ajudá-lo.

SAIBA MAIS

Aqui, são apresentadas sugestões de *sites*, vídeos, livros, *podcasts* e outros recursos que você pode consultar para ampliar seu conhecimento sobre o tema que está sendo estudado.

EM AÇÃO

Nesta seção, são propostos jogos e atividades práticas que permitem a sua participação ativa e a sua interação com os colegas por meio do trabalho cooperativo, além de desenvolver o raciocínio lógico-matemático.



EM AÇÃO

Garrafa PET medidora

A seguir, acompanhe as etapas para a construção de uma garrafa PET medidora que, entre outras funcionalidades, pode ser utilizada para medir o volume de objetos com formato irregular.

Material
- Uma garrafa PET transparente de 2 L
- Fita adesiva não transparente
- Uma tesoura
- Uma caneta
- Um recipiente com capacidade para 100 mL

Como construir

1. Com a tesoura, cortamos a parte superior da garrafa e, com fita adesiva, fazemos o acabamento com cuidado. Em seguida, colamos um pedaço de fita adesiva verticalmente na garrafa, da base até a parte superior.

2. Enchemos o recipiente com 100 mL de água e despejamos na garrafa. Com a caneta, marcamos na fita o nível que a água atingir. Repetimos esse procedimento até o fim da garrafa. Na primeira marcação, escrevemos 100 mL; na segunda marcação, 200 mL; e assim por diante. Na marcação de 1 000 mL, escrevemos também 1 L.

112

3. Com a garrafa PET medidora, conseguimos obter o volume aproximado de objetos com "formato irregular". Para isso, colocamos água na garrafa até um nível conveniente e anotamos esse nível. Depois, inserimos o objeto na garrafa de maneira que ele fique completamente submerso e sem que a água transborde. Registramos, então, o nível que a água atingir. O volume de água deslocado nesse experimento, dado pela diferença entre os níveis inicial e final que a água atingir na garrafa, corresponde ao volume do objeto.

SAIBA MAIS
- PHET – INTERACTIVE SIMULATIONS. **Densidade**. Boulder: University of Colorado, c2002-2024. Disponível em: https://phet.colorado.edu/sims/html/density/latest/density_all.html?locale=pt_BR. Acesso em: 15 maio 2024.
O site indicado apresenta um simulador em que podemos analisar o volume de um objeto em um experimento.

MÃOS À OBRA
Resoluções a partir da p. 305.
NÃO ESCREVA NO LIVRO.

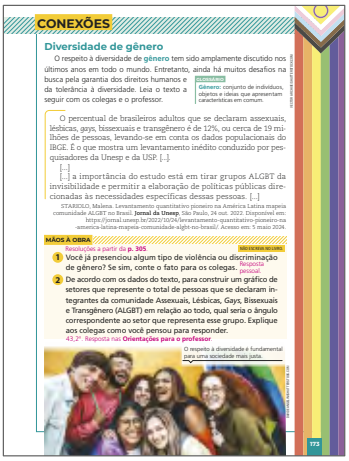
1. Vamos construir uma garrafa PET medidora! Para isso, junte-se a um colega, e sigam as etapas apresentadas. Depois, separem quatro objetos com "formato irregular" que sejam impermeáveis e que fiquem completamente submersos na garrafa PET medidora. Juntos, determinem o volume aproximado desses objetos e anotem no caderno. Resposta pessoal.

2. Com a garrafa PET medidora, também é possível obter a capacidade aproximada de alguns recipientes. Para isso, basta encher esse recipiente com água, despejar toda a quantidade na garrafa PET medidora vazia e observar o nível que a água atingir.
Com base nesse procedimento, forme um grupo com três colegas para a realização de uma atividade com as seguintes etapas. Resposta pessoal.
1º) Cada estudante deve providenciar seis recipientes não graduados, com diferentes formatos e dimensões.
2º) O grupo deve escolher um recipiente. Cada integrante deve estimar a capacidade desse recipiente e registrar a medida em uma folha de papel.
3º) Para determinar a capacidade aproximada do recipiente, deve-se enchê-lo de água e despejá-la na garrafa PET medidora.
4º) Após a medição, cada integrante deve socializar o palpite e o raciocínio que o levaram ao palpite.
5º) Troca-se o recipiente e inicia-se novamente uma rodada de palpites.

113

6

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA


CONEXÕES

Diversidade de gênero

O respeito à diversidade de gênero tem sido amplamente discutido nos últimos anos em todo o mundo. Entretanto, ainda há muitos desafios na busca pela garantia dos direitos humanos e da tolerância à diversidade. Leia o texto a seguir com os colegas e o professor.

GLOSSÁRIO
Gênero: conjunto de indivíduos, objetos e ideias que apresentam características em comum.

O percentual de brasileiros adultos que se declaram assexuais, lésbicas, gays, bissexuais e transgênero é de 12%, ou cerca de 19 milhões de pessoas, levando-se em conta os dados populacionais do IBGE. É o que mostra um levantamento inédito conduzido por pesquisadores da Unesp e da USP. [...]

[...] a importância do estudo está em tirar grupos ALGBT da invisibilidade e permitir a elaboração de políticas públicas direcionadas às necessidades específicas dessas pessoas. [...]

STARLING, Malena. Levantamento quantitativo pioneiro na América Latina mapeia comunidade ALGBT no Brasil. **Jornal da Unesp**, São Paulo, 24 out. 2022. Disponível em: https://jornal.unesp.br/2022/10/24/levantamento-quantitativo-pioneiro-na-america-latina-mapeia-comunidade-algbt-no-brasil/. Acesso em: 5 maio 2024.

MÃOS À OBRA
Resoluções a partir da p. 305.
RESOLVIDAS NO LIVRO

1. Você já presenciou algum tipo de violência ou discriminação de gênero? Se sim, conte o fato para os colegas. Resposta pessoal.
2. De acordo com os dados do texto, para construir um gráfico de setores que represente o total de pessoas que se declaram integrantes da comunidade Assexuais, Lésbicas, Gays, Bissexuais e Transgênero (ALGBT) em relação ao todo, qual seria o ângulo correspondente ao setor que representa esse grupo. Explique aos colegas como você pensou para responder.
43,2°. Resposta nas Orientações para o professor.

O respeito à diversidade é fundamental para uma sociedade mais justa.

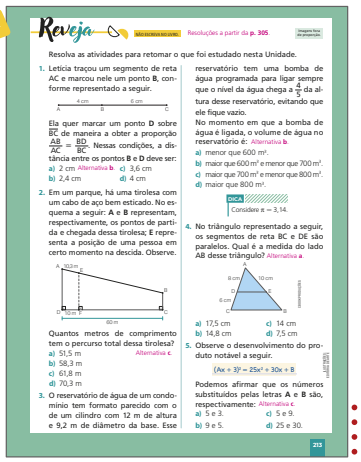
173

CONEXÕES

Já observou como Arte, Ciências, Geografia, História, Língua Portuguesa e Matemática mantêm um diálogo constante? Nesta seção, são desenvolvidos momentos de conexão em que você vai usar o seu conhecimento nesses diferentes campos do saber e perceber que há muitas maneiras de estudar um assunto, com base em diversos temas contemporâneos da realidade à sua volta.

REVEJA

Nesta seção de encerramento de cada Unidade, são propostas atividades objetivas, de múltipla escolha, que contemplam os principais conteúdos e conceitos estudados.


Reveja

MÃO NA MASSA NO CADERNO
Resoluções a partir da p. 305.
Imagens fora de proporção.

Resolva as atividades para retomar o que foi estudado nesta Unidade.

1. Letícia traçou um segmento de reta AC e marcou nele um ponto B, conforme representado a seguir.

Ela quer marcar um ponto D sobre BC de maneira a obter a proporção $\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{BC}$. Nessas condições, a distância entre os pontos B e D deve ser:
a) 2 cm Alternativa b
b) 2,4 cm
c) 3,6 cm
d) 4 cm

2. Em um parque, há uma tirolesa com um cabo de aço bem esticado. No esquema a seguir: A e B representam, respectivamente, os pontos de partida e chegada dessa tirolesa; E representa a posição de uma pessoa em certo momento na descida. Observe.

Quantos metros de comprimento tem o percurso total dessa tirolesa?
a) 51,5 m Alternativa c
b) 58,3 m
c) 61,8 m
d) 70,3 m

3. O reservatório de água de um condomínio tem formato parecido com o de um cilindro com 12 m de altura e 9,2 m de diâmetro da base. Esse reservatório tem uma bomba de água programada para ligar sempre que o nível da água chega a $\frac{4}{5}$ da altura desse reservatório, evitando que ele fique vazio.
No momento em que a bomba de água é ligada, o volume de água no reservatório é: Alternativa b
a) menor que 600 m³.
b) maior que 600 m³ e menor que 700 m³.
c) maior que 700 m³ e menor que 800 m³.
d) maior que 800 m³.

Use a.
Considere π = 3,14.

4. No triângulo representado a seguir, os segmentos de reta BC e DE são paralelos. Qual é a medida do lado AB desse triângulo? Alternativa a.

a) 17,5 cm
b) 14,8 cm
c) 14 cm
d) 7,5 cm

5. Observe o desenvolvimento do produto notável a seguir.

$(Ax + 3)^2 = 25x^2 + 30x + B$

Podemos afirmar que os números substituídos pelas letras A e B são, respectivamente: Alternativa c.
a) 5 e 3.
b) 9 e 5.
c) 5 e 9.
d) 25 e 30.

213

ÍCONES

As atividades identificadas com este ícone podem ser resolvidas com o auxílio de ferramentas tecnológicas, como uma calculadora ou um *software*.

Este ícone indica as atividades em que é necessário utilizar algum instrumento de desenho ou de medição, como régua, compasso, transferidor ou esquadros.

Nas atividades identificadas com este ícone, a resposta deve ser realizada oralmente, compartilhando com os colegas.

Este ícone aparece em atividades que podem ser realizadas em parceria com um ou mais colegas.

SELOS

As cores não são reais.

Imagem fora de proporção.

Para representar melhor certos conceitos, algumas ilustrações podem alterar a proporção de tamanho entre os elementos ou empregar cores que não são as reais. Quando isso acontecer, a ilustração apresentará algum destes selos.

OBJETOS EDUCACIONAIS DIGITAIS

Estes ícones identificam os variados objetos educacionais digitais presentes na coleção. Esses materiais apresentam temas complementares ao conteúdo, favorecendo a aprendizagem e promovendo o senso crítico e a criatividade.

ÁUDIO · *PODCAST* · VÍDEO · INFOGRÁFICO · IMAGEM AMPLIADA · CARROSSEL DE IMAGENS

Os *sites* indicados nesta obra podem apresentar imagens e eventuais textos publicitários junto ao conteúdo de referência, os quais não condizem com o objetivo didático da coleção. Não há controle sobre esses conteúdos, pois eles estão estritamente relacionados ao histórico de pesquisa de cada usuário e à dinâmica dos meios digitais.

7

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

SUMÁRIO

ETAPA 7

UNIDADE 1

Números racionais, gráficos e ângulos 12

1. Conjunto dos números naturais (ℕ) e conjunto dos números inteiros (ℤ) 13
2. Conjunto dos números racionais (ℚ) 14
Atividades 16
3. Gráfico de barras e gráfico de colunas 18
Atividades 20
4. Ângulos 22
Ângulos notáveis 23
Atividades 24
Distância entre um ponto e uma reta 26
Bissetriz de um ângulo 26
Construindo a bissetriz de um ângulo 27
Mediatriz de um segmento de reta 28
Atividades 29
CONEXÕES • Acessibilidade e segurança 30
REVEJA 31

UNIDADE 2

Potências, expressões, equações e figuras 32

1. Potências 33
Potência com expoente inteiro negativo 34
Atividades 35
Propriedades de potências 36
Atividades 37
Notação científica 39
Atividades 40
CONEXÕES • Conhecendo melhor o vírus SARS-CoV-2 42
2. Expressões algébricas e equações 43
Expressões algébricas 43
Atividades 44
Equação do 1º grau com uma incógnita 45
Atividades 45
3. Triângulos 48
Relações envolvendo os ângulos internos e externos de um triângulo 49
Atividades 49
Congruência de figuras 51
Congruência de triângulos 52
Atividades 53
REVEJA 55

UNIDADE 3

Porcentagem, geometria e medidas 56

1. Porcentagem 57
Atividades 59
Acréscimos e descontos sucessivos 61
Atividades 63
CONEXÕES • Seja um consumidor consciente 64
2. Polígonos 66
Polígono convexo e polígono não convexo 67
Quantidade de diagonais de um polígono convexo 67
Soma das medidas dos ângulos internos de um polígono convexo 68
Polígonos regulares 69
Atividades 70
Perímetro e área de polígonos 72
Área do retângulo e do quadrado 72
Área do paralelogramo 73
Área do losango 73
Área do trapézio 74
Área do triângulo 75
Atividades 76
REVEJA 77

8

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

UNIDADE 4

Radiciação, proporção, gráficos e medidas estatísticas.... 78

1. Radiciação 79
Raiz de um número negativo 80
Atividades 81
Calculando a raiz quadrada de um número 83
Atividades 85
2. Proporção 86
Atividades 88
3. Estatística 90
Gráfico de segmentos 90
Atividades 91
4. Medidas de tendência central 93
Média aritmética 93
Moda 93
Mediana 94
Atividades 95
REVEJA 97

UNIDADE 5

Proporcionalidade, medidas e ângulos..... 98

1. Grandezas proporcionais 99
Atividades 101
Grandezas diretamente proporcionais 102
Atividades 104
Grandezas inversamente proporcionais 105
Atividades 107
CONEXÕES • Prevenindo doenças com alimentação saudável 108
2. Relações entre medidas de volume e medidas de capacidade 110
EM AÇÃO • Garrafa PET medidora 112
Atividades 114
3. Ângulos formados por retas paralelas e uma transversal 115
Atividades 118
REVEJA 119

UNIDADE 6

Simetria, contagem e probabilidade 120

1. Simetria 121
Simetria de reflexão 121
Atividades 123
Simetria de rotação 124
Atividades 126
Simetria de translação 127
Atividades 129
VOCÊ CONECTADO • Construindo figuras simétricas 131
2. Contagem e probabilidade 133
Contagem 133
Atividades 135
Probabilidade 136
Atividades 139
REVEJA 141

ETAPA 8

UNIDADE 7

Conjuntos numéricos, círculo e circunferência e radiciação..... 142

1. Conjuntos numéricos 143
Números racionais com representação decimal finita e infinita 143
Conjunto dos números irracionais (𝕀) 145
O número irracional π 145
Conjunto dos números reais (ℝ) 146
Atividades 148
2. O círculo e a circunferência 151
Comprimento da circunferência 152
Área do círculo 153
Atividades 155
3. Radiciação 157
Potências com expoente fracionário 158
Propriedades de radiciação 158
Atividades 159
REVEJA 163

9

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

UNIDADE 8

Circunferência, gráficos, polígonos, sequências e expressões 164

1. Arco de circunferência 165
Ângulo inscrito em uma circunferência 166
Relação entre o ângulo central e um ângulo inscrito correspondentes a um mesmo arco de circunferência 166
Atividades 167
2. Gráfico de setores 168
Construindo um gráfico de setores 170
Atividades 171
CONEXÕES • Diversidade de gênero 173
3. Fluxograma 174
Atividades 175
4. Construindo polígonos regulares 176
Atividades 177
VOCÊ CONECTADO • Medindo ângulo central e ângulo inscrito de um arco 178
5. Sequências 180
Atividades 182
6. Expressões algébricas, monômios e polinômios 183
Adição e subtração com monômios 184
Multiplicação com monômios 185
Divisão com monômios 185
Polinômios 186
Atividades 187
REVEJA 189

UNIDADE 9

Segmentos proporcionais, cálculo de volume e produtos notáveis 190

1. Proporcionalidade entre segmentos de reta 191
Atividades 193
Teorema de Tales 194
Teorema de Tales e os triângulos 195
Atividades 196
2. Volume 199
Volume de um bloco retangular 199
Atividades 200
Volume de um prisma e de um cilindro 202
Atividades 204
3. Produtos notáveis 208
Quadrado da soma de dois termos 208
Quadrado da diferença de dois termos 209
Produto da soma pela diferença de dois termos 210
Atividades 211
REVEJA 213

UNIDADE 10

Semelhança de polígonos, estatística e fatoração de polinômios 214

1. Semelhança de polígonos 215
Atividades 216
Semelhança de triângulos 218
Atividades 221
CONEXÕES • História da Matemática e Etnomatemática 224
2. Estatística 226
Distribuição de frequência 226
Intervalo de classes 228
Atividades 230
Infográficos 232
Atividade 233
CONEXÕES • O pensamento estatístico no combate às *fake news* 234
3. Fatoração de polinômios 236
Fatoração de polinômios: fator comum em evidência 236
Fatoração de polinômios: agrupamento 237
Fatoração de polinômios: trinômio quadrado perfeito 238
Fatoração de polinômios: diferença de quadrados 238
Atividades 239
REVEJA 241

10

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

UNIDADE 11

Triângulo retângulo, equações e pesquisa estatística 242

1. Relações métricas no triângulo retângulo 243
Atividades 246
Teorema de Pitágoras 247
Atividades 249
2. Equação do 1º grau com duas incógnitas 251
Atividades 252
Sistema de duas equações do 1º grau com duas incógnitas 255
Atividades 256
Resolução de sistemas de duas equações do 1º grau com duas incógnitas 258
Atividades 260
3. Pesquisa estatística 262
Tipos de amostra 262
Etapas de uma pesquisa 264
Atividades 266
REVEJA 269

UNIDADE 12

Equação do 2º grau, vistas ortogonais e noções de função 270

1. Equação do 2º grau com uma incógnita 271
Atividades 272
Resolução de equação do 2º grau com uma incógnita 273
Resolução de equação do 2º grau incompleta, com b ≠ 0 e c = 0 273
Resolução de equação do 2º grau incompleta, com b = 0 e c = 0 273
Resolução de equação do 2º grau incompleta, com b = 0 e c ≠ 0 274
Atividades 274
Fórmula resolutiva 275
Atividades 276
2. Vistas ortogonais 278
Perspectiva com ponto de fuga 279
Projeção ortogonal 280
Atividades 282
CONEXÕES • Trabalho, projeto de vida e a Matemática nas profissões 284
3. Noções de funções 286
Atividades 288
REVEJA 291
RESPOSTAS 292
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS COMENTADAS 303

OBJETOS EDUCACIONAIS DIGITAIS

Infográfico: 5 R's da Sustentabilidade 18
Carrossel de imagens: Notação científica em diferentes contextos 40
Infográfico: Segurança no trânsito 58
Podcast: Matemática financeira 61
Carrossel de imagens: O uso da razão em diferentes contextos 86
Vídeo: Medidas estatísticas em situações do cotidiano 93
Vídeo: Decifrando a Matemática das placas veiculares 133
Imagem ampliada: PORTINARI, Candido. **Painel Conchas e Hipocampos** 157
Podcast: *Fake News* e Matemática 234
Podcast: Matemática e acessibilidade 248
Podcast: Censo demográfico e pesquisa estatística 262
Imagem ampliada: PORTINARI, Candido. **Mestiço.** 1934 278
Imagem ampliada: **Papiro egípcio** 282

11

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

INTRODUÇÃO

Nesta Unidade, serão abordados os campos Números, Geometria e Estatística. Os estudantes vão trabalhar com os conjuntos dos números naturais, inteiros e racionais, além dos conceitos de ângulo, bissetriz de um ângulo e mediatriz de um segmento de reta, e gráficos de barras e de colunas. Esses conteúdos podem ser explorados de maneira articulada, como a relação entre os números racionais e a indicação da medida de ângulos.

OBJETIVOS PEDAGÓGICOS DA UNIDADE

- Compreender características dos conjuntos dos números naturais, inteiros e racionais, além de identificar seus elementos e representá-los na reta numérica.
- Ler e interpretar informações representadas em gráficos de colunas e de barras.
- Identificar e construir ângulos (incluindo ângulos notáveis) e bissetriz de ângulos, utilizando instrumentos de desenho e de medição.
- Compreender a ideia de distância entre um ponto e uma reta em um mesmo plano.
- Compreender os conceitos de bissetriz de um ângulo e de mediatriz de um segmento de reta como lugares geométricos e utilizá-los para resolver problemas.

JUSTIFICATIVAS DOS OBJETIVOS

O estudo dos conjuntos dos números naturais, inteiros e racionais possibilita aos estudantes ampliarem o conhecimento a respeito do campo numérico e compreenderem suas características a fim de que reconheçam que foram desenvolvidos a partir de diferentes problemas e necessidades enfrentados pela humanidade ao longo da história.

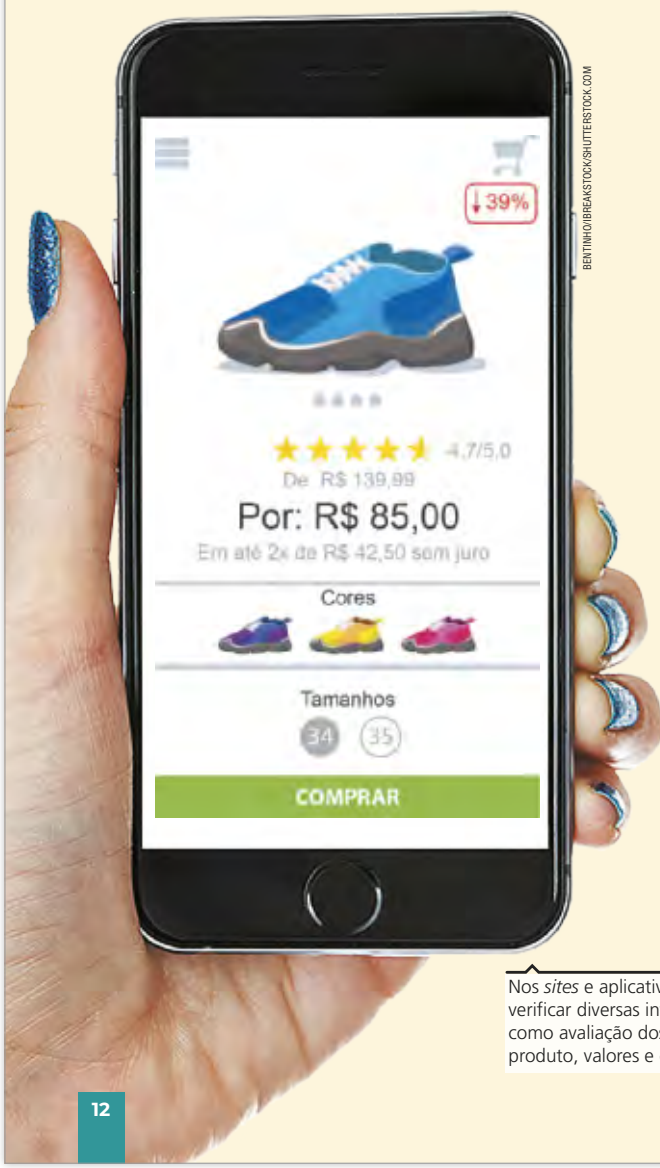
Ao explorar situações-problema envolvendo informações representadas em gráficos de barras e de colunas, bem como seus elementos, busca-se incentivar a atuação crítica dos estudantes, de maneira a estarem aptos a interpretar e analisar dados divulgados em diferentes mídias por meio desses recursos, contribuindo assim para a Educação Midiática.

Os conceitos de ângulo, ângulos notáveis, bissetriz de ângulos e mediatriz de segmentos de reta são explorados com base em diferentes contextos, buscando evidenciar a importância e a aplicação desses conhecimentos ao relacionar elementos e certas propriedades geométricas para analisar características de projetos de construção do

ETAPA 7

UNIDADE 1

Números racionais, gráficos e ângulos



BENTINHO/IBREAKSTOCK/SHUTTERSTOCK.COM

- Conjunto dos números naturais (N) e conjunto dos números inteiros (Z)
- Conjunto dos números racionais (Q)
- Gráficos de barras e de colunas
- Ângulos

NÃO ESCREVA NO LIVRO.

No dia a dia, utilizamos a Matemática em diferentes situações, como realizar uma compra *on-line*. Conhecer os números, realizar operações e analisar gráficos são habilidades essenciais no cotidiano. **a)** Respostas pessoais.

a) Você já realizou uma compra utilizando o celular? Se sim, explique como os seus conhecimentos matemáticos o auxiliaram nessa situação.

b) Na pesquisa de preço apresentada na tela do celular, se o pagamento for feito em duas vezes, o cliente perde o desconto? Não.

c) Em seu entendimento, o produto que está sendo comprado tem uma boa avaliação? Por quê?

Nos *sites* e aplicativos de compras é possível verificar diversas informações sobre os produtos, como avaliação dos clientes, características do produto, valores e condições de pagamento.

c) Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes verifiquem que o produto está com uma avaliação de 4,7 de 5,0 pontos, o que pode ser considerado uma boa avaliação.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

1. Conjunto dos números naturais (ℕ) e conjunto dos números inteiros (ℤ)

Nesta tirinha, para contar as estrelas, uma das personagens utiliza a sequência dos números naturais.



GONSALES, Fernando. **Níquel Náusea**: botando os bofes para fora. São Paulo: Devir, 2002.

Esses números são utilizados pela humanidade há muito tempo, como na contagem de dias, de animais, de membros de uma comunidade etc. Os números dessa sequência, incluindo o zero, formam o **conjunto dos números naturais**, indicado por ℕ.

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, ...\}$$

PENSAR E PRATICAR

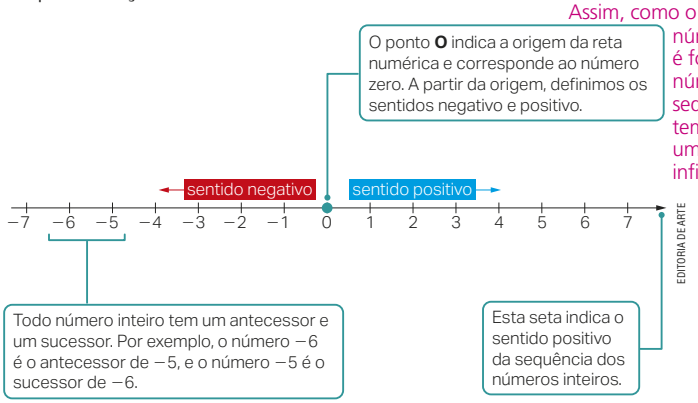
O conjunto dos números naturais é finito ou infinito? Justifique.

Resposta esperada: Infinito. Na sequência dos números naturais, é sempre possível obter o próximo número adicionando 1 ao anterior. Assim, como o conjunto dos números naturais é formado pelos números dessa sequência, temos que ℕ é um conjunto infinito.

No decorrer da história da humanidade, surgiram diversas outras situações que não podiam ser expressas apenas pelos números naturais, como nos casos que envolviam débitos e dívidas. Com isso, fez-se necessário o uso dos números inteiros negativos. A reunião dos números naturais e dos números inteiros negativos forma o **conjunto dos números inteiros**, indicado por ℤ.

$$\mathbb{Z} = \{..., -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, ...\}$$

Observe a representação dos números inteiros na reta numérica.



mundo físico, como pontes com mecanismos de passagem para embarcações abaixo delas, postes e ruas transversais.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Conversar com os estudantes sobre possíveis razões para se realizar ou não compras em lojas virtuais. Perguntar a eles se já realizaram uma compra desse tipo e como foi essa experiência.

No item **a**, disponibilizar alguns minutos para que discutam com os colegas as próprias experiências. Perguntar também sobre vantagens e cuidados que devem ser considerados nessa modalidade de compra.

No item **c**, discutir com os estudantes a importância de verificar algumas informações antes de realizar uma compra, como avaliações de outros clientes que já compraram o produto, uma vez que não é possível analisar o produto em mãos nessa modalidade de compra, a confiabilidade do *site* da loja, os prazos de entrega, valores do frete etc.

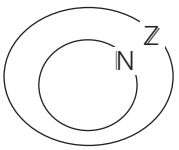
ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Para auxiliar os estudantes a produzir inferências na interpretação da tirinha, sugere-se fazer os seguintes questionamentos.

- O que a personagem principal está fazendo no primeiro e no terceiro quadrinho da tirinha? Resposta: Contando a quantidade de estrelas.
- Na contagem da personagem, qual é o primeiro número apresentado na tirinha? E o último? Respostas: Primeiro: 1. Último: 25.
- Por qual número a personagem começou a contagem das estrelas? Por quê? Resposta esperada: Pelo número 1, pois esse costuma ser o primeiro número natural utilizado em contagens.

No boxe **Pensar e Praticar**, pedir aos estudantes que pensem no maior número natural que conseguem imaginar. Em seguida, propor que digam qual foi o número pensado e, a cada resposta verbalizada, apresentar um contraexemplo, acrescentando uma unidade ao número dito.

Verificar se eles compreendem que, como todo elemento do conjunto dos números naturais também é elemento do conjunto dos números inteiros, pode-se dizer que ℕ é subconjunto de ℤ, ou seja, $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$. Isso pode ser representado pelo diagrama a seguir.



Ao trabalhar o conjunto dos números inteiros, pedir aos estudantes que identifiquem outras situações em que os números inteiros negativos são utilizados, como situações relacionadas à temperatura ou à altitude em relação ao nível do mar.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Apresentar aos estudantes como realizar a leitura da representação do conjunto dos números racionais.

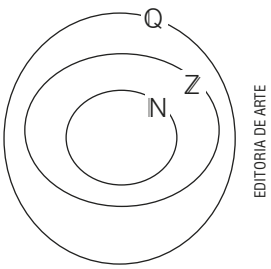
$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} \;\middle|\; a \in \mathbb{Z},\ b \in \mathbb{Z} \text{ e } b \neq 0 \right\}$$

Lê-se: **a** dividido por **b** tal que **a** e **b** pertencem ao conjunto dos números inteiros, e **b** diferente de zero.

No boxe **Dica**, relembrar que um número escrito na forma mista é formado pela parte inteira e pela parte fracionária. Explicar que uma maneira de transformar um número na forma mista em uma única fração é, inicialmente, representar a parte inteira por uma fração cujo denominador seja igual ao da parte fracionária (fração aparente) e, depois, adicionar as duas frações. Por exemplo, considerando o número na forma mista $1\frac{1}{4}$, tem-se que $1 = \frac{4}{4}$, logo:

$$\frac{4}{4} + \frac{1}{4} = \frac{5}{4}$$

Para finalizar o trabalho com esta página, pedir aos estudantes que determinem como os conjuntos dos números naturais, inteiros e racionais podem ser relacionados. Se necessário, propor que representem essa relação por meio de um diagrama. Espera-se que eles compreendam que, como todo elemento do conjunto dos números naturais também é elemento do conjunto dos números inteiros e como todo elemento do conjunto dos números inteiros também é elemento do conjunto dos números racionais, pode-se dizer que $\mathbb{N}$ é subconjunto de $\mathbb{Z}$, que é subconjunto de $\mathbb{Q}$, ou seja, $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$, o que pode ser representado pelo diagrama a seguir.

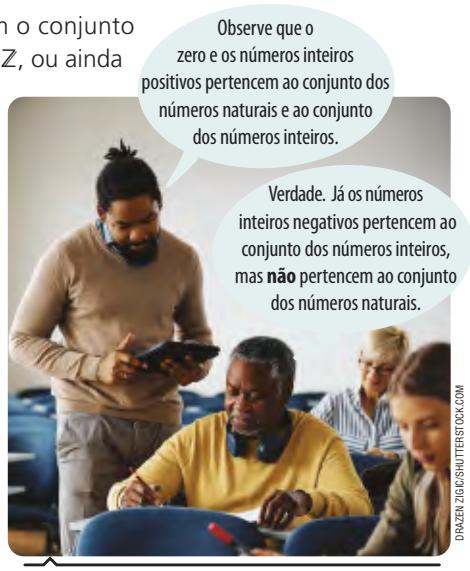


EDITORIA DE ARTE

Dizemos que os números que compõem o conjunto dos números inteiros ($\mathbb{Z}$) são **elementos** de $\mathbb{Z}$, ou ainda que **pertencem** a $\mathbb{Z}$.

Por exemplo:

- -2 é um elemento de $\mathbb{Z}$.
  Também podemos escrever $-2 \in \mathbb{Z}$
  (lê-se "-2 pertence a $\mathbb{Z}$").
- 7 é um elemento de $\mathbb{Z}$.
  Também podemos escrever $7 \in \mathbb{Z}$
  (lê-se "7 pertence a $\mathbb{Z}$").
- -5 não é um elemento de $\mathbb{N}$.
  Também podemos escrever $-5 \notin \mathbb{N}$
  (lê-se "-5 **não** pertence a $\mathbb{N}$").
- -18 não é um elemento de $\mathbb{N}$.
  Também podemos escrever $-18 \notin \mathbb{N}$
  (lê-se "-18 **não** pertence a $\mathbb{N}$").



DRAZEN ZIGIC/SHUTTERSTOCK.COM

Jovens e adultos em sala de aula. Estudar nos proporciona o desenvolvimento de diversas habilidades.

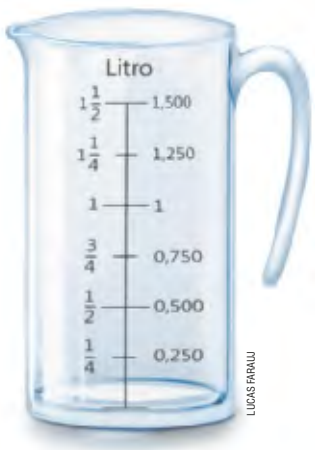
2. Conjunto dos números racionais ($\mathbb{Q}$)

Os números na graduação da jarra são elementos do **conjunto dos números racionais**, indicado por $\mathbb{Q}$. Os elementos de $\mathbb{Q}$ são aqueles que podem ser expressos na forma $\frac{a}{b}$, em que **a** e **b** são números inteiros, com $b \neq 0$. Assim, podemos representar o conjunto dos números racionais utilizando a condição que define os elementos desse conjunto, ou seja, uma **lei de formação**, da seguinte maneira:

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} \;\middle|\; a \in \mathbb{Z},\ b \in \mathbb{Z} \text{ e } b \neq 0 \right\}$$

Lê-se "tal que".

É importante perceber que os números inteiros também são racionais, podendo ser expressos na forma $\frac{a}{b}$ indicada anteriormente.



LUCAS PAPALIA

DICA

Os números na forma mista e os números na forma decimal, na graduação da jarra, podem ser expressos na forma $\frac{a}{b}$. Por exemplo, $1\frac{1}{4} = \frac{5}{4}$ e $1{,}500 = \frac{1\,500}{1\,000} = \frac{3}{2}$.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

Observe um modo de representar os números 7, -3 e 0, por exemplo.

a) $7 = \frac{14}{2}$ **b)** $-3 = \frac{-12}{4}$ **c)** $0 = \frac{0}{5}$

PENSAR E PRATICAR

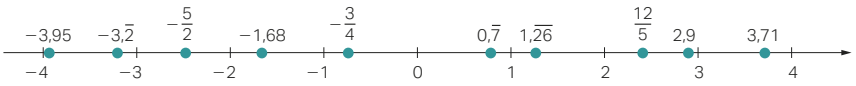
Note que um número inteiro pode ser expresso de diferentes maneiras na forma $\frac{a}{b}$ apresentada.

Em relação ao número 7, por exemplo, temos: $7 = \frac{14}{2} = \frac{7}{1} = \frac{21}{3} = \frac{-7}{-1} = \ldots$

Escreva outras três maneiras de expressar o número inteiro -3 na forma $\frac{a}{b}$.

Algumas respostas possíveis: $-3 = \frac{-3}{1} = \frac{-6}{2} = \frac{9}{-3} = \ldots$

Observe alguns elementos de Q representados na reta numérica.



Observe que todos os números inteiros são elementos do conjunto dos números racionais, mas há infinitos números racionais que não pertencem ao conjunto dos números inteiros.

Os números racionais podem ser expressos na forma de fração ou na forma de número decimal. Acompanhe, a seguir, a relação entre essas representações.

Exemplos

a) $\frac{7}{5}$

$\frac{7}{5} = 7 : 5$

$$\begin{array}{r|l} 7 & 5 \\ -5 & 1,4 \\ \hline 20 & \\ -20 & \\ \hline 00 & \end{array}$$

Nesta divisão, como o quociente é um número decimal e o resto é zero, dizemos que esse quociente está na forma de um **número decimal exato**.

DICA

Essa transformação também poderia ser realizada usando fração decimal equivalente.

$\frac{7 \cdot 2}{5 \cdot 2} = \frac{14}{10} = 1,4$

Assim, temos que $\frac{7}{5} = 1,4$.

b) $\frac{8}{3}$

$\frac{8}{3} = 8 : 3$

$$\begin{array}{r|l} 8 & 3 \\ -6 & 2,66\ldots \\ \hline 20 & \\ -18 & \\ \hline 20 & \\ -18 & \\ \hline 2 & \\ \vdots & \end{array}$$

Se continuarmos esta divisão, obteremos indefinidamente o algarismo 6 no quociente e não é possível ter resto igual a zero. Nesse caso, dizemos que esse quociente está na forma de **dízima periódica**. Os algarismos que se repetem indefinidamente são chamados de **período**.

Assim, temos que $\frac{8}{3} = 2,66\ldots$, que também pode ser escrito como $2,\overline{6}$.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Ao explorar os números racionais indicados na reta numérica, sugere-se representá-la na lousa e indicar nela cada número, um de cada vez, com os estudantes. Relembrá-los como comparar e ordenar números racionais na forma decimal ou fracionária. Por fim, pedir que identifiquem quais dos números indicados na reta representam dízimas periódicas e verificar se eles se lembram de que os algarismos que se repetem indefinidamente na parte decimal correspondem ao período da dízima periódica. Se necessário, ajudá-los a identificar os números $-3,\overline{2}$; $0,\overline{7}$ e $1,\overline{26}$ na reta numérica.

Ao trabalhar a transformação de um número racional na forma de fração para a forma de número decimal, propor aos estudantes que retornem à página anterior e verifiquem, na ilustração da jarra graduada, se as frações e os números decimais indicados em cada marcação correspondem a um mesmo número racional.

Relembrá-los da diferença entre uma divisão exata e um número decimal exato: em uma divisão cujo quociente é um número inteiro e o resto é zero, tem-se uma divisão exata; quando o quociente é um número decimal e o resto é zero, tem-se que o quociente está na forma de um número decimal exato.

No exemplo em que é determinada a forma decimal da fração $\frac{8}{3}$, destacar que o período de $2,\overline{6}$ corresponde a 6.

Se considerar oportuno, apresentar aos estudantes a transformação de um número racional na forma de número decimal para a forma de fração. Observe os exemplos a seguir.

a) 1,25

$1,25 = \frac{125 \overset{:5}{}}{100 \overset{:5}{}} = \frac{25}{20} \overset{:5}{} = \frac{5}{4}$

b) $2,\overline{7}$

Considera-se a igualdade:

$x = 2,7777\ldots$

Multiplica-se cada membro a igualdade por 10:

$10x = 27,7777\ldots$

Subtrai-se **x** de cada membro da igualdade:

$10x - x = 27,7777\ldots - 2,7777\ldots$

x

Divide-se cada membro da igualdade por 9:

$\frac{9x}{9} = \frac{25}{9}$

Obtém-se o resultado:

$x = \frac{25}{9}$

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Atividades

Atividade 1

Esta atividade trabalha a resolução de problema envolvendo a comparação de números naturais.

No item **b**, para determinar a quantidade de poltronas do setor **B**, caso eles calculem 171 − 80, é necessário que subtraiam do resultado uma unidade, pois a poltrona 171 não está incluída. Para determinar a quantidade de poltronas do setor **C**, caso calculem 250 − 171, também devem adicionar uma unidade ao resultado, pois a poltrona 171 deve ser incluída.

Atividade 2

Esta atividade trabalha a resolução de problema envolvendo a identificação e comparação de números inteiros. Após a resolução do item **a**, propor aos estudantes que indiquem a qual conjunto pertencem os outros números apresentados na imagem. Resposta: 39%; 42,50; 139,99 e 4,7 são números racionais. Nesse caso, é importante que eles notem que $39\% = \frac{39}{100} = 0{,}39$.

Verificar a estratégia dos estudantes para responderem ao item **b**. Caso surjam estratégias diferentes, propor aos estudantes que as compartilhem com os colegas.

Ao realizar o item **d**, conversar com os estudantes sobre a importância de, além dos preços e taxas envolvidos em uma compra *on-line*, eles devem analisar a credibilidade da loja virtual, principalmente em situações em que aparecem descontos muito grandes ou valores muito abaixo de outros encontrados habitualmente. Em situações como essas, pode se tratar de *sites* fraudulentos que aplicam golpes nos usuários, seja para conseguir os dados dos clientes, seja para receber o dinheiro da venda e não enviar o produto.

ATIVIDADES NÃO ESCREVA NO LIVRO. Resoluções a partir da **p. 305**.

1. As poltronas de um teatro são numeradas de 1 até 250 e organizadas em três setores da seguinte maneira:

Setor A	Setor B	Setor C
de 1 até 80	de 81 até 170	de 171 até 250

a) Observe os ingressos que Mariana e Rogério compraram para certa apresentação nesse teatro. Em qual setor fica cada uma dessas poltronas?



Mariana. Setor **C**.



LUCAS FARAUJ

Rogério. Setor **B**.

b) Quantas poltronas tem cada setor? Setor **A**: 80 poltronas; setor **B**: 90 poltronas; setor **C**: 80 poltronas.

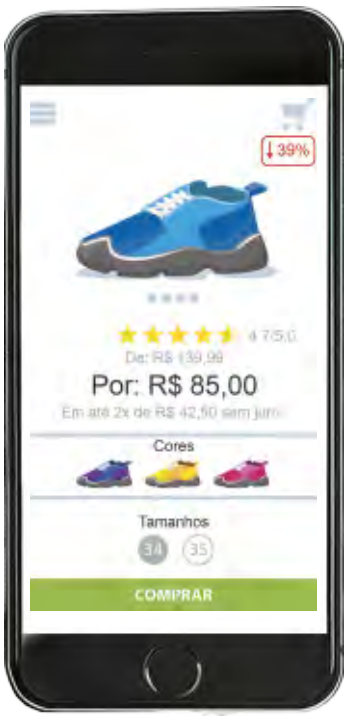
2. Observe novamente os números que aparecem na tela do celular apresentado na abertura desta Unidade. Depois, responda às questões no caderno.

a) Quais desses números são números inteiros? 5,0; 85,00; 2; 34 e 35.

b) Responda, sem realizar o cálculo exato: o desconto oferecido pelo *site* é maior do que 50 reais? Sim.

c) Explique aos colegas e ao professor como você pensou para responder ao item **b**.

d) Em dupla ou em trio, façam uma pesquisa em um *site* ou aplicativo de compras *on-line* e analisem as informações fornecidas. Comparem preço, opções de pagamento e outros dados que considerarem relevantes. Resposta pessoal.



BEMTINHO/IBRE/AKSTOCK/SHUTTERSTOCK.COM

2. c) Resposta pessoal. O estudante pode pensar, por exemplo, que a diferença entre 85 e 100 reais é de 15 reais e que, adicionados a aproximadamente 40 reais, resulta em mais de 50 reais.

16

SAIBA MAIS

Sugerir aos estudantes que acessem este *site* para obter mais informações a respeito de como realizar compras *on-line* com segurança.

- 20 DICAS para realizar compras *online* com segurança digital. [*S. l.*]: Safernet, [2017]. Disponível em: https://new.safernet.org.br/content/20-dicas-para-realizar-compras-online-com-seguran%C3%A7a. Acesso em: 23 abr. 2024.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

3. a) O número 375, que indica o saldo inicial em real, pertence a $\mathbb{N}$, mas o número -108, que indica o saldo final em real, não pertence a $\mathbb{N}$. Esses dois números pertencem a $\mathbb{Q}$.

3. Para evitar endividamento, Beatriz acompanha o extrato da conta bancária dela com frequência. Observe o extrato de certo período e resolva as questões.

DICA

Neste extrato bancário, **C** indica um **crédito** (entrada de dinheiro) e **D** indica um **débito** (saída de dinheiro).

Extrato bancário	
Cliente: Beatriz Cardoso	
Agência: 0987 Conta: 01234-5	
Histórico	Saldo (R$)
Saldo inicial	375,00
Fevereiro	
8/2 Transferência	237,00 C
Saldo	612,00
9/2 Pagamento de fatura	321,00 D
Saldo	291,00
10/2 Saque	120,00 D
Saldo	171,00
11/2 Depósito em dinheiro	450,00 C
Saldo	621,00
12/2 Cheque compensado	729,00 D
Saldo final	−108,00

ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

a) Os saldos inicial e final, em real, são indicados por números que pertencem a $\mathbb{N}$? Esses números pertencem a $\mathbb{Q}$?

b) Comparando os saldos inicial e final, é possível afirmar que no período entrou ou saiu mais dinheiro da conta bancária? Explique. Resposta esperada: Saiu mais dinheiro da conta bancária, pois o saldo final, em real, é menor que o saldo inicial ($-108 < 375$).

c) Considerando o saldo final, o que Beatriz precisa fazer para que o saldo fique positivo? Resposta esperada: Beatriz precisa realizar uma entrada de dinheiro na conta bancária maior que R$ 108,00.

d) Cite outras maneiras de acompanhar as movimentações financeiras pessoais para evitar o endividamento. Algumas respostas possíveis: Aplicativos de controle financeiro, planilha de orçamento, anotações de entrada e de saída de dinheiro.

4. Escreva as frações apresentadas a seguir na forma de número decimal.

a) $\frac{5}{12}$ $0,41\overline{6}$

b) $\frac{18}{4}$ $4,5$

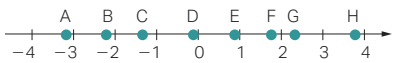
c) $\frac{31}{25}$ $1,24$

d) $\frac{26}{18}$ $1,\overline{4}$

5. Cada letra na reta numérica corresponde a um dos números racionais indicados no quadro a seguir. Associe cada letra ao número racional correspondente.

$-1,\overline{3}$	3,78	$\frac{7}{4}$	$-\frac{11}{5}$
$-\frac{1}{10}$	0,8	$\frac{14}{6}$	−3,18

A: $-3,18$; **B**: $-\frac{11}{5}$; **C**: $-1,\overline{3}$; **D**: $-\frac{1}{10}$;



E: 0,8; **F**: $\frac{7}{4}$; **G**: $\frac{14}{6}$; **H**: 3,78.

6. Copie os itens a seguir no caderno, substituindo cada ▢ pelo símbolo $\in$ ou $\notin$.

a) $1,5 \square \mathbb{Z}$ $\notin$

b) $0 \square \mathbb{N}$ $\in$

c) $6,\overline{5} \square \mathbb{Q}$ $\in$

d) $\frac{9}{2} \square \mathbb{Q}$ $\in$

e) $7,12 \square \mathbb{N}$ $\notin$

f) $-5 \square \mathbb{Z}$ $\in$

g) $-12,91 \square \mathbb{N}$ $\notin$

Atividade 3

Esta atividade trabalha a resolução de problema envolvendo números inteiros a partir da análise de um extrato bancário para evitar endividamento, propiciando uma abordagem relacionada à Educação Financeira. Inicialmente, perguntar aos estudantes se eles conhecem um extrato bancário e que tipo de informações estavam apresentadas nele. Depois, analisar o extrato bancário representado e explorar os conhecimentos prévios deles sobre esse tema. Por exemplo, perguntar os tipos de crédito (entradas de valores) que podem ocorrer, como depósitos em dinheiro ou em cheques, transferências e *Pix*, e os tipos de débito (saídas de valores). Ao término da atividade, promover uma roda de conversa sobre a importância de acompanhar as movimentações bancárias a fim de evitar saldos negativos, por exemplo, que podem acarretar multa e cobrança de juro.

Atividade 4

Esta atividade trabalha a transformação de um número na forma de fração para a forma decimal. Sugere-se, ao término, perguntar aos estudantes em quais itens o número decimal obtido é exato (itens **b** e **c**).

Atividade 5

Esta atividade trabalha a representação de números racionais na reta numérica. Caso os estudantes tenham dificuldades, sugerir que representem todos os números indicados de uma única maneira: na forma decimal ou na forma de fração.

Atividade 6

Esta atividade trabalha a identificação de elementos pertencentes aos conjuntos dos números naturais, dos números inteiros e dos números racionais. Para complementar, pode-se propor aos estudantes que indiquem a qual conjunto desses pertencem cada um dos números indicados nos itens desta atividade $\left(1,5;\ 6,\overline{5};\ \frac{9}{2};\ 7,12;\ -12,91\right.$ pertencem a $\mathbb{Q}$; -5 pertence a $\mathbb{Z}$ e $\mathbb{Q}$; 0 pertence a $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$ e $\left.\mathbb{Q}\right)$.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Antes de iniciar o trabalho com este tópico, sugere-se ler o trecho a seguir, que trata da importância do ensino de Estatística na atual sociedade, por exemplo, no trabalho com Educação Midiática.

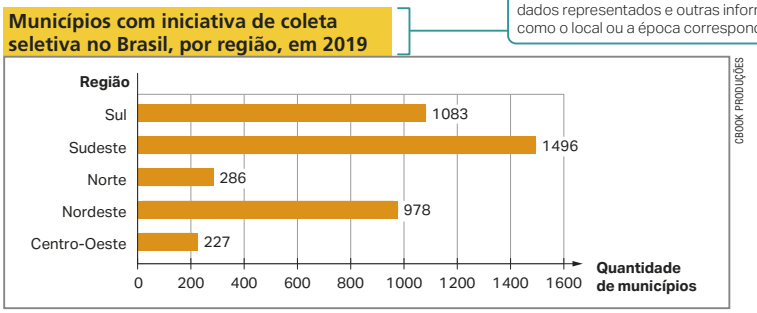
> Não basta ao cidadão entender as porcentagens expostas em índices estatísticos, como o crescimento populacional, taxas de inflação, desemprego... É preciso analisar/relacionar criticamente os dados apresentados, questionando/ponderando até mesmo sua veracidade. Assim como não é suficiente ao aluno desenvolver a capacidade de organizar e representar uma coleção de dados, faz-se necessário interpretar e comparar esses dados para tirar conclusões.
>
> No mundo das informações no qual estamos inseridos, torna-se cada vez mais "precoce" o acesso do cidadão a questões sociais e econômicas em que tabelas e gráficos sintetizam levantamentos; índices são comparados e analisados para defender ideias. Dessa forma, faz-se necessário que a escola proporcione ao estudante, desde os primeiros anos da escola básica, a formação de conceitos que o auxiliem no exercício de sua cidadania. Entendemos que cidadania também seja a capacidade de atuação reflexiva, ponderada e crítica de um indivíduo em seu grupo social. [...]
>
> LOPES, Celi Espasandin. O ensino da estatística e da probabilidade na educação básica e a formação dos professores. **Cadernos Cedes**, Campinas, v. 28, n. 74, p. 57-73, jan./abr. 2008. p. 60. Disponível em: www.scielo.br/j/ccedes/a/gwfKW9py5dMccvmbqyPP8bk/?lang=pt&format=pdf. Acesso em: 22 abr. 2024.

3. Gráfico de barras e gráfico de colunas

Em Estatística, os gráficos são recursos visuais utilizados para representar um conjunto de dados. Estudar diferentes tipos de gráfico, as características e os elementos de cada tipo possibilita escolher o gráfico mais adequado de acordo com os dados a serem representados.

Dois elementos fundamentais em gráficos são o **título** e a **fonte**. Observe o gráfico a seguir.

O título indica o assunto pertinente aos dados representados e outras informações, como o local ou a época correspondentes.



A quantidade de municípios, por região do Brasil, com iniciativa de coleta seletiva em 2019.

Fonte: ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE EMPRESAS DE LIMPEZA PÚBLICA E RESÍDUOS ESPECIAIS. **Panorama dos resíduos sólidos no Brasil 2020**. São Paulo: Abrelpe, 2020. p. 19. Disponível em: https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/6613160/mod_resource/content/1/Panorama-2020-V5-unicas%20%282%29.pdf. Acesso em: 19 mar. 2024.

PENSAR E PRATICAR

O que indicam os dados representados nesse gráfico?

A fonte indica onde os dados representados foram consultados para a construção do gráfico.
A ausência de fonte ou a apresentação incompleta dela, em alguns casos, pode indicar que os dados não têm uma origem confiável.



KLEBER CORDEIRO/SHUTTERSTOCK.COM

A coleta seletiva contribui para a redução de resíduos descartados de maneira inadequada na natureza, para o processo de reciclagem, entre outros benefícios.

Durante o trabalho com esta página, ressaltar aos estudantes que o título do gráfico deve ser claro e completo, de maneira a orientar o leitor na sua interpretação, apresentando informações como o tema, o período de tempo abrangido e a localidade.

Propor aos estudantes que realizem, individualmente, uma pesquisa, em *sites*, revistas, jornais, entre outros materiais, buscando identificar diferentes tipos de gráfico, e pedir que compartilhem com os colegas o que foi pesquisado, identificando o assunto tratado em cada um dos gráficos, o título e a fonte de pesquisa, entre outros aspectos. Essa proposta de pesquisa pode ser ampliada para uma análise de gráficos e outros recursos midiáticos sob um mesmo tema, como **Mundo do trabalho**, **Ambiente e sustentabilidade** ou **Saúde e bem-estar**. A partir dessa análise, pode-se levantar questionamentos sobre a manipulação de gráficos e de dados em determinados contextos. Ao propor questionamentos como esses, deve-se promover um ambiente de escuta respeitosa e compartilhamento de vivências.

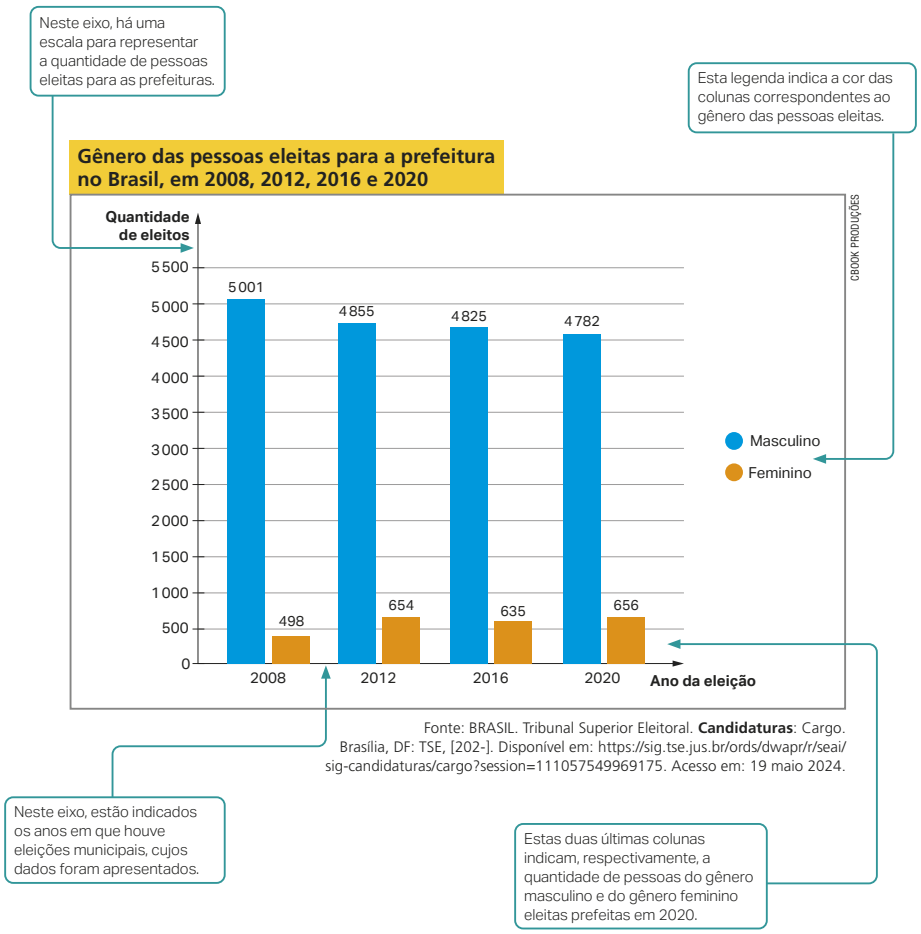
OBJETO EDUCACIONAL DIGITAL

O infográfico **5'Rs da Sustentabilidade** apresenta os princípios dos 5R's, enfatizando a importância da adoção de práticas conscientes e sustentáveis de consumo, produção e descarte para conservação dos recursos naturais.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

O **gráfico de barras** e o **gráfico de colunas** costumam ser utilizados com a finalidade de comparar, entre si, os dados pesquisados. Os comprimentos das barras ou as alturas das colunas devem ser proporcionais entre si, possibilitando uma comparação visual.

Observe o gráfico de colunas duplas a seguir.



Fonte: BRASIL. Tribunal Superior Eleitoral. **Candidaturas**: Cargo. Brasília, DF: TSE, [202-]. Disponível em: https://sig.tse.jus.br/ords/dwapr/r/seai/sig-candidaturas/cargo?session=111057549969175. Acesso em: 19 maio 2024.

PENSAR E PRATICAR

Observe e compare as colunas desse gráfico para responder:

- Nesse período, houve aumento ou diminuição da quantidade de mulheres candidatas a prefeitas no Brasil? Aumento.
- Nas eleições municipais de quais anos foram eleitas mais de 650 mulheres? 2012 e 2020.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Durante o trabalho com gráficos de colunas e de barras, comentar que, de maneira geral, os dados representados por um gráfico de colunas também podem ser expressos por um gráfico de barras, e vice-versa.

Conversar com os estudantes sobre as alturas das colunas ou os comprimentos das barras serem proporcionais entre si. Explicar que, para comparar as informações visualmente, sem acarretar uma leitura equivocada, é necessário que as alturas das colunas ou os comprimentos das barras sejam proporcionais aos valores por elas representados. Por exemplo, se a coluna de um gráfico que representa 10 unidades tem 6 cm de altura, então uma coluna representando 5 unidades deve ter 3 cm. Caso contrário, é possível que o leitor seja induzido a uma interpretação incorreta dos dados.

A leitura de dados e informações em tabelas e gráficos divulgados pelas mídias é uma habilidade premente na sociedade contemporânea. Nesse sentido, é importante que essa interpretação dos dados ocorra não apenas de modo relacionado ao que está explícito, ou seja, é necessário que a realização de inferências mais aprofundadas seja produzida na análise do gráfico pelos estudantes.

Explicar para os estudantes que saber interpretar gráficos e tabelas faz parte da Educação Midiática, que corresponde a um conjunto de habilidades que permitem ao cidadão ler, analisar, interpretar e participar de maneira crítica de informações disseminadas em diferentes mídias.

SAIBA MAIS

Acessar este *site* para obter mais informações a respeito da Educação Midiática.

- BRASIL. Secretaria de Comunicação Social. **Estratégia brasileira de educação midiática**. Brasília, DF: Secom, 2023. Disponível em: https://www.gov.br/secom/pt-br/arquivos/2023_secom-spdigi_estrategia-brasileira-de-educacao-midiatica.pdf/@@download/file. Acesso em: 23 abr. 2024.

Para complementar sua formação continuada acerca do letramento estatístico, ler este material.

- MONTEIRO, Carlos Eduardo Ferreira; CARVALHO, Liliane Maria Teixeira Lima de (org.). **Temas emergentes em letramento estatístico**. Recife: Editora da UFPE, 2021. Disponível em: https://editora.ufpe.br/books/catalog/download/666/677/2080?inline=1. Acesso em: 24 abr. 2024.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Atividades

Atividade 1

Esta atividade trabalha a comparação entre dados organizados em tabela e em gráfico e a avaliação do tipo de gráfico escolhido para representar um conjunto de dados de acordo com a natureza desses dados. No enunciado, a informação da quantidade de pessoas mortas diariamente no trânsito foi obtida no *site* da Organização Pan-Americana da Saúde, em: OMS lança Década de Ação pela Segurança no Trânsito 2021-2030. ORGANIZAÇÃO PAN-AMERICANA DA SAÚDE. **OMS lança década de ação pela segurança no trânsito 2021-2030**. [*S. l.*]: Notícias: OMS, 28 out. 2021. Disponível em: https://www.paho.org/pt/noticias/28-10-2021-oms-lanca-decada-acao-pela-seguranca-no-transito-2021-2030. Acesso em: 20 abr. 2024.

Aproveitar o tema e comentar a campanha governamental de abrangência nacional "Maio Amarelo", que mobiliza forças do Estado e da sociedade civil com o intuito de sensibilizar a população e conscientizá-la dos altos índices de mortes e feridos no trânsito. Ler para os estudantes o trecho a seguir, que apresenta explicações sobre essa campanha.

A cor amarela foi escolhida em alusão à sinalização de advertência, utilizada nos semáforos. Por isso ficou conhecida como a cor da atenção pela vida. Assim como os movimentos de conscientização de combate ao câncer de mama, de próstata e contra o vírus HIV, o Maio Amarelo também é simbolizado pelo laço, nesse caso, amarelo.

O mês de maio foi escolhido em comemoração ao Dia Mundial da Segurança Viária e do Pedestre, com a realização da Semana Mundial de Segurança do Pedestre, lançada em 2013. A semana também é conhecida como Campanha Zenani Mandela, em memória da neta de Nelson Mandela, vítima de acidente de trânsito na África do Sul em 2010, com apenas 13 anos.

FUNDAÇÃO OSWALDO CRUZ. **Campanha maio amarelo começa na próxima terça (2)**. Rio de Janeiro: Canal Saúde: Fiocruz, 27 abr. 2017. 27 abr. 2017. Localizável em: Notícias. Disponível em: https://www.canalsaude.fiocruz.br/noticias/noticiaAberta/campanha-maio-amarelo-comeca-na-proxima-terca-2-2017-04-27. Acesso em: 20 abr. 2024.

Promover uma conversa com os estudantes sobre o tema, incentivando-os a apresentar dicas sobre como evitar acidentes de trânsito, seja para pedestres, seja para motoristas e passageiros de veículos. Por exemplo, o pedestre deve fazer as travessias das vias com calma e sem correr, olhando bem para ambos os lados antes de atravessá-las; fazer a travessia sempre sobre a faixa de pedestres ou passarelas; atravessar uma via de cada vez em cruzamentos, nunca na diagonal; ao descer do ônibus, esperá-lo sair para atravessar a via; entre outros. Em relação aos motoristas, algumas dicas que podem surgir são: respeitar as leis de trânsito; utilizar o cinto de segurança; não dirigir após a ingestão de bebida alcoólica; manter distância segura de outros veículos, ciclistas e pedestres; não utilizar o celular enquanto dirige etc.

ATIVIDADES

NÃO ESCREVA NO LIVRO. Resoluções a partir da **p. 305**.

1. De acordo com a Organização das Nações Unidas (ONU), acidentes de trânsito matam mais de 3,5 mil pessoas por dia no mundo. Muitas dessas mortes poderiam ser evitadas se não fosse a imprudência daqueles que não respeitam as sinalizações e as regras de trânsito.

Em relação a esse tema, observe os mesmos dados representados em uma tabela e em um gráfico. Depois, responda às questões.

Mortes no trânsito brasileiro por região, em 2023

Região	Quantidade de mortes
Centro-Oeste	2 276
Nordeste	2 675
Norte	842
Sudeste	2 985
Sul	1 047

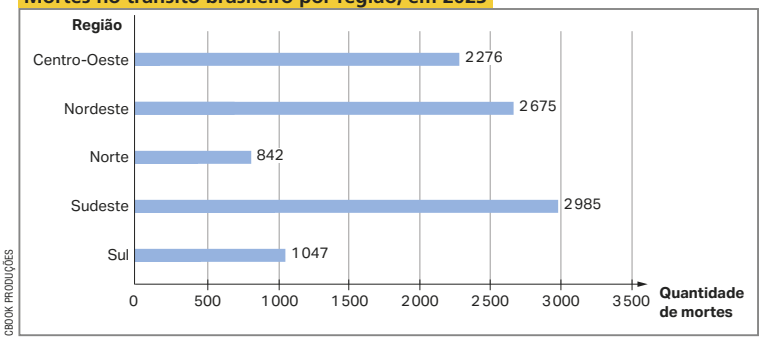
Fonte: BRASIL. Ministério dos Transportes. **Registro Nacional de Acidentes e Estatísticas de Trânsito**. Brasília, DF: MTR, 26 jul. 2023. Disponível em: https://www.gov.br/infraestrutura/pt-br/assuntos/transito/arquivos-senatran/docs/renaest. Acesso em: 18 abr. 2024.



ARTE LEONARDO CUNHA/ALEP

O movimento internacional que busca conscientizar as pessoas sobre a redução de acidentes no trânsito é conhecido como Maio Amarelo.

Mortes no trânsito brasileiro por região, em 2023



OBOOK PRODUÇÕES

Fonte: BRASIL. Ministério dos Transportes. **Registro Nacional de Acidentes e Estatísticas de Trânsito**. Brasília, DF: MTR, 26 jul. 2023. Disponível em: https://www.gov.br/infraestrutura/pt-br/assuntos/transito/arquivos-senatran/docs/renaest. Acesso em: 9 maio 2024.

a) Em qual região do Brasil foi registrada a maior quantidade de mortes no trânsito em 2023? E a menor quantidade de mortes? Sudeste. Norte.

b) Ao todo, quantas mortes no trânsito brasileiro ocorreram em 2023? 9825 mortes.

c) Que tipo de gráfico foi apresentado anteriormente? Em seu entendimento, qual é a vantagem da escolha desse tipo de gráfico na representação desses dados se comparado à tabela? Gráfico de barras. Resposta esperada: O gráfico de barras facilita visualmente a comparação entre a quantidade de mortes em cada região do Brasil.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

d) Em grupo, elaborem uma campanha para prevenir acidentes no trânsito. Vocês podem confeccionar cartazes, gravar vídeos e produzir outros recursos com base em dados sobre o trânsito. Posteriormente, divulguem esses materiais na escola e na comunidade.
Resposta pessoal.

2. Quando trocamos e descartamos uma lâmpada em nossa residência, é importante encaminhá-la a pontos de coleta para o destino adequado. Esses pontos costumam estar disponíveis em lojas que comercializam lâmpadas. Se a lâmpada estiver quebrada, é necessário colocá-la em uma caixa de papelão ou outra embalagem para evitar acidentes. Observe o gráfico a seguir e resolva as questões.

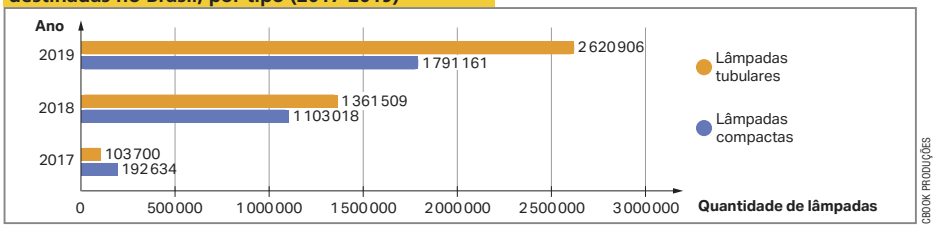


DANIEL CYMBALISTA/PULSAR IMAGENS

Coletor para descarte correto de lâmpadas, disponibilizado no estacionamento de um supermercado, em São Paulo (SP). Fotografia de 2022.

2. a) Quantidade de lâmpadas compactas coletadas e corretamente destinadas no Brasil de 2017 a 2019. Quantidade de lâmpadas tubulares coletadas e corretamente destinadas no Brasil de 2017 a 2019.

Quantidade de lâmpadas coletadas e corretamente destinadas no Brasil, por tipo (2017-2019)



CIBOOK PRODUÇÕES

Fonte: ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE EMPRESAS DE LIMPEZA PÚBLICA E RESÍDUOS ESPECIAIS. **Panorama dos resíduos sólidos no Brasil 2021**. São Paulo: Abrelpe, 2021. p. 35. Disponível em: https://abespb.com.br/wp-content/uploads/2023/12/Panorama-2021-ABRELPE.pdf. Acesso em: 7 jun. 2024.

a) Nesse gráfico, o que indicam as barras em azul? E as barras em alaranjado?

b) Podemos afirmar que em cada um desses anos a quantidade de lâmpadas tubulares coletadas e corretamente destinadas no Brasil foi maior em relação à quantidade de lâmpadas compactas? Por quê?

c) Ao todo, em 2019, no Brasil, quantas lâmpadas foram coletadas e corretamente destinadas? 4 412 067 lâmpadas.

d) Em 2018, qual tipo de lâmpada foi coletado e corretamente destinado no Brasil em maior quantidade? Quantas lâmpadas a mais? Lâmpada tubular. 258 491 lâmpadas a mais.

e) Pesquise se há pontos de coleta de lâmpadas no bairro ou no município onde você mora e converse com os colegas e com o professor sobre a importância desse tipo de iniciativa. Resposta pessoal.

2. b) Resposta esperada: Não, pois, em 2017, a quantidade de lâmpadas compactas coletadas e corretamente destinadas no Brasil foi maior em relação à quantidade de lâmpadas tubulares.

Atividade 2

Esta atividade trabalha a análise de dados apresentados em um gráfico de barras duplas.

O contexto trabalhado, que está relacionado à Educação Ambiental, permite alertar os estudantes sobre a importância do descarte adequado de lâmpadas. Esse contexto também favorece o trabalho com o tema **Ambiente e sustentabilidade** e pode ser usado para fomentar discussões ou pesquisas complementares. Comentar com eles que as lâmpadas fluorescentes, por exemplo, possuem metais em sua composição e que, quando liberados inadequadamente no ambiente, podem contaminar o solo e a água. Ler para os estudantes o trecho a seguir, que apresenta informações sobre o descarte de lâmpadas fluorescentes.

A Política Nacional de Resíduos Sólidos, instituída pela Lei nº 12.305/2010, implementou a responsabilidade compartilhada – abrangendo os fabricantes, importadores, distribuidores, comerciantes e os consumidores – pela logística reversa das lâmpadas fluorescentes devido à sua capacidade de causar danos ao meio ambiente. Assim, a partir do momento em que uma lâmpada fluorescente não pode mais ser utilizada, ela deve ser encaminhada até uma empresa habilitada para descontaminação e reciclagem.

Segundo a lei, cabe aos consumidores o descarte dessas lâmpadas nos pontos de coleta adequados; aos distribuidores, a criação desses pontos de coleta; e aos fabricantes e importadores, a destinação final ambientalmente correta. Para facilitar esse caminho, o Ministério do Meio Ambiente e as associações de importadores e fabricantes de lâmpadas assinaram o Acordo Setorial de Lâmpadas Fluorescentes de Vapor de Sódio e Mercúrio e de Luz Mista.

EHMANN, Marcia. **Descarte de lâmpadas fluorescentes**: um problema com solução. Rio de Janeiro: Centro de Tecnologia UFRJ, 16 jun. 2023. Disponível em: https://ct.ufrj.br/descarte-de-lampadas-fluorescentes-um-problema-com-solucao. Acesso em: 20 abr. 2024.

SAIBA MAIS

Sugerir aos estudantes que acessem este *site* para consultar endereços de pontos de coleta de lâmpadas usadas.

- PONTOS de entrega. São Paulo: Reciclus, c2023. Disponível em: https://reciclus.org.br/pontos-de-entrega/. Acesso em: 20 abr. 2024.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Iniciar o trabalho questionando os estudantes sobre situações do dia a dia em que seja possível identificar ângulos, explorando suas vivências pessoais e profissionais. Pedir a eles que classifiquem se essas situações estão relacionadas à ideia de giro, de abertura ou de inclinação. Se julgar necessário, apresentar os seguintes exemplos.

- **Ideia de giro**: o giro de uma catraca de ônibus, o giro da roda de uma bicicleta, o giro dos ponteiros de um relógio, o giro de uma pessoa em torno de si mesma.
- **Ideia de abertura**: a abertura de um *notebook*, a abertura de uma porta, a abertura de uma tesoura, a abertura de um compasso.
- **Ideia de inclinação**: a inclinação de uma rampa, a inclinação do telhado de uma casa, a inclinação da parte superior de um corpo para a frente.

Ao abordar a classificação dos ângulos de acordo com suas medidas, relembrar os estudantes de que, para expressar a medida de um ângulo, pode-se utilizar o grau como unidade. Ao dividir um círculo em 360 partes iguais, cada parte obtida corresponde a um ângulo de medida 1 grau (indicado por 1°). Relembrá-los também que, para construir e medir ângulos, pode-se utilizar o transferidor.

Após o trabalho com esta página, conversar com os estudantes sobre a profissão de carpinteiro. Ler para eles o trecho a seguir, que fala dessa profissão.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

4. Ângulos

Além do conhecimento sobre números, o uso de medidas e de conceitos geométricos é muito comum no dia a dia, por exemplo, na construção civil.

Na fotografia, um trabalhador está usando um esquadro para carpinteiro com o objetivo de verificar o ângulo formado entre as tábuas.

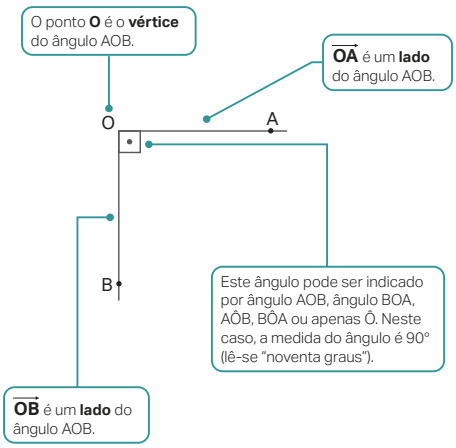
Vamos relembrar o conceito de ângulo, seus elementos e outras características.



ALEKSEY KURGUZOV/SHUTTERSTOCK.COM

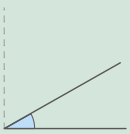
A qualificação profissional pode ser uma porta de entrada para o mercado de trabalho e um diferencial para a carreira.

O ângulo é a região no plano delimitada por duas semirretas de mesma origem.



Podemos classificar um ângulo de acordo com sua medida.

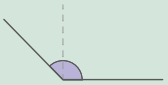
Ângulo agudo
Ângulo cuja medida é menor que 90°.



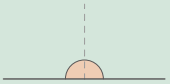
Ângulo reto
Ângulo cuja medida é igual a 90°.



Ângulo obtuso
Ângulo cuja medida é maior que 90° e menor que 180°.



Ângulo raso
Ângulo cuja medida é igual a 180°.



ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

PENSAR E PRATICAR

Em sua sala de aula, você identifica elementos que formam entre si um ângulo reto? Quais?

Resposta esperada: O encontro de dois lados da lousa, da porta, o encontro entre a parede e o chão etc.

22

Antigamente, quando se necessitava de um profissional para fazer qualquer trabalho em madeira, o profissional chamado era o carpinteiro. A carpintaria evoluiu e fez surgir a figura do marceneiro, que é o profissional que transforma a madeira em um objeto útil ou decorativo. Muitas pessoas confundem estas duas profissões, que embora muito parecidas, possuem diferenças grandes entre si. A marcenaria se distingue da carpintaria por ser um trabalho mais artístico do que industrial, ou seja, o marceneiro constrói móveis, objetos decorativos, utilitários ou outras peças de madeira, enquanto o carpinteiro, é um profissional indispensável na construção civil na produção de peças mais pesadas.

SERVIÇO BRASILEIRO DE APOIO ÀS MICRO E PEQUENAS EMPRESAS. **Como montar uma carpintaria verde**. [*S. l.*]: Sebrae, c2021. Disponível em: https://sebrae.com.br/sites/PortalSebrae/ideias/como-montar-uma-carpintaria-verde,67597a51b9105410VgnVCM1000003b74010aRCRD#apresentacao-de-negocio. Acesso em: 22 abr. 2024.

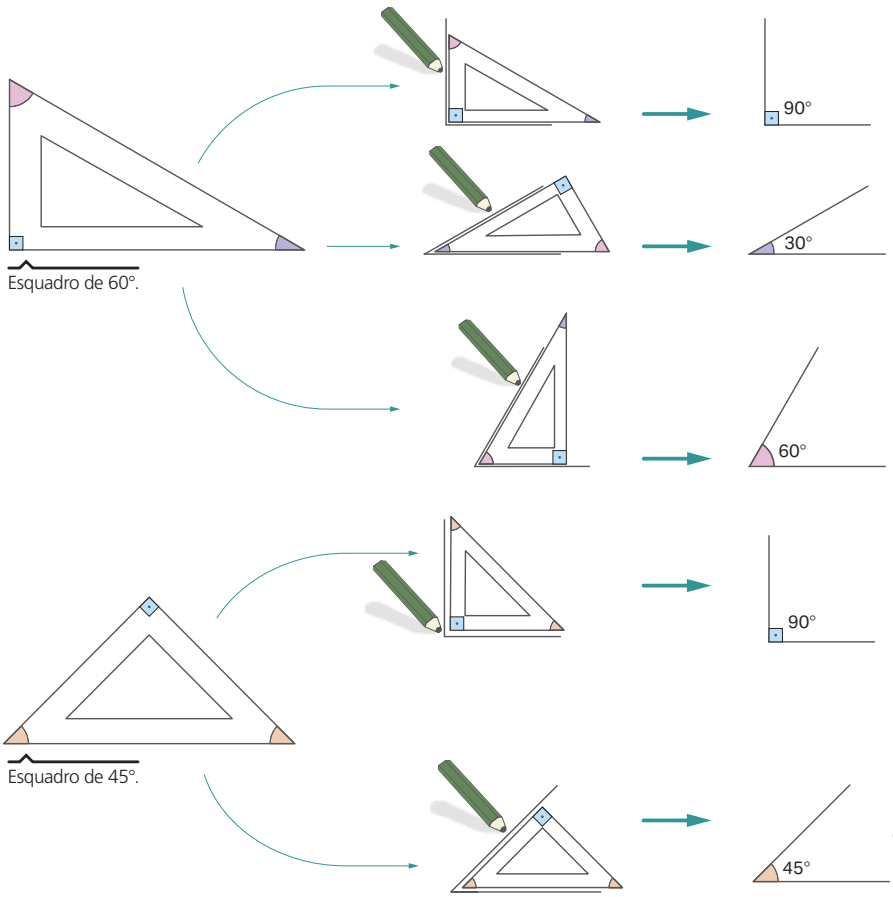
MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

Ângulos notáveis

Os ângulos de 30°, 45°, 60° e 90°, por serem utilizados com frequência em diversas situações, costumam ser chamados de **ângulos notáveis**. Ângulos com essas medidas podem ser construídos com um jogo de esquadros. Observe.

DICA

Nos esquemas, ângulos indicados com a mesma cor têm medidas iguais.



ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

PENSAR E PRATICAR

Além dos esquadros, que outro instrumento você conhece com o qual é possível construir ângulos com medida definida?

Resposta esperada: Transferidor.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Antes de explorar o conteúdo desta página, questionar os estudantes sobre o que eles entendem por "notável". Se julgar necessário, propor a eles que pesquisem em dicionários o significado dessa palavra. Observe, a seguir, o significado de **notável** em um dicionário,

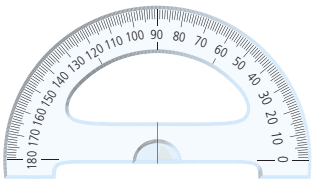
notável (no.tá.vel) adj. **1.** Digno de nota, de atenção, de reparo [...].

NOTÁVEL. *In*: ACADEMIA BRASILEIRA DE LETRAS. **Dicionário escolar da língua portuguesa**. 2. ed. São Paulo: Companhia Editora Nacional, 2008. p. 907.

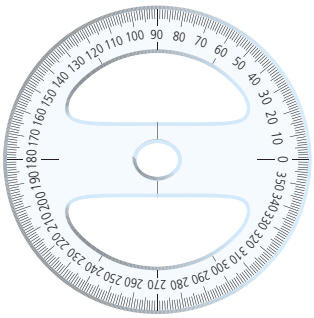
É importante que os estudantes percebam que os ângulos de 30°, 45°, 60° e 90° são considerados notáveis por serem utilizados com mais frequência que ângulos de outras medidas.

Lembrar os estudantes de que o conjunto formado pelos esquadros de 45° e 60° é conhecido por jogo de esquadros. Verificar a possibilidade de levar jogos de esquadros para a sala de aula para que os estudantes possam manipulá-los.

No boxe **Pensar e Praticar** desta página, relembrar os estudantes de que há transferidores de 180° e 360° e que eles podem apresentar duas graduações, sendo uma graduação no sentido anti-horário e outra no sentido horário.



Transferidor de 180°.



ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

Transferidor de 360°.

Verificar a possibilidade de levar ambos os transferidores para a sala de aula para que os estudantes possam manipulá-los.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Atividades

Atividade 1

Esta atividade trabalha os conceitos de ângulos complementares e suplementares. É importante lembrar os estudantes de que, para que dois ângulos sejam complementares ou suplementares, não é necessário que sejam adjacentes (os ângulos não precisam estar no mesmo plano, ter o mesmo vértice e ter em comum apenas os pontos de um dos lados), como os representados nesta atividade; basta que a soma das medidas dos ângulos seja igual a 90° ou 180°, respectivamente.

Atividade 2

Esta atividade trabalha, em uma situação contextualizada, o conceito de ângulos suplementares. Espera-se que os estudantes percebam que os ângulos de medida 115° e **x** são suplementares.

Se julgar conveniente, leia para os estudantes o trecho a seguir, com informações sobre como funciona uma ponte basculante (levadiça).

ATIVIDADES

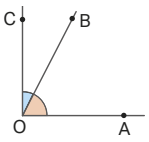
NÃO ESCREVA NO LIVRO.

Resoluções a partir da **p. 305**.

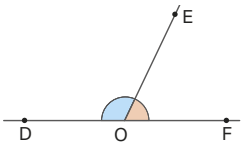
1. Você lembra o que são ângulos complementares e ângulos suplementares? Leia as informações a seguir.

Dois ângulos são **complementares** quando a soma de suas medidas é igual a 90°.

Dois ângulos são **suplementares** quando a soma de suas medidas é igual a 180°.



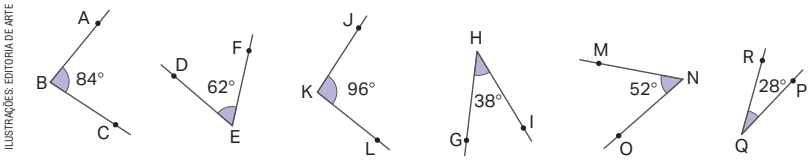
Os ângulos AOB e BOC são complementares.



Os ângulos DOE e EOF são suplementares.

Identifique os pares de ângulos complementares e suplementares a seguir.

ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE



2. Algumas pontes possuem mecanismos para possibilitar a passagem de embarcações. A ponte basculante da fotografia, por exemplo, divide-se em duas partes que se inclinam.



ESZTER VIRT/SHUTTERSTOCK.COM

Ponte da Torre, Londres (Inglaterra). Fotografia de 2019.

Agora, observe a representação de certa ponte basculante ajustada em determinado momento.



ARTUR FUJITA

a) Calcule a medida **x** do ângulo indicado. 65°

b) Os dois ângulos em destaque são complementares ou suplementares? Suplementares.

De maneira geral, uma ponte levadiça tem construção praticamente idêntica à de uma ponte convencional. Isso, claro, vale para toda a estrutura fixa da construção, o que envolve pilares (normalmente feitos de concreto), a parte da pista onde os veículos trafegam, possíveis estruturas de estabilização, entre outros.

A grande diferença está na parte móvel da ponte. Aqui, há duas variações mais comuns: as pontes que elevam toda uma seção de sua superfície verticalmente, mantendo essa porção plana – a Ponte do Guaíba é um exemplo desse tipo –, e as basculantes.

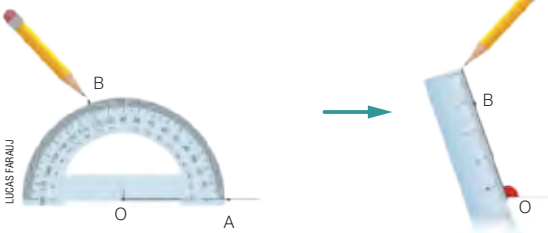
Essas últimas podem elevar a seção móvel de duas formas distintas: em duas partes, cada uma rotacionando com base em um eixo localizado nas extremidades da parte fixa da ponte e terminando em uma posição diagonal, ou em uma parte só, como se fosse a capa de um caderno sendo aberto.

LARA, Rodrigo. **Abrindo passagem**: como é a *tech* por trás das pontes levadiças? São Paulo: Tilt Uol, 24 fev. 2022. Disponível em: https://www.uol.com.br/tilt/noticias/redacao/2022/02/24/abrindo-passagem-como-e-a-tech-por-tras-das-pontes-levadicas.htm. Acesso em: 22 abr. 2024.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

3. Observe uma maneira de construir um ângulo de 110° utilizando o transferidor.

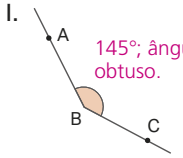
- Traçar o lado $\overrightarrow{OA}$ do ângulo, ajustar o centro do transferidor em **O** e a linha de fé sobre $\overrightarrow{OA}$. Localizar a medida 110° no transferidor e marcar o ponto **B**. Por fim, traçar o lado $\overrightarrow{OB}$ para obter o ângulo AOB, de 110°.



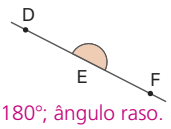
4. b) Uma resposta possível: Podemos traçar um ângulo de 45° com um esquadro e, em seguida, ajustar o outro esquadro a esse ângulo com a medida de 30° e traçar uma semirreta, de maneira que o menor ângulo formado seja de 15°, como se pede.

a) Meça os ângulos a seguir e classifique-os de acordo com a medida obtida.

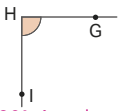
I. 145°; ângulo obtuso.



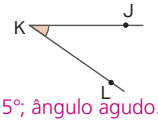
II. 180°; ângulo raso.



III. 90°; ângulo reto.



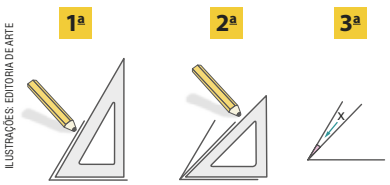
IV. 35°; ângulo agudo.



b) Construa, no caderno, ângulos de 30°, 45°, 60° e 90° com um transferidor. Depois, troque com um colega para que ele meça esses ângulos enquanto você mede aqueles que ele construiu. Ao final, confiram as resoluções juntos.

Atividade de construção geométrica.

4. Observe as etapas para construir certa figura usando o jogo de esquadros.



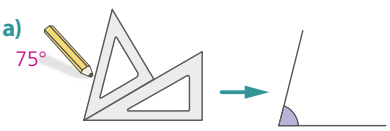
ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

a) Qual é a medida **x** do ângulo em destaque? 15°

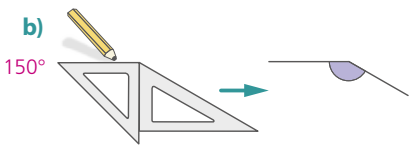
b) Pense em outra maneira de construir um ângulo com essa mesma medida usando esquadros. Depois, faça essa construção no caderno e use um transferidor para conferir a medida do ângulo.

5. Calcule mentalmente a medida de cada ângulo obtido com composições usando um jogo de esquadros.

a) 75°



b) 150°



- Agora, investigue as medidas de todos os ângulos que podem ser construídos ajustando os dois esquadros de um jogo, de maneira análoga às composições anteriores.

75°, 105°, 120°, 135°, 150° e 180°.

Atividade 3

Esta atividade trabalha a medição e a construção de ângulo com auxílio do transferidor e a classificação de ângulos de acordo com a medida deles. Para o trabalho com esta atividade, providenciar previamente réguas e transferidores. Caso não haja materiais suficientes, organizar os estudantes em grupos para que possam compartilhar os materiais. Dizer a eles que o modelo de transferidor apresentado é o de 180° com graduações no sentido anti-horário e no sentido horário.

No item **b**, os ângulos notáveis que os estudantes construíram com transferidor podem ser classificados de acordo com a medida de cada um deles. Os ângulos de 30°, 45° e 60° são agudos, e o ângulo de 90° é reto.

Atividade 4

Esta atividade trabalha a construção e a identificação de medida de ângulo construído com auxílio do jogo de esquadros. Verificar a possibilidade de levar previamente jogos de esquadros para a sala de aula. Caso não haja materiais suficientes, organizar os estudantes em grupos para que possam compartilhar os materiais. Esta atividade, assim como a próxima, permite explorar ângulos que podem ser obtidos a partir de ângulos notáveis. Antes da realização da atividade, avaliar se os estudantes reconhecem a medida do ângulo formado em cada vértice dos esquadros.

Atividade 5

Esta atividade trabalha a medição de ângulo com auxílio do jogo de esquadros. Conversar com os estudantes sobre a necessidade de estimar o ângulo nos esquadros para obter a medida do ângulo em cada item. Chamar a atenção dos estudantes sobre a quantidade de ângulos que podem ser obtidos a partir dos ângulos notáveis 30°, 45°, 60° e 90°.

A seguir, são apresentadas a composição dos ângulos de cada um dos itens a partir dos ângulos notáveis.

a) $75° = 45° + 30°$

b) $150° = 90° + 60°$

Para a investigação das medidas dos ângulos, espera-se que os estudantes sugiram a composição de ângulos com as seguintes medidas:

- $75° = 45° + 30°$
- $105° = 45° + 60°$
- $120° = 90° + 30°$
- $135° = 45° + 90°$
- $150° = 90° + 60°$
- $180° = 90° + 90°$

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Verificar se os estudantes compreendem que a distância entre um ponto **P** e uma reta **r** é dada pelo comprimento do menor segmento de reta que pode ser traçado, unindo este ponto à reta perpendicularmente.

Explicar aos estudantes que, se o ponto **P** pertence à reta **r**, diz-se que a distância entre **P** e **r** é nula.

No boxe **Pensar e Praticar** desta página, explicar aos estudantes que as medidas dos demais segmentos de reta apresentados são aproximadamente: PA = 4,2 cm; PB = 3,5 cm; PD = 6,2 cm.

Uma sugestão para iniciar o trabalho com bissetriz de um ângulo é propor aos estudantes uma atividade prática com dobraduras. Para isso, providenciar previamente folhas de papel avulso ou cartolinas, réguas, transferidores e tesoura. Então, realizar as etapas a seguir.

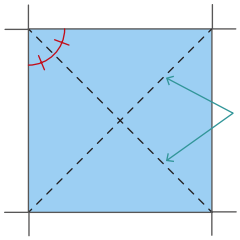
1ª) Pedir a cada estudante que represente na folha um ângulo (por exemplo, AÔB: 80°; CÔD: 100°; EÔF: 130°). É interessante que as medidas, em grau, sejam inteiras. Se necessário, sugerir a eles que retornem à atividade **3** da página anterior, na qual foram apresentados os procedimentos, usando o transferidor, para a construção de ângulos com medidas específicas.

2ª) Orientar os estudantes a recortar os lados do ângulo representado e, depois, dobrá-los, de modo que um lado se sobreponha ao outro.

3ª) Pedir a eles que desdobrem o recorte e, com o auxílio da régua, tracem uma linha reta sobre o vinco formado. Neste momento, explicar aos estudantes que a linha traçada dá a ideia de bissetriz de um ângulo.

4ª) Pedir a eles que meçam os dois ângulos formados em cada uma das partes com a linha reta traçada e verifiquem se existe alguma regularidade. Espera-se que os estudantes concluam que a bissetriz de um ângulo divide esse ângulo em dois ângulos congruentes.

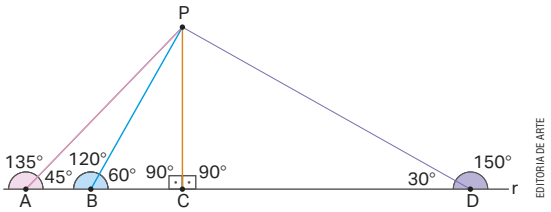
Na situação apresentada, é importante observar se os estudantes compreendem como as costuras estão relacionadas com as bissetrizes dos ângulos internos dos quadrados. Se julgar conveniente, apresentar a eles um modelo matemático representando essa situação, como o indicado a seguir.



EDITORIA DE ARTE

Distância entre um ponto e uma reta

Rodrigo representou em uma folha de papel uma reta **r** e um ponto **P** fora dela. Depois, com uma extremidade em **P** e outra em algum ponto de **r**, ele traçou diversos segmentos de reta e mediu os ângulos formados entre cada um deles e a reta **r**. Observe.



EDITORIA DE ARTE

O segmento de reta PC é o de menor medida (3 cm).

PENSAR E PRATICAR

Qual dos segmentos de reta traçados tem o comprimento com a menor medida? Verifique sua resposta usando uma régua.

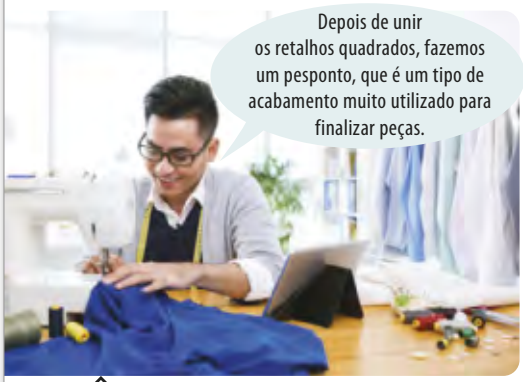
Se medirmos esses segmentos de reta ou outro segmento que possamos traçar com extremidades em **P** e em qualquer ponto de **r**, vamos constatar que o menor deles é $\overline{PC}$, que forma ângulos de 90° com **r**. Dizemos que o comprimento de $\overline{PC}$ é a distância do ponto **P** à reta **r**.

A distância entre um ponto **P** e uma reta **r** corresponde ao comprimento do segmento de reta perpendicular a **r**, com extremidades em **P** e em um ponto de **r**.

Bissetriz de um ângulo

Na oficina de costura onde Marcelo trabalha, os funcionários aproveitam os retalhos para fazer peças como colchas e toalhas de mesa, reduzindo, com isso, a geração de resíduos.

Observe uma das peças por eles produzida.



DRAGON IMAGES/SHUTTERSTOCK.COM

A Matemática é bastante utilizada no desenvolvimento de moldes e de peças de costura criativa.

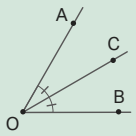


CREATEWITHCLAUDIA/SHUTTERSTOCK.COM

Coberta confeccionada utilizando retalhos de tecido.

Essa costura reta que passa pelas diagonais dos retalhos quadrados dá a ideia de **bissetriz** do ângulo interno do quadrado.

A **bissetriz** de um ângulo AOB é a semirreta com origem no vértice **O** e que divide esse ângulo em dois ângulos congruentes. Qualquer ponto da bissetriz é equidistante aos lados do ângulo.

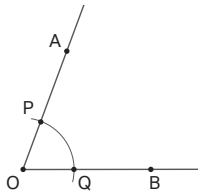


Nesse caso, $\overrightarrow{OC}$ é a bissetriz de AÔB.

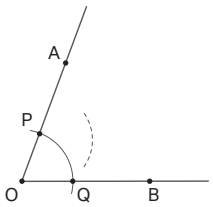
Construindo a bissetriz de um ângulo

Com régua e compasso, podemos traçar a bissetriz de um ângulo AOB qualquer. Observe.

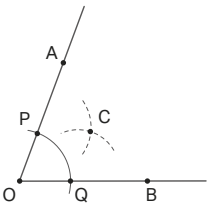
1ª Com uma abertura qualquer, fixamos a ponta-seca do compasso no vértice **O** e traçamos um arco que cruza os lados do ângulo nos pontos **P** e **Q**.



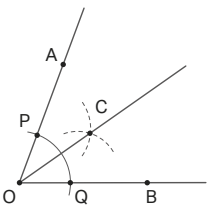
2ª Com uma abertura maior que a medida de $\overline{PQ}$ e a ponta-seca fixa em **P**, traçamos um novo arco.



3ª Usando o compasso com a mesma abertura da etapa anterior e a ponta-seca fixa em **Q**, traçamos outro arco, cruzando aquele traçado anteriormente. No encontro dos arcos, indicamos o ponto **C**.



4ª Com a régua, traçamos $\overrightarrow{OC}$, que é a bissetriz do ângulo AOB.



ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

PENSAR E PRATICAR

Meça os ângulos AOC e COB, determinados pela bissetriz $\overrightarrow{OC}$, e verifique se são congruentes.

Sim, esses dois ângulos são congruentes.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Comentar com os estudantes que a bissetriz de um ângulo é um lugar geométrico, uma vez que cada um de seus pontos é equidistante aos lados desse ângulo.

Durante a observação da 2ª etapa da construção da bissetriz utilizando régua e compasso, verificar se os estudantes percebem que a abertura do compasso deve ser maior que a metade da distância entre os pontos **P** e **Q**. Caso fosse menor, não seria possível obter a intersecção entre os dois arcos na 3ª etapa.

Na 3ª etapa, explicar aos estudantes que a abertura do compasso deve ser a mesma que a da etapa anterior, em razão do próprio conceito de bissetriz de um ângulo, uma vez que esse procedimento garante que o ponto **C** seja equidistante aos lados do ângulo AÔB.

Após o trabalho com esta página, organizar os estudantes em duplas e propor que, em uma folha de papel avulsa, construam um ângulo com uma medida qualquer e, em seguida, de maneira semelhante à apresentada, representem a bissetriz desse ângulo. Depois, propor que troquem a construção com um colega para que, com um transferidor, meçam e verifiquem se os ângulos obtidos são congruentes. Por fim, as duplas devem se juntar e observar as medidas dos ângulos, tanto os construídos inicialmente quanto os obtidos com a construção da bissetriz, a fim de que possam verificar que essa estratégia funciona independentemente da medida do ângulo construído inicialmente.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Comentar com os estudantes que a mediatriz de um segmento de reta é um lugar geométrico, uma vez que cada um de seus pontos é equidistante às extremidades desse segmento de reta.

Uma sugestão para iniciar o trabalho com mediatriz de um segmento de reta é propor aos estudantes o uso de dobraduras, o que corresponde a uma atividade prática. Para isso, providenciar previamente folhas avulsas e réguas. Então, realizar as etapas a seguir.

1ª) Pedir a cada estudante que represente na folha um segmento de reta AB.

2ª) Orientá-los a dobrar a folha de modo que uma extremidade do segmento de reta se sobreponha à outra.

3ª) Pedir aos estudantes que desdobrem a folha e, com auxílio da régua, traçam uma linha reta sobre o vinco formado. Neste momento, explicar aos estudantes que a linha traçada é a ideia de mediatriz de um segmento de reta.

4ª) Pedir aos estudantes que marquem um ponto **C** na intersecção do segmento de reta AB e a linha traçada e, depois, meçam os segmentos de reta AC e CB para verificar se existe alguma regularidade. Espera-se que eles infiram que a mediatriz de um segmento de reta divide esse segmento em outros dois segmentos de reta congruentes.

Em relação à situação-problema apresentada, explicar aos estudantes que o fio deve ter no mínimo 80 m, pois esta é a distância entre as duas casas. Reforçar que, ao se considerar pedaços de fios com distintos comprimentos para se obter diferentes pontos equidistantes das casas, continua-se considerando um nó que divide cada pedaço de fio ao meio, de modo que a posição do nó, ao se esticar o fio, corresponde à localização onde pode ser construído o poço.

Para complementar o estudo desta situação-problema, comentar com os estudantes que, se um fio de exatamente 80 m for esticado entre as duas casas representadas pelos pontos **A** e **B**, esse fio ficará ajustado sobre o segmento de reta AB, e o nó que divide o fio ao meio, estará localizado de maneira que o segmento de reta fique dividido em duas partes congruentes. Nesse caso, o nó representa o ponto médio do segmento de reta AB.

Mediatriz de um segmento de reta

Leia a situação-problema a seguir.

No sítio de Joaquim há duas casas construídas em um terreno plano, com 80 m de distância entre elas. Um poço artesiano será construído de maneira que fique à mesma distância de cada uma dessas casas.

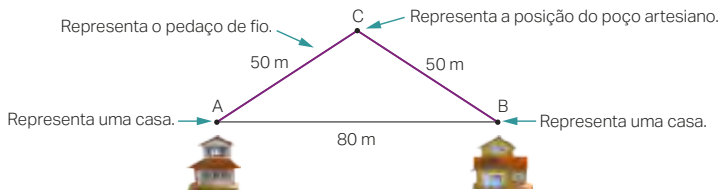


BENTINHO

Observe como podemos obter uma solução para essa situação-problema, supondo inicialmente que a distância do poço em relação a cada casa seja de 50 m.

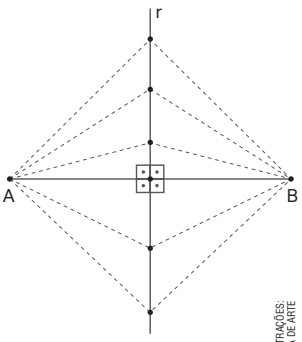
1º Cortamos um pedaço de fio de 100 m e fazemos um nó no meio, obtendo duas partes com 50 m cada.

2º Fixamos cada ponta do pedaço de fio em uma casa e o esticamos pelo nó. O ponto **C**, marcado na posição do nó, está a 50 m de cada casa.



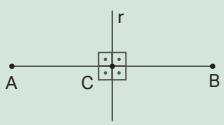
BENTINHO

Ao repetirmos esses procedimentos, com pedaços de fio de distintos comprimentos, de pelo menos 80 m, obteremos diferentes pontos equidistantes das casas onde pode ser construído o poço artesiano. Nesta representação, a reta **r** que passa por esses pontos é perpendicular ao segmento de reta AB, em que **A** e **B** correspondem às casas.



ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

A mediatriz de um segmento de reta AB é a reta perpendicular a ele em seu ponto médio **C**, de maneira que AC = BC.



A reta **r** é a mediatriz de $\overline{AB}$. Temos que **r** é perpendicular a $\overline{AB}$ e cada ponto de **r** é equidistante de **A** e **B**.

SAIBA MAIS

Acessar este *site* para obter mais informações sobre o trabalho com mediatriz de um segmento de reta.

- BRINCANDO com geometria: mediatriz. **Clubes de Matemática da OBMEP**. Rio de Janeiro, [202-]. Blogue. Disponível em: http://clubes.obmep.org.br/blog/brincando-com-geometria-mediatriz-de-um-segmento/. Acesso em: 20 abr. 2024.

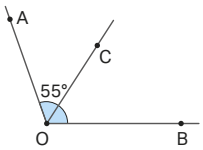
MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

Resoluções a partir da **p. 305**.

ATIVIDADES

NÃO ESCREVA NO LIVRO.

1. Na figura, $\overrightarrow{OC}$ é bissetriz de AÔB.



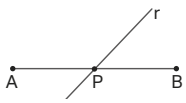
Qual é a medida de:

a) CÔB? 55° **b)** AÔB? 110°

2. Em qual dos itens a reta **r** é mediatriz de $\overline{AB}$? Se necessário, faça medições com a régua ou o transferidor.

Item **III.**

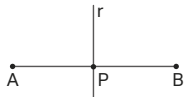
I.



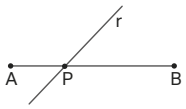
II.



III.



IV.

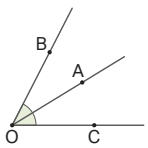


ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

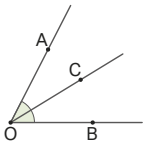
3. Felipe está usando um programa de computador para desenhar figuras ou entes geométricos. Observe algumas construções que ele fez e identifique aquela em que $\overrightarrow{OC}$ é bissetriz de AÔB. Se necessário, faça medições com a régua ou o transferidor.

Alternativa **b**.

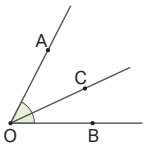
a)



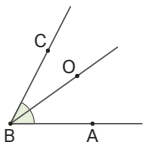
b)



c)



d)



ILUSTRAÇÕES: CBOOK PRODUÇÕES

4. Em certo município, a prefeitura pretende instalar postes de iluminação entre duas ruas transversais – Rua Pinheiro e Rua Cedro – de um novo bairro, de maneira que esses postes iluminem por igual ambas as ruas.



BENTINHO

No caderno, desenhe uma figura em que as ruas Pinheiro e Cedro sejam representadas por lados de um ângulo. Depois, trace uma semirreta para representar os locais onde os postes de iluminação podem ser instalados.

DICA

Considere que o poste ilumina igualmente dois pontos caso seja equidistante a eles.

4. Resposta esperada: Os estudantes podem traçar a semirreta que representa os locais onde os postes de iluminação podem ser instalados como a bissetriz do ângulo formado pelas representações das ruas, uma vez que cada ponto dessa semirreta é equidistante aos lados do ângulo.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Atividades

Atividade 1

Esta atividade trabalha a compreensão do conceito de bissetriz de um ângulo. Questionar os estudantes sobre a relação entre as medidas de CÔB e AÔB. Espera-se que eles percebam que a medida de CÔB corresponde à metade da medida de AÔB ou, ainda, que a medida de AÔB corresponde ao dobro da medida de CÔB.

Atividade 2

Esta atividade trabalha a compreensão do conceito de mediatriz de um segmento de reta. Para auxiliar os estudantes na resolução, propor a eles os seguintes questionamentos.

- Qual é a medida dos ângulos formados por um segmento de reta e sua mediatriz? Resposta: 90°.
- Qual é a relação entre o ponto **P** localizado na intersecção do segmento de reta com sua mediatriz e cada extremidade desse segmento de reta? Resposta: O ponto **P** é equidistante às extremidades desse segmento de reta, ou seja, é ponto médio desse segmento de reta.

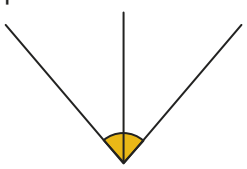
Para complementar, pedir que justifiquem que a reta **r** não é mediatriz de $\overline{AB}$ nos itens **I**, **II** e **IV**. Algumas possíveis justificativas são: em **I**, a reta **r** não é perpendicular ao segmento de reta AB; em **II**, a reta **r** não divide o segmento de reta AB em outros dois segmentos congruentes; em **IV**, a reta **r** não é perpendicular ao segmento de reta AB e não divide esse segmento em outros dois segmentos de reta congruentes.

Atividade 3

Esta atividade trabalha o conceito de bissetriz de um ângulo. Após a resolução, pedir que justifiquem que $\overrightarrow{OC}$ não é bissetriz nos itens **a**, **c** e **d**. Algumas possíveis justificativas são: em **a**, $\overrightarrow{OC}$ é um dos lados de BÔC; em **c**, $\overrightarrow{OC}$ não divide AÔB em dois ângulos congruentes; em **d**, o ângulo AÔB não está representado.

Atividade 4

Esta atividade trabalha, em uma situação contextualizada, a compreensão do conceito de bissetriz de um ângulo como lugar geométrico. Além disso, propõe a representação dessa bissetriz. No boxe **Dica**, verificar se os estudantes relacionam a ideia de o poste iluminar igualmente dois pontos que sejam equidistantes a ele ao conceito de bissetriz de um ângulo como lugar geométrico. Se necessário, sugerir aos estudantes que retomem a página **27** desta Unidade, em que foi apresentada a construção da bissetriz de um ângulo. Observe uma possível representação para esta atividade.



EDITORIA DE ARTE

Para complementar, perguntar qual é a medida de cada ângulo depois da construção da bissetriz. Resposta: 40°.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Conexões

Esta seção propicia uma abordagem interdisciplinar relacionada com **Ciências Humanas**, além de um trabalho com uma abordagem em Educação em Direitos Humanos que possibilite a reflexão das condições de acessibilidade para pessoas com deficiência visual e pesquisa sobre a legislação e das normas vigentes. Com os conhecimentos adquiridos, os estudantes devem se comportar de modo ativo na fiscalização e na sugestão de melhorias no espaço à sua volta, de modo a garantir seus direitos, os direitos de seus colegas com deficiência e/ou de outras pessoas na sociedade.

É importante iniciar o trabalho promovendo uma roda de conversa com os estudantes sobre o tema. Para conduzir essa conversa, propor a eles os seguintes questionamentos: O que vocês conhecem sobre acessibilidade?; Qual a importância de discutir sobre tema?; Vocês conhecem pessoas com deficiência? Em caso afirmativo, essas pessoas têm dificuldades em utilizar algum tipo de serviço ou de instalação aberta ao público que não seja adaptado às pessoas com deficiência?

Reforça-se que, caso haja na turma algum estudante com deficiência, essa abordagem precisa ser cautelosa a fim de não o constranger, expondo-o.

Mãos à obra

Atividade 1

Nesta atividade, espera-se que os estudantes mencionem que pessoas com deficiência, por falta de acessibilidade adequada, podem deixar de sair de casa ou, ocasionalmente, sofrer acidentes ao se locomover por espaços urbanos públicos ou em espaços privados residenciais não adaptados. Isso gera impactos na vida de pessoas com deficiência pela falta de autonomia para realizar tarefas cotidianas, como realizar um passeio, fazer compras e tomar banho.

Atividade 2

Ao observar a imagem, perguntar aos estudantes se eles conhecem algum local com elevador e com pisos táteis como ilustrado. Questioná-los também sobre os riscos ocasionados pela falta de sinalização adequada para pessoas com deficiência. Verificar se os estudantes percebem, por exemplo, que a falta de pisos táteis, nessa situação, poderia colocar em risco de acidente uma pessoa com deficiência visual ao ela não perceber a proximidade das portas de um elevador. No item **a**, os estudantes podem fazer comparações com as imagens dos pisos táteis apresentadas na página **30**. No item **b**, espera-se que eles percebam que as fileiras de pisos táteis são perpendiculares entre si.

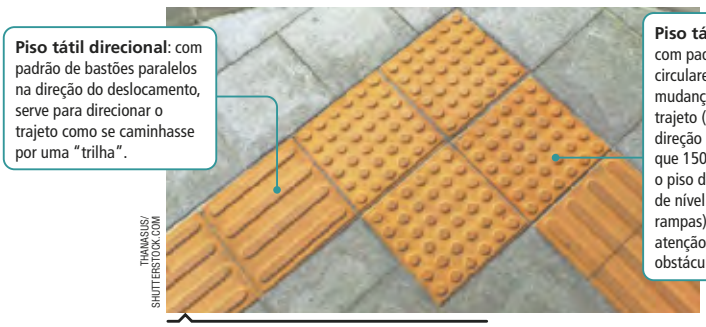
CONEXÕES

Acessibilidade e segurança

Desde 2004, as cidades brasileiras têm passado por mudanças visando aumentar a acessibilidade de pessoas com deficiência.

Em edifícios com alta circulação de pessoas, em calçadas e em cruzamentos públicos, começaram a ser utilizados os pisos táteis para pessoas com deficiências visuais. Esse recurso permite, por meio dos pés ou de uma bengala, que o indivíduo consiga perceber as marcas do piso, alertando para a direção correta ou para a presença de um obstáculo que exija atenção para mudança de direção.

Há dois tipos de piso tátil:



Piso tátil de alerta e piso tátil direcional.

MÃOS À OBRA

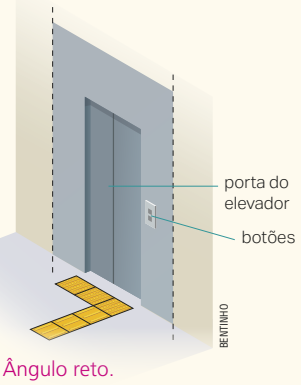
NÃO ESCREVA NO LIVRO.

Resoluções a partir da **p. 305**.

1 Como os locais sem acessibilidade adequada impactam as pessoas com deficiência?

Uma resposta possível: Esses locais não possibilitam o acesso seguro às pessoas com deficiência.

2 Entradas de elevadores em prédios comerciais costumam estar corretamente sinalizadas, conforme mostra esta figura.



a) De qual tipo são os pisos táteis da fileira paralela à porta do elevador? E os pisos táteis da fileira perpendicular à porta do elevador?

b) Qual é a medida do ângulo formado entre as duas fileiras de pisos táteis? Como esse ângulo pode ser classificado? Ângulo com medida de 90°. Ângulo reto.

2. a) Fileira paralela à porta: piso tátil de alerta.
Fileira perpendicular à porta: piso tátil direcional.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

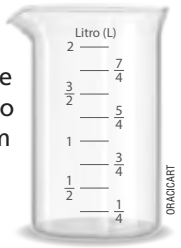
Reveja

NÃO ESCREVA NO LIVRO.

Resoluções a partir da **p. 305**.

Resolva as atividades para retomar o que foi estudado nesta Unidade.

1. Bruno está preparando uma sobremesa no restaurante em que trabalha. Ele leu na receita que precisa separar 1,75 L de suco de maracujá para esse preparo. Sendo assim, Bruno deve colocar suco de maracujá no copo graduado representado até a marcação em que está indicado o número: Alternativa **d**.



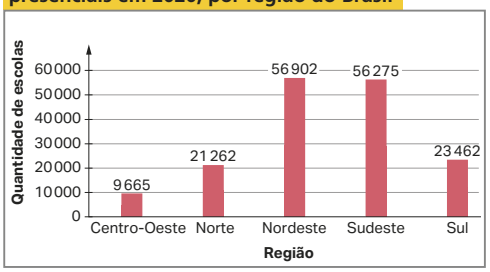
ORACICART

a) $\frac{3}{4}$ **b)** $\frac{5}{4}$ **c)** $\frac{3}{2}$ **d)** $\frac{7}{4}$

2. Observe, no gráfico, a quantidade de escolas, por região do Brasil, que suspenderam as atividades em 2020 em razão da pandemia de covid-19.

De acordo com o gráfico, podemos afirmar que: Alternativa **b**.

Escolas que suspenderam as atividades presenciais em 2020, por região do Brasil



CBOOK PRODUÇÕES

Fonte: BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. **Pesquisa resposta educacional à pandemia de covid-19**. Brasília, DF: Inep, 17 dez. 2021. Localizável em: Sinopses estatísticas da pesquisa resposta educacional à pandemia de covid-19. Disponível em: https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/pesquisas-estatisticas-e-indicadores/censo-escolar/pesquisas-suplementares/pesquisa-resposta-educacional-a-pandemia-de-covid-19. Acesso em: 7 jun. 2024.

a) a maioria das escolas que suspendeu as atividades presenciais no Brasil localizava-se na Região Centro-Oeste.

b) havia mais escolas com as atividades suspensas na Região Sudeste que nas regiões Norte e Sul juntas.

c) na Região Norte havia mais que o dobro da quantidade de escolas com as atividades suspensas que na Região Nordeste.

d) ao todo, pouco menos de 60 000 escolas suspenderam as atividades presenciais no Brasil.

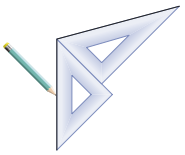
3. Fazendo uma composição com um jogo de esquadros, Larissa desenhou um ângulo de 135°.

Qual alternativa apresenta a composição feita por Larissa para obter esse ângulo? Alternativa **a**.

a) 

b) 

c) 

d) 

ILUSTRAÇÕES: ORACICART

ATIVIDADE COMPLEMENTAR

Para complementar a discussão da seção **Conexões**, propor aos estudantes que realizem uma entrevista com uma pessoa com deficiência (visual, auditiva ou motora) ou com uma pessoa que seja um cuidador de pessoa com deficiência. É possível que um estudante com deficiência da turma ou da escola seja o entrevistado, assim como algum colaborador da escola com deficiência.

Orientá-los a questionar essas pessoas sobre suas rotinas e sobre quais são as dificuldades encontradas no dia a dia, bem como os avanços que notam em termos de acessibilidade na cidade, nos transportes e na própria residência. Pedir que anotem no caderno o que mais lhes chamou a atenção e, depois, que compartilhem com os colegas da turma.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

RevEJA

Atividade 1

O objetivo desta atividade é verificar a compreensão dos estudantes quanto à relação entre as formas decimal e fracionária de um número racional. Ao assinalar uma alternativa incorreta, o estudante pode demonstrar não compreender como transformar a representação de um número racional de uma forma para outra. Para resolver a atividade, o estudante pode determinar a forma decimal da fração apresentada em cada alternativa e verificar qual delas corresponde a 1,75 ou obter diretamente a fração correspondente a 1,75, conforme estudado anteriormente.

Atividade 2

O objetivo desta atividade é verificar se os estudantes compreendem informações de relevância social representadas em gráfico de colunas. Ao assinalar uma alternativa incorreta, o estudante pode demonstrar que não identifica adequadamente informações representadas em gráfico de colunas.

Atividade 3

O objetivo desta atividade é verificar se os estudantes determinam a medida de um ângulo usando instrumentos de desenho e medição. Ao assinalar uma alternativa incorreta, o estudante pode demonstrar que não identifica ângulos formados nos vértices de esquadros ou não saber fazer composição de ângulo usando um jogo de esquadros.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

INTRODUÇÃO

Nesta Unidade, serão abordados com maior ênfase os campos Números, Álgebra e Geometria. Os estudantes vão trabalhar potências e notações científicas; expressões algébricas e equações do 1º grau com uma incógnita; triângulos; e congruência de figuras. Esses conteúdos podem ser explorados de maneira articulada, como o uso de equações do 1º grau com uma incógnita para determinar a medida de ângulos internos ou externos de triângulos, ou de lados de um triângulo dado seu perímetro.

OBJETIVOS PEDAGÓGICOS DA UNIDADE

- Retomar e ampliar o conceito de potenciação.
- Reconhecer e utilizar unidades de medida padronizadas para expressar medidas "muito grandes" ou muito pequenas".
- Compreender e representar números utilizando notação científica.
- Resolver equações do 2º grau com uma incógnita, bem como identificar a raiz de uma equação desse tipo.
- Resolver problemas envolvendo potências cujo expoente é um número inteiro.
- Identificar e compreender características e propriedades de triângulos.
- Analisar e identificar os casos de congruência de triângulos.

JUSTIFICATIVAS DOS OBJETIVOS

Com a proposta de estudo de potências e notação científica, espera-se que os estudantes utilizem esses conceitos para representar números reais e que também identifiquem essas representações em situações do cotidiano, auxiliando-os a interpretar e analisar criticamente informações de diferentes áreas do conhecimento e contextos sociais.

Ao trabalhar expressões algébricas e equações do 1º grau com uma incógnita, espera-se que eles busquem estratégias para resolver problemas envolvendo valores desconhecidos e verifiquem os resultados obtidos para validar essas resoluções.

No estudo envolvendo triângulos, busca-se contribuir com o desenvolvimento do pensamento geométrico dos estudantes e possibilitar a eles aplicar esses conhecimentos em diferentes situações do cotidiano.

ETAPA 7

UNIDADE 2

Potências, expressões, equações e figuras

- Potências
- Expressões algébricas
- Equações de 1º grau com uma incógnita
- Triângulos
- Congruência de figuras



Fotografia de cientista fazendo observação em microscópio óptico.

GORODENKOFF/SHUTTERSTOCK.COM

NÃO ESCREVA NO LIVRO.

Vírus são estruturas muito pequenas, mas que podem variar de tamanho. Por exemplo, o vírus causador da covid-19 tem medida entre 50 e 200 nanômetros. Um nanômetro equivale a 1 centímetro dividido igualmente em 10 milhões de partes. Para expressar medidas extremamente pequenas, como o nanômetro, ou extremamente grandes, é comum empregar a notação científica, que estudaremos nesta Unidade.

Fonte dos dados: EM TEMPOS de pandemia: você tem ideia de quão pequeno é um vírus? Rio de Janeiro: Fundação Cecierj, 15 out. 2020. Disponível em: https://www.cecierj.edu.br/2020/10/15/em-tempos-de-pandemia-voce-tem-ideia-de-quao-pequeno-e-um-virus/. Acesso em: 21 abr. 2024.

a) Você conhece algumas profissões que utilizam notação científica para medir seres ou objetos muito grandes ou muito pequenos? Quais? Respostas pessoais. Os estudantes podem citar cientistas, biólogos, botânicos, infectologistas, astrônomos, entre outras.

b) Expresse por meio de uma fração quanto equivale um nanômetro em centímetro.

b) 1 nanômetro equivale a $\frac{1}{10\,000\,000}$ centímetro.

32

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Aproveitar o tema abordado na **Abertura da Unidade** para promover uma conversa sobre a importância de profissões relacionadas à pesquisa científica. Essa discussão favorece reflexões relacionadas ao **Mundo do trabalho**.

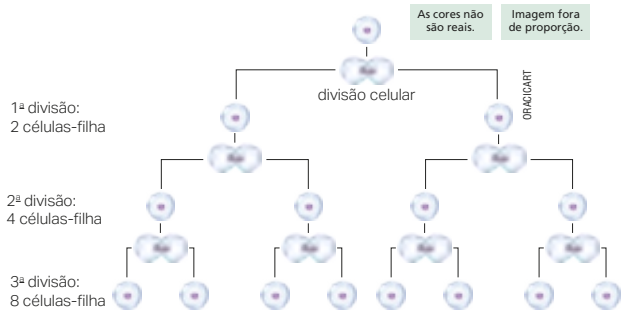
Propor aos estudantes que realizem uma pesquisa sobre a invenção do microscópio e sobre a importância desse instrumento óptico.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

1. Potências

As células do nosso corpo se reproduzem por meio do processo de divisão celular, que pode ocorrer de duas maneiras. Uma delas consiste em uma célula se dividir em duas com as mesmas características que a original, recebendo o nome de células-filha. Cada célula-filha, por sua vez, realiza o mesmo processo de duplicação.

Observe um esquema com a quantidade de células-filha obtidas no processo de divisão celular a partir de uma única célula.



Elaborado com base em: URRY, Lisa *et al.* **Campbell biology**. 12. ed. Nova York: Pearson, 2020. p. 243.

Representação esquemática de células em divisão.

Podemos utilizar a **potenciação** para representar a quantidade de células-filha em cada divisão celular, conforme mostrado a seguir.

- 1ª divisão celular → 2 células-filha: $2 \cdot (1) = 2 = 2^1$
- 2ª divisão celular → 4 células-filha: $2 \cdot (2) = 2 \cdot 2 = 2^2$
- 3ª divisão celular → 8 células-filha: $2 \cdot (2 \cdot 2) = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3$

⋮

PENSAR E PRATICAR

Utilizando potenciação, como pode ser representada a quantidade de células-filha na 4ª divisão celular?

2^4 células-filha.

Em uma potenciação, sendo **a** um número real e **n** um número natural, com $a \neq 0$, temos:

O **expoente** indica a quantidade de vezes em que o fator se repete na multiplicação.

$$a^n = a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a$$

A **base** indica o fator que se repete na multiplicação.

A **potência** indica o produto dos fatores iguais.

- Uma potência com **expoente 1** e base com um número real qualquer tem como resultado esse próprio número.
- Uma potência com **expoente 0** e base com um número real diferente de zero tem como resultado o número 1.

Exemplos

a) $21^0 = 1$

b) $7^1 = 7$

c) $(-1)^4 = (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) = 1$

d) $(0{,}6)^2 = 0{,}6 \cdot 0{,}6 = 0{,}36$

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Antes de apresentar o conteúdo, identificar os conhecimentos prévios dos estudantes sobre potências.

Verificar a possibilidade de copiar na lousa o esquema da reprodução celular e, com os estudantes, representar a próxima etapa da divisão celular. É importante que os estudantes associem a quantidade de células-filha em uma divisão celular a uma sequência cujos termos podem ser expressos como potências de base 2, ou seja: 2^1, 2^2, 2^3, 2^4, …

Se julgar conveniente, aproveitar o tema apresentado e propor um trabalho relacionado a **Ciências da Natureza**, uma vez que possibilita ampliar os conhecimentos acerca das células.

Para complementar algumas informações sobre as células, pode-se ler para os estudantes o trecho a seguir.

[…]

Todos os organismos vivos são constituídos de pequenas estruturas denominadas **células**. Essas estruturas, que representam a menor unidade de vida, são bastante complexas e diversas, sendo que nelas estão contidas as características morfológicas e fisiológicas dos organismos vivos. As propriedades de um determinado organismo dependem de suas células individuais, cuja continuidade ocorre por meio de seu **material genético**. A forma mais simples de vida ocorre em células isoladas, que se propagam por **divisão celular**. Já os organismos superiores, como o próprio homem, são constituídos de **agregados celulares** que desempenham funções especializadas.

[…]

ROSSETTI, Maria Lucia R. A célula e seus constituintes moleculares. *In*: ZAHA, Arnaldo; FERREIRA, Henrique B.; PASSAGLIA, Luciane M. P. (org.). **Biologia molecular básica**. 5. ed. Porto Alegre: Artmed, 2014. p. 2.

Se considerar oportuno, retomar com os estudantes a leitura de potências, destacando que é importante atentar para o expoente. Apresentar a eles alguns exemplos:

- 5^0: cinco elevado a zero.
- 2^1: dois elevado à primeira potência.
- 7^4: sete elevado à quarta potência.
- 8^2: oito elevado à segunda potência ou oito elevado ao quadrado.
- 6^4: seis elevado à quarta potência.
- $\left(\frac{1}{4}\right)^3$: um quarto elevado à terceira potência ou um quarto elevado ao cubo.

SAIBA MAIS

Sugerir aos estudantes que acessem este *site* e assistam ao vídeo para obter mais informações sobre as células.

- CÉLULAS vivas. 2012. Vídeo (10 min). Publicado pelo canal IPTV USP. Série Viagem à Célula. Disponível em: https://iptv.usp.br/portal/transmission/video.action;jsessionid=F7984DC1315E8574B5C2482BF061EC5D?idItem=8563. Acesso em: 19 abr. 2024.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Uma possibilidade para iniciar a discussão acerca do tema proposto nesta página e identificar as vivências e os conhecimentos prévios dos estudantes é perguntar a eles quais doenças eles conhecem que são causadas por vírus. Eles podem, por exemplo, indicar as seguintes doenças: gripe H1N1, covid-19, sarampo, raiva e febre amarela, entre outras. Explicar que algumas dessas doenças podem ser controladas ou evitadas com medidas simples como higienizar as mãos com frequência, principalmente após espirrar ou tossir, e evitar o compartilhamento de objetos de uso pessoal como copos, talheres e toalhas. Para complementar e abordar o tema **Saúde e bem-estar**, ler para os estudantes o trecho a seguir, que apresenta recomendações para evitar o vírus H1N1. Ao final, questionar os estudantes quais das recomendações indicadas no texto eles já praticam no dia a dia.

O principal método de prevenção é a vacina. Considerando que uma das principais formas de transmissão é o contato de secreções com as mucosas (olhos, nariz e boca), o que acontece geralmente através das mãos, as principais recomendações são: cobrir a boca ao espirrar ou tossir e lavar sempre as mãos, utilizando álcool gel, especialmente em locais públicos. Também é recomendável evitar locais fechados que não tenham circulação de ar, assim como o contato com pessoas que estejam doentes. Reforço a orientação para que as pessoas não trabalhem quando estão gripadas.

PORTUGAL, Juana; MOEHLECKE, Renata. **H1N1**: a principal estratégia de combate é a prevenção. Rio de Janeiro: Fiocruz, 27 abr. 2016. Disponível em: https://portal.fiocruz.br/noticia/h1n1-principal-estrategia-de-combate-e-prevencao. Acesso em: 19 abr. 2024.

Para auxiliar os estudantes na resolução do questionamento proposto no boxe **Pensar e Praticar**, explorar outros exemplos, como o apresentado a seguir.

$2^3 = 8 \xrightarrow{:2} 2^2 = 4 \xrightarrow{:2} 2^1 = 2 \xrightarrow{:2} 2^0 = 1 \xrightarrow{:2} 2^{-1} = \frac{1}{2} \xrightarrow{:2} 2^{-2} = \frac{1}{4} \xrightarrow{:2} 2^{-3} = \frac{1}{8}$

Se necessário, retomar os conceitos de números opostos e de números inversos. Lembrar que o inverso do número **a**, com $a \neq 0$, é igual a $\frac{1}{a}$ e o inverso do número $\frac{a}{b}$, com **a** e **b** diferentes de zero, é igual a $\frac{b}{a}$. Além disso, comentar que os números opostos são números cujos pontos correspondentes na reta numérica têm a mesma distância da origem. Por exemplo, o número -5 é o oposto de 5, já o número 3,7 é o oposto de $-3,7$.

Potência com expoente inteiro negativo

Leia o texto a seguir.

Vírus gigante

Você já ouviu falar sobre os vírus gigantes? Eles são chamados assim por serem bem maiores que os vírus mais comuns. O Tupanvírus é um exemplo de vírus gigante e recebe esse nome por ter sido descoberto no Brasil (tupã é uma palavra indígena, de origem tupi, que significa "trovão"). O Tupanvírus mede cerca de 10^{-4} cm, ou seja, aproximadamente 20 vezes o tamanho do vírus da dengue.

Fontes dos dados: TESE premiada mergulha no universo dos vírus gigantes. Belo Horizonte: Universidade Federal de Minas Gerais, 12 nov. 2019. Disponível em: https://ufmg.br/comunicacao/noticias/tese-premiada-mergulha-no-universo-dos-virus-gigantes.
CORTINES, Juliana *et al.* Vírus gigantes? O que é isso?! **Ciência Hoje das Crianças**, Rio de Janeiro, ano 32, ed. 305, 2019. Disponível em: http://chc.org.br/artigo/virus-gigantes-o-que-e-isso/. Acessos em: 21 abr. 2024.



ABRAHÃO, J.; SILVA, L. S.; KHALIL, J.; RODRIGUES, R.; ARANTES, T.; ASSIS, F.; BORATTO, P.; ANDRADE, M.; KROON, E. G.; RIBEIRO, B.; BERGIER, I.; SELIGMANN, H.; GHIGO, E.; COLSON, P.; LEVASSEUR, A.; KROEMER, G.; RAOULT, D.; LA SCOLA, B.

Microscopia eletrônica de varredura de Tupanvírus.

No texto, o tamanho do Tupanvírus, em centímetro, é indicado por uma potência de expoente negativo: 10^{-4}. Para calcular essa potência, podemos utilizar a sequência a seguir.

10^3	10^2	10^1	10^0	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}
1 000	100	10	1	A	B	C	D

$: 10$ $: 10$ $: 10$ $: 10$ $: 10$ $: 10$ $: 10$

Para determinar o valor das letras em destaque e completar essa sequência, podemos realizar os seguintes cálculos.

- **A** → $10^{-1} = 1 : 10 = 1 \cdot \frac{1}{10} = \frac{1}{10}$
- **B** → $10^{-2} = \frac{1}{10} : 10 = \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} = \left(\frac{1}{10}\right)^2$
- **C** → $10^{-3} = \left(\frac{1}{10}\right)^2 : 10 = \left(\frac{1}{10}\right)^2 \cdot \frac{1}{10} = \left(\frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10}\right) \cdot \frac{1}{10} = \left(\frac{1}{10}\right)^3$
- **D** → $10^{-4} = \left(\frac{1}{10}\right)^3 : 10 = \left(\frac{1}{10}\right)^3 \cdot \frac{1}{10} = \left(\frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10}\right) \cdot \frac{1}{10} = \left(\frac{1}{10}\right)^4$

Resposta esperada: Elevar um número racional diferente de zero a um expoente negativo é o mesmo que elevar o inverso desse número ao número oposto desse expoente.

PENSAR E PRATICAR
Que regularidade você pode observar nessas igualdades?

Sendo **a** um número racional e **n** um número natural, com $a \neq 0$, temos que:

$$a^{-n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n$$

Exemplos

a) $6^{-4} = \left(\frac{1}{6}\right)^4 = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{1\,296}$

b) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} = \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2} = \frac{9}{4}$

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

ATIVIDADES

NÃO ESCREVA NO LIVRO. Resoluções a partir da **p. 305**.

1. Escreva os produtos de fatores iguais em forma de potência.

a) $6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6$ 6^7

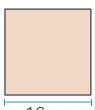
b) $\frac{5}{8} \cdot \frac{5}{8} \cdot \frac{5}{8} \cdot \frac{5}{8}$ $\left(\frac{5}{8}\right)^4$

c) $(-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2)$ $(-2)^6$

d) $1{,}5 \cdot 1{,}5 \cdot 1{,}5 \cdot 1{,}5 \cdot 1{,}5$ $(1{,}5)^5$

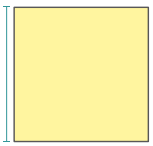
2. Para cada quadrado representado a seguir, escreva uma potência que indique a área em centímetro quadrado. Depois, resolva a potência e obtenha essa área.

a)



16^2. 256 cm^2.

b) 25^2. 625 cm^2.



3. Escreva por extenso as potências indicadas a seguir. Depois, resolva-as.

a) 7^3 Respostas nas **Orientações para o professor**.

b) 2^6

c) 10^4

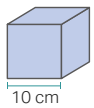
d) 20^2

e) 3^{-5}

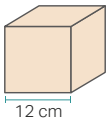
f) 5^{-4}

4. Para cada cubo representado a seguir, escreva uma potência que indique o volume em centímetro cúbico. Depois, resolva a potência e obtenha esse volume.

a) 10^3. 1 000 cm^3.



b) 12^3. 1 728 cm^3.



5. Analise a sequência numérica a seguir e resolva as questões.

$$8, 4, 2, 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \ldots$$

a) Reescreva essa sequência de maneira que os termos sejam todos potências de base 2.
$2^3, 2^2, 2^1, 2^0, 2^{-1}, 2^{-2}, \ldots$

b) Qual é o próximo termo dessa sequência? Expresse-o por uma potência de base 2 e, depois, calcule-a. $2^{-3} = \frac{1}{8}$

c) Represente o 20º termo dessa sequência por uma potência de base 2. Depois, explique a um colega como você pensou para obter esse termo.

5. c) 2^{-16}. Resposta possível: Nessa sequência numérica, o termo de posição **n** é dado por 2^{4-n}.

6. Calcule as potências.

a) $(0{,}7)^3$ 0,343

b) 8^0 1

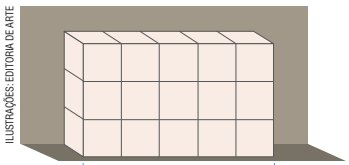
c) 2^{-2} $\frac{1}{4}$

d) $(-10)^5$ −100 000

e) $(-3{,}2)^2$ 10,24

f) -5^4 −625

7. Para realizar uma entrega, certa transportadora deverá enviar 15 empilhamentos de caixas cúbicas idênticas, conforme a imagem a seguir.



Sabendo que, em cada caixa, há 15 unidades de um mesmo produto, faça o que se pede a seguir. 15^3. 3 375 unidades do produto.

a) Usando potenciação, represente quantas unidades do produto deverão ser entregues no total. Depois, calcule essa potência e determine a quantidade.

b) Cada empilhamento desses tem quantos metros de altura? 2,4 m

c) Escreva, usando potenciação, o volume de cada caixa, em metro cúbico. Depois, calcule essa potência e determine o volume. $(0{,}8)^3$. 0,512 m^3.

d) Determine, em metro cúbico, o volume de cada empilhamento de caixas. 7,68 m^3

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Atividades

Atividade 1

Esta atividade trabalha a representação de multiplicação com fatores iguais por meio de potências. Ao final, pedir a alguns estudantes que façam a leitura das potências obtidas.

- 6^7: seis elevado à sétima potência.
- $\left(\frac{5}{8}\right)^4$: cinco oitavos elevado à quarta potência.
- $(-2)^6$: menos dois elevado à sexta potência.
- $(1{,}5)^5$: um vírgula cinco elevado à quinta potência.

Atividade 2

Esta atividade trabalha a representação da área de um quadrado por meio de potência, o que permite relacionar diferentes campos da Matemática, nesse caso Números, Geometria e Grandezas e medidas. Se necessário, relembrar aos estudantes que a área de um quadrado de lado que mede **l** é dada por l^2.

Atividade 3

Esta atividade trabalha a escrita por extenso e o cálculo de potência com expoente inteiro.

Atividade 4

Esta atividade trabalha a representação do volume de um cubo por meio de potência, relacionando os campos Números, Geometria e Grandezas e medidas. Caso julgar necessário, relembrar aos estudantes que o volume de um cubo cuja aresta mede **a** é dado por a^3.

Atividade 5

Esta atividade trabalha a identificação de padrão em uma sequência cujos termos podem ser expressos por potência cujo expoente é um número inteiro. No item **b**, espera-se que os estudantes percebam que, a partir do 2º termo da sequência, divide-se por 2 ou multiplica-se por 2^{-1} o termo anterior para obter o próximo termo. No item **c**, pedir a eles que comparem o expoente de cada termo com a posição que esse termo ocupa na sequência. Por exemplo, considerando os termos expressos como potências de base 2, o 1º termo tem expoente 3, o 2º termo tem expoente 2, o 3º termo tem expoente 1, o 4º termo tem expoente 0, e assim sucessivamente. Com isso, espera-se que eles percebam que o termo de posição **n** da sequência é 2^{4-n}.

Atividade 6

Esta atividade trabalha o cálculo de potências com expoentes inteiros.

Atividade 7

Esta atividade trabalha a representação de uma situação por meio de potência. No item **b**, explicar aos estudantes que, como são caixas cúbicas, as três dimensões (comprimento, largura e altura) têm medidas iguais.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Para auxiliar na compreensão do conteúdo desta página, se possível, apresentar aos estudantes mais exemplos numéricos a fim de explorar as propriedades **I**, **II** e **III** das potências. Uma alternativa é propor a eles que deem mais exemplos numéricos para cada uma dessas propriedades e que façam os registros na lousa, compartilhando com os colegas. Por exemplo:

- Propriedade **I**:

$5^2 \cdot 5^4 =$
$= 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 =$
$= 5^6 = 5^{2+4}$

- Propriedade **II**:

$\frac{7^2}{7^3} = \frac{7 \cdot 7}{7 \cdot 7 \cdot 7} =$
$= \frac{1}{7} = 7^{-1} = 7^{2-3}$

- Propriedade **III**:

$(8 \cdot (-3))^2 =$
$= (8 \cdot (-3)) \cdot (8 \cdot (-3)) =$
$= 8 \cdot 8 \cdot (-3) \cdot (-3) =$
$= 8^2 \cdot (-3)^2$

Para a realização dessa proposta, é importante conversar com os estudantes sobre o respeito e empatia que devem ter com os colegas.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

Propriedades de potências

Ao realizar operações com potências, é possível utilizar algumas propriedades.

Propriedade I: Sendo **a** um número real, com $a \neq 0$, e **m** e **n** números inteiros, temos:

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

Acompanhe a demonstração dessa propriedade.

$a^m \cdot a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{\mathbf{m}\text{ fatores}} \cdot \underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{\mathbf{n}\text{ fatores}} = \underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{\mathbf{m+n}\text{ fatores}} = a^{m+n}$

Note que a^m e a^n correspondem, respectivamente, ao produto de **m** e **n** fatores iguais ao número **a**.

Exemplos

a) $6^5 \cdot 6^2 = 6^{5+2} = 6^7$

b) $10^5 \cdot 10^7 = 10^{5+7} = 10^{12}$

Propriedade II: Sendo **a** um número real, com $a \neq 0$, e **m** e **n** números inteiros, temos:

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

Acompanhe a demonstração dessa propriedade.

$\frac{a^m}{a^n} = a^m \cdot \frac{1}{a^n} = a^m \cdot a^{-n} =$ (Como vimos na página **34**, $\frac{1}{a^n} = a^{-n}$.)

$= a^{m+(-n)} =$ (Utilizamos a propriedade **I**.)

$= a^{m-n}$

Exemplos

a) $\frac{3^8}{3^6} = 3^{8-6} = 3^2$

b) $\frac{7^{10}}{7^9} = 7^{10-9} = 7^1 = 7$

Propriedade III: Sendo **a** e **b** números reais, com $a \neq 0$ e $b \neq 0$, e **m** um número inteiro, temos:

$$(a \cdot b)^m = a^m \cdot b^m$$

Acompanhe a demonstração dessa propriedade.

$(a \cdot b)^m = \underbrace{(a \cdot b) \cdot (a \cdot b) \cdot \ldots \cdot (a \cdot b)}_{\mathbf{m}\text{ fatores iguais a }(a \cdot b)} = \underbrace{(a \cdot a \cdot \ldots \cdot a)}_{\mathbf{m}\text{ fatores}} \cdot \underbrace{(b \cdot b \cdot \ldots \cdot b)}_{\mathbf{m}\text{ fatores}} = a^m \cdot b^m$

Utilizamos as propriedades comutativa e associativa da multiplicação.

Exemplos

a) $(5 \cdot 9)^3 = 5^3 \cdot 9^3$

b) $(7 \cdot 10)^{10} = 7^{10} \cdot 10^{10}$

SAIBA MAIS

Sugerir aos estudantes que assistam a este vídeo para conhecer o projeto de um livro composto de relatos de experiências de vida de estudantes de EJA.

- ALUNOS do Ceja em Bauru contam a própria história em livro. 2023. Vídeo (13 min). Publicado pelo canal TV Unesp. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=RdoN4Un40-s. Acesso em: 19 abr. 2024.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

Propriedade IV: Sendo **a** um número racional e **m** e **n** números inteiros, com $a \neq 0$, temos:

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

Acompanhe a demonstração dessa propriedade.

$$(a^m)^n = \underbrace{a^m \cdot a^m \cdot \ldots \cdot a^m}_{\text{n fatores iguais a } a^m} = a^{\overbrace{m + m + \ldots + m}^{\text{n fatores}}} = a^{m \cdot n}$$

Utilizamos a propriedade **I**.

Exemplos

a) $(7^2)^4 = 7^{2 \cdot 4} = 7^8$

b) $(5^3)^{-2} = 5^{3 \cdot (-2)} = 5^{-6}$

Propriedade V: Sendo **a** e **b** números racionais e **n** um número inteiro, com $a \neq 0$ e $b \neq 0$, temos.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

Acompanhe a demonstração dessa propriedade.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \underbrace{\frac{a}{b} \cdot \frac{a}{b} \cdot \ldots \cdot \frac{a}{b}}_{\text{n fatores}} = \frac{\overbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}^{\text{n fatores}}}{\underbrace{b \cdot b \cdot \ldots \cdot b}_{\text{n fatores}}} = \frac{a^n}{b^n}$$

Exemplos

a) $\left(\frac{8}{5}\right)^2 = \frac{8^2}{5^2}$

b) $\left(\frac{3}{4}\right)^{-3} = \frac{3^{-3}}{4^{-3}}$

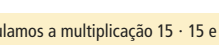
ATIVIDADES

NÃO ESCREVA NO LIVRO.

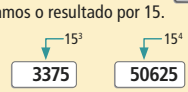
Resoluções a partir da **p. 305**.

1. Observe as etapas para calcular 15^4 com uma calculadora.

1ª Calculamos a multiplicação 15 · 15 e obtemos 15^2.



2ª Em seguida, cada vez que usamos =, multiplicamos o resultado por 15.



Agora, usando essa estratégia, calcule as potências a seguir.

a) 8^6 262 144

b) 2^9 512

c) 7^8 5 764 801

d) 13^4 28 561

e) 21^3 9 261

f) 17^5 1 419 857

2. Observe como Rafaela simplificou uma expressão utilizando propriedades de potências.

$$\frac{9^7}{3^{11}} = \frac{(3^2)^7}{3^{11}} = \frac{3^{2 \cdot 7}}{3^{11}} = \frac{3^{14}}{3^{11}} = 3^{14 - 11} = 3^3$$

a) Explique como Rafaela fez para simplificar a expressão, descrevendo as propriedades de potências utilizadas por ela. Resposta nas **Orientações para o professor**.

b) Agora, simplifique as expressões a seguir.

- $2^{-2} \cdot 5^5 \cdot 2^7$ 10^5
- $\frac{8^2 \cdot 3^6}{6^6}$ 1
- $\frac{12^3}{6^6}$ 3^{-3}
- $(3^6 \cdot 4^3) : 6^3$ 6^3

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Assim como proposto com as propriedades anteriores, pedir aos estudantes que, na lousa, registrem mais exemplos numéricos das propriedades **IV** e **V**. Reforçar a importância da empatia e o respeito com os colegas nesse momento. Observe a seguir alguns possíveis exemplos que eles podem apresentar.

- Propriedade **IV**:

$(9^{-1})^5 = 9^{-1} \cdot 9^{-1} \cdot 9^{-1} \cdot 9^{-1} \cdot 9^{-1} =$
$= 9^{(-1) + (-1) + (-1) + (-1) + (-1)} =$
$= 9^{-5} = 9^{(-1) \cdot 5}$

- Propriedade **V**:

$$\left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1^5}{2^5}$$

Ao explicar a propriedade **IV**, evidenciar aos estudantes que $2^{3^2} \neq (2^3)^2$. Para isso, sugere-se apresentar a eles os seguintes cálculos e, ao final, propor que comparem os resultados.

- $2^{3^2} = 2^{3 \cdot 3} = 2^9 =$
$= 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 512$
- $(2^3)^2 = (2 \cdot 2 \cdot 2)^2 = 8^2 = 8 \cdot 8 = 64$

Para auxiliar na avaliação da compreensão dos estudantes em relação ao estudo das propriedades de potências apresentadas, propor a eles que elaborem três expressões envolvendo potências e as troquem com um colega para que um simplifique as expressões elaboradas pelo outro. Depois, cada um confere as simplificações das expressões que elaborou, indicando quais propriedades foram utilizadas pelo colega. Por fim, conversar com toda a turma sobre as etapas realizadas.

Atividades

Atividade 1

Esta atividade trabalha o cálculo de potência utilizando a calculadora. De acordo com o modelo do equipamento, pode haver variações nesse procedimento. Chamar a atenção dos estudantes para a quantidade de vezes que é digitada a tecla =. No item **a**, por exemplo, após obter o produto 64, multiplicando 8 · 8, que corresponde a 8^2, é necessário digitar a tecla = mais quatro vezes seguidas para obter 8^6, pois $8^6 = 8^{2 + 4}$.

Atividade 2

Esta atividade trabalha a aplicação de propriedades de potências em simplificações. No item **a**, verificar se os estudantes perceberam que Rafaela utilizou a propriedade **IV** de potências ao reescrever $(3^2)^7 = 3^{2 \cdot 7}$ e a propriedade **II** na igualdade $\frac{3^{14}}{3^{11}} = 3^{14 - 11}$.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Atividades

Atividade 3

Esta atividade trabalha a representação de uma situação contextualizada por meio de potência e sua resolução. Dizer aos estudantes que considerem as horas indicadas nos relógios do esquema como sendo após o meio-dia. No item **b**, no entanto, caso algum deles tenha considerado o horário antes do meio-dia, avaliar corretas as respostas indicadas a seguir.

- 13h30min
  $2^{28} = 268\,435\,456$;
  268 435 456 bactérias.
- 15 h
  $2^{31} = 2\,147\,483\,648$;
  2 147 483 648 bactérias.
- 18 h
  $2^{37} = 137\,438\,953\,472$;
  137 438 953 472 bactérias.

Atividade 4

Esta atividade trabalha a representação de uma situação contextualizada por meio de potência e sua resolução com base nas propriedades de potências. Verificar os conhecimentos prévios dos estudantes em relação às unidades de medida de armazenamento de dados. Pedir a eles que compartilhem com a turma suas experiências envolvendo o armazenamento de dados em dispositivos eletrônicos, como celulares e computadores.

Atividade 5

Esta atividade trabalha as propriedades de potências. Para complementar, questionar os estudantes qual propriedade é utilizada em cada item. Neste caso, **a**: propriedade **IV**; **b**: propriedade **II**; **c**: propriedade **V**; **d**: propriedade **I**; **e**: propriedade **III**.

Atividade 6

Esta atividade trabalha a identificação de aplicações incorretas das propriedades de potências. Ao final, discutir com os estudantes sobre os erros identificados por eles, propondo que justifiquem os equívocos.

Atividade 7

Esta atividade trabalha a identificação de regularidade em uma sequência numérica. É esperado que os estudantes compreendam que os termos dessa sequência podem ser expressos por potências de base 2.

3. Gislaine é **biomédica** e faz pesquisas em um laboratório. Investigando certa população de bactérias, ela identificou que, a cada 30 minutos, essa população duplica.

GLOSSÁRIO
Biomédico: especialista da área de Biomedicina que se dedica à pesquisa de medicamentos.



a) Escreva uma sequência de potências de mesma base que indique a quantidade de bactérias nas observações apresentadas. 2^1, 2^2, 2^3.

b) Escreva e resolva, com uma calculadora, uma potência que represente a quantidade de bactérias nessa população às:
- 13h30min 2^4; 16 bactérias.
- 15 h 2^7; 128 bactérias.
- 18 h 2^{13}; 8 192 bactérias.

4. A seguir, são apresentadas algumas relações entre as unidades de medida de armazenamento de dados, múltiplas do baite.

- $1\text{ kB} = 2^{10}\text{ B}$
- $1\text{ GB} = 2^{10}\text{ MB}$
- $1\text{ MB} = 2^{10}\text{ kB}$
- $1\text{ TB} = 2^{10}\text{ GB}$

Observe como podemos estabelecer a relação entre megabaite e baite.

$$1\text{ MB} = 2^{10} \cdot \underbrace{2^{10}\text{ B}}_{1\text{ kB}} = 2^{10+10}\text{ B} = 2^{20}\text{ B}$$

Copie os itens a seguir no caderno, substituindo cada ■ pela potência de base 2 adequada. Para isso, utilize as relações entre os múltiplos do baite.

a) $1\text{ GB} = ■\text{ kB}$ 2^{20}
b) $1\text{ TB} = ■\text{ kB}$ 2^{30}
c) $1\text{ GB} = ■\text{ B}$ 2^{30}
d) $1\text{ TB} = ■\text{ B}$ 2^{40}

5. Em cada item, utilize as propriedades estudadas e identifique, no quadro, a potência correspondente.

3^{-1}	2^{11}	6^{18}	3	2^{-10}	6^9	$\frac{9}{4}$	$\frac{6}{4}$

a) $(2^{-1})^{10}$ 2^{-10} **c)** $\left(\frac{3}{2}\right)^2$ $\frac{9}{4}$ **e)** $3^9 \cdot 2^9$ 6^9
b) $\frac{2^{14}}{2^3}$ 2^{11} **d)** $3^6 \cdot 3^{-8} \cdot 3^3$ 3

6. Na aula de Matemática, Pedro realizou alguns cálculos usando as propriedades de potências de maneira incorreta ao simplificar duas expressões numéricas. Observe o que ele fez, identifique esses erros e refaça os cálculos corretamente. Respostas nas **Orientações para o professor**.

I.
$$(2^3)^2 \cdot \frac{3^6}{3^3} \cdot 3^{-2} =$$
$$= 2^{3 \cdot 2} \cdot 3^{6:3} \cdot 3^{-2} =$$
$$= 2^6 \cdot 3^2 \cdot 3^{-2} =$$
$$= 2^6 \cdot 3^{2(-2)} =$$
$$= 2^6 \cdot 3^{-4}$$

II.
$$\frac{5^4 \cdot 2^4}{3^8} =$$
$$= \frac{(5 \cdot 2)^{4+4}}{3^8} =$$
$$= \frac{10^8}{3^8} =$$
$$= (10 - 3)^8 =$$
$$= 7^8$$

7. Analise, a seguir, os primeiros termos de uma sequência. Respostas nas **Orientações para o professor**.

$2^1, 2^2, 2^3, 2^4, 2^5, 2^6, \ldots$

a) Que regularidade você observa nessa sequência?
b) Calcule as potências com uma calculadora e reescreva esses primeiros termos da sequência. Que regularidade você observa agora?
c) Represente o próximo termo dessa sequência por uma potência de base 2 e por um número natural.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

Notação científica

As potências podem ser utilizadas para expressar medidas muito grandes. Observe a seguir um valor aproximado da massa da Terra.


CLAUDIO CARIDI/ALAMY/FOTOARENA

Terra observada do espaço produzida com imagens da Nasa e publicada em maio de 2021.

$$5\,980\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\ \text{kg}$$

Fonte dos dados: NATIONAL AERONAUTICS AND SPACE ADMINISTRATION. **Earth**. [Washington, D.C.]: Nasa, 22 nov. 2023. Disponível em: https://www1.grc.nasa.gov/beginners-guide-to-aeronautics/earth/#composition-of-earth. Acesso em: 21 abr. 2024.

Note que esse número, que indica a massa em quilograma, é representado pelos algarismos 5, 9 e 8, seguidos de 22 algarismos zero. Em casos assim, de números "muito grandes", podemos utilizar uma escrita abreviada chamada **notação científica**, em que o número é representado utilizando potências de base 10. Por exemplo:

$5\,980\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000 = 5{,}98 \cdot 1\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000 = 5{,}98 \cdot 10^{24}$

Assim, a massa aproximada da Terra pode ser indicada por $5{,}98 \cdot 10^{24}$ kg.

Além de números "muito grandes", também podemos utilizar notação científica para representar números "muito pequenos". A espessura de um fio de uma teia de aranha, por exemplo, pode ser indicada da seguinte maneira.

$$0{,}00015\ \text{mm} = \frac{1{,}5}{10\,000}\ \text{mm} =$$

$$= 1{,}5 \cdot \frac{1}{10\,000}\ \text{mm} = 1{,}5 \cdot \frac{1}{10^4}\ \text{mm} =$$

$$= 1{,}5 \cdot 10^{-4}\ \text{mm}$$

Fonte dos dados: TEIA de aranha: mais dura que aço. **Superinteressante**, São Paulo, 31 out. 2016. Disponível em: https://super.abril.com.br/ciencia/teia-de-aranha-mais-dura-que-aco/. Acesso em: 21 abr. 2024.


IRINA FROLIKOVA/SHUTTERSTOCK.COM

Teia de aranha.

Na **notação científica**, os números são representados da seguinte maneira:

$$a \cdot 10^n,$$

em que **a** é um número racional, com $1 \leq a < 10$, e **n** é um número inteiro.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Iniciar o conteúdo desta página conversando com os estudantes sobre a importância da notação científica. Perguntar a eles se já viram esse tipo de notação e em que situação. Espera-se que eles percebam que a notação científica tem como objetivo reduzir a escrita de alguns números, utilizando a potência de base 10.

Relembrar aos estudantes as regularidades da potenciação de base 10 com expoente natural, em que a quantidade de zeros do resultado é igual ao número do expoente; por exemplo $10^3 = 1\,000$. Verificar se os estudantes já compreendem as regularidades da potenciação de base 10 com expoente inteiro negativo, realizando uma avaliação diagnóstica, se julgar necessária. É possível propor a eles uma atividade para que calculem o resultado de cada uma das potências a seguir, utilizando a calculadora.

- 10^{-1}. Resposta: 0,1.
- 10^{-2}. Resposta: 0,01.
- 10^{-3}. Resposta: 0,001.
- 10^{-4}. Resposta: 0,0001.

Em seguida, perguntar aos estudantes qual regularidade pode ser observada em relação ao expoente e à quantidade de zeros, antes do algarismo 1. Espera-se que eles percebam que a quantidade de zeros do resultado, assim como a de casas depois da vírgula, corresponde ao módulo do expoente.

Para complementar, representar uma reta numérica desenhando-a na lousa e indicar alguns números racionais que podem ser assumidos no lugar de **a** na representação $a \cdot 10^n$ para determinado valor de **n**.

SAIBA MAIS

Sugerir aos estudantes que assistam a este vídeo para acompanhar uma aula sobre notação científica.

- VOCÊ sabe o tamanho de um vírus? | Rioeduca na TV – Onde tem Matemática? – 8º e 9º Anos. 2022. Vídeo (6 min). Publicado pelo canal MultiRio. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=pDwuxrOPsCw. Acesso em: 19 abr. 2024.

Acessar o *site* a seguir para ler uma entrevista do autor Cipriano Luckesi. Nas respostas às perguntas, esse autor comenta alguns procedimentos relacionados às perspectivas do planejamento da avaliação como instrumento diagnóstico.

- LUCKESI, Cipriano Carlos. Avaliação da aprendizagem: visão geral. [Entrevista cedida a] Paulo Camargo. **Conferência Avaliação da Aprendizagem na Escola**, Sorocaba, 2005. Disponível em: http://www.ia.ufrrj.br/ppgea/conteudo/conteudo-2009-1/Educacao-MII/3SF/Art_avaliacao_entrev.pdf. Acesso em: 19 abr. 2024.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Ao calcular a distância entre a Terra e a estrela Proxima Centauri, em ano-luz, mostrar aos estudantes que existe uma proporção que permite realizar esse cálculo.

Distância (ano-luz)	Distância (km)
1	$9{,}46 \cdot 10^{12}$
x	$4{,}02 \cdot 10^{13}$

$$\frac{1}{x} = \frac{9{,}46 \cdot 10^{12}}{4{,}02 \cdot 10^{13}}$$
$$9{,}46 \cdot 10^{12} \cdot x =$$
$$= 1 \cdot 4{,}02 \cdot 10^{13}$$
$$x = \frac{4{,}02 \cdot 10^{13}}{9{,}46 \cdot 10^{12}}$$

OBJETO EDUCACIONAL DIGITAL

O carrossel de imagens **Notação científica em diferentes contextos** apresenta algumas situações em que a notação científica é utilizada. Além disso, destaca sua importância ao simplificar a interpretação e a manipulação de números em áreas específicas.

Atividades

Atividade 1

Esta atividade trabalha a escrita, em notação científica, de alguns números. Antes de resolvê-la, perguntar aos estudantes em quais itens o expoente da potência de base 10 será positivo (**a**, **c** e **d**) e em quais será negativo (**b**, **e** e **f**).

Atividade 2

Esta atividade propicia uma abordagem do tema **Saúde e bem-estar**, uma vez que apresenta informações sobre a covid-19, bem como maneiras de evitar o contágio dessa doença. Comentar que o combate à transmissão de doenças causadas por vírus é uma ação de responsabilidade do poder público e de toda a sociedade. Uma das principais maneiras de prevenir doenças causadas por alguns vírus é a vacinação. Sobre esse tema, ler para os estudantes o texto a seguir.

[...]

Apesar da maioria das pessoas acreditar que a vacina é somente para crianças, é importante manter a carteira de vacinação em dia em todas as idades, para evitar o retorno de doenças já erradicadas. Os adultos devem ficar atentos à atualização da caderneta em relação a quatro tipos diferentes de vacinas contra a hepatite B, febre amarela, difteria, tétano, sarampo, rubéola e caxumba. Para as gestantes, existem três vacinas disponíveis no Calendário Nacional de Vacinação: hepatite B, dupla adulto e dTpa, que protege, além da hepatite, contra difteria, tétano e coqueluche.

[...]

BRASIL. Ministério da Saúde. Biblioteca Virtual em Saúde. **Doenças preveníveis por meio da vacinação**. Brasília, DF: MS: BVS, [202-]. Disponível em: https://bvsms.saude.gov.br/doencas-preveniveis-por-meio-da-vacinacao/. Acesso em: 20 abr. 2024.

A Astronomia utiliza notação científica ao expressar medidas como distância entre astros, tamanho de planetas ou tempo de vida de estrelas.

A unidade de medida **ano-luz**, que corresponde à distância que a luz percorre no vácuo em um ano, equivale aproximadamente a $9{,}46 \cdot 10^{12}$ km. Observe como podemos obter, em ano-luz, a distância aproximada entre a Terra e a estrela Proxima Centauri, que é cerca de $4{,}02 \cdot 10^{13}$ km.

Distância aproximada entre a Terra e a estrela Proxima Centauri, em quilômetro.

$$\frac{4{,}02 \cdot 10^{13}}{9{,}46 \cdot 10^{12}} = \frac{4{,}02}{9{,}46} \cdot \frac{10^{13}}{10^{12}} \simeq 0{,}42 \cdot 10^{13-12} = 0{,}42 \cdot 10 = 4{,}2, \text{ ou seja, } 4{,}2 \text{ anos-luz.}$$

Medida aproximada correspondente a 1 ano-luz, em quilômetro.

PENSAR E PRATICAR Propriedade **II**.

Que propriedade de potências, apresentada anteriormente, foi utilizada nesses cálculos?

ATIVIDADES NÃO ESCREVA NO LIVRO. Resoluções a partir da **p. 305**.

1. Em cada item, escreva os números em notação científica.

a) 600 000 $6 \cdot 10^5$

b) 0,000004 $4 \cdot 10^{-6}$

c) 70 100 000 $7{,}01 \cdot 10^7$

d) 5 933 000 000 $5{,}933 \cdot 10^9$

e) 0,0028 $2{,}8 \cdot 10^{-3}$

f) 0,0000000603 $6{,}03 \cdot 10^{-8}$

2. Leia as informações.

DICA

Para resolver esta atividade, considere que 1 micrômetro (μ) equivale a 0,000001 metro.



Cartaz de divulgação científica sobre as gotas de saliva no ar e a propagação da covid-19.

Fonte: FUNDAÇÃO OSWALDO CRUZ. **Coronavírus**: covid-19: material para *download*. Rio de Janeiro: Fiocruz, [ca. 2020]. Disponível em: https://portal.fiocruz.br/coronavirus/material-para-download. Acesso em: 21 abr. 2024.

a) Como as gotas de saliva com diâmetro menor que 5 μm são classificadas? E aquelas com diâmetro maior que 5 μm? Aerossóis. Microgotas.

b) Escreva, em metro, as medidas indicadas no esquema utilizando notação científica. Microgotas: $6 \cdot 10^{-6}$ m; aerossóis: $2 \cdot 10^{-6}$ m.

c) As medidas indicadas nas fichas a seguir representam diâmetros de gotas de saliva. Classifique-as em microgotas ou aerossóis. Microgotas: **A**, **B**, **C**; aerossóis: **D**.

[A] 0,0035 cm | [B] $8 \cdot 10^{-6}$ m | [C] 0,0012 cm | [D] $7 \cdot 10^{-7}$ m

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

3. Leia as informações a seguir sobre o Sol e resolva as questões.

Dados do Sol

Diâmetro: 1,4 milhão km

Distância média da Terra: 149,6 milhões km

Período de rotação (equatorial): 25 dias terrestres

Temperatura de superfície: 5 500 °C

Temperatura do núcleo: 15 milhões °C

Fonte dos dados: RIDPATH, Ian. **Astronomia**. 4. ed. Rio de Janeiro: Zahar, 2014. p. 85.

a) Qual parte do Sol é mais quente: a superfície ou o núcleo? Núcleo.

b) Utilizando notação científica, escreva:

- O diâmetro do Sol, em quilômetro. $1{,}4 \cdot 10^6$ km
- A distância média da Terra ao Sol, em quilômetro. $1{,}496 \cdot 10^8$ km
- A temperatura do núcleo do Sol, em grau Celsius. $1{,}5 \cdot 10^7$ °C

4. A supergigante Antares é uma estrela vermelha com cerca de 980 000 000 km de diâmetro. Ela é centenas de vezes maior que o Sol.

a) Escreva, em quilômetro, o diâmetro dessa estrela em notação científica. $9{,}8 \cdot 10^8$ km

b) Consulte a atividade anterior para obter o diâmetro aproximado do Sol. Depois, faça os cálculos e indique qual das alternativas a seguir está correta.

O diâmetro de Antares corresponde a cerca de: **IV**

I. 7 vezes o do Sol.
II. 8 vezes o do Sol.
III. 80 vezes o do Sol.
IV. 700 vezes o do Sol.

c) Sabendo que essa supergigante está a cerca de 500 anos-luz da Terra, a quantos quilômetros equivale essa distância? Escreva essa medida em notação científica. $4{,}73 \cdot 10^{15}$ km

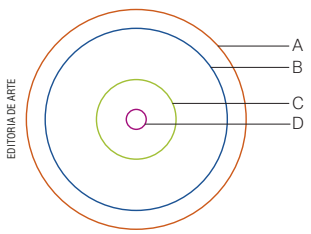
5. Acompanhe as informações da tabela.

Diâmetro equatorial de alguns planetas do Sistema Solar

Planeta	Diâmetro equatorial aproximado (m)
Terra	$1{,}27 \cdot 10^7$
Júpiter	$1{,}4 \cdot 10^8$
Urano	$5{,}07 \cdot 10^7$
Saturno	$1{,}16 \cdot 10^8$

Fonte: NATIONAL AERONAUTICS AND SPACE ADMINISTRATION. **Planet Compare**. [Washington, D.C.]: Nasa, [2024]. Disponível em: https://solarsystem.nasa.gov/planet-compare. Acesso em: 21 abr. 2024.

Agora, observe no esquema a comparação de tamanho entre esses planetas e indique a letra que representa cada um deles. **A**: Júpiter; **B**: Saturno; **C**: Urano; **D**: Terra.



Atividade 3

Esta atividade trabalha a escrita, em notação científica, de diferentes medidas relacionadas à Astronomia. Para complementar as informações sobre o Sol, ler para os estudantes o trecho a seguir.

O Sol é a estrela mais próxima de nós. Todos os planetas do sistema solar giram ao seu redor e cada um com um período diferente. Ele é o responsável pelo suprimento de energia da maioria dos planetas. [...]

O Sol só é uma estrela por causa da grande quantidade de massa que ele tem, 332 959 vezes a massa da Terra. Ele é constituído, principalmente dos gases hidrogênio e hélio, os dois gases mais leves que temos. [...]

CENTRO DE DIVULGAÇÃO DA ASTRONOMIA. **O sol**. São Carlos: USP, 2000. Disponível em: http://200.144.244.96/cda/aprendendo-basico/sistema-solar/sol.html. Acesso em: 20 abr. 2024.

Atividade 4

Esta atividade também trabalha a escrita, em notação científica, de diferentes medidas relacionadas à Astronomia. No item **c**, comentar que, no início da página **40**, no exemplo da distância aproximada entre a Terra e a estrela Proxima Centauri, foi apresentada a conversão de uma medida em quilômetro para ano-luz e que, neste item, deve-se converter uma medida em ano-luz para quilômetro. Uma maneira de fazer esta conversão é estabelecer a seguinte relação:

Distância (ano-luz)	Distância (km)
1	$9{,}46 \cdot 10^{12}$
500	x

Atividade 5

Assim como as atividades **3** e **4**, esta atividade trabalha a escrita, em notação científica, de diferentes medidas relacionadas à Astronomia, bem como a leitura e interpretação de tabela simples, o que permite relacionar os seguintes campos da Matemática: Números e Estatística. Verificar a possibilidade de utilizar na aula um globo terrestre, a fim de mostrar aos estudantes a representação do diâmetro equatorial do planeta Terra.

SAIBA MAIS

Sugerir aos estudantes que assistam a este vídeo para saber um pouco mais sobre as medidas astronômicas.

- ASTROLAB | Escalas e distâncias do Universo. 2020. Vídeo (5 min). Publicado pelo canal TV Unesp. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=tMX2vbbGQa8. Acesso em: 20 abr. 2024.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Conexões

Esta seção permite relacionar **Matemática** e **Ciências da Natureza**, uma vez que apresenta diversas informações e conceitos relativos à microbiologia e à genética.

Após leitura do texto no **Livro do estudante**, questionar os estudantes o que imaginam ser o "tamanho" de um vírus e de uma célula humana, e de que maneira pode ser expressa uma medida significativamente tão pequena. Perguntar se, com base no que estudaram nesta Unidade, essa medida poderia ser representada usando potências de 10.

Comentar com os estudantes que o primeiro sequenciamento genético do SARS-CoV-2 foi realizado no Brasil apenas 48 horas após a confirmação do caso inicial no país, por uma equipe de maioria feminina da Universidade de São Paulo liderada por duas cientistas: Ester Sabino e Jaqueline Goes de Jesus. Aproveitar essa informação para trabalhar com os estudantes a importância da Ciência para a sociedade e a valorização da mulher na área científica.

Para complementar, propor uma pesquisa sobre as consequências da desinformação e da infodemia durante o período da pandemia da covid-19. Esse trabalho colabora com a Educação midiática dos estudantes.

CONEXÕES

Conhecendo melhor o vírus SARS-CoV-2

De acordo com pesquisas científicas, o diâmetro do vírus SARS-CoV-2, que causa a doença covid-19, varia entre 50 e 200 nanômetros (ou entre $5 \cdot 10^{-8}$ m e $2 \cdot 10^{-7}$ m), é formado por um invólucro de proteínas e carrega seu RNA, que é um ácido nucleico, como o DNA, com a função de controlar a síntese de proteínas. Quando está no corpo do hospedeiro, o vírus invade e incorpora seu RNA no DNA da célula hospedeira, transformando-a em uma "máquina" de produzir cópias dele.

Para termos ideia de quanto esse vírus é pequeno, podemos compará-lo a uma célula de nosso corpo, que mede de 10 a 50 micrômetros (ou $1 \cdot 10^{-5}$ m a $5 \cdot 10^{-5}$ m), dependendo de sua função. Isso quer dizer que o vírus pode ser mil vezes menor que uma célula humana.

Sequenciar geneticamente amostras do vírus e estudar seu RNA é fundamental para compreender suas estruturas, entender sua história, estabelecer seu percurso, detectar variantes (mutações genéticas), discutir programas de ação e atualizar vacinas.

O material genético do SARS-CoV-2 é formado por uma única molécula de RNA positivo e todo seu genoma tem menos de 30 quilobases ($3 \cdot 10^4$ bases) – comparativamente, os seres humanos têm cerca de $3{,}2 \cdot 10^9$ pares de bases em seu genoma.

Fonte dos dados: EM TEMPOS de pandemia: você tem ideia de quão pequeno é um vírus? Rio de Janeiro: Fundação Cecierj, 15 out. 2020. Disponível em: https://www.cecierj.edu.br/2020/10/15/em-tempos-de-pandemia-voce-tem-ideia-de-quao-pequeno-e-um-virus/. Acesso em: 21 abr. 2024.

MOTION DRAMASHUTTERSTOCK.COM

MÃOS À OBRA

Resoluções a partir da **p. 305**.

1. Respostas nas **Orientações para o professor**. NÃO ESCREVA NO LIVRO.

1 A partir da leitura do texto, reflita e resolva as questões a seguir.

a) Qual é a importância do sequenciamento genético dos vírus, como o do SARS-CoV-2?

b) Faça uma pesquisa e obtenha informações sobre como ocorreu o primeiro sequenciamento genético do SARS-CoV-2 realizado no Brasil.

2 No texto desta página foi utilizada notação científica para representar medidas "muito grandes" e "muito pequenas". Localize esses números e resolva as questões a seguir.

a) Quais desses números representam medidas "muito grandes" e quais representam medidas "muito pequenas"? Qual elemento numérico comunica essa informação? Por quê? Os números $5 \cdot 10^{-8}$, $2 \cdot 10^{-7}$, $1 \cdot 10^{-5}$ e $5 \cdot 10^{-5}$ representam medidas "muito pequenas", e $3 \cdot 10^4$ e $3{,}2 \cdot 10^9$ representam medidas "muito grandes". Na notação científica, o que indica a ordem de grandeza do número é o expoente: quando negativo, costuma indicar medida ou quantidade "muito pequena"; quando positivo, costuma indicar medida ou quantidade "muito grande".

b) No caderno, copie o quadro a seguir e inclua nele linhas para representar todos os demais números que você indicou como resposta no item **a**, conforme o exemplo. Respostas nas **Orientações para o professor**.

Contexto	Número em notação científica	Representação com apenas um número
Diâmetro mínimo do SARS-CoV-2	$5 \cdot 10^{-8}$	0,00000005

Mãos à obra

Atividade 1

O objetivo desta atividade é levar os estudantes a interpretar, refletir e ampliar as informações contidas no texto da seção.

Atividade 2

Nesta atividade, espera-se que os estudantes sejam incentivados a reconhecer a aplicação do uso de notação científica para representar um número "muito grande" ou "muito pequeno".

SAIBA MAIS

Sugerir aos estudantes que assistam a este vídeo para saber um pouco mais sobre o primeiro sequenciamento genético do SARS-CoV-2 realizado no Brasil.

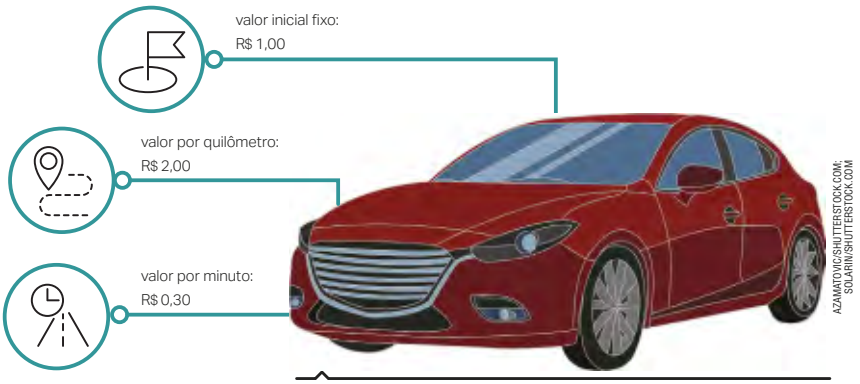
- BRASILEIRA foi a primeira cientista a sequenciar o genoma do coronavírus | Papo Ciência | Ep.10. 2021. Vídeo (5 min). Publicado pelo canal Sesc RJ. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=HN4B_AOwFuk. Acesso em: 20 abr. 2024.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

2. Expressões algébricas e equações

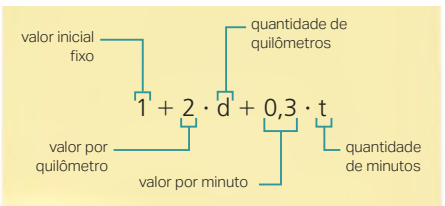
Expressões algébricas

Nos chamados aplicativos de transporte privado, a conexão entre passageiro e motorista é realizada por aplicativo para *smartphone*, que, uma vez instalado, permite ao passageiro fazer um cadastro e, então, solicitar um veículo para transportá-lo de um local a outro. Em certo aplicativo, por exemplo, o preço é calculado adicionando um valor inicial fixo e dois valores que dependem do tempo e da distância percorrida na viagem. Observe.



Esquema com os valores cobrados em um aplicativo de transporte.

Observe como podemos representar o preço de uma viagem usando esse aplicativo por meio de uma **expressão algébrica**.



DICA

Podemos representar uma multiplicação de dois fatores, em que pelo menos um deles é uma letra, sem indicar o símbolo de multiplicação. Desse modo, em relação à expressão algébrica apresentada, temos:

$1 + 2d + 0{,}3t$

Em uma expressão algébrica, as letras representam números e são chamadas de **variáveis**. Na expressão $1 + 2d + 0{,}3t$, temos que **d** e **t** são as variáveis.

Considere uma viagem realizada por meio desse aplicativo, em que a distância percorrida foi de 8 km e o tempo de deslocamento foi de 14 minutos.

Para obter o preço cobrado por essa viagem, temos de calcular o **valor numérico** da expressão algébrica para $d = 8$ e $t = 14$, ou seja, substituir em $1 + 2d + 0{,}3t$ as variáveis **d** por 8 e **t** por 14.

$$1 + 2 \cdot 8 + 0{,}3 \cdot 14 = 1 + 16 + 4{,}2 = 21{,}2$$

Assim, o preço cobrado por essa viagem é de R$ 21,20.

SAIBA MAIS

Sugerir aos estudantes que acessem este *site* para obter informações a respeito das consequências da desinformação e da infodemia durante o período da pandemia.

- ORGANIZAÇÃO PAN-AMERICANA DA SAÚDE. **Entenda a infodemia e a desinformação na luta contra a covid-19**: *kit* de ferramentas de transformação digital: ferramentas de conhecimento. [*S. l.*]: Opas: OMS, 2020. Disponível em: https://iris.paho.org/bitstream/handle/10665.2/52054/Factsheet-Infodemic_por.pdf?sequence=16. Acesso em: 20 abr. 2024.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

A temática abordada nesta página envolve um contexto que pode já ter sido vivenciado pelos estudantes: o uso de aplicativo de transporte particular. Para explorar o conhecimento deles sobre esse tema, perguntar se eles já utilizaram um aplicativo de transporte privado e como foi essa experiência. Questioná-los sobre o preço das corridas, se era um preço fixo ou se variava, os fatores que eles acham que influenciavam no preço a ser cobrado pela corrida, entre outras questões. Espera-se que eles comentem que perceberam que, nesse tipo de situação, o preço a pagar por uma corrida depende do intervalo de tempo de duração da corrida e da distância a ser percorrida, valores que variam de acordo com cada caso.

Reforçar com os estudantes que, em uma multiplicação de dois fatores em que pelo menos um deles é uma letra, pode-se não indicar o símbolo de multiplicação. Por exemplo: $\mathbf{10 \cdot x}$ pode ser indicado por **10x**; $\mathbf{5 \cdot a \cdot b}$ pode ser indicado por **5ab**. Reforçar também que, caso um dos fatores seja uma letra e o outro, o número 1, usualmente, não se indica o fator 1. Por exemplo: $\mathbf{1 \cdot p}$ é indicado apenas por **p**.

Verificar se eles percebem que, na indicação dos valores monetários na expressão, os reais correspondem à parte inteira e os centavos, à parte decimal.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Atividades

Atividade 1

Esta atividade trabalha o cálculo do valor numérico de expressão algébrica. Verificar se os estudantes consideraram a expressão algébrica $1 + 2d + 0{,}3t$ para realizar os cálculos, conforme o desenvolvimento realizado na página anterior.

Atividade 2

Esta atividade trabalha a associação de uma situação à expressão algébrica correspondente. Para complementar, propor aos estudantes que, em duplas, realizem a seguinte proposta: um elabora uma frase seguindo ideias como as dos itens, em seguida, o outro a representa com uma expressão algébrica. Ao final, cada dupla confere as respostas.

Atividade 3

Esta atividade trabalha a simplificação de expressões algébricas. Detalhar na lousa o exemplo apresentado, indicando que, inicialmente, foi usada a propriedade comutativa da adição; na sequência, a propriedade distributiva da multiplicação e, depois, foram realizadas as subtrações que estavam entre parênteses. Se necessário, retomar essas propriedades e as operações com monômios. É importante destacar que as expressões obtidas de uma etapa para a outra são expressões algébricas equivalentes.

Atividade 4

Esta atividade trabalha a resolução e elaboração de problema envolvendo expressão algébrica em um contexto relacionado ao uso de painéis solares na geração de energia elétrica. No item **a**, lembrar os estudantes que, para calcular a área de um retângulo, basta multiplicar a medida do comprimento pela medida da largura. No item **c**, eles podem, por exemplo, indicar outras medidas para as dimensões da região retangular que será coberta pelos painéis. Para aprofundar a discussão, ler para eles o texto a seguir, que apresenta como funciona, de maneira geral, a energia solar fotovoltaica.

[...]

- Durante o dia, a luz solar que incide sobre os painéis é absorvida e convertida em energia elétrica, corrente contínua (CC).
- O inversor *on-grid* capta a corrente contínua e a transforma em corrente alternada (CA) que pode ser consumida.
- A corrente alternada (CA) é então consumida na residência ou empresa, gerando energia para lâmpadas, eletrodomésticos, máquinas e outros.
- O excedente de energia gerada é injetado na rede de distribuição por meio de um distribuidor bidirecional, gerando créditos que podem ser utilizados em até 60 meses.

[...]

TOPSUN Energia solar: como funciona a energia solar. **G1**, [*s. l.*], 8 mar. 2023. Disponível em: https://g1.globo.com/sc/santa-catarina/especial-publicitario/top-sun/top-sun-energia-solar/noticia/2023/03/08/como-funciona-a-energia-solar.ghtml. Acesso em: 22 abr. 2024.

Resoluções a partir da **p. 305**.

ATIVIDADES

NÃO ESCREVA NO LIVRO.

1. Com base na situação apresentada na página anterior, calcule o preço de uma viagem de:

a) 12 km em 26 min. R$ 32,80

b) 9 km em 18 min. R$ 24,40

c) 5 800 m em 13 min. R$ 16,50

2. Relacione cada frase à expressão algébrica que a representa. Para isso, escreva a letra e o símbolo romano correspondentes. **A-IV; B-III; C-I; D-II.**

A. O dobro de **x**.

B. A terça parte de **x**, mais 5.

C. O triplo de **x**, menos a metade de **y**.

D. 5 menos a metade de **x**.

I. $3x - \frac{y}{2}$ II. $5 - \frac{x}{2}$ III. $\frac{x}{3} + 5$ IV. $2x$

3. Observe como Giovana simplificou uma expressão algébrica.

$12x + 7y - 15 - 10x - 9 - 6y$

$12x - 10x + 7y - 6y - 15 - 9$

$x(12 - 10) + y(7 - 6) - 24$

$2x + y - 24$

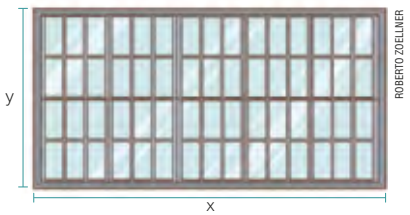
Agora, simplifique as expressões a seguir.

a) $7(x - 3) + 2x + 1$ $9x - 20$

b) $\frac{2(3x - 1) - 7}{3}$ $2x - 3$

c) $2x - 4y + 3 - 15x + 6y$ $2y - 13x + 3$

4. Certo fabricante de painéis solares informa que cada metro quadrado de painel gera 18 kWh de energia elétrica por mês, de acordo com algumas condições. No telhado da casa de Henrique, serão instalados esses painéis, de maneira a cobrir uma região retangular, como mostra o esquema.



As letras **x** e **y** representam, em metro, as dimensões da região onde os painéis serão instalados.

a) Qual expressão algébrica a seguir representa a quantidade de energia elétrica que será gerada, em quilowatt-hora por mês, pelos painéis solares na casa de Henrique? **III**

I. $18x + y$ III. $18xy$

II. $x + y + 18$ IV. $18(x + y)$

b) Calcule o valor numérico da expressão algébrica que você indicou no item anterior para $x = 6$ e $y = 4$. O que o resultado obtido indica?

c) De acordo com a situação apresentada, elabore um problema envolvendo expressão algébrica. Em seguida, junte-se a um colega, e troquem o problema para que um resolva o do outro. Por fim, confiram juntos as resoluções.

Resposta pessoal.

4. b) 432 kWh. Resposta esperada: Indica que, se a região retangular do telhado da casa de Henrique, coberta pelos painéis solares, tiver medida de comprimento igual a 6 m e medida de largura igual a 4 m, serão gerados por mês 432 kWh de energia elétrica.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

Equação do 1º grau com uma incógnita

Iara é uma artesã e utiliza capim dourado para confeccionar seus produtos.

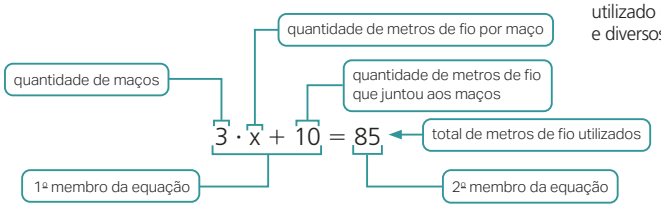
Para produzir algumas peças, Iara utilizou 3 maços iguais de capim dourado mais 10 m, totalizando 85 metros de capim dourado. Quantos metros de fio de capim dourado havia em cada maço?

Podemos representar essa situação por uma **equação**. Equação é uma sentença matemática expressa por uma igualdade em que as letras, que representam números desconhecidos, são chamadas de **incógnitas**. Observe.



TIAGO ISHIBASHI/SHUTTERSTOCK.COM

O capim dourado é uma das preciosidades do cerrado brasileiro. No artesanato, é utilizado na confecção de bolsas, bijuterias e diversos objetos de decoração.



DICA

O valor da incógnita que torna a equação verdadeira é a **raiz** ou **solução** da equação.

Note que $3x + 10 = 85$ tem apenas uma incógnita (**x**) e seu expoente é 1. Assim, dizemos que esse é um exemplo de **equação do 1º grau com uma incógnita**.

Observe como podemos resolver a equação $3x + 10 = 85$ utilizando as propriedades aditiva e multiplicativa da igualdade.

$3x + 10 = 85$

$3x + 10 - \mathbf{10} = 85 - \mathbf{10}$ — Subtraímos 10 em cada membro da equação.

$\frac{3x}{\mathbf{3}} = \frac{75}{\mathbf{3}}$ — Dividimos cada membro da equação por 3.

$x = 25$ — Temos que 25 é raiz da equação.

Assim, havia 25 metros de fio de capim dourado em cada maço.

Resposta esperada: Substituindo **x** por 25 na equação e, ao realizar os cálculos indicados, obtendo uma igualdade verdadeira.

PENSAR E PRATICAR

Explique como é possível verificar que 25 é raiz da equação $3x + 10 = 85$.

Resoluções a partir da **p. 305**.

ATIVIDADES

NÃO ESCREVA NO LIVRO.

1. Em cada item, verifique qual número no quadro é raiz da equação.

a) $5x + 18 = 33$

10	7	3

$x = 3$

b) $\frac{3n}{9} - 5 = 0$

9	15	12

$n = 15$

c) $4(6y + 7) = 15y - 8$

−4	−7	−14

$y = -4$

2. Copie no caderno a resolução da equação a seguir, substituindo cada ■ adequadamente.

Resposta nas **Orientações para o professor**.

$7x - 24 = 3x + 20$

$7x - 24 + ■ = 3x + 20 + ■$

$7x - ■ = 3x + 44 - ■$

$\frac{4x}{■} = \frac{44}{■}$

$x = ■$

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Aproveitar o contexto e promover uma roda de conversa com os estudantes a respeito da importância social e econômica do ofício do artesanato. Comentar que o artesanato, além de promover aspectos culturais locais, é fonte de renda para inúmeros brasileiros.

Verificar se os estudantes se lembram de que, quando o expoente de uma potência é 1, usualmente, ele não é indicado. Por exemplo, x^1 pode ser escrito apenas como **x**.

Na resolução da equação do 1º grau com uma incógnita, é importante que os estudantes entendam que de uma etapa para a seguinte se utilizam propriedades da igualdade de modo a obter equações equivalentes, ou seja, com a mesma raiz ou solução.

Atividades

Atividade 1

Esta atividade trabalha a identificação da raiz de equação do 1º grau com uma incógnita. Como estratégia, os estudantes podem substituir as incógnitas pelos valores indicados no quadro, um por vez, em cada item. O valor que resultar em uma igualdade verdadeira é a raiz da equação.

Atividade 2

Esta atividade trabalha as etapas de resolução de uma equação do 1º grau com uma incógnita, utilizando propriedades da igualdade. Ao término, pedir a alguns estudantes que reproduzam a resolução da equação na lousa e expliquem cada etapa realizada. É importante verificar se os estudantes utilizam argumentos válidos nessas explicações. Pode-se sugerir, também, que substituam o valor obtido para **x** em cada linha da resolução e verifiquem se a igualdade é mantida.

SAIBA MAIS

Sugerir aos estudantes que assistam ao vídeo para obter informações sobre a importância do artesanato.

- REPÓRTER justiça: Importância do artesanato para a cultura e para a economia do país. 2021. Vídeo (29 min). Publicado pelo canal Rádio e TV Justiça. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=3IQ7fpj391M. Acesso em: 22 abr. 2024.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Atividades

Atividade 3

Esta atividade trabalha a identificação da raiz de equação do 1º grau com uma incógnita. Acompanhar os estudantes para verificar as estratégias utilizadas por eles. Uma delas pode consistir em, para cada equação, substituir a incógnita por 12 e verificar se é obtida uma igualdade falsa, indicando que 12 não é raiz de tal equação. Para complementar, pode-se propor aos estudantes que elaborem outras equações do 1º grau com uma incógnita que também tenham 12 como raiz.

Atividade 4

Esta atividade trabalha a representação de uma equação por uma equação do 1º grau com uma incógnita e a determinação da solução correspondente. No item **b**, é esperado que os estudantes percebam que devem resolver a equação apresentada para obter a resposta do problema.

Atividade 5

Esta atividade trabalha a resolução de equações do 1º grau com uma incógnita. É importante chamar a atenção dos estudantes para o fato de que em uma das etapas da resolução das equações dos itens **b** e **d** é necessário multiplicar ambos os membros da equação por um número conveniente, de modo a obter o denominador da fração igual a 1.

Atividade 6

Esta atividade trabalha a associação de uma equação do 1º grau com uma incógnita a uma situação correspondente e sua resolução. Inicialmente, pode-se propor aos estudantes que tentem escrever uma equação para cada item, sem considerar as opções indicadas no quadro.

Atividade 7

Esta atividade trabalha a resolução de problema envolvendo uma situação que pode ser representada por uma equação do 1º grau com uma incógnita. Verificar se os estudantes percebem que devem escrever uma equação considerando o perímetro da região que será cercada.

---

3. Em qual das alternativas a seguir a equação indicada **não** tem como raiz o número 12? Alternativa **a**.

a) $2x - 3 = 27$

b) $4x - 7 = 3x + 5$

c) $15 - x = x - 9$

d) $4x + 6 = 78 - 2x$

4. Leia o problema a seguir.

> No setor de produção de uma fábrica de roupas, $\frac{2}{5}$ dos funcionários trabalham na etapa de corte, $\frac{1}{5}$ na etapa de modelagem e os 90 funcionários restantes, na etapa de costura. Quantos funcionários trabalham no setor de produção dessa fábrica?

Para representar esse problema, Luana escreveu a equação a seguir.

$$\frac{2x}{5} + \frac{x}{5} + 90 = x$$

a) Explique como Luana pensou para escrever essa equação. Indique, por exemplo, qual é a incógnita e o que ela representa. Resposta nas **Orientações para o professor**.

b) Qual é a resposta do problema? 225 funcionários.

5. Resolva as equações.

a) $7x - 29 = 13$ $x = 6$

b) $\frac{x}{4} + 10 = 78$ $x = 272$

c) $10(2x - 5) = 12x + 14$ $x = 8$

d) $\frac{3x + 1}{2} = -16$ $x = -11$

e) $-21x + 45 = -3x + 27$ $x = 1$

f) $-5x = -9x + 25$ $x = \frac{25}{4}$

6. Para cada item, identifique, entre as equações do quadro, aquela que representa o problema. Depois, resolva a equação e escreva a resposta de cada problema.

$2x - 34 = 50$	$34 + \frac{x}{2} = 50$
$50 - 2x = 34$	$x + \frac{x}{2} + 34 = -50$

6. a) $50 - 2x = 34$; $x = 8$; R$ 8,00.

6. b) $34 + \frac{x}{2} = 50$; $x = 32$; 32 anos.

a) Em uma barraca na praia, João comprou dois sucos de mesmo preço, pagou com uma cédula de R$ 50,00 e recebeu R$ 34,00 de troco. Qual foi o preço de cada suco?

b) Sabrina tem 34 anos e é irmã de Rafael. Ao adicionar a idade de Sabrina à metade da idade de Rafael, obtêm-se 50 anos. Qual é a idade de Rafael?

7. Para fazer um canteiro em sua chácara, Helena quer cercar uma região retangular usando exatamente 100 m de tela. Esse canteiro deve ter 7 m de comprimento a mais que a largura, como representa a figura.

Quais dimensões deve ter esse canteiro?
Largura: 21,5 m; comprimento: 28,5 m.



ROBERTO ZOELLNER

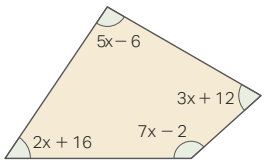
MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

8. $(2x + 16) + (7x - 2) + (3x + 12) + (5x - 6) = 360$;
$x = 20$, logo cada ângulo interno mede: 56°, 138°, 72° e 94°.

8. Escreva uma equação para representar a soma das medidas dos ângulos internos do quadrilátero representado a seguir. Depois, determine a medida de cada um desses ângulos internos.

DICA

Em qualquer quadrilátero, a soma das medidas dos ângulos internos é 360°.



CBOOK PRODUÇÕES

9. Acompanhe as etapas que Marcela seguiu para resolver a equação $\frac{2x}{3} - \frac{x}{4} = 10$.

1ª Como $\frac{2x}{3}$ e $\frac{x}{4}$ têm denominadores diferentes, ela calculou o mmc(3, 4) = 12.

2ª Depois, obteve frações equivalentes a $\frac{2x}{3}$ e $\frac{x}{4}$ com denominador 12.

$\frac{2x}{3} \xrightarrow{(\cdot 4)} \frac{8x}{12}$ $\quad$ $\frac{x}{4} \xrightarrow{(\cdot 3)} \frac{3x}{12}$

3ª Por fim, realizou os cálculos e determinou a raiz da equação.

$$\frac{2x}{3} - \frac{x}{4} = 10$$
$$\frac{8x}{12} - \frac{3x}{12} = 10$$
$$\frac{5x}{12} = 10$$
$$12 \cdot \frac{5x}{12} = 10 \cdot 12$$
$$5x = 120$$
$$\frac{5x}{5} = \frac{120}{5}$$
$$x = 24$$

Agora, resolva as equações.

a) $\frac{x}{2} + \frac{3x}{5} = 1$ $x = \frac{10}{11}$

b) $2\left(\frac{p}{4} - \frac{2p}{9}\right) = -\frac{1}{2}$ $p = -9$

c) $3y + \frac{4y}{7} - 2 = 48$ $y = 14$

d) $\frac{n}{3} - 8 = \frac{7n}{12} + 6$ $n = -56$

10. No caderno, escreva duas equações do 1º grau com uma incógnita diferentes das apresentadas nas atividades anteriores. Em seguida, junte-se a um colega, e troquem as equações para que cada um obtenha a raiz de cada equação que recebeu. Juntos, verifiquem se as respostas estão corretas. Respostas pessoais.

11. O percurso de uma competição esportiva será dividido em três etapas: $\frac{1}{50}$ de natação, $\frac{4}{5}$ de ciclismo e os 4,5 km restantes, de corrida. No total, quantos quilômetros tem o percurso dessa competição? 25 km

MARIDAV/SHUTTERSTOCK.COM



Atleta em um percurso de natação.

Atividade 8

Esta atividade trabalha a representação de uma situação por meio de uma equação do 1º grau com uma incógnita e sua resolução. O trabalho com a soma das medidas dos ângulos internos de um polígono convexo será retomado na Unidade **3** deste Volume.

Atividade 9

Esta atividade trabalha uma estratégia para a resolução de equações do 1º grau com uma incógnita. Destacar para os estudantes que a estratégia apresentada pode ser utilizada para resolver equações em que há frações com denominadores diferentes.

Atividade 10

Esta atividade trabalha a elaboração e a resolução de equações do 1º grau com uma incógnita. Acompanhar as estratégias dos estudantes para verificar se as respostas estão corretas. Eles podem, por exemplo, substituir a incógnita das equações pela raiz obtida e analisar se a igualdade é válida.

Atividade 11

Esta atividade trabalha a resolução de problema envolvendo uma situação que pode ser representada por uma equação do 1º grau com uma incógnita. Para resolver essa equação, os estudantes podem utilizar a estratégia apresentada na atividade **9**.

ATIVIDADES COMPLEMENTARES

1. Ênio trabalha realizando fretes. Para calcular o valor de um frete, ele estabelece uma taxa fixa de R$ 30,00 à qual adiciona R$ 8,00 por quilômetro percorrido. Determine quantos quilômetros Ênio percorreu em um frete pelo qual ele cobrou R$ 310,00. Resposta: 35 km.

2. Felipe quer comprar um brinquedo que custa R$ 26,00. Cláudia, mãe de Felipe, aproveitou a situação para trabalhar ideias da Educação Financeira com o filho: ela propôs ao menino que ele poupasse parte da mesada que ganha para fazer a compra. Felipe poupou $\frac{2}{5}$ da primeira mesada e $\frac{1}{4}$ da segunda, obtendo exatamente a quantia necessária para comprar o brinquedo. Sabendo que Felipe recebe todo mês a mesma quantia de mesada, resolva os itens a seguir.

a) Escreva uma equação do 1º grau com uma incógnita para representar a situação descrita, denominando de **x** o valor de cada mesada que Felipe recebe.
Resposta: $\frac{2}{5}x + \frac{1}{4}x = 26$

b) Quantos reais Felipe recebe de mesada?
Resposta: R$ 40,00.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Ao iniciar o trabalho com esta página, mostrar aos estudantes imagens de estruturas triangulares, como a do quadro de uma bicicleta, destacado a seguir.



SHPAK ANTON/SHUTTERSTOCK.COM

Perguntar aos estudantes em quais outras situações, do dia a dia ou das atividades profissionais deles, é possível identificar elementos com formato de triângulo. Eles podem citar, por exemplo, esquadros, telhados, molde de doces etc.

Ao apresentar a classificação dos triângulos quanto às medidas dos lados, é importante que os estudantes atentem que todo triângulo equilátero é também isósceles, mas nem todo triângulo isósceles é equilátero. Isso porque todo triângulo equilátero satisfaz a caracterização de triângulo isósceles, isto é, ao menos dois de seus lados têm medidas iguais, mas nem todo triângulo isósceles satisfaz a caracterização de triângulo equilátero, isto é, os três lados têm medidas iguais.

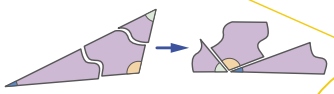
Na classificação dos triângulos em relação às medidas dos ângulos internos, lembrar que todo ângulo agudo possui medida menor que 90°, todo ângulo reto possui medida igual a 90° e todo ângulo obtuso possui medida maior que 90° e menor que 180°. Se considerar necessário, retomar a classificação de um ângulo de acordo com sua medida.

3. Triângulos

No dia a dia, podemos notar composições com formatos que lembram triângulos, em diversas situações, como em estruturas de telhados e pontes, rampas, placas de trânsito e em quadros de bicicletas.

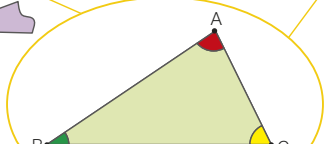
Agora, vamos relembrar algumas características dos triângulos.

Soma das medidas dos ângulos internos: 180º

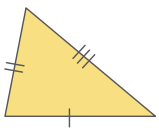


Elementos

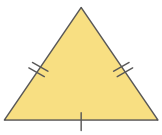
- 3 vértices: A, B e C.
- 3 lados: $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ e $\overline{BC}$.
- 3 ângulos internos: $B\hat{A}C$, $A\hat{B}C$, $A\hat{C}B$.



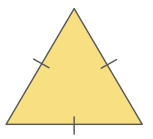
Classificação em relação às medidas dos lados



escaleno
Todos os lados têm medidas diferentes.

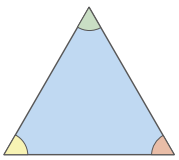


isósceles
Ao menos dois lados têm medidas iguais.

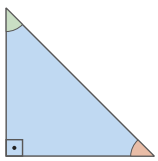


equilátero
Os três lados têm medidas iguais.

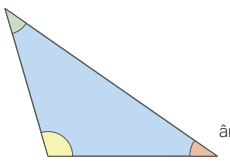
Classificação em relação às medidas dos ângulos internos



acutângulo
Todos os ângulos internos são agudos.



retângulo
Um dos ângulos internos é reto.



obtusângulo
Um dos ângulos internos é obtuso.

ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

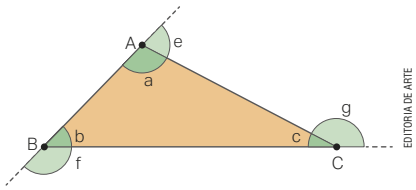
48

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

Relações envolvendo os ângulos internos e externos de um triângulo

No triângulo representado a seguir, **a**, **b** e **c** correspondem às medidas dos ângulos internos; **e**, **f** e **g** correspondem às medidas dos ângulos externos.



EDITORIA DE ARTE

Como a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é 180°, temos:

$$a + b + c = 180° \text{ (I)}$$

Além disso, como um ângulo interno e o ângulo externo adjacente de um triângulo são suplementares, temos, por exemplo:

$$a + e = 180° \text{ (II)}$$

Das igualdades **I** e **II**, segue que:

$$a + b + c = a + e$$
$$a - a + b + c = a - a + e$$
$$b + c = e$$

Assim, a medida do ângulo externo **e** é igual à soma das medidas dos ângulos internos **b** e **c**.

> Em um triângulo, a medida de um ângulo externo é igual à soma das medidas dos dois ângulos internos não adjacentes a ele.

Resposta nas **Orientações para o professor**.

PENSAR E PRATICAR

No caderno, mostre que $a + c = f$ e que $a + b = g$.

ATIVIDADES

NÃO ESCREVA NO LIVRO. Resoluções a partir da **p. 305**.

1. Em uma folha avulsa, desenhe um triângulo qualquer e nomeie seus vértices. Depois, troque-o com um colega. Com transferidor e régua, obtenha as medidas aproximadas de cada ângulo interno e lado do triângulo que você recebeu. Depois, responda às questões a seguir.

a) Qual é o maior ângulo interno e o maior lado? Qual é a posição relativa entre esses elementos: adjacentes ou opostos? Resposta pessoal. Opostos.

b) Qual é o menor ângulo interno e o menor lado? Qual é a posição relativa entre esses elementos: adjacentes ou opostos? Resposta pessoal. Opostos.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Propor aos estudantes que verifiquem a relação apresentada em destaque nesta página. Para isso, pedir que representem um triângulo qualquer no caderno, meçam e anotem a medida aproximada de cada ângulo interno e externo desse triângulo e realizem os cálculos necessários.

No boxe **Pensar e Praticar**, para mostrar que $a + c = f$, consideramos a soma das medidas dos ângulos internos do triângulo.

$$a + b + c = 180° \text{ (I)}$$

Como um ângulo interno e o ângulo externo adjacentes de um triângulo são suplementares, tem-se:

$$b + f = 180° \text{ (II)}$$

Das igualdades **I** e **II**, segue que:

$$\underbrace{a + b + c}_{180°} = \underbrace{b + f}_{180°}$$

$$a + b - b + c = b - b + f$$

$$a + c = f$$

De maneira análoga, mostramos que $a + b = g$.

Da soma das medidas dos ângulos internos do triângulo, tem-se:

$$a + b + c = 180° \text{ (I)}$$

Como um ângulo interno e o ângulo externo adjacentes de um triângulo são suplementares, tem-se:

$$c + g = 180° \text{ (II)}$$

Das igualdades **I** e **II**, segue que:

$$\underbrace{a + b + c}_{180°} = \underbrace{c + g}_{180°}$$

$$a + b + c - c = c - c + g$$
$$a + b = g$$

Atividades

Atividade 1

Esta atividade trabalha a compreensão de relações entre lados e ângulos internos em um triângulo. Ao final, conversar com os estudantes sobre as respostas que apresentaram nos itens **a** e **b**. Questioná-los para saber quais relações podem ser observadas entre os ângulos internos e os lados de maior e de menor medidas em um triângulo. É importante incentivá-los a utilizar argumentações com base nas observações que fizeram e nas comparações realizadas com os colegas. A intenção é que os estudantes, por meio de exploração, levantamento de hipóteses e inferências, compreendam propriedades do triângulo: ao maior lado do triângulo opõe-se o maior ângulo interno e vice-versa; o mesmo ocorre com o menor ângulo interno e o menor lado. Essas propriedades podem ser demonstradas, mas nesta coleção serão consideradas apenas as verdadeiras.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Atividades

Atividade 2

Esta atividade trabalha uma situação envolvendo a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo e a relação entre um ângulo interno e o ângulo externo adjacente a ele. Verificar se os estudantes perceberam que a medida do ângulo externo pode ser obtida a partir do ângulo interno adjacente a ele ou por meio da adição das medidas dos ângulos internos não adjacentes a ele.

Atividade 3

Esta atividade trabalha uma situação envolvendo o perímetro de um triângulo equilátero. Caso os estudantes tenham dificuldades, sugerir que escrevam uma equação do 1º grau com uma incógnita para representar o perímetro do triângulo; por exemplo: $3 \cdot (2x - 2) = 36$.

Atividade 4

Esta atividade trabalha a condição de existência de um triângulo.

Destacar para os estudantes que a construção de um triângulo é possível apenas quando a medida de qualquer um de seus lados é menor que a soma das medidas dos outros dois lados ou, de maneira mais particular, que a medida do maior lado seja menor que a soma das medidas dos outros dois lados.

Atividade 5

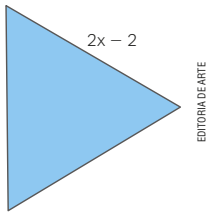
Esta atividade trabalha uma situação envolvendo a soma das medidas dos ângulos internos de triângulos. Verificar se os estudantes percebem que a soma dos ângulos internos com vértice em **B** é 180°.

Atividade 6

Esta atividade trabalha relações entre ângulos de um triângulo e resolução de equações do 1º grau com uma incógnita.

2. Sheila desenhou um triângulo e indicou a medida de dois ângulos internos: 35° e 100°. Qual é a medida do ângulo interno desse triângulo que Sheila não indicou? E a medida do ângulo externo adjacente a ele?
45°. 135°.

3. A figura a seguir representa um triângulo equilátero cujo perímetro é 36 m. Qual é o valor de **x**, em metro?
7 m



4. Você sabe qual é a condição de existência de um triângulo? Acompanhe a seguir.

> Em um triângulo, a medida de um dos lados é menor ou igual à soma das medidas dos outros dois lados.

Por exemplo, em um triângulo com lados de medidas **a**, **b** e **c**, devemos ter:

$a < b + c$ $\quad$ $b < a + c$ $\quad$ $c < a + b$

Com base nessas informações, verifique em quais itens as medidas indicadas podem ser usadas como lados na construção de um triângulo. **b** e **c**.

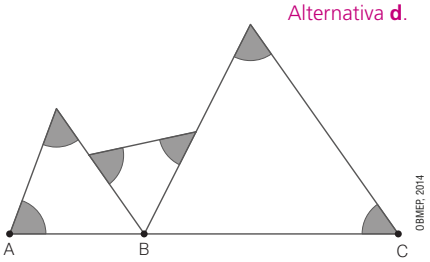
a) 5 cm, 20 cm e 8 cm.

b) 15 cm, 12 cm e 9 cm.

c) 30 cm, 45 cm e 60 cm.

d) 21 cm, 32 cm e 10 cm.

5. (Obmep) Na figura, os pontos **A**, **B** e **C** estão alinhados. Qual é a soma dos ângulos marcados em cinza?
Alternativa **d**.



a) 120°

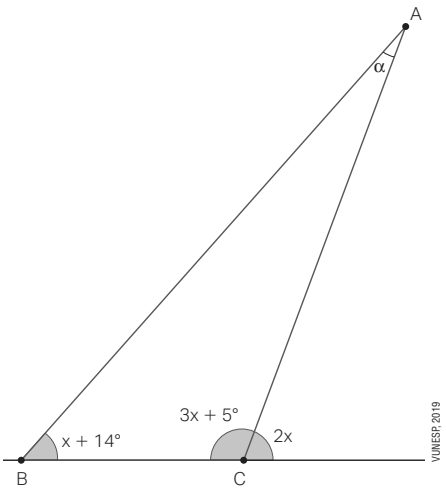
b) 180°

c) 270°

d) 360°

e) 540°

6. (Vunesp) Um ângulo externo de um triângulo ABC, em graus, mede 2x, conforme a figura. Alternativa **a**.



A medida do ângulo α é igual a

a) 21°

b) 22°

c) 23°

d) 24°

e) 25°

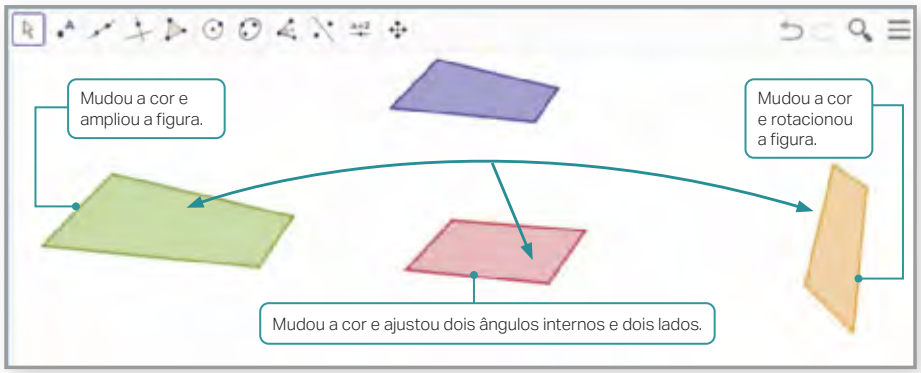
MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

Congruência de figuras

Em Matemática, dizemos que existe congruência entre duas figuras se elas são idênticas no formato e no tamanho. Dois segmentos de reta, por exemplo, são congruentes quando possuem medidas iguais. O mesmo ocorre com os ângulos.

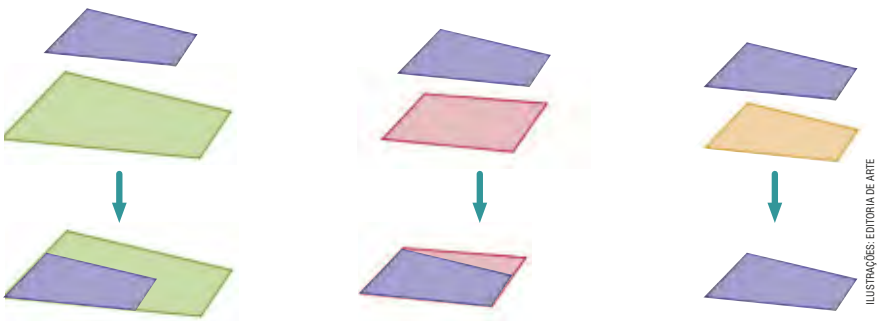
Agora, vamos estudar a congruência de polígonos. Observe a situação a seguir.

Giovana desenhou um quadrilátero roxo em um programa de computador. Depois, fez cópias dele e, em cada uma delas, realizou modificações, conforme indicado a seguir.



IMAGENS: REPRODUÇÃO/GEOGEBRA

Giovana imprimiu os desenhos, recortou-os e tentou ajustar cada um deles à figura do quadrilátero roxo, buscando que coincidissem. Observe.



ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

Note que apenas a figura que teve a cor modificada e que foi rotacionada se ajustou exatamente ao quadrilátero roxo. Isso ocorreu porque ela foi a única cópia em que foram mantidos o formato e o tamanho do quadrilátero roxo. Dizemos que essas duas figuras são **congruentes**.

Dois polígonos são **congruentes** quando seus lados e ângulos internos são, respectivamente, congruentes.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Conversar com os estudantes sobre o significado da palavra congruência. Se possível, propor a eles que o pesquisem em dicionários de língua portuguesa. Depois, estabelecer uma relação entre os significados obtidos no dicionário e o significado dessa palavra para a Matemática.

Observe a seguir algumas definições relacionadas à ideia de congruência de figuras.

[...]

Definição 1.1. Duas figuras geométricas planas são ditas *congruentes* se, por meio de movimentações livres pelo espaço, for possível mover uma delas, sem deformá-la, até fazê-la coincidir com a outra.

[...]

Surge, então, uma pergunta natural: Como fazer para movimentar figuras? Existem, basicamente, três maneiras de movimentar figuras sem deformá-las, a saber, elas podem ser transladadas, refletidas ou rotacionadas. Vale salientar que outros tipos de movimentos podem ser efetuados, mas [...] trata-se de composições desses três movimentos. [...]

Definição 1.2. Quando todos os pontos de uma figura geométrica sofrem um deslocamento de mesma distância, direção e sentido, então o movimento dado à figura é denominado *translação*.

[...]

Definição 1.3. Quando todos os pontos de uma figura geométrica são refletidos em relação a uma reta fixa, então o movimento dado à figura é denominado *reflexão* em relação à reta em questão.

[...]

Definição 1.4. Quando todos os pontos de uma figura rodam um mesmo ângulo em torno de um ponto fixo, preservando as distâncias em relação a este ponto, então o movimento dado à figura é denominado *rotação*. [...]

ASSUNÇÃO, Ricardo Gomes. **Um estudo das transformações geométricas no plano via congruência e semelhança de figuras planas**. Trabalho de Conclusão de Curso (Mestrado em Matemática) – Universidade Federal de Goiás, Catalão, 2015.

Na parte final da página **51**, como houve um foco na questão das cores das figuras de quadriláteros, reforçar com os estudantes que a congruência tem seu conceito baseado nos lados e nos ângulos internos dos polígonos, e não nas cores deles.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Verificar se os estudantes perceberam que, de acordo com a definição de polígonos congruentes, para que dois triângulos sejam congruentes é necessário que exista uma correspondência entre seus vértices, de modo que ângulos internos correspondentes sejam congruentes e lados correspondentes sejam congruentes. Para realizar essa verificação, é necessário conhecer doze medidas, sendo elas:

- três ângulos internos e três lados de um triângulo;
- três ângulos internos e três lados do outro triângulo.

Por meio das propriedades conhecidas como **casos de congruência de triângulos** ou **critérios de congruência de triângulos**, é possível concluir se dois triângulos são congruentes de modo mais prático: não é necessário verificar a congruência comparando as medidas de todos os pares de lados correspondentes e as medidas de todos os pares de ângulos internos correspondentes dos triângulos considerados (as doze medidas mencionadas anteriormente). Por exemplo, usando o critério **LAL** (lado, ângulo, lado), a comparação é feita considerando as medidas de dois dos lados correspondentes dos triângulos e as medidas do ângulo interno formado por esses lados.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

Congruência de triângulos

Para determinar se dois triângulos são congruentes, não é necessário verificar a congruência de todos os lados e de todos os ângulos internos correspondentes. Observe os casos de congruência de triângulos indicados a seguir.

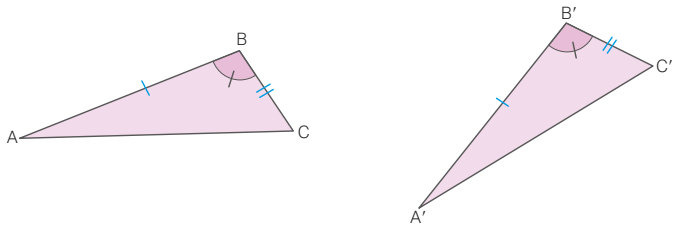
DICA

Nos pares de triângulos apresentados nestas páginas, os lados com a mesma marcação são congruentes. O mesmo ocorre com os ângulos.

LAL: Lado, ângulo, lado.

Dois triângulos são congruentes quando possuem dois lados e o ângulo interno formado por esses lados respectivamente congruentes.

Temos que $\triangle ABC \equiv \triangle A'B'C'$, pois $\overline{AB} \equiv \overline{A'B'}$, $A\hat{B}C \equiv A'\hat{B}'C'$ e $\overline{BC} \equiv \overline{B'C'}$.



ALA: Ângulo, lado, ângulo.

Dois triângulos são congruentes quando possuem um lado e dois ângulos adjacentes a esse lado respectivamente congruentes.

Temos que $\triangle ABC \equiv \triangle A'B'C'$, pois $A\hat{B}C \equiv A'\hat{B}'C'$, $\overline{BC} \equiv \overline{B'C'}$ e $A\hat{C}B \equiv A'\hat{C}'B'$.



LLL: Lado, lado, lado.

Dois triângulos são congruentes quando possuem os três lados respectivamente congruentes.

Temos que $\triangle ABC \equiv \triangle A'B'C'$, pois $\overline{AB} \equiv \overline{A'B'}$, $\overline{BC} \equiv \overline{B'C'}$ e $\overline{AC} \equiv \overline{A'C'}$.

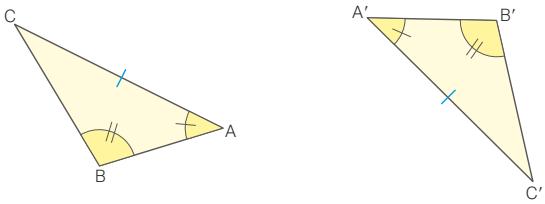


ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

LAA$_o$: Lado, ângulo, ângulo oposto.

Dois triângulos são congruentes quando possuem um lado, um ângulo adjacente e o ângulo oposto a esse lado respectivamente congruentes.

Temos que $\triangle ABC \equiv \triangle A'B'C'$, pois $\overline{AC} \equiv \overline{A'C'}$, $B\hat{A}C \equiv B'\hat{A}'C'$ e $A\hat{B}C \equiv A'\hat{B}'C'$.



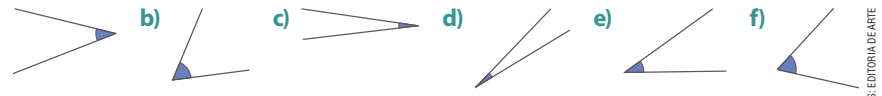
ATIVIDADES

NÃO ESCREVA NO LIVRO.

Resoluções a partir da **p. 305**.

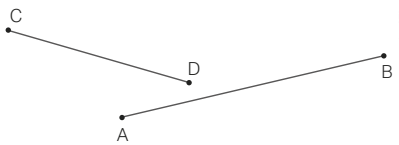
1. Com um transferidor, meça os ângulos representados a seguir e identifique aqueles que são congruentes. **a** e **e**; **b** e **f**; **c** e **d**.

a) **b)** **c)** **d)** **e)** **f)**



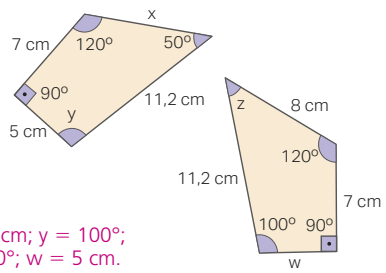
ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

2. Desenhe no caderno segmentos de reta congruentes aos segmentos de reta AB e CD, representados.



3. Em cada item, os polígonos representados são congruentes. Determine as medidas dos lados e ângulos indicadas com letras.

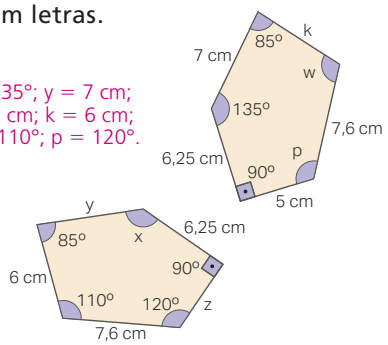
a)



$x = 8$ cm; $y = 100°$; $z = 50°$; $w = 5$ cm.

b)

$x = 135°$; $y = 7$ cm; $z = 5$ cm; $k = 6$ cm; $w = 110°$; $p = 120°$.

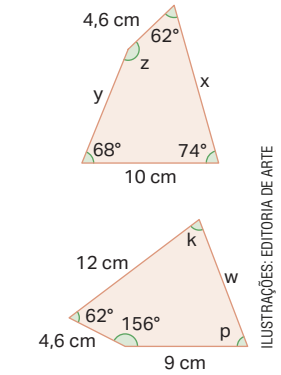


4. Explique como podemos verificar se dois quadrados são congruentes realizando apenas uma medição em cada um. Resposta esperada: Medindo um lado de cada um deles. Se essas medidas forem iguais, os quadrados são congruentes.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

2. Espera-se que os estudantes desenhem um segmento de reta de medida 5 cm (congruente a $\overline{AB}$) e um segmento de reta de medida 3,5 cm (congruente a $\overline{CD}$).

a seguir e pedir que determinem as medidas dos lados e ângulos representadas com letras.



ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

Resposta: $x = 12$ cm; $y = 9$ cm; $z = 156°$; $k = 74°$; $w = 10$ cm; $p = 68°$.

Atividade 4

Esta atividade trabalha a compreensão da característica que determina dois quadrados congruentes. Verificar se eles percebem que, como um quadrado possui todos os ângulos internos retos, logo, os ângulos correspondentes de dois quadrados sempre serão congruentes. E, como possuem os quatro lados de mesma medida, basta medir um lado de cada quadrado e verificar se possuem medidas iguais. Se necessário, retomar com eles o conceito de quadrado.

ATIVIDADE COMPLEMENTAR

Em um plano cartesiano, Nicole representou os triângulos ABC e EDC, cujas coordenadas dos vértices são: A(0, 0), B(0, 2), C(3, 2), D(6, 2) e E(6, 4). Os triângulos representados por ela são congruentes? Justifique.

Resposta esperada: Sim, pois como $\overline{AB} \equiv \overline{DE}$ (segmentos de reta que medem 2 unidades), $A\hat{B}C \equiv E\hat{B}C$ (ângulos retos) e $A\hat{C}B \equiv E\hat{C}D$ (ângulos opostos pelo vértice), pelo caso LAA$_o$, tem-se que os triângulos ABC e EDC são congruentes.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Atividades

Atividade 1

Esta atividade trabalha a identificação de ângulos congruentes com base em medições. Para a realização desta atividade, providenciar previamente transferidores.

Atividade 2

Esta atividade trabalha a construção de segmentos de reta congruentes com auxílio da régua. Para que os segmentos de reta desenhados pelos estudantes sejam congruentes a $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$, devem medir 5 cm e 3,5 cm, respectivamente. Ao final, propor aos estudantes que comparem os desenhos feitos com os de alguns colegas da turma. Espera-se que eles percebam que as medidas dos segmentos de reta são iguais, independentemente da posição que sua representação ocupa na folha de papel.

Atividade 3

Esta atividade trabalha a determinação de medidas de ângulos internos e de lados de polígonos congruentes. Para complementar, reproduzir na lousa os polígonos congruentes representados

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Atividades

Atividade 5

Esta atividade trabalha a identificação de casos de congruência de triângulos.

Atividade 6

Esta atividade trabalha a determinação de par de triângulos congruentes com base na indicação de congruência entre lados e entre ângulos internos. Pedir aos estudantes que justifiquem cada um dos itens.

Espera-se que eles percebam que o que garante a congruência no item **a** é o caso lado, lado, lado (LLL); já no item **d**, é o caso lado, ângulo, ângulo oposto (LAA_o). No item **c** não é possível garantir a congruência porque é possível obter triângulos com lados correspondentes com medidas diferentes e, mesmo assim, possuir medidas dos ângulos internos correspondentes iguais. No item **c**, não é possível garantir a congruência porque pode-se obter triângulos com as condições enunciadas que atendam o outro lado e os outros dois ângulos internos correspondentes não congruentes. Salientar que nos itens **b** e **c** não é dito que os triângulos não são congruentes, apenas que não é possível garantir a congruência com as informações fornecidas.

Atividade 7

Esta atividade trabalha a identificação de triângulos congruentes com base em medições com régua e transferidor. Se julgar conveniente, propor que os estudantes resolvam esta atividade em duplas.

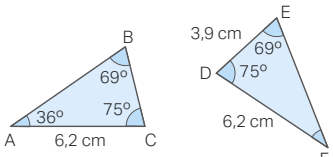
Atividade 8

Esta atividade trabalha uma situação cuja resolução usa características de triângulos congruentes. Propor aos estudantes os seguintes questionamentos para auxiliá-los na resolução do item **b**.

- Qual é a soma das medidas do ângulo destacado em vermelho e do ângulo interno correspondente ao vértice **B** do triângulo ABC? Resposta: 220° (pois 360° − 140° = 220°).
- O ângulo destacado em vermelho e o ângulo interno correspondente ao vértice **B** do triângulo ABC possuem a mesma medida? Justifique. Resposta esperada: Sim, porque os triângulos ABC e DBC são congruentes.

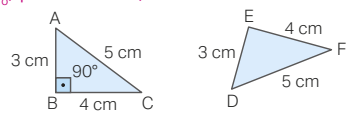
5. Em cada item, os pares de triângulos representados são congruentes. De acordo com as medidas destacadas, determine qual caso garante a congruência e justifique.

a)



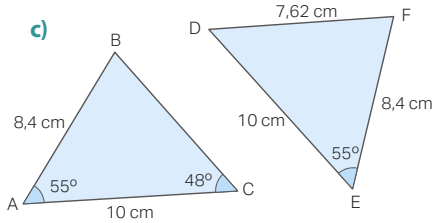
LAA_o, pois $\overline{AC} \equiv \overline{DF}$, $A\hat{C}B \equiv E\hat{D}F$ e $A\hat{B}C \equiv D\hat{E}F$.

b)



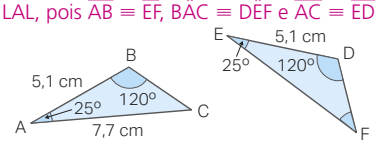
LLL, pois $\overline{AB} \equiv \overline{DE}$, $\overline{BC} \equiv \overline{EF}$ e $\overline{AC} \equiv \overline{DF}$.

c)



LAL, pois $\overline{AB} \equiv \overline{EF}$, $B\hat{A}C \equiv D\hat{E}F$ e $\overline{AC} \equiv \overline{ED}$.

d)



ALA, pois $B\hat{A}C \equiv D\hat{E}F$, $\overline{AB} \equiv \overline{DE}$ e $A\hat{B}C \equiv E\hat{D}F$.

6. Em cada item, estão indicadas relações entre lados e ângulos internos de dois triângulos. Em quais itens é possível afirmar que os triângulos são congruentes? **a** e **d**.

a) △ABC e △DEF
$\overline{AB} \equiv \overline{DE}$
$\overline{BC} \equiv \overline{EF}$
$\overline{AC} \equiv \overline{DF}$

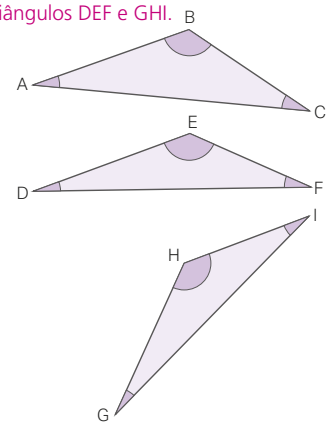
b) △ABC e △DEF
$A\hat{B}C \equiv D\hat{E}F$
$B\hat{C}A \equiv E\hat{F}D$
$C\hat{A}B \equiv F\hat{D}E$

c) △ABC e △DEF
$A\hat{B}C \equiv D\hat{E}F$
$\overline{AB} \equiv \overline{DE}$
$\overline{AC} \equiv \overline{DF}$

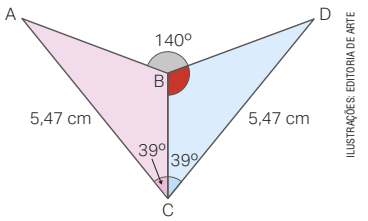
d) △ABC e △DEF
$A\hat{B}C \equiv D\hat{E}F$
$B\hat{C}A \equiv E\hat{F}D$
$\overline{AC} \equiv \overline{DF}$

7. Utilizando régua e transferidor, verifique quais dos triângulos apresentados a seguir são congruentes.

Triângulos DEF e GHI.



8. Observe a figura a seguir e resolva as questões.



ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

a) Os triângulos ABC e DBC são congruentes? Justifique.

b) Qual é a medida do ângulo em vermelho? 110°

8. a) Sim. Resposta esperada: Pelo caso de congruência LAL, pois $\overline{BC}$ é um lado comum, $A\hat{C}B \equiv D\hat{C}B$ e $\overline{AC} \equiv \overline{DC}$.

SAIBA MAIS

Sugerir aos estudantes que acessem este *site* para verificar como construir triângulos que se enquadram no caso do item **c** da atividade **6** e que não são triângulos congruentes.

- CÁSSIO, Jorge. Por que ALL (ou LLA) não é caso de congruência entre triângulos? **GeoGebra**. [*S. l.*], 2016. Disponível em: www.geogebra.org/m/tSNKZcPX. Acesso em: 22 abr. 2024.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

Reveja

NÃO ESCREVA NO LIVRO.

Resolva as atividades para retomar o que foi estudado nesta Unidade.

Resoluções a partir da **p. 305**.

1. Observe a expressão numérica a seguir.

$5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$

Essa expressão numérica tem o mesmo resultado que: Alternativa **c**.

a) $4 \cdot 5$ **b)** $5 \cdot 4$ **c)** 5^4 **d)** 4^5

2. Qual potência indicada a seguir **não** tem 64 como resultado? Alternativa **b**.

a) 2^6 **b)** 4^{-3} **c)** $\left(\frac{1}{2}\right)^{-6}$ **d)** $\left(\frac{1}{8}\right)^{-2}$

3. Observe a expressão a seguir.

$$\frac{75^5}{243 \cdot 5^3}$$

Ao simplificar essa expressão utilizando as propriedades de potências, podemos obter: Alternativa **d**.

a) $\frac{5^7}{3^4}$ **b)** 5^{29} **c)** $5^{\frac{10}{3}}$ **d)** 5^7

4. Certo tipo de bactéria que se reproduz por bipartição tem a população duplicada a cada 1h30min. Sabendo que no início do estudo havia apenas uma bactéria, qual será a população de bactérias passadas 48 horas do início desse estudo? Alternativa **a**.

a) 2^{32} indivíduos. **c)** 72 indivíduos.

b) 2^{48} indivíduos. **d)** 2^{72} indivíduos.

5. Amanda foi a um caixa eletrônico e sacou R$ 220,00 em dinheiro. Nesse caixa eletrônico, estavam disponíveis para saque apenas cédulas de R$ 20,00 e de R$ 50,00. Considerando que, nesse saque, Amanda recebeu apenas uma cédula de R$ 50,00 e indicando por **x** a quantidade de cédulas de R$ 20,00 que ela recebeu, em qual alternativa a seguir a equação representa essa situação? Alternativa **a**.

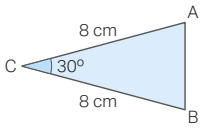
a) $20x + 50 = 220$

b) $50x + 20 = 220$

c) $20x = 220 + 50$

d) $70x = 220$

6. Observe o triângulo representado a seguir. Alternativa **c**.



Esse triângulo pode ser classificado em:

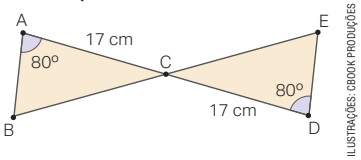
a) triângulo isósceles e retângulo.

b) triângulo equilátero e acutângulo.

c) triângulo isósceles e acutângulo.

d) triângulo escaleno e obtusângulo.

7. Na figura a seguir, o ponto **C** está sobre os segmentos de reta AD e BE. Em relação aos triângulos ABC e DEC, representados na figura, podemos afirmar que eles: Alternativa **b**.



ILUSTRAÇÕES: CBOOK PRODUÇÕES

a) não são congruentes.

b) são congruentes pelo caso ALA.

c) são congruentes pelo caso LLL.

d) são congruentes pelo caso LAL.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

RevEJA

Atividade 1

O objetivo desta atividade é verificar se os estudantes expressam uma multiplicação de fatores iguais por meio de uma potência. Ao assinalar uma alternativa incorreta, o estudante pode demonstrar não ter compreendido o conceito de potência ou não associar uma multiplicação de fatores iguais a uma potência.

Atividade 2

O objetivo desta atividade é verificar se os estudantes realizam cálculos envolvendo potências com expoente inteiro. Ao assinalar uma alternativa incorreta, o estudante pode demonstrar não ter compreendido como calcular corretamente potência com expoente natural ou com expoente inteiro negativo.

Atividade 3

O objetivo desta atividade é verificar se os estudantes realizam cálculos envolvendo potências com expoente inteiro. Ao assinalar uma alternativa incorreta, o estudante pode demonstrar não ter compreendido como realizar cálculos envolvendo potência com expoente inteiro ou não aplicar de maneira adequada as propriedades de potências.

Atividade 4

O objetivo desta atividade é verificar se os estudantes resolvem problemas envolvendo potências com expoente inteiro. Ao assinalar uma alternativa incorreta, o estudante pode demonstrar não ter compreendido como relacionar termos de uma sequência numérica a potências de mesma base, ou ainda não estabelecer de maneira adequada relações entre unidades de medida de tempo (hora e minuto).

Atividade 5

O objetivo desta atividade é verificar se os estudantes identificam uma equação do 1º grau com uma incógnita que representa determinada situação. Ao assinalar uma alternativa incorreta, o estudante pode demonstrar não ter compreendido como fazer essa representação.

Atividade 6

O objetivo desta atividade é verificar a compreensão dos estudantes sobre a classificação de um triângulo em relação às medidas dos lados e em relação às medidas dos ângulos internos. Ao assinalar uma alternativa incorreta, o estudante pode demonstrar que não classifica corretamente um triângulo de acordo com as medidas de seus lados e/ou de seus ângulos internos ou não relaciona medidas de lados e ângulos internos opostos de um triângulo.

Atividade 7

O objetivo desta atividade é verificar a compreensão dos estudantes quanto aos casos de congruência de triângulos.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

INTRODUÇÃO

Nesta Unidade, serão abordados os campos Números, Geometria e Grandezas e medidas. Os estudantes vão trabalhar com porcentagens e acréscimos e descontos sucessivos em contextos de educação financeira, além dos conceitos de polígono, perímetro e área de quadriláteros e de triângulos. Esses conteúdos podem ser explorados de maneira articulada, como na análise da opção mais vantajosa na compra de tecido considerando o valor por metro quadrado.

OBJETIVOS PEDAGÓGICOS DA UNIDADE

- Resolver e elaborar problemas envolvendo o cálculo de porcentagem.
- Conhecer alguns termos matemáticos relacionados a investimentos e aplicações financeiras.
- Compreender e analisar cálculos de porcentuais sucessivos.
- Retomar o conceito, os elementos e as diferentes maneiras de classificação de polígonos.
- Representar polígonos regulares utilizando instrumentos de desenho.
- Calcular o perímetro e a área de quadriláteros e triângulos, deduzindo e utilizando expressões de cálculo.
- Resolver e elaborar problemas envolvendo medidas de perímetro e área de quadriláteros e triângulos.

JUSTIFICATIVAS DOS OBJETIVOS

O trabalho com cálculo de porcentagem e porcentuais sucessivos, abordando contextos da educação financeira, permite aos estudantes utilizar ideias da educação para o consumo e da educação fiscal para analisar e entender situações envolvendo cálculos de formas de pagamento à vista e a prazo, porcentagem e juro, com base em argumentos válidos, além de refletir a própria atitude como consumidor e as escolhas alinhadas à preocupação e responsabilidade diante de problemas socioambientais.

Ao propor o estudo do conceito, dos elementos e das características de polígonos, busca-se promover a ampliação do conhecimento geométrico dos estudantes, possibilitando a eles resolver e elaborar problemas em diferentes situações cotidianas de caráter prático, como na determinação de perímetros e área de superfícies, tais quais os terrenos. As propostas envolvendo construções geométricas com instrumentos de desenho, contribuem para a prática do manuseio desses instrumentos e de instrumentos de medição, e para o reconhecimento de características e padrões próprios das figuras estudadas.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Perguntar aos estudantes se eles sabem o que é o Censo. Explicar que é uma pesquisa censitária realizada pelo IBGE geralmente a cada dez anos. Comentar que essa pesquisa não foi realizada em

ETAPA 7

UNIDADE 3

Porcentagem, geometria e medidas



XM4THX/SHUTTERSTOCK.COM

Em contato direto com a população, os recenseadores coletam os dados para posterior análise e publicação dos resultados do Censo do IBGE.

- Porcentagem
- Acréscimos e descontos sucessivos
- Polígonos
- Perímetro e área de polígonos

NÃO ESCREVA NO LIVRO.

De acordo com o resultado do Censo 2022, realizado pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), em 1º de agosto de 2022 a população residente no Brasil era de 203 062 512 habitantes. Em relação à população brasileira em 2010, que era de 190 755 799 habitantes, foi observado um aumento de aproximadamente 6,5%.

Fonte dos dados: CABRAL, Umberlândia. De 2010 a 2022, população brasileira cresce 6,5% e chega a 203,1 milhões. **Agência IBGE Notícias**, Rio de Janeiro, 27 out. 2023. Disponível em: https://agenciadenoticias.ibge.gov.br/agencia-noticias/2012-agencia-de-noticias/noticias/37237-de-2010-a-2022-populacao-brasileira-cresce-6-5-e-chega-a-203-1-milhoes. Acesso em: 19 abr. 2024.

a) No último Censo do IBGE realizado, você foi entrevistado por algum recenseador ou presenciou alguma dessas entrevistas? Resposta pessoal.

b) Qual é a importância da realização do censo para a atualização de dados sobre a população de um país?

c) De acordo com o texto anterior, qual foi o aumento porcentual aproximado da população brasileira de 2010 para 2022? Em números absolutos, de quanto foi esse aumento?

b) Resposta esperada: Para que o Poder Público possa ter subsídios para aplicação dos recursos públicos e melhorar a qualidade de vida da população.

c) Aproximadamente 6,5%; 12 306 713 habitantes.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

1. Porcentagem

Leia o trecho de uma notícia publicada no *site* do Ministério da Saúde do Brasil.

O Brasil atingiu mais uma importante marca na campanha de vacinação contra a Covid-19: **80%** dos brasileiros acima de 18 anos estão vacinados com a primeira dose. São mais de 128 milhões de brasileiros que já começaram o esquema vacinal e quase 60 milhões já completaram a imunização. [...]



DRS PRODUCOES/E+/GETTY IMAGES

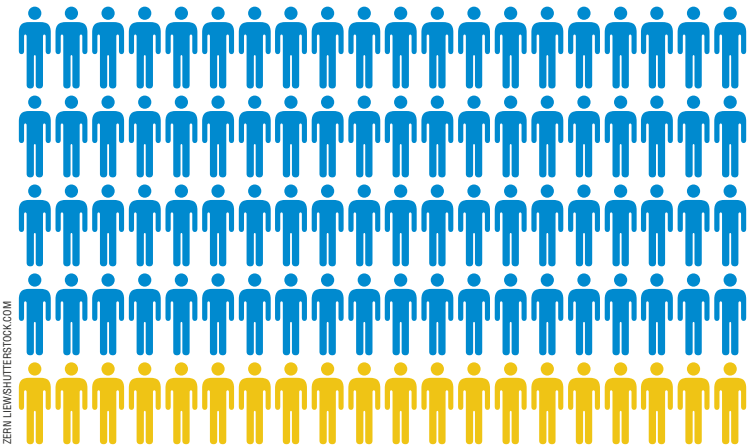
Mulher recebendo vacina da covid-19.

LARA, Mahila. **Brasil atinge 80% da população acima de 18 anos com a primeira dose da vacina Covid-19**. Brasília, DF: Ministério da Saúde, 1 nov. 2022. Grifo nosso. Disponível em: https://www.gov.br/saude/pt-br/assuntos/noticias/2021/agosto/brasil-atinge-80-da-populacao-acima-de-18-anos-com-a-primeira-dose-da-vacina-covid-19. Acesso em: 17 abr. 2024.

Nessa informação, o porcentual em destaque pode ser compreendido com base na ideia de razão, ou seja, **80 em cada 100** brasileiros acima de 18 anos haviam recebido a primeira dose da vacina contra covid-19 naquela data. Essa razão pode ser indicada de diferentes maneiras. Observe.

$$80\% = \frac{80}{100} = 0{,}8$$

Podemos utilizar o esquema a seguir para ilustrar essa situação: o conjunto de todas as figuras representa o total da população naquela data. Aquelas em azul correspondem a 80% da população.



ZERN LIEW/SHUTTERSTOCK.COM

2020 nem em 2021, principalmente devido à pandemia da covid-19.

No item **a**, proporcionar um tempo para que eles relatem as experiências que tiveram.

No item **b**, destacar a relevância desse tipo de pesquisa que possibilita atender a diversas áreas e interesses públicos, fornecendo informações a respeito do território brasileiro e da população, além de auxiliar em planejamentos estratégicos dos governos federal, estadual e municipal.

Para complementar o item **c**, propor que pesquisem a variação da população do município em que moram entre 2010 e 2022, de acordo com o Censo.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

A temática abordada nesta página explora dados sobre a campanha de vacinação contra a covid-19. Enfatizar que, quando uma doença infecciosa ameaça muitas pessoas ao redor do mundo, simultaneamente, ela pode ser classificada como pandemia. Aproveitar o momento para promover uma conversa sobre o tema **Saúde e bem-estar** e enfatizar a importância de manter o cartão de vacinas atualizado.

Explicar que a humanidade já enfrentou algumas pandemias ao longo do tempo. Por exemplo, entre 1918 e 1920, estima-se que 50 milhões de pessoas tenham morrido na pandemia de gripe espanhola. Em 11 de março de 2020, a doença covid-19, causada pelo coronavírus humano Sars-CoV-2, foi declarada pela Organização Mundial da Saúde como uma pandemia. Os primeiros casos e mortes em decorrência da covid-19 foram registrados na China, mas a doença espalhou-se rapidamente para países de todos os continentes. A intensidade com a qual a pandemia se manifestou em cada país variou de acordo com diversos fatores, como características socioeconômicas, culturais e em relação às ações promovidas pelas autoridades locais.

Comentar que, no início dessa pandemia, o vírus era desconhecido e não havia vacina contra ele. Mas, atualmente, já foram desenvolvidos vários estudos sobre o vírus e são disponibilizadas diferentes vacinas para impedir sua disseminação. Destacar que as vacinas são seguras e abordar a importância da vacinação massiva da população em casos como esse.

SAIBA MAIS

Acessar este *site* para mais informações sobre a importância da vacinação e sobre o Programa Nacional de Imunizações.

- BRASIL. Ministério da Saúde. **Programa Nacional de Imunizações**: vacinação. Brasília, DF: MS, [202-]. Disponível em: www.gov.br/saude/pt-br/acesso-a-informacao/acoes-e-programas/programa-nacional-de-imunizacoes-vacinacao. Acesso em: 24 abr. 2024.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Aproveitar o tema da situação apresentada para promover uma roda de conversa sobre educação para o trânsito. Questionar os estudantes sobre a importância de não exceder o limite de velocidade permitido em uma via e sobre as consequências que o excesso de velocidade pode acarretar. É importante que eles tenham consciência da gravidade de exceder o limite de velocidade e que, além da infração de trânsito, outras consequências mais graves podem ser ocasionadas, como ferir ou até levar a óbito uma pessoa.

Para resolver a situação apresentada no item **b**, explicar que é possível determinar o porcentual da velocidade excedida de outra maneira: considerar a velocidade máxima permitida de 60 km/h correspondendo a 100% e, depois, estabelecer a seguinte relação:

Velocidade (km/h)	Porcentagem (%)
60	100
84	**x**

$$\frac{60}{84} = \frac{100}{x}$$

$60 \cdot x = 84 \cdot 100$

$x = 140$

Logo, subtraindo 100% de 140%, obtêm-se 40%.

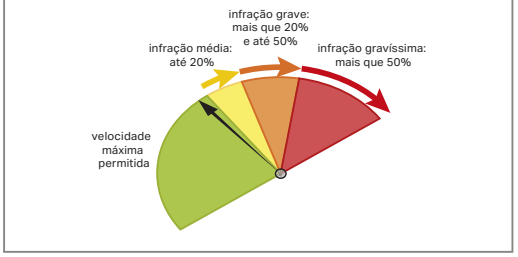
OBJETO EDUCACIONAL DIGITAL

O infográfico **Segurança no trânsito** apresenta informações sobre os acidentes de trânsito no Brasil e no mundo, destacando a necessidade das leis para garantir a segurança de condutores e pedestres.

Acompanhe a situação a seguir e verifique como podemos realizar cálculos envolvendo porcentagem.

Um dos principais fatores que causam acidentes de trânsito é o excesso de velocidade. Exceder a velocidade máxima permitida em uma via pode aumentar o risco de acidentes e caracteriza uma infração de trânsito.

Gravidade das infrações de acordo com o porcentual excedido da velocidade máxima permitida



Fonte dos dados: BRASIL. **Lei nº 9.503, de 23 de setembro de 1997**. Institui o Código de Trânsito Brasileiro. Brasília, DF: Presidência da República, [2024]. Disponível em: www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/l9503compilado.htm. Acesso em: 19 abr. 2024.

Considere uma avenida em que a velocidade máxima permitida é de 60 km/h e analise as duas situações.

a) De acordo com o esquema anterior, se um motorista exceder essa velocidade em até 20%, cometerá uma infração de natureza média. Mas quanto é 20% de 60 km/h? Para determinar esse valor, calculamos:

$$20\% \cdot 60 = 0{,}2 \cdot 60 = 12$$

Assim, um motorista cometerá infração de natureza média se exceder a velocidade máxima permitida em até 12 km/h, ou seja, se trafegar com velocidade entre 60 km/h e 72 km/h.

b) Imagine agora que um veículo trafegou a 84 km/h. Qual é a gravidade da infração cometida pelo motorista desse veículo?

Observe que precisamos calcular o porcentual correspondente à velocidade excedida, em relação à velocidade máxima permitida na avenida.

Primeiro, determinamos em quantos quilômetros por hora esse veículo excedeu a velocidade máxima permitida.

$84 - 60 = 24$. Ou seja, 24 km/h.

Em seguida, podemos calcular o porcentual da velocidade excedida, em relação à velocidade máxima permitida, por meio da seguinte razão:

$$\frac{24}{60} = 24 : 60 = 0{,}40 = \frac{40}{100} = 40\%$$

Assim, como o veículo excedeu a velocidade máxima permitida em 40%, o motorista cometeu uma infração grave.

PENSAR E PRATICAR

Pesquise a velocidade máxima permitida na via onde fica a escola em que você estuda. Em seguida, determine as faixas de velocidade que compreendem cada natureza de infração, de acordo com o esquema desta página.

A resposta depende da velocidade pesquisada.

SAIBA MAIS

Sugerir aos estudantes que acessem este *site* para obter dicas de boas práticas no trânsito.

- BRASIL. Ministério dos Transportes. **Confira dez dicas de boas práticas no trânsito**. Brasília, DF: MT, 31 out. 2022. Disponível em: www.gov.br/transportes/pt-br/assuntos/noticias/2021/5/confira-dez-dicas-de-boas-praticas-no-transito. Acesso em: 24 abr. 2024.

ATIVIDADE COMPLEMENTAR

Em uma enquete realizada com alguns estudantes para verificar o que eles gostavam de fazer no tempo livre, constatou-se que 48 estudantes responderam que gostavam de praticar esportes, o que corresponde a 30% do total de estudantes entrevistados. Sabendo que eles podiam citar apenas uma opção e que 56 estudantes responderam que gostavam de ler, qual é o porcentual que eles representam do total de estudantes? Resposta: 35% dos estudantes.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

Resoluções a partir da **p. 305**.

ATIVIDADES

NÃO ESCREVA NO LIVRO.

1. Calcule:

a) 12% de R$ 30,00. R$ 3,60

b) 48,5% de R$ 250,00. R$ 121,25

c) 60% de R$ 490,00. R$ 294,00

d) 27,8% de R$ 145,00. R$ 40,31

2. Uma loja, buscando incentivar a reciclagem de pneus usados, elaborou a promoção indicada no cartaz.

BENTINHO



Moisés quer comprar quatro pneus nessa loja, cujo preço unitário é de R$ 279,00.

Entregando os quatro pneus usados na loja, quanto Moisés vai gastar nessa compra se realizar o pagamento à vista? E se realizar o pagamento a prazo? R$ 948,60. R$ 1.004,40.

3. Observe o porcentual de cacau em relação à massa de cada produto, indicado na embalagem. Depois, calcule mentalmente quantos gramas de cacau há em cada tabelete.

I. 

6 g

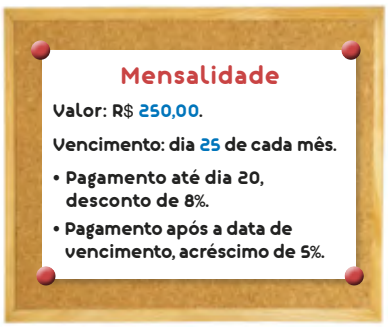
II. 

ARTUR FUJITA
11 g

4. Bateria: 24%; flauta transversal: 14,4%; teclado: 36%; violão: 25,6%.

4. A escola de música que Rosana frequenta está organizando um evento para que cada estudante se apresente tocando um único instrumento de sua preferência. Para esse evento, 30 estudantes escolheram tocar bateria, 18 estudantes escolheram flauta transversal, 45 estudantes escolheram teclado e 32 estudantes escolheram violão. Com o auxílio de uma calculadora, determine o porcentual dos estudantes que escolheram cada instrumento.

5. Observe o cartaz exposto na secretaria de um clube e responda.



EDITORIA DE ARTE

a) Marcela é sócia desse clube. Qual é o valor da mensalidade caso ela faça o pagamento no dia:

- 16? R$ 230,00
- 24? R$ 250,00
- 20? R$ 230,00
- 28? R$ 262,50

b) Qual é a diferença no valor da mensalidade se o pagamento for feito até o dia 20 e depois da data de vencimento? R$ 32,50

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Atividades

Atividade 1

Esta atividade trabalha o cálculo do porcentual de uma quantia, em real. Para calcular as porcentagens indicadas nos itens **b** e **d**, os estudantes podem representar as porcentagens por meio de uma fração ou de um número decimal.

Atividade 2

Esta atividade trabalha o cálculo do porcentual de uma quantia em um contexto de educação financeira. Verificar quais estratégias os estudantes utilizaram para resolver esta atividade. Uma estratégia é calcular a soma dos preços de quatro pneus e subtrair desse resultado o valor do desconto correspondente aos 15% para pagamento à vista ou 10% para pagamento a prazo; ou, ainda, calcular 85% para pagamento à vista ou 90% para pagamento a prazo em relação ao preço total dos quatro pneus. Para complementar, solicitar que calculem quanto Moisés economizaria se pagasse à vista pelos quatro pneus, em vez de comprar a prazo (1 004,40 − 948,60 = = 55,80; R$ 55,80).

Atividade 3

Esta atividade trabalha o cálculo de porcentagem com o uso de estratégias de cálculo mental. Para auxiliar os estudantes, sugerir que determinem inicialmente a quantos gramas correspondem 10% da massa do tablete de chocolate, visto que as porcentagens de cacau indicadas nas embalagens são valores múltiplos de 10% ou de 5%, isto é, metade de 10%.

Atividade 4

Esta atividade trabalha a determinação de porcentagens em uma situação contextualizada com o uso da calculadora. Para a resolução, é importante que os estudantes determinem primeiramente a quantidade total de estudantes da escola de música (125 estudantes).

Atividade 5

Esta atividade trabalha o cálculo do porcentual de uma quantia em um contexto da educação financeira. Destacar para os estudantes que o dia 20 está incluso no período em que ocorre o desconto. Dizer também que, de acordo com as condições apresentadas no cartaz, o valor da mensalidade é mantido em R$ 250,00 para os pagamentos que forem realizados do dia 21 ao dia 25 do mês correspondente.

ATIVIDADE COMPLEMENTAR

Isabel sabe que 5,6 g de proteína correspondem a 10% da sua necessidade diária desse nutriente. Se ela ingerir 14 g de proteína em uma refeição, que porcentagem da sua necessidade diária ela estará ingerindo? Resposta: 25%.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Atividades

Atividade 6

Esta atividade trabalha o cálculo de porcentagem em uma situação contextualizada. Antes de os estudantes resolverem esta atividade, incentivá-los a realizar uma estimativa do valor do aumento da passagem, em real. Por exemplo, mentalmente eles podem determinar 10% de R$ 7,25, que corresponde a aproximadamente R$ 0,72, que é um valor pouco menor que aquele determinado pelo aumento de 12%.

Atividade 7

Esta atividade trabalha o cálculo de porcentagem em uma situação contextualizada. Conversar com os estudantes sobre os produtos e serviços que são adquiridos qual parte do valor pago corresponde aos diversos tributos. Perguntar se eles já observaram que o cupom fiscal emitido em uma compra no supermercado também contém o valor de tributação cobrado, em real, sobre a compra realizada.

Após as resoluções dos itens **b** e **c**, explicar que o maior porcentual de tributação não implica necessariamente no maior valor cobrado.

Atividade 8

Esta atividade trabalha a elaboração de problema envolvendo o cálculo de porcentagem. É possível que os estudantes proponham problemas com diferentes estruturas; nesse caso, possibilitar que compartilhem entre si essas produções.

Atividade 9

Esta atividade trabalha o cálculo de porcentagem com o uso da calculadora. Destacar que, no exemplo apresentado, o resultado obtido corresponde ao valor final da compra (com o desconto).

Perguntar aos estudantes se algum deles costuma realizar cálculos envolvendo descontos e, nesse caso, pedir que expliquem a estratégia que utilizam.

Atividade 10

Esta atividade trabalha a resolução e a elaboração de questões pelos estudantes envolvendo o cálculo do porcentual de uma quantia ou da taxa porcentual em um contexto da educação financeira. No item **a**, solicitar que discutam em qual das compras realizadas o porcentual de desconto em relação ao total da compra foi maior. Para isso, eles podem calcular o porcentual aproximado de desconto recebido sobre o valor total de cada compra (17% e 23% nas compras realizadas por Natália e Paulo, respectivamente).

Exemplo de questão que pode ser elaborada no item **b**:

- Qual foi a economia de Natália na compra que realizou? Resposta: R$ 29,95.

---

6. Samuel paga R$ 7,25 por uma passagem do ônibus que usa para ir ao trabalho. Ele ficou sabendo que o preço da passagem terá um aumento de 12%. Quanto Samuel passará a pagar pela passagem após esse aumento? R$ 8,12

7. Denílson pesquisou o preço de alguns produtos e consultou em um *site* o porcentual de Imposto sobre Produtos Industrializados (IPI) incidente nesses preços. Observe.



ARTUR FUJITA

Fonte dos dados: BRASIL. Receita Federal. **Tabela de incidência do imposto sobre produtos industrializados (Tipi)**. Brasília, DF: Receita Federal, 2024. Localizável em: p. 211, 402, 457 do pdf. Disponível em: https://www.gov.br/receitafederal/pt-br/acesso-a-informacao/legislacao/documentos-e-arquivos/tipi.pdf. Acesso em: 19 abr. 2024.

a) Calcule o valor pago de IPI em cada produto.

b) Em qual desses produtos incide o maior porcentual de IPI? *Videogame*.

c) Qual desses produtos possui, em *Videogame* real, o maior valor em IPI cobrado?

8. Observe em um cupom fiscal de compra o valor aproximado dos tributos cobrados. Com base nisso, elabore um problema envolvendo porcentagem e troque-o com um colega para que um resolva o elaborado pelo outro. Depois, confiram juntos as resoluções. Resposta pessoal.

9. Júlio realizou uma compra de R$ 150,00. Caso ele pague à vista, receberá um desconto de 4%. Com uma calculadora, ele digitou as seguintes teclas para saber quanto pagaria à vista.



Agora, com uma calculadora, determine quanto Júlio pagaria se recebesse, na mesma compra, os seguintes descontos.

a) 6% R$ 141,00

b) 5% R$ 142,50

c) 14% R$ 129,00

d) 3,5% R$ 144,75

10. Observe duas opções que certa loja está oferecendo aos clientes em uma liquidação.

Opção I: Na compra de duas peças, desconto de 50% no preço da peça de menor valor.

Opção II: Na compra de três peças, a de menor valor é grátis.

a) Natália e Paulo foram a essa loja. Observe as peças de roupa que eles compraram e calcule quanto cada um gastou.
Natália: R$ 149,85; Paulo: R$ 163,90.



DAYANE RAVEN

b) Com base nessas informações, elabore duas questões e troque-as com um colega para que um resolva as elaboradas pelo outro. Confiram juntos as resoluções. Resposta pessoal.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

Acréscimos e descontos sucessivos

Quando uma pessoa pode poupar uma parte de seu salário, ela tem a oportunidade de realizar os chamados **investimentos** ou **aplicações financeiras**. O investimento mais conhecido é a poupança, mas existem muitos outros tipos.

No estudo dos investimentos, costumam ser utilizados termos próprios, como veremos a seguir.


LOVART/SHUTTERSTOCK.COM

Capital: quantia investida.


NIKOLAI V TITOV/SHUTTERSTOCK.COM

Juro: rendimento obtido no investimento.


LINE ICONS/ SHUTTERSTOCK.COM

Taxa de juros: porcentual recebido de rendimento em certo período de tempo.


T-KOT/SHUTTERSTOCK.COM

Tempo: período em que o capital fica investido.

SAIBA MAIS

- BANCO CENTRAL DO BRASIL. **O hábito de poupar**. Brasília, DF: Departamento de Educação Financeira, [entre 2000 e 2020]. (Série II – Finanças pessoais). Disponível em: https://www.bcb.gov.br/pre/pef/port/folder_serie_II_habito_poupar.pdf. Acesso em: 19 abr. 2024.

  Acesse esse *site* para obter mais informações sobre o hábito de poupar.

A quantia correspondente à soma do capital e do juro recebido no investimento é chamada de **montante**.

Acompanhe a situação a seguir.

Joana, no final do ano, reservou parte do que recebeu de 13º salário para realizar uma aplicação financeira. Observe a conversa dela com a gerente do banco.

O investimento ao qual a gerente do banco se refere tem uma **taxa de juros** anual de 8%.



ZIVICA KERKEZ/SHUTTERSTOCK.COM

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Aproveitar o tema abordado na situação apresentada para explorar o conhecimento prévio dos estudantes sobre o 13º salário. Perguntar se eles sabem o que é o 13º, quem tem direito a recebê-lo, se eles recebem esse valor e com que finalidade costumam utilizá-lo. Proporcionar um tempo para que relatem e compartilhem suas experiências relacionadas ao **Mundo do trabalho**.

Ler para eles o texto a seguir.

Instituído em 1962, o 13º salário representa para o empregado brasileiro um alívio no orçamento doméstico e, por isso, é o mais aguardado dos salários. Devido a empregados com carteira assinada, aposentados, pensionistas e servidores, o benefício, também conhecido como gratificação natalina, deve ser pago pelo empregador em duas parcelas: a primeira entre 1º de fevereiro e 30 de novembro; e a segunda até 20 de dezembro.

BRASIL. Tribunal Superior do Trabalho. **13º salário**: tudo que você precisa saber. Brasília, DF: TST, [201-]. Disponível em: https://tst.jus.br/13-salario. Acesso em: 24 abr. 2024.

Explicar aos estudantes que o 13º salário é um direito constitucional do trabalhador brasileiro. A cada ano, o trabalhador deve receber uma gratificação salarial correspondente a $\frac{1}{12}$ da remuneração por mês trabalhado no ano, ou seja, ele deve receber um salário extra ou um valor proporcional aos meses que formam o intervalo de tempo trabalhado no referido ano. Recomenda-se que essa quantia extra recebida seja utilizada para pagar as possíveis dívidas ou parte delas. Caso sobre algum dinheiro após pagar essas dívidas ou se o trabalhador estiver com todos os pagamentos de contas em dia, é importante se programar para os gastos de fim de ano e do início do ano seguinte, períodos em que as famílias costumam ter despesas extras, como o pagamento de impostos, compra de material escolar etc. Ou, ainda, pode-se poupar ou realizar algum outro investimento com o 13º salário.

SAIBA MAIS

Sugerir aos estudantes que acessem este *site* para obter dicas de utilização do 13º salário.

- QUE TAL usar o 13º salário para dar um *up* em sua saúde financeira? São Paulo: Meu bolso em dia: Febraban Educação, 7 nov. 2023. Disponível em: https://meubolsoemdia.com.br/Materias/dicas-como-usar-13-salario-render-mais. Acesso em: 24 abr. 2024.

OBJETO EDUCACIONAL DIGITAL

O *podcast* **Matemática financeira** apresenta informações sobre a inadimplência no Brasil, destacando a importância do conhecimento sobre juro em situações de compra. Também destaca a importância de calcular o juro dos produtos adquiridos para conhecer o custo total e evitar endividamento.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

No primeiro boxe **Pensar e praticar** da página **62**, verificar as estratégias utilizadas pelos estudantes para resolver o questionamento proposto. Algumas delas podem ser apresentadas na lousa. Uma estratégia é adicionar o juro obtido após cada ano de investimento (120,00 + 129,60 = 249,60; R$ 249,60). Outra estratégia é calcular a diferença entre o montante obtido no fim do 2º ano de investimento e o capital investido (1749,60 − 1500,00 = = 249,60; R$ 249,60).

Ao trabalhar a situação envolvendo pesquisa de preços, conversar com os estudantes sobre a importância dessa prática. Perguntar se eles costumam pesquisar preços antes de realizar uma compra e como eles fazem esses tipos de pesquisa (consultas em *sites* de lojas, visitas a lojas com estabelecimentos físicos, consultas em encartes ou redes sociais das lojas etc.)

No segundo boxe **Pensar e praticar** da página **62**, espera-se que, com base nos cálculos apresentados no exemplo, os estudantes considerem que, como o desconto de 10% é calculado sobre o preço da blusa com o desconto da promoção já calculado (R$ 64,00), então, ao todo, o desconto obtido por Karina foi de 28%, pois R$ 22,40 (valor total do desconto) corresponde a 28% do preço inicial da blusa (R$ 80,00).

Vamos calcular a seguir o **juro** e o **montante** que serão obtidos nesse investimento no **tempo** de dois anos com o **capital** de R$ 1.500,00.

I. Calculamos o juro obtido no 1º ano:

$\underbrace{0{,}08}_{8\%} \cdot 1500 = 120$, ou seja, R$ 120,00.

II. Calculamos o montante ao final do 1º ano:

$1500 + 120 = 1620$, ou seja, R$ 1.620,00.

III. Calculamos o juro obtido no 2º ano:

$\underbrace{0{,}08}_{8\%} \cdot 1620 = 129{,}60$, ou seja, R$ 129,60.

IV. Calculamos o montante ao final do 2º ano:

$1620 + 129{,}60 = 1749{,}60$, ou seja, R$ 1.749,60.

PENSAR E PRATICAR

A quantos reais corresponde o juro total obtido nesse investimento em dois anos? R$ 249,60

Agora, acompanhe outra situação.

Karina estava pesquisando o preço de uma blusa, e uma promoção lhe chamou a atenção.



RESHETNIKOV_ART/SHUTTERSTOCK.COM

Se Karina comprar essa blusa à vista, quanto vai pagar?

Para responder a essa questão, podemos realizar as seguintes etapas.

1ª) Calculamos o preço da blusa após o desconto de 20% da promoção.

$\underbrace{0{,}20}_{20\%} \cdot 80 = 16$ ← valor do desconto (R$)

$80 - 16 = 64$ ← preço da blusa após o desconto da promoção (R$)

2ª) Em seguida, calculamos o preço da blusa após o desconto de 10% pelo pagamento à vista.

$\underbrace{0{,}10}_{10\%} \cdot 64 = 6{,}40$ ← valor do desconto (R$)

$64 - 6{,}40 = 57{,}60$ ← preço da blusa após o desconto pelo pagamento à vista (R$)

PENSAR E PRATICAR

Em relação ao preço inicial da blusa, que é R$ 80,00, qual é a porcentagem do desconto obtido por Karina? 28%

Assim, Karina vai pagar R$ 57,60 pela blusa.

62

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

Resoluções a partir da **p. 305**.

ATIVIDADES

NÃO ESCREVA NO LIVRO.

1. Davi realizou um investimento de R$ 14.000,00 a uma taxa de juros anual de 6% no período de três anos.

a) Qual é o valor do capital investido por Davi? R$ 14.000,00

b) Quantos reais de juros são obtidos ao final do 1º ano nesse investimento? E ao final dos três anos? R$ 840,00. R$ 2.674,22.

c) Qual é o montante obtido após esses três anos? R$ 16.674,22

2. Para comprar um par de tênis em uma loja virtual, Elza recebeu um cupom de desconto de 12% a ser calculado sobre o preço indicado a seguir.



DICA

Considere que o desconto de 5% é calculado sobre o preço do tênis com o desconto do cupom já aplicado.

Caso Elza opte pelo pagamento por boleto bancário, quantos reais ela:

a) vai gastar? R$ 155,08

b) vai receber de desconto no total? R$ 30,42

3. Gabriel consultou o gerente de seu banco para realizar uma aplicação de R$ 2.000,00 pelo período de três anos. Observe as duas opções que o gerente apresentou.

Opção I: taxa de juros anual de 10%.
Opção II: taxa de juros de 32% para todo o período.

Junte-se a um colega, realizem os cálculos e indiquem qual dessas opções apresenta o melhor rendimento para a aplicação que Gabriel quer fazer. Não se esqueçam de justificar.

Resposta esperada: A opção **I**, pois nela o rendimento é de R$ 662,00, enquanto na opção **II** o rendimento é de R$ 640,00.

4. O preço de uma mercadoria teve um acréscimo de 10% e, algum tempo depois, outro acréscimo de 15%. Esses dois acréscimos correspondem a um único acréscimo de qual porcentual? 26,5%

5. A inflação é o aumento sucessivo de preços de bens, produtos e serviços em uma região durante um período. Existem diferentes índices para indicar a inflação, sendo o Índice de Preços ao Consumidor Amplo (IPCA) um dos mais utilizados. Observe a tabela e resolva as questões.

Índice de Preços ao Consumidor Amplo anual no Brasil (2020-2023)

Ano	IPCA (%)
2020	4,52
2021	10,06
2022	5,79
2023	4,62

Fonte: INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. **IPCA**: Índice Nacional de Preços ao Consumidor Amplo: séries históricas. Rio de Janeiro: IBGE, [2024]. Disponível em: www.ibge.gov.br/estatisticas/economicas/precos-e-custos/9256-indice-nacional-de-precos-ao-consumidor-amplo.html?t=series-historicas&utm_source=landing&utm_medium=explica&utm_campaign=inflacao#plano-real-mes. Acesso em: 19 abr. 2024.

a) Em qual ano a inflação foi maior: 2020 ou 2023? O que isso indica?

b) Nos anos de 2022 e 2023, Rafaela e Jorge tiveram dois reajustes salariais referentes à inflação do ano correspondente, medida pelo IPCA. Sabendo que antes desses reajustes o salário de Rafaela era R$ 4.030,00 e o de Jorge, R$ 2.318,00, determine com uma calculadora o salário de cada um deles após esses reajustes. Rafaela: R$ 4.460,30; Jorge: R$ 2.565,50.

5. a) 2023. Resposta esperada: Indica que os preços de bens, produtos e serviços no Brasil, em geral, aumentaram mais em 2023 do que em 2020.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Atividades

Atividade 1

Esta atividade trabalha o cálculo de aplicações financeiras com porcentuais sucessivos. Caso os estudantes tenham dificuldades, sugerir que retomem as etapas apresentadas na página anterior, em que são calculados o juro e o montante do investimento sugerido para Joana.

Atividade 2

Esta atividade trabalha o cálculo de porcentuais sucessivos em um contexto de educação financeira. Espera-se que os estudantes arredondem os resultados obtidos ao centésimo mais próximo por se tratar de valores em real. Esse tipo de arredondamento deve ser considerado em todas as atividades em que esse processo seja necessário.

Atividade 3

Esta atividade trabalha o cálculo de porcentuais sucessivos em um contexto de educação financeira. Para auxiliar os estudantes na resolução, realizar os seguintes questionamentos.

- Se Gabriel escolher a opção **I**, qual será o rendimento da aplicação ao final do 1º ano? E ao final do 2º ano? E ao final do 3º ano? Respostas: R$ 200,00. R$ 220,00. R$ 242,00.
- Se Gabriel escolher a opção **II**, qual será o rendimento da aplicação após três anos? Resposta: R$ 640,00.

Atividade 4

Esta atividade trabalha a determinação de taxa porcentual em uma situação envolvendo cálculo de porcentuais sucessivos. Para a resolução, os estudantes podem utilizar a estratégia apresentada a seguir.

- Calcular o preço da mercadoria de preço inicial **p** após o acréscimo de 10%. Em seguida, calcular o preço após outro acréscimo de 15%.

$(p + 0{,}10 \cdot p) + 0{,}15 \cdot (p + 0{,}10 \cdot p) = p + 0{,}1p + 0{,}15p + 0{,}015p = 1{,}265p$

Logo, o aumento no preço da mercadoria foi de 26,5% ($1{,}265 - 1 = 0{,}265 = 26{,}5\%$).

Atividade 5

Esta atividade trabalha o cálculo de porcentuais sucessivos em um contexto de educação financeira. No item **b**, orientar os estudantes a realizar os cálculos em uma calculadora comum. Se necessário, retomar o procedimento apresentado na atividade **9** da página **60**.

SAIBA MAIS

Sugerir aos estudantes que assistam a este vídeo para obter mais informações sobre o que é inflação.

- POLÍTICA monetária no Brasil #1: O que é inflação? 2021. Vídeo (3 min). Publicado pelo canal Banco Central do Brasil. Disponível em: www.youtube.com/watch?v=l7znThOnfOM. Acesso em: 24 abr. 2024.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Conexões

Esta seção aborda um tema relacionado à Educação Financeira e à educação para o consumo.

Uma possibilidade de abordagem inicial é, previamente, propor aos estudantes que realizem em casa a leitura do texto apresentado. Em aula, promover um debate com eles sobre o texto lido, permitindo que expressem suas opiniões e experiências sobre consumo. Perguntar o que eles entenderam por consumo consciente e se já costumam praticá-lo. Comentar que, atualmente, existem diversas ações e atividades que contribuem para o consumo consciente, por exemplo, os bazares e brechós virtuais e presenciais que seguem tendências da moda consciente e sustentável. Esse movimento incentiva a troca e a reutilização de roupas novas ou usadas que seriam descartadas, gerando redução de impactos ambientais, economia para quem compra e renda para quem trabalha nesse ramo.

Após essa discussão, propor uma atividade com as seguintes etapas:

1ª) Pedir aos estudantes que se dividam em grupos de até 5 integrantes.

2ª) Propor a cada grupo que produza uma peça, tendo liberdade para escolher se preferem realizar a produção por escrito ou se preferem se organizar para que seja encenada. A temática da peça deve envolver uma situação de consumo, considerando as análises que foram produzidas no momento de discussão do texto. É desejável deixar o desfecho da narrativa a critério da criatividade de cada grupo: se o consumidor realizará ou não uma atitude de consumo consciente.

3ª) Cada grupo deve ler ou apresentar a encenação da peça produzida aos demais colegas da turma.

Com o consentimento dos estudantes, se possível, filmar as apresentações a fim de que depois possam assisti-las e compará-las, avaliando, por exemplo, quando se trata e quando não se trata de uma situação de consumo consciente. Os estudantes podem realizar uma autoavaliação, de modo oral ou por escrito.

Mãos à obra

Atividades 1 e 2

Estas atividades trabalham a reflexão dos estudantes quanto ao comportamento de consumo deles.

Na atividade **2**, espera-se que as respostas dos estudantes sejam variadas, considerando o que é relevante em cada um dos seis aspectos levantados no texto. Uma possibilidade é propor uma atividade envolvendo conceitos de Estatística. Para isso, registrar na lousa as perguntas do texto indicadas pelos estudantes.

CONEXÕES

Seja um consumidor consciente

Quase todos os dias, você deve ler ou ouvir alguma reportagem sobre os problemas com o meio ambiente e como podemos ajudar a conservá-lo. Isso é muita responsabilidade, mas temos de tentar fazer o melhor.

Um dos aliados mais importantes para essa tarefa é o **consumo consciente**. Isso significa evitar excessos e desperdícios, mas está relacionado também com o uso mais eficiente e o descarte adequado de produtos.

O texto a seguir nos ajuda a refletir sobre o tema.



SVITLINI/SHUTTERSTOCK.COM

6 perguntas do consumo consciente

1

Por que comprar?

Pergunte-se, antes da compra, se você realmente precisa do produto/serviço ou se está sendo estimulado por propagandas ou um impulso momentâneo. Pense ainda se em vez de comprar você pode fazer uma troca, reutilizar ou pegar emprestado. [...]

2

O que comprar?

Para definir qual produto comprar, analise o que as opções disponíveis oferecem e escolha aquela cujas características realmente atendem às suas necessidades [...]. Inclua entre os atributos do produto o que você deseja em termos de qualidade, durabilidade e características de segurança durante o uso.

3

Como comprar?

É hora de pensar na forma de pagamento da compra e em sua logística. Vai pagar à vista ou a prazo? Se for a prazo, conseguirá pagar as prestações em dia? Caso você compre perto de casa, pode ir a pé ou de bicicleta; longe de casa, terá os impactos do transporte de carro, ônibus ou metrô. E como levar as compras? Em sacolas plásticas, *ecobags* ou caixas de papelão? [...]

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

4

De quem comprar?

Ao escolher a empresa fabricante do produto a ser comprado, busque fontes confiáveis para verificar as características da sua produção: se há cuidado no uso dos recursos naturais, como é o tratamento e a valorização dos funcionários e se a empresa contribui para o bem-estar da comunidade local. [...]

5

Como usar?

Quando você decide levar o produto para casa, deve dar uma vida longa a ele. Tenha cuidado no seu uso, utilize-o até o final de sua vida útil [...]

6

Como descartar?

[...] Quando realmente não houver outros usos para o produto, é hora de descartar seus resíduos de maneira correta, encaminhando o que for possível para a reciclagem. É sempre bom lembrar: não existe "jogar fora", o "fora" é o planeta em que vivemos.

6 PERGUNTAS do consumo consciente. São Paulo: Akatu, [202-]. Disponível em: https://akatu.org.br/6-perguntas-do-consumo-consciente/. Acesso em: 20 abr. 2024.

MÃOS À OBRA

NÃO ESCREVA NO LIVRO.

Resoluções a partir da **p. 305**.

1 Você se considera um consumidor consciente? Há algo que possa ser mudado em seu comportamento como consumidor? Justifique.

Respostas pessoais.

2 Qual ou quais das seis perguntas do texto você considera a mais importante para incentivá-lo a modificar seu comportamento de consumo?

Resposta pessoal.

3 Forme um grupo para preparar uma apresentação descrevendo pontos favoráveis e pontos desfavoráveis sobre as opções de compra em cada item a seguir, incluindo cálculos com porcentagem nas argumentações. Ao final, de acordo com as orientações do professor, vocês devem realizar uma apresentação à turma. Como recurso para essa apresentação, podem ser utilizados *slides* digitais, vídeos, cartazes, entre outros.

Respostas pessoais.

a) Um telefone celular de R$ 5.400,00 à vista ou o mesmo aparelho em 10 parcelas de R$ 879,00.

b) Uma assinatura de aplicativo para celular de R$ 36,00, com direito a todas as funcionalidades e por tempo ilimitado, ou baixar a versão gratuita desse aplicativo e realizar compras de R$ 10,00 sempre que precisar acessar funcionalidades só para assinantes.

ATIVIDADES COMPLEMENTARES

1. No item "Como usar?" do texto, é sugerido que você dê vida mais longa aos produtos que utiliza. Se, em vez de usar um tênis por três anos, você conseguir ampliar a vida útil dele para cinco anos e três meses, qual será o aumento porcentual atingido? Resposta: 75%.
2. No item "Como comprar?" do texto, são destacadas duas modalidades de pagamento: à vista e a prazo. Considere que uma pessoa não tenha feito controle financeiro e acabou se endividando. Para sanar essa dívida, a pessoa recorreu a um empréstimo bancário de R$ 3.000,00, a uma taxa de juros mensal de 3%, e que deve ser quitado em uma única parcela após 12 meses. Use uma planilha eletrônica para calcular o valor a ser pago por essa pessoa ao final dos 12 meses do empréstimo. Resposta: Aproximadamente R$ 4.277,28.

Depois, propor que representem essas informações em um gráfico de colunas. Verificar se eles se atentam para o título do gráfico, a fonte, os títulos dos eixos, a legenda e a escala utilizada.

Atividade 3

Esta atividade trabalha a análise de situações de compra considerando aspectos do consumo consciente. É importante que os grupos considerem os prós e os contras de ambas as opções em cada item. A realização da apresentação pode ocorrer de acordo com as características da turma e da disponibilidade de alguns recursos, como computador, projetor, caixa de som etc.

Nesta atividade, a metodologia ativa que se sugere usar na condução da proposta é a aprendizagem em times, também chamada aprendizagem baseada em equipes. Nessa metodologia, os estudantes aprendem de modo colaborativo, em grupos (times), e o professor atua como mediador dos processos que são geridos com autonomia por eles. Essa metodologia ativa estimula o compartilhamento de conhecimentos entre os estudantes por meio da comunicação de ideias e raciocínios considerando o que estudaram.

SAIBA MAIS

Para saber mais sobre metodologias ativas e ampliar seu repertório, sugere-se a leitura do capítulo **3** da seguinte obra.

- CAMARGO, Fausto; DAROS, Thuinie. **A sala de aula inovadora**: estratégias pedagógicas para fomentar o aprendizado ativo. Porto Alegre: Penso, 2018. (Desafios da Educação).

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Conversar com os estudantes sobre a situação apresentada nesta página. Questioná-los sobre quais atividades, profissionais ou não, costumam utilizar peças ou elementos com formato de polígonos. Eles podem citar, por exemplo, assentamento de azulejos, costura de tapetes com retalhos, composição de mosaicos, entre outros. Caso algum deles exerça alguma atividade desse tipo, pedir que compartilhe com os colegas suas experiências.

Comentar com os estudantes sobre a palavra polígono ser proveniente do grego, que indica: *poli* (muitos); e *gonos* (ângulos).

Após explorar a classificação de um polígono em relação à quantidade de vértices, lados e ângulos internos, perguntar aos estudantes como pode ser classificado o polígono representado anteriormente (pentágono).

Para complementar, informar a eles a nomenclatura dos polígonos que possuem de 12 a 20 vértices, lados e ângulos internos, conforme apresentado no quadro.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

2. Polígonos

Denise é artesã e utiliza diferentes peças para compor suas obras. Nesta fotografia, é possível identificar peças com o formato de diferentes tipos de **polígono**.

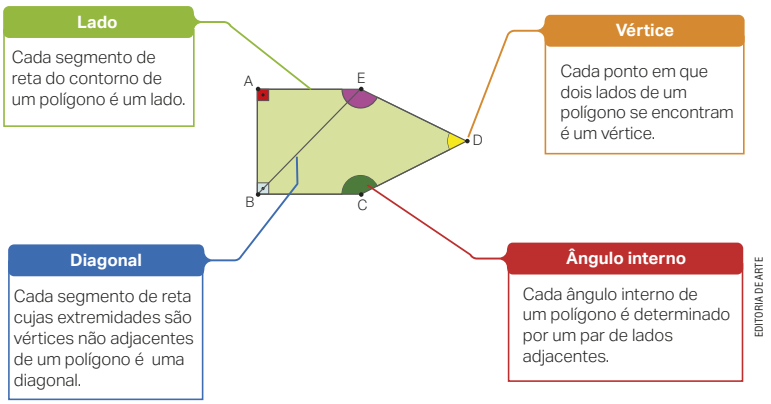
Lembre-se de que polígonos são figuras geométricas planas de contorno fechado e formado apenas por segmentos de reta que não se cruzam.

Observe a seguir a representação de um polígono e alguns de seus elementos.



OLENA YAKOBCHUK/SHUTTERSTOCK.COM

Denise prepara as peças em formato de triângulo, de quadrilátero e de outros polígonos.



EDITORIA DE ARTE

Acompanhe, agora, como podemos classificar os polígonos em relação à quantidade de vértices, lados e ângulos internos.

Quantidade de vértices, lados e ângulos internos	Classificação
3	Triângulo
4	Quadrilátero
5	Pentágono
6	Hexágono

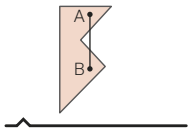
Quantidade de vértices, lados e ângulos internos	Classificação
7	Heptágono
8	Octógono
9	Eneágono
10	Decágono

Quantidade de vértices, lados e ângulos internos	Classificação
12	Dodecágono
13	Tridecágono
14	Tetradecágono
15	Pentadecágono
16	Hexadecágono
17	Heptadecágono
18	Octadecágono
19	Eneadecágono
20	Icoságono

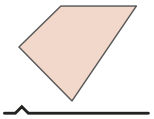
MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

Polígono convexo e polígono não convexo

Quando é possível traçar um segmento de reta com extremidades no polígono, de maneira que algum ponto desse segmento de reta seja externo ao polígono, dizemos que esse é um **polígono não convexo**. Caso não seja possível traçar um segmento de reta desses, dizemos que esse é um **polígono convexo**. Observe dois exemplos.



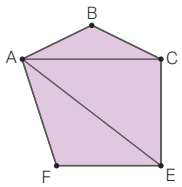
Polígono não convexo.


Polígono convexo.

Quantidade de diagonais de um polígono convexo

Em um polígono convexo, cada segmento de reta cujas extremidades são vértices não adjacentes desse polígono corresponde a uma **diagonal** do polígono.

Desse modo, verificamos que em um polígono convexo de **n** lados, sendo **n** um número natural maior que 2, de um único vértice, partem **n − 3** diagonais. Observe o exemplo.



$n - 3 = 5 - 3 = 2$

PENSAR E PRATICAR

Quais vértices desse polígono não formam diagonais a partir de **A**?

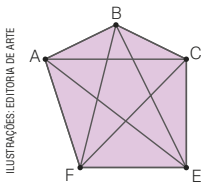
Vértices **A**, **B** e **F**.

Assim, de um único vértice do pentágono convexo partem duas diagonais.

Com isso, podemos supor que o total de diagonais de um polígono convexo de **n** lados é dado por: $n \cdot (n - 3)$. Contudo, nesse caso, estamos considerando cada diagonal em duplicidade. Por exemplo, no pentágono anterior, $\overline{AC}$ e $\overline{CA}$ correspondem à mesma diagonal. Portanto, a quantidade total de diagonais **D** de um polígono convexo de **n** lados é dada por:

$$D = \frac{n \cdot (n - 3)}{2}$$

Em relação ao pentágono apresentado, temos:



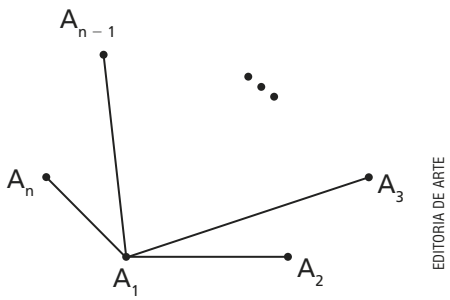
ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

$$D = \frac{5 \cdot (5 - 3)}{2} = \frac{5 \cdot 2}{2} = 5$$, ou seja, cinco diagonais.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Reforçar a ideia de que, em um polígono convexo, qualquer segmento de reta com extremidades no polígono tem todos os pontos desse segmento de reta internos ao polígono.

Para mostrar que, em um polígono convexo de **n** lados, sendo **n** um número natural maior que 2, partem $n - 3$ diagonais de um único vértice. Pedir aos estudantes que considerem um polígono convexo genérico com vértices A_1, A_2, ..., A_n e $n > 2$. Ao ligar o vértice A_1 aos demais vértices (A_2, A_3, ..., A_n) com segmentos de retas, obtêm-se $n - 1$ segmentos de reta, dos quais dois deles são lados do polígono ($\overline{A_1A_2}$ e $\overline{A_1A_n}$), e os $n - 3$ segmentos de reta restantes são diagonais ($\overline{A_1A_3}$, ..., $\overline{A_1A_{n-1}}$).



EDITORIA DE ARTE

No boxe **Pensar e praticar**, verificar se os estudantes conseguem generalizar para todos os polígonos convexos o conceito de que um vértice do polígono só não é ligado por diagonal a três vértices: ele próprio e os dois adjacentes a ele.

Acompanhe como demonstrar que todo polígono convexo de **n** lados possui exatamente $\frac{n \cdot (n - 3)}{2}$ diagonais.

1ª) Para $n = 3$ não há nada a mostrar, porque os triângulos não possuem diagonais e $\frac{n \cdot (n - 3)}{2} = 0$.

2ª) Considerando um polígono convexo genérico com vértices A_1, A_2, ..., A_n e $n > 3$, tem-se que de cada vértice partem exatamente $n - 3$ diagonais, como afirmado anteriormente.

3ª) Como tal polígono possui **n** vértices, tem-se um total de $n \cdot (n - 3)$ diagonais. Porém, cada uma das diagonais $\overline{A_iA_j}$ foram contadas duas vezes: as diagonais que partem de A_i e as que partem de A_j.

4ª) Assim, para determinar a quantidade total de diagonais de um polígono convexo, é preciso dividir por 2 a quantidade $n \cdot (n - 3)$, o que resulta em $\frac{n \cdot (n - 3)}{2}$ diagonais.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Ao trabalhar com a decomposição dos polígonos convexos em triângulos, reforçar a ideia de que essa decomposição deve ser realizada de maneira que os vértices dos triângulos coincidam com os vértices do polígono que está sendo decomposto.

Antes de mostrar a eles a fórmula para expressar a soma das medidas dos ângulos internos de um polígono convexo, verificar a possibilidade de reproduzir na lousa um quadro, como o apresentado, para que eles tenham a oportunidade de deduzir essa fórmula por meio de uma generalização. Para isso, deixar as colunas do quadro em destaque para que os estudantes possam completar.

SAIBA MAIS

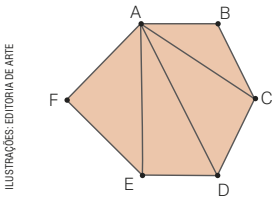
Utilizar o recurso disponibilizado neste *site* para auxiliar no trabalho com a soma dos ângulos internos de um polígono convexo regular, ajustando a quantidade de lados do polígono desejado (até 10). Comentar que não é necessário que o polígono convexo seja regular.

- SOMA dos ângulos internos do polígono regular. **GeoGebra**. [*S. l.*], 2020. Disponível em: www.geogebra.org/m/epu5un5d. Acesso em: 25 abr. 2024.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

Soma das medidas dos ângulos internos de um polígono convexo

Para estudarmos a soma das medidas dos ângulos internos de um polígono convexo, vamos considerar, como exemplo, o hexágono decomposto em triângulos representado a seguir.



ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

DICA

Para decompor um polígono convexo em triângulos, podemos traçar todas as diagonais que partem de um único vértice. No exemplo do hexágono apresentado, estão traçadas as diagonais que partem de **A**.

Como o hexágono foi decomposto em quatro triângulos, temos:

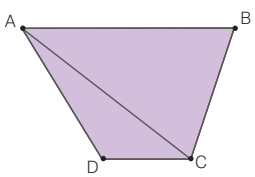
quantidade de triângulos em que o hexágono foi decomposto — soma das medidas dos ângulos internos do hexágono

$4 \cdot 180° = 720°$

soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo

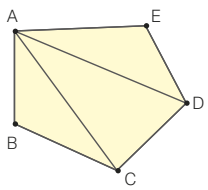
Agora, observe a soma das medidas dos ângulos internos de outros polígonos convexos.

a) Quadrilátero convexo.



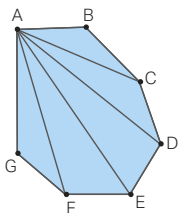
$2 \cdot 180° = 360°$

b) Pentágono convexo.



$3 \cdot 180° = 540°$

c) Heptágono convexo.



$5 \cdot 180° = 900°$

Note que um polígono convexo de **n** lados, sendo **n** um número natural maior que 2, é decomposto em **n** − **2** triângulos. Assim, podemos escrever a seguinte fórmula para expressar a soma **S** das medidas dos ângulos internos de um polígono convexo de **n** lados:

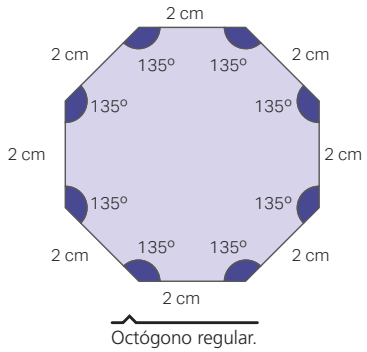
$$S = (n - 2) \cdot 180°$$

Quantidade de lados do polígono	Quantidade de triângulos em que o polígono foi decomposto	Soma das medidas dos ângulos internos do polígono
4	2	$2 \cdot 180° = 360°$
5	3	$3 \cdot 180° = 540°$
6	4	$4 \cdot 180° = 720°$
7	5	$5 \cdot 180° = 900°$
…	…	…
n	n − 2	$(n - 2) \cdot 180°$

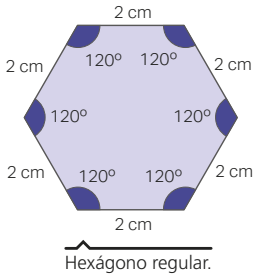
MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

Polígonos regulares

Quando todos os lados e todos os ângulos internos de um polígono são congruentes, dizemos que esse polígono é um **polígono regular**. Observe os exemplos.



Octógono regular.



Hexágono regular.

Resposta esperada: Sim, pois todos os lados e todos os ângulos internos têm medidas iguais (todos os ângulos internos são retos).

PENSAR E PRATICAR

Podemos afirmar que todo quadrado é um polígono regular? Justifique.

Agora, vamos estudar como construir um polígono regular utilizando régua e transferidor. Para isso, vamos acompanhar as etapas da construção de um pentágono regular ABCDE com 2 cm de lado como exemplo.

1ª Inicialmente, calculamos a soma das medidas dos ângulos internos de um pentágono.

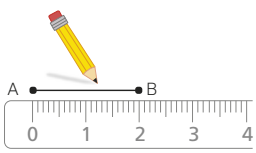
$$S = (5 - 2) \cdot 180° = \underbrace{540°}_{\text{soma das medidas dos ângulos internos}}$$

Como o pentágono regular tem 5 ângulos internos de mesma medida, dividimos o resultado anterior por 5.

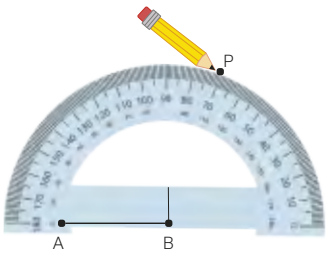
$$\frac{540°}{\underbrace{5}_{\text{quantidade de ângulos internos}}} = \underbrace{108°}_{\text{medida de cada ângulo interno}}$$

Logo, a medida de cada ângulo interno de um pentágono regular é 108°.

2ª Com a régua, traçamos o lado $\overline{AB}$ com 2 cm.



3ª Ajustamos o centro do transferidor em **B** e a linha de fé em $\overline{AB}$; medimos um ângulo de 108° (no sentido horário) e marcamos o ponto **P**.



ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

[...] Não tinha decidido ainda se se tornaria filólogo ou matemático, embora já tivesse descoberto e justificado o método dos mínimos quadrados – uma década antes de Legendre publicar o processo. Em 30 de março de 1796 ele [Gauss] se decidiu em favor da matemática, porque nesse dia, quando faltava um mês para completar dezenove anos, fez uma brilhante descoberta. Havia mais de 2000 anos que os homens sabiam construir, com régua e compasso, o triângulo equilátero e o pentágono regular (assim como outros polígonos regulares, cujo número de lados seja múltiplo de dois, três e cinco), mas nenhum outro polígono com número primo de lados. Nesse dia crítico em 1796, Gauss construiu segundo as regras euclidianas o polígono regular de dezessete lados. No mesmo dia começou um diário em que registrava algumas de suas maiores descobertas, sendo o primeiro registro sobre o polígono regular de dezessete lados.

[...]

BOYER, Carl. B. **História da matemática**. Tradução: Elza F. Gomide. São Paulo: Edgard Blücher, 1974. p. 367.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Mostrar aos estudantes que, para determinar a medida de cada ângulo interno de um polígono regular, pode-se partir da fórmula da soma das medidas dos ângulos internos de um polígono. Para isso, basta dividir essa fórmula pela quantidade de ângulos internos do polígono regular. Assim, é possível determinar a medida de cada ângulo interno de um polígono regular de **n** lados por meio da expressão:

$$\frac{S}{n} = \frac{(n - 2) \cdot 180°}{n}$$

Na lousa, realizar a construção do pentágono regular apresentado, utilizando instrumentos de desenho.

Verificar a possibilidade de ler para os estudantes o trecho a seguir, que apresenta informações a respeito do matemático alemão Johann Friedrich Carl Gauss (1777-1855) e sua relação com os polígonos regulares.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Após explorar a construção de um pentágono regular com os estudantes, propor que construam no caderno um hexágono regular ABCDEF com 3 cm de lado. Verificar se eles compreenderam que, inicialmente, devem determinar a medida dos ângulos internos desse polígono para, depois, realizar a construção dele utilizando régua e transferidor. Caso necessário, orientá-los a como utilizar o transferidor para representar um ângulo dada a sua medida.

Atividades

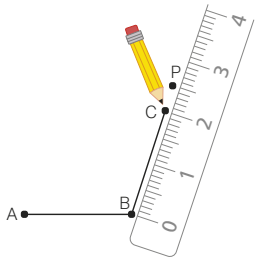
Atividade 1

Esta atividade trabalha a situação envolvendo a quantidade de diagonais de um polígono convexo. No item **a**, sugerir aos estudantes que façam um esquema representando os 10 estudantes em roda. Verificar se eles associam a representação desse esquema de um polígono com 10 lados (decágono), em que os vértices correspondem a cada estudante da roda e as diagonais às possíveis duplas que podem ser formadas. No item **b**, é possível associar a resolução ao cálculo das diagonais de um polígono convexo.

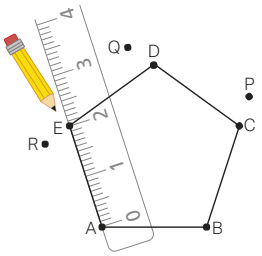
ATIVIDADE COMPLEMENTAR

Roger faz peças com tecido, que são comercializadas em uma feira de artesanato. Uma das peças mais vendidas por ele é um porta-moedas com formato de um hexágono regular de 4,5 cm de lado, cuja borda é revestida com uma fita colorida. De quantos centímetros de fita, no mínimo, Roger precisa para confeccionar 20 porta-moedas desses? Resposta: 540 cm.

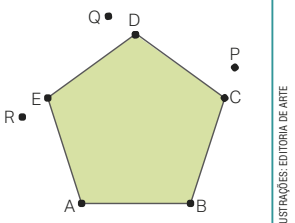
4ª Com a régua ajustada em **B** e **P**, traçamos o lado $\overline{BC}$ com 2 cm.



5ª De maneira análoga, construímos os lados $\overline{CD}$ e $\overline{DE}$. Por fim, ligamos os vértices **A** e **E**, obtendo o lado $\overline{AE}$.



6ª Para finalizar, colorimos o interior da figura.



ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

ATIVIDADES

NÃO ESCREVA NO LIVRO. Resoluções a partir da **p. 305**.

1. Na aula de teatro da turma em que Alice estuda, a professora organizou os dez estudantes em uma roda. Ela quer formar uma dupla de estudantes; porém, os escolhidos não podem estar sentados lado a lado.



WAVEBREAKMEDIA/SHUTTERSTOCK.COM

Adolescentes sentados em círculo.

DICA

Pense nas duplas que podem ser formadas utilizando como exemplo o que estudamos sobre as extremidades das diagonais de um polígono convexo.

a) De quantas maneiras diferentes é possível formar uma dupla em que Alice seja um dos estudantes escolhidos? 7 maneiras.

b) De quantas maneiras diferentes a professora pode formar essa dupla de estudantes? 35 maneiras.

Atividade 2

Esta atividade trabalha o cálculo da quantidade de diagonais e da soma das medidas dos ângulos internos de um polígono convexo. Para complementar, propor aos estudantes que determinem a quantidade de diagonais e a soma das medidas dos ângulos internos dos polígonos convexos indicados a seguir.

- Tridecágono. Respostas: 65 diagonais; 1 980°.
- Hexadecágono. Respostas: 104 diagonais; 2 520°.
- Icoságono. Respostas: 170 diagonais; 3 240°.

Atividade 3

Esta atividade trabalha a determinação da medida de cada ângulo interno de um polígono regular. Para complementar, propor aos estudantes que determinem a medida de cada ângulo externo dos polígonos regulares apresentados. Respostas: a) 30° (180° − 150° = = 30°); b) 120° (180° − 60° = 120°).

Atividade 4

Esta atividade trabalha a construção de

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

2. a) **I**: 35 diagonais; **II**: 44 diagonais; **III**: 27 diagonais.

2. Considere as fichas a seguir.

I. Decágono.

II. Undecágono.

III. Eneágono.

Em relação a cada polígono convexo indicado nas fichas, calcule:

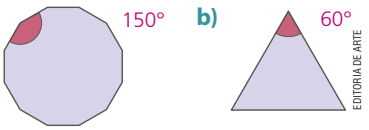
a) a quantidade total de diagonais.

b) a soma das medidas dos ângulos internos. **I**: 1 440°; **II**: 1 620°; **III**: 1 260°.

3. Em cada item a seguir, calcule a medida do ângulo em destaque no polígono regular representado.

a) 150°

b) 60°



EDITORIA DE ARTE

4. Utilizando régua e transferidor, construa no caderno:

a) um pentágono regular com 2,5 cm de lado.

b) um quadrado com 4 cm de lado.

4. Atividade de construção geométrica.

5. Na aula de Matemática, a professora de Marta desenhou na lousa um polígono regular, nomeou os vértices e indicou a medida de cada ângulo interno. No final da aula, um dos estudantes apagou parte desse desenho. Observe como ficou.



ORACIOART

Que polígono foi desenhado pela professora? Eneágono.

6. Podemos verificar a soma das medidas dos ângulos externos de um quadrilátero convexo fazendo uma atividade prática. Observe as etapas.

1ª Desenhamos em uma folha avulsa um quadrilátero convexo. Depois, indicamos os ângulos externos.



2ª Recortamos a figura destacando os ângulos externos, como indicado.



3ª Ajustamos as partes com os ângulos externos destacados, encaixando-os conforme representado na figura.



BENTINHO

a) Qual é a soma das medidas dos ângulos externos do polígono convexo representado no exemplo? 360°

b) Em uma folha avulsa, desenhe outro polígono convexo qualquer. Depois, siga as etapas apresentadas. Qual é a soma das medidas dos ângulos externos do polígono convexo que você desenhou? 360°

c) Agora, compare a sua resolução do item **b** com a de alguns colegas e responda.

- Vocês desenharam o mesmo polígono? As somas das medidas dos ângulos externos desses polígonos são iguais?

Resposta pessoal. Resposta esperada: Sim.

- O que você pôde perceber em relação à soma das medidas dos ângulos externos dos polígonos convexos analisados? Resposta esperada: A soma das medidas dos ângulos externos dos polígonos convexos analisados é 360°.

polígonos regulares utilizando régua e transferidor. Informar aos estudantes que em construções geométricas realizadas manualmente com régua e transferidor as medidas obtidas não são precisas. Caso os estudantes tenham dificuldades, retomar com eles os procedimentos realizados nas páginas **69** e **70** para construir um pentágono regular. Destacar que essas construções também podem ser realizadas utilizando algum tipo de *software* de geometria dinâmica, como o **GeoGebra**.

Atividade 5

Esta atividade trabalha a determinação de um polígono regular, dada a medida de um de seus ângulos internos. Para auxiliar na resolução, propor aos estudantes os seguintes questionamentos.

- Que informação relacionada aos ângulos internos do polígono regular é apresentada no problema? Resposta: A medida de cada ângulo interno do polígono regular (140°).
- Que expressão você pode utilizar para resolver este problema? Resposta: $\frac{(n-2)\cdot 180°}{n} = 140°$.

Atividade 6

Esta atividade trabalha um experimento de verificação da soma das medidas dos ângulos externos de um polígono convexo qualquer. Propor aos estudantes que realizem a verificação apresentada. Os ângulos indicados podem ser medidos com transferidor. Ao realizar a verificação dessa propriedade na prática, possibilita-se aos estudantes refletir sobre os conceitos estudados e exercitar sua imaginação a respeito do resultado a ser obtido, auxiliando-os na elaboração de hipóteses.

No item **c**, incentivar os estudantes a realizar esta atividade com diferentes polígonos e, ao final, promover um debate com toda a turma.

Por fim, se julgar conveniente, mostrar que a soma das medidas dos ângulos externos de um polígono convexo qualquer é 360°, conforme descrito a seguir.

- Cada ângulo externo é suplementar a um ângulo interno de um polígono convexo. Assim, para determinar a soma das medidas de todos os ângulos (internos e externos) de um polígono convexo de **n** lados, sendo **n** um número natural maior do que 2, basta multiplicar a quantidade de lados por 180°. Considerando **S** a soma das medidas dos ângulos internos de um polígono convexo e S_e a soma das medidas dos ângulos externos desse polígono convexo, tem-se:

$S + S_e = n \cdot 180°$

$S - S + S_e = n \cdot 180° - S$

$S_e = n \cdot 180° - S$

Como $S = (n - 2) \cdot 180°$, segue que:

$S_e = n \cdot 180° - [(n - 2) \cdot 180°]$

$S_e = n \cdot 180° - n \cdot 180° + 360°$

$S_e = 360°$

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Iniciar o trabalho desta página propondo aos estudantes que meçam o contorno de um caderno, por exemplo. Depois, pedir que adicionem as medidas obtidas. Dizer que essa medida, assim como em outras situações em que elas expressam a medida do contorno de objetos ou de regiões planas, pode ser associada à ideia de perímetro, que é o comprimento do contorno de uma figura geométrica plana.

No estudo de área de figuras geométricas planas, serão estabelecidas expressões para o cálculo da área de retângulo, quadrado, paralelogramo, losango, trapézio e triângulo, além de propor a resolução e a elaboração de problemas envolvendo a área dessas figuras. Antes de iniciar esse trabalho, explorar os conhecimentos prévios dos estudantes, pois eles já podem ter conhecimento desse conteúdo ou utilizar esse conceito no dia a dia. Para isso, questionar se eles sabem como determinar a área de um retângulo, por exemplo. Espera-se que eles respondam que uma estratégia para obter essa área, conhecendo as medidas de sua largura e de seu comprimento, é multiplicar uma dessas medidas pela outra.

No início deste estudo, relembrar os estudantes que o quadrado corresponde a um caso particular de retângulo que, por sua vez, é um caso particular de paralelogramo.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

Perímetro e área de polígonos

Renato está pesquisando o preço de terrenos e pretende aproveitar uma oportunidade em um loteamento lançado no município onde mora. Ele está analisando duas ofertas, mas gostou mais do terreno que tem apenas um dos lados voltado para a rua.

Se ele realizar a compra, vai usar tapume para cercar todo o terreno e iniciar as obras. O terreno escolhido tem formato retangular com 20 m de comprimento e 30 metros de largura.

Nesse caso, para determinar a quantidade de tapume necessária, utilizamos a ideia de **perímetro**, que é o comprimento do contorno de uma figura geométrica plana.

Assim, para determinar a medida do perímetro do terreno que Renato pretende comprar, calculamos:

$P = 20\text{ m} + 30\text{ m} + 20\text{ m} + 30\text{ m} = 100\text{ m}$

Agora, vamos estudar como determinar a área de alguns polígonos, o que nos permite, por exemplo, descobrir a área do terreno que Renato pretende comprar.


RONISTK/SHUTTERSTOCK.COM

Mãos segurando um mapa com duas opções de terreno.

DICA

No caso dos polígonos, o perímetro corresponde à soma das medidas de seus lados.

PENSAR E PRATICAR

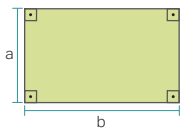
Pesquise o preço do metro linear de tapume em uma loja da região onde você mora e calcule quantos reais Renato gastaria caso fosse comprar o tapume nessa loja.

O estudante deverá multiplicar por 100 o preço do metro linear de tapume.

Área do retângulo e do quadrado

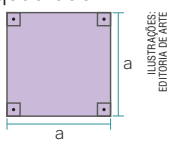
Para calcular a área de um retângulo, multiplicamos a medida de seu comprimento pela medida de sua largura. Como o quadrado é um caso particular de retângulo, em que os quatro lados têm medidas iguais, podemos calcular sua área multiplicando a medida de um lado por si mesma.

a) Área do retângulo



$A = a \cdot b$ ou $A = b \cdot a$

b) Área do quadrado



ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

$A = a \cdot a$ ou $A = a^2$

Utilizando a fórmula da área do retângulo, podemos, por exemplo, determinar a medida da área do terreno que Renato pretende comprar:

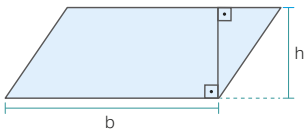
$A = 20 \cdot 30 = 600$, ou seja, 600 m^2.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

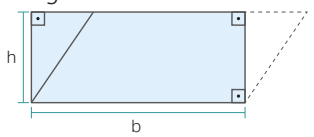
Área do paralelogramo

Observe como podemos, realizando decomposições e composições de figuras, deduzir uma fórmula para calcular a área de um paralelogramo, em que **b** é a medida da base e **h** é a medida da altura.

1ª Decompomos o paralelogramo.



2ª Deslocamos o triângulo e compomos um retângulo.



ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

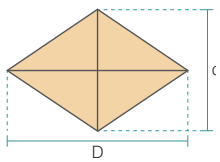
3ª O retângulo obtido e o paralelogramo têm a mesma área, que podemos expressar por:

$$A = b \cdot h$$

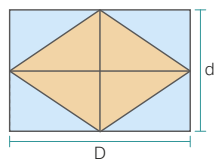
Área do losango

Observe como podemos deduzir uma fórmula para calcular a área de um losango em que **D** é a medida da diagonal maior e **d**, a medida da diagonal menor.

1ª Traçamos as diagonais do losango.



2ª Construímos um retângulo traçando cada lado de maneira que passe por um vértice do losango e seja paralelo a uma de suas diagonais.



3ª A área do losango corresponde à metade da área do retângulo obtido e pode ser expressa por:

$$A = \frac{D \cdot d}{2}$$

PENSAR E PRATICAR

Como pode ser expressa a área **A** de um quadrado em função da medida **d** da diagonal dele? Sugestão: use a fórmula obtida para o cálculo da área de um losango.

Como o quadrado é um caso particular de losango, em que as diagonais têm medidas iguais, temos: $A = \frac{d \cdot d}{2}$ ou $A = \frac{d^2}{2}$.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Na dedução da fórmula para calcular a área do paralelogramo, o trabalho de composição e decomposição de figuras pode ser amparado por quebra-cabeças, como o tangram.

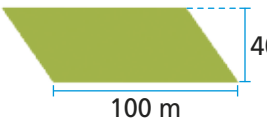
Na 2ª etapa, referente ao paralelogramo, relembrar com os estudantes a definição de retângulo (paralelogramo com os quatro ângulos internos retos) e questioná-los sobre o porquê de ser possível afirmar que o polígono obtido é um retângulo.

Destacar que, no retângulo obtido a partir da decomposição do paralelogramo, a medida do comprimento corresponde à medida da base do paralelogramo e a medida da largura corresponde à medida da altura do paralelogramo. Esclarecer que os termos **comprimento** e **largura** são comumente utilizados para se referir às dimensões do retângulo. É importante que os estudantes percebam que a altura de um paralelogramo corresponde à distância entre as retas que passam por dois de seus lados opostos paralelos, tomados como referência.

Após a dedução da fórmula para calcular a área do paralelogramo, propor aos estudantes a atividade a seguir.

ATIVIDADE COMPLEMENTAR

A figura a seguir tem formato de paralelogramo e representa uma praça, na qual será plantada grama ao custo de R$ 1,80 o metro quadrado. Quanto custará, em real, para plantar grama em toda essa praça?



ARTUR FUJITA

Resposta: R$ 7.200,00.

Na dedução da fórmula para calcular a área do losango, é possível verificar as congruências dos triângulos por meio do tangram, de recortes ou com dobraduras. Verificar a possibilidade de realizar algumas dessas verificações na prática com os estudantes. Na 2ª etapa, referente ao losango, é importante que os estudantes percebam que, como o retângulo é composto por oito triângulos idênticos e o losango é formado por quatro desses triângulos, a área do losango corresponde à metade da área do retângulo. Além disso, na expressão da 3ª etapa, **D** indica a área de um retângulo de comprimento **D** e largura **d**.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Na resolução do problema apresentado na página **74**, verificar se os estudantes compreenderam como foram obtidas as medidas da diagonal maior e da diagonal menor do losango. Se julgar necessário, auxiliá-los com a representação a seguir.

Ao trabalhar a área do trapézio, destacar que a altura de um trapézio corresponde à distância entre as retas que passam por seus lados opostos paralelos.

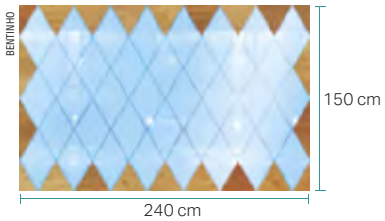
Uma possibilidade para realizar a dedução prática da fórmula da área do trapézio é propor aos estudantes que representem em uma folha de papel dois trapézios idênticos. Em seguida, recortem-nos e façam a composição indicada na 2ª etapa. Com isso, espera-se que eles verifiquem que esses trapézios juntos possuem área equivalente à de um paralelogramo com base de medida igual à da soma das medidas da base menor e maior do trapézio, cuja altura é a mesma do trapézio; o que justifica a divisão por 2 na fórmula.

Na fórmula da área do trapézio, explicar que a expressão **(B + b) · h** indica a área de um paralelogramo cuja base mede **(B + b)** e a altura mede **h**.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

Utilizando a fórmula para o cálculo da área do losango, vamos resolver este problema.

Heitor encomendou em uma vidraçaria um painel retangular com moldura em madeira e composto de placas de espelho idênticas, cada uma com formato de losango, como representado na imagem. Quantos centímetros quadrados deve ter cada placa de espelho?



Inicialmente, observe que a medida da diagonal maior (**D**) de cada placa de espelho corresponde à terça parte de 150 cm, e a medida da diagonal menor (**d**), à oitava parte de 240 cm.

- $D = \frac{150}{3} = 50$, ou seja, 50 cm.
- $d = \frac{240}{8} = 30$, ou seja, 30 cm.

Assim, a área de cada placa é dada por:

$$A = \frac{50 \cdot 30}{2} = \frac{1\,500}{2} = 750$$

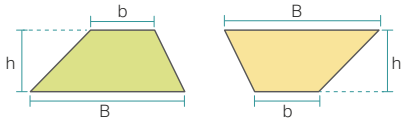
Portanto, cada placa de espelho desse painel tem 750 cm^2.

Área do trapézio

Considere a representação de um trapézio, em verde, em que **b** é a medida da base menor, **B** é a medida da base maior e **h** é a medida da altura. Observe como podemos deduzir uma fórmula para calcular a área desse trapézio.

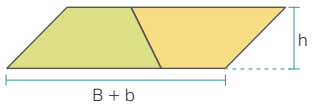
1ª

Construímos um novo trapézio congruente ao inicial, porém em outra posição.



2ª

Compomos um paralelogramo utilizando os dois trapézios.

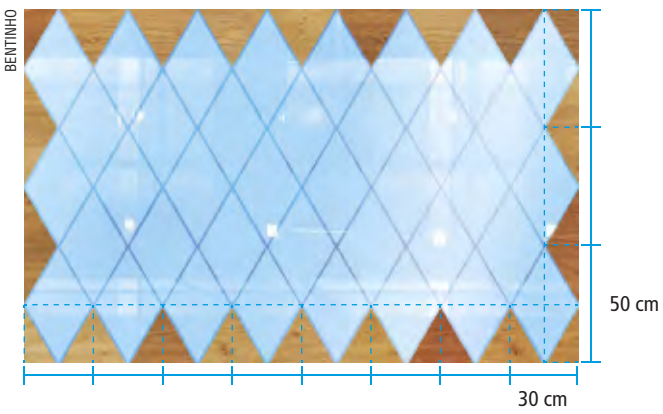


ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

3ª

A área do trapézio em verde corresponde à metade da área do paralelogramo obtido e pode ser expressa por:

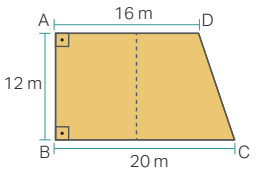
$$A = \frac{(B + b) \cdot h}{2}$$



MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

Utilizando a fórmula para o cálculo da área do trapézio, vamos resolver o problema a seguir.

Paulo tem um terreno com formato de trapézio retângulo cujas medidas estão representadas na figura. Com uma cerca paralela a $\overline{AB}$, Paulo vai dividir o terreno em duas regiões de mesma área: uma com formato de retângulo e a outra, de trapézio. Quais são as medidas das dimensões da região retangular que será obtida?



ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

Inicialmente, calculamos a área total do terreno:

$$A = \frac{(20 + 16) \cdot 12}{2} = \frac{36 \cdot 12}{2} = \frac{432}{2} = 216, \text{ ou seja, } 216 \text{ m}^2.$$

Como as duas regiões em que o terreno será dividido devem ter a mesma área, fazemos:

$$\frac{216}{2} = 108, \text{ ou seja, } 108 \text{ m}^2.$$

Assim, como a região retangular deverá ter 108 m², com 12 m de comprimento, temos que a medida de sua largura é dada por:

$$\frac{108}{12} = 9, \text{ ou seja, } 9 \text{ m}.$$

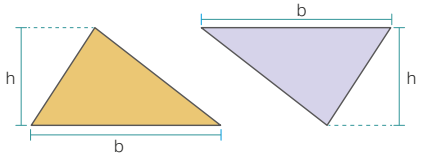
Portanto, a região retangular que será obtida deverá ter dimensões com 12 m (comprimento) e 9 m (largura).

Área do triângulo

Observe como podemos obter uma fórmula para calcular a área de um triângulo. Para isso, considere o triângulo alaranjado representado a seguir, em que **b** é a medida da base e **h** é a medida da altura.

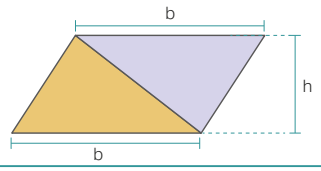
1ª

Construímos um triângulo congruente ao inicial, porém em posição diferente.



2ª

Compomos um paralelogramo utilizando os dois triângulos.



3ª

A área de cada triângulo corresponde à metade da área do paralelogramo obtido. Assim, podemos expressar a área do triângulo inicial por:

$$A = \frac{b \cdot h}{2}$$

Para complementar o problema apresentado na página **75**, pedir aos estudantes que verifiquem, utilizando a fórmula da área do trapézio, que a região do terreno com formato de um trapézio tem área igual a 108 m². Espera-se que eles determinem, inicialmente, a medida da base maior e da base menor desse trapézio, levando em consideração as medidas obtidas da região do terreno com formato retangular.

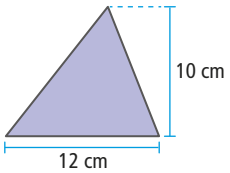
No trabalho com o cálculo da área de triângulos, é importante que os estudantes compreendam que a altura de um triângulo corresponde à medida de um segmento de reta perpendicular a um de seus lados ou ao seu prolongamento (tomado como referência), com uma extremidade nesse lado ou prolongamento e outra no vértice oposto. Além disso, chamar a atenção deles para o fato de que, na fórmula para calcular a área do triângulo, a expressão **b** · **h** corresponde à área de um paralelogramo cuja base mede **b** e a altura mede **h**.

Para complementar, dizer aos estudantes que também é possível utilizar a fórmula de Herão para calcular a área de um triângulo, conhecendo a medida de seus lados: **a**, **b** e **c**.

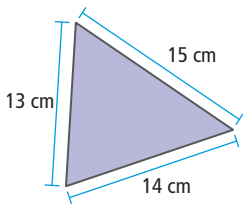
$$A = \sqrt{(s \cdot (s - a) \cdot (s - b) \cdot (s - c)}$$

Nesta fórmula, **s** é o semiperímetro do triângulo. Dizer que o semiperímetro de um polígono corresponde à metade de seu perímetro.

Em seguida, propor que calculem a área dos triângulos a seguir, utilizando a fórmula obtida no Livro do estudante ou a fórmula de Herão.



Resposta: 60 cm².



ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

Resposta: 84 cm².

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Atividades

Atividade 1

Esta atividade trabalha o cálculo da área de quadriláteros. É importante ressaltar aos estudantes que, independentemente da posição de cada quadrilátero, é preciso estar atento às suas características para utilizar a fórmula correspondente.

Atividade 2

Esta atividade trabalha uma situação envolvendo o cálculo da área de quadriláteros. Verificar as estratégias que os estudantes utilizaram na resolução desta atividade. Uma delas consiste em determinar a área total de tecido em cada rolo para, em seguida, determinar o preço do metro quadrado de tecido em cada um desses rolos.

Atividade 3

Esta atividade trabalha a elaboração de problema pelo estudante envolvendo o cálculo da área de quadriláteros. É importante avaliar se os problemas contemplam ideias relacionadas ao conceito proposto. Ao final, se julgar conveniente, pedir aos estudantes que compartilhem entre si essas produções, visto que esses problemas podem apresentar diferentes estruturas.

Atividade 4

Esta atividade trabalha o cálculo da área de triângulos. Para complementar, propor aos estudantes que representem um triângulo qualquer, indicando as medidas da base e da altura desse triângulo. Em seguida, pedir que troquem sua representação com a de um colega para que um calcule a área do triângulo representado pelo outro.

Atividades 5 e 6

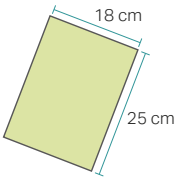
Estas atividades trabalham situações envolvendo o cálculo da área de triângulos e de quadrilátero. Aproveitar para verificar se os estudantes calculam corretamente a área dessas figuras.

ATIVIDADES

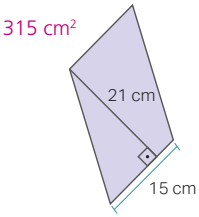
NÃO ESCREVA NO LIVRO. Resoluções a partir da **p. 305**.

1. Calcule a área dos quadriláteros representados a seguir.

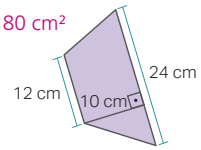
a) Retângulo. 450 cm²



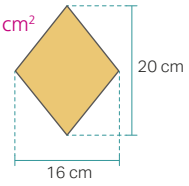
b) Paralelogramo. 315 cm²



c) Trapézio. 180 cm²



d) Losango. 160 cm²



2. Uma costureira quer comprar um dos rolos de tecido descritos a seguir. As medidas indicadas correspondem à largura e ao comprimento de cada rolo:

- rolo **A** (1,80 m × 30 m): R$ 810,00;
- rolo **B** (1,50 m × 35 m): R$ 840,00;
- rolo **C** (1,50 m × 40 m): R$ 900,00.

Quais desses rolos a costureira pode escolher de maneira a pagar o menor preço por metro quadrado de tecido?

Pode escolher o rolo **A** ou o rolo **C**.

3. Leia as informações a seguir.

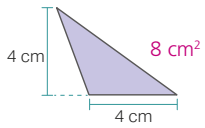
> Moacir procura um terreno que tenha formato de quadrilátero de 80 m de perímetro e, para comprá-lo, dispõe de R$ 120.000,00.

Elabore um problema envolvendo as informações apresentadas e o cálculo da área de quadriláteros. Em seguida, junte-se a um colega, e troquem os problemas para que um resolva o do outro. Juntos, verifiquem se as respostas estão corretas.

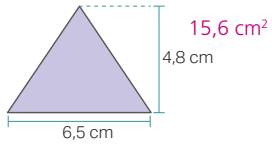
Resposta pessoal.

4. Calcule a área dos triângulos representados a seguir.

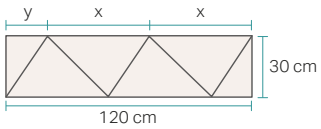
a) 8 cm²



b) 15,6 cm²



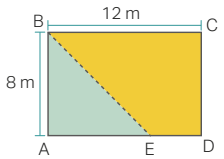
5. Josemar trabalha em uma serralheria e, para produzir uma peça, ele corta uma chapa de metal retangular em quatro pedaços idênticos, cada um com 750 cm², descartando os dois pedaços menores que sobram, conforme indicado a seguir.



a) Qual é a área total dos pedaços que sobram da chapa? 600 cm²

b) Quais são as medidas **x** e **y**, em centímetro? x = 50 cm; y = 20 cm.

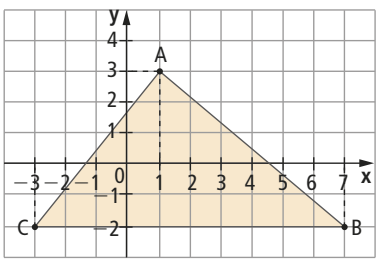
6. Elza possui um terreno representado pela figura de retângulo ABCD a seguir. Ela quer instalar uma cerca, indicada por $\overline{BE}$, com **E** sobre $\overline{AD}$, de maneira que a região em azul tenha o dobro da área da região em verde, onde será feito um jardim. A quantos metros de **A** deve ficar o ponto **E**? 8 m



ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

ATIVIDADE COMPLEMENTAR

1. No jogo de damas, o tabuleiro é dividido igualmente em 64 casas quadradas. Sabendo que certo tabuleiro de damas tem 1 024 cm² de área, responda: qual é a medida do lado de cada casa desse tabuleiro? Resposta: 4 cm.
2. Larissa desenhou, em um plano cartesiano, o triângulo representado a seguir. Sabendo que, nos eixos, a unidade utilizada por Larissa foi 1 cm, responda: qual é a área do triângulo que Larissa desenhou?



EDITORIA DE ARTE

Resposta: 25 cm².

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

RevEJA

NÃO ESCREVA NO LIVRO. Resoluções a partir da **p. 305**.

Resolva as atividades para retomar o que foi estudado nesta Unidade.

1. Jéssica tem R$ 365,00 e quer comprar um monitor. Observe o cartaz de uma loja que chamou a atenção dela. Alternativa **a**.



ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

Para comprar esse monitor à vista, Jéssica vai precisar de mais:

a) R$ 122,50 **c)** R$ 202,50

b) R$ 162,50 **d)** R$ 487,50

2. Certa loja virtual de calçados oferece desconto de 10% para o cliente que realizar a compra pelo aplicativo de celular. Após aplicado esse desconto, se o cliente fizer o pagamento por Pix, é concedido a ele um desconto extra de 5%. Certo modelo de tênis que custa R$ 130,00 nessa loja pode ser comprado pelo aplicativo, com pagamento por Pix, pelo preço de:

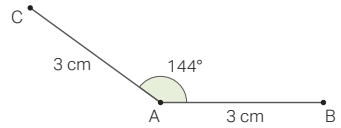
a) R$ 123,50 **c)** R$ 111,15

b) R$ 117,00 **d)** R$ 110,50

Alternativa **c**.

GLOSSÁRIO
Pix: meio de pagamento eletrônico instantâneo em funcionamento no Brasil desde 2020.

3. Com régua e transferidor, Jonas está representando um polígono regular. Inicialmente, ele traçou o lado $\overline{AB}$, marcou um ângulo interno desse polígono e traçou o lado $\overline{AC}$. Observe.



Ao terminar o desenho, Jonas terá representado um polígono regular cujo perímetro é: Alternativa **b**.

a) 144 cm **c)** 24 cm

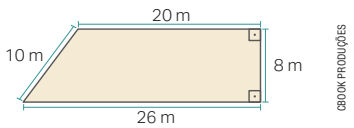
b) 30 cm **d)** 6 cm

4. Para representar um triângulo com 12,5 cm² de área, Felipe desenhou a base da figura com 5 cm. Qual é a medida da altura desse triângulo?

a) 5 cm Alternativa **a**. **c)** 2,5 cm

b) 10 cm **d)** 4 cm

5. O terreno representado a seguir tem formato trapezoidal. Em toda a superfície desse terreno, será plantada grama ao custo de R$ 23,50 o metro quadrado. Alternativa **b**.



OBOOK PRODUÇÕES

O custo total do plantio de grama nesse terreno será um valor:

a) menor que R$ 4.000,00.

b) entre R$ 4.000,00 e R$ 5.000,00.

c) entre R$ 5.000,00 e R$ 6.000,00.

d) maior que R$ 6.000,00.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

RevEJA

Atividade 1

O objetivo desta atividade é verificar a compreensão dos estudantes quanto ao cálculo do porcentual de uma quantia. Ao assinalar uma alternativa incorreta, o estudante pode demonstrar que não compreendeu como calcular o porcentual de uma quantia ou não entendeu as informações do enunciado.

Atividade 2

O objetivo desta atividade é verificar a compreensão dos estudantes quanto ao cálculo de porcentuais sucessivos. Ao assinalar uma alternativa incorreta, o estudante pode demonstrar que não compreendeu como calcular porcentuais sucessivos ou não compreendeu a ideia de descontos sucessivos.

Atividade 3

O objetivo desta atividade é verificar se os estudantes compreendem o processo de construção de representações de polígonos regulares. Ao assinalar uma alternativa incorreta, o estudante pode demonstrar que não compreende como se representa um polígono regular, não estabelece relação entre a medida de cada ângulo interno e a quantidade de lados ou não calcula o perímetro desse polígono.

Atividade 4

O objetivo desta atividade é verificar a compreensão dos estudantes sobre o cálculo da área de triângulo. Ao assinalar uma alternativa incorreta, o estudante pode demonstrar que não calcula a altura de um triângulo conhecendo a medida da base e da área desse triângulo.

Atividade 5

O objetivo desta atividade é verificar a compreensão dos estudantes sobre o cálculo da área de trapézio. Ao assinalar uma alternativa incorreta, o estudante pode demonstrar que não calcula a área de trapézio ou não identifica corretamente a base menor, base maior e altura de um trapézio.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

INTRODUÇÃO

Nesta Unidade, serão abordados os campos Números, Álgebra e Estatística. Os estudantes vão trabalhar com radiciação, razão e proporção, além de explorar representação de dados em gráficos de segmentos e medidas de tendência central. Esses conteúdos podem ser explorados de maneira articulada, como analisar um conjunto de dados representado em um gráfico de segmentos determinando a média, a moda e a mediana desses dados.

OBJETIVOS PEDAGÓGICOS DA UNIDADE

- Calcular, de maneira exata ou aproximada, o resultado de uma operação de radiciação.
- Retomar e compreender as ideias de razão e de proporção.
- Compreender a propriedade fundamental das proporções.
- Ler e interpretar informações representadas em gráficos de segmentos.
- Identificar inadequações em gráficos e como elas influenciam na interpretação das informações representadas.
- Compreender os conceitos de média aritmética, moda e mediana como medidas de tendência central.
- Resolver problemas envolvendo cálculo de raízes, razão, proporção, gráfico de segmentos e medidas de tendência central.

JUSTIFICATIVAS DOS OBJETIVOS

Ao trabalhar a relação entre potenciação e radiciação e o cálculo exato e aproximado de raízes, possibilita-se aos estudantes ampliar o repertório de estratégias de cálculo, o que servirá de base para o estudo de outros conceitos, como o de número irracional, de função, de equação do 2º grau com uma incógnita e de relações métricas no triângulo retângulo.

Com o estudo envolvendo razão e proporção, espera-se que identifiquem esse tipo de relação em situações e tarefas do dia a dia e utilizem os conceitos estudado para resolver diferentes problemas que exigem uma postura ativa e responsável, como analisar qual modelo de carro emite menor quantidade de CO_2 por quilômetro e em qual embalagem o preço por quantidade do produto é menor.

Ao explorar informações representadas em gráficos de segmentos, seus elementos e medidas de tendência central, busca-se contribuir para a leitura crítica dessas informações divulgadas em diferentes mídias e meios de comunicação, bem como a identificação, quando houver, de inadequações na organização e na apresentação desses dados.

ETAPA 7

UNIDADE 4

Radiciação, proporção, gráficos e medidas estatísticas

- Radiciação
- Proporção
- Gráfico de segmentos
- Medidas de tendência central

a) Resposta pessoal.
b) Espera-se que os estudantes respondam 10 000 m².
c) Respostas pessoais.



Mulher colhendo café.

WSFURLAN/E+/GETTY IMAGES

NÃO ESCREVA NO LIVRO.

A semente do café passa por vários processos desde o plantio até a xícara. Durante essas etapas, há diversos aspectos matemáticos envolvidos, como o cálculo da área do terreno de plantio, o dimensionamento da embalagem final do produto e a proporção entre as quantidades de água e pó utilizados no preparo.

a) Por quais etapas você imagina que o grão de café, após plantado, passa até chegar à xícara?

b) Um terreno destinado ao plantio de café tem o formato de um quadrado cuja medida do lado é 100 m. Qual é a área desse terreno?

c) Você tem o costume de comprar café? Em média, qual é o preço do café nos mercados que você frequenta?

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

1. Radiciação

Leia a situação a seguir, que envolve a radiciação.

Letícia tem um terreno em formato de quadrado para plantio de café com 400 m² de área. Para facilitar a medição e organização do terreno, ela decidiu cercá-lo totalmente. Quantos metros de cerca serão necessários para delimitar o terreno?



BONGA1965/SHUTTERSTOCK.COM

Café é o fruto do cafeeiro. Os grãos que moemos e preparamos para fazer o café são as sementes desse fruto.

Para obter a medida do lado do terreno, em metro, é necessário determinar um número que elevado ao quadrado resulte em 400. Observe algumas tentativas.

- $18^2 = 18 \cdot 18 = 324$
- $19^2 = 19 \cdot 19 = 361$
- $20^2 = 20 \cdot 20 = 400$

Portanto, o terreno deve ter o formato quadrado de 20 m de lado.

Para determinar o lado do terreno, foi necessário encontrar o número que, ao ser elevado ao quadrado, resulta em 400, ou seja, o número que, multiplicado por si mesmo, resulta em 400. Essa operação é denominada **raiz quadrada**.

Assim, a situação pode ser indicada da seguinte maneira:

índice — radical

$\sqrt[2]{400} = 20$

radicando — raiz

Lê-se: a raiz quadrada de 400 é igual a 20.

Para representar uma raiz quadrada, costumamos não indicar o índice. Nesse exemplo, podemos escrever $\sqrt{400} = 20$.

Também podemos calcular raízes com índices iguais a outros números naturais maiores que 1. Observe o exemplo.

$\sqrt[3]{27}$ Lê-se: a raiz cúbica de 27.

Para calcular $\sqrt[3]{27}$, precisamos obter um número que elevado ao cubo seja igual a 27.

Note que:

- $2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$
- $3^3 = 3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$

Assim, $\sqrt[3]{27} = 3$.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Sobre a **Abertura da Unidade**, comentar com os estudantes que o Brasil é um dos maiores produtores de café do mundo. Se considerar oportuno e houver interesse, sugerir que façam uma pesquisa a respeito do tema.

No item **a**, verificar se algum deles já trabalhou com o cultivo de café. Disponibilizar um tempo para que relatem as experiências deles. Pode-se propor uma pesquisa sobre essas etapas.

No item **b**, relembrar como calcular a área de um quadrado. No item **c**, anotar algumas das respostas na lousa e perguntar qual é o preço mais frequente.

SAIBA MAIS

Acessar este *site* para obter mais informações sobre a agricultura familiar.

- EMPRESA BRASILEIRA DE PESQUISA AGROPECUÁRIA. **Agricultura familiar**. Brasília, DF: Embrapa, [2024]. Disponível em: https://www.embrapa.br/tema-agricultura-familiar. Acesso em: 26 abr. 2024.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Antes de iniciar o trabalho com esta página, conversar com os estudantes sobre o trabalho na área rural e a agricultura familiar. Esse tipo de agricultura é praticado em pequenas áreas com uma grande variedade de produtos, destacando-se, nas culturas permanentes, a produção de café e banana.

Na agricultura familiar, a gestão das propriedades e a maior parte da mão de obra são feitas por familiares, os insumos são obtidos na própria propriedade ou redondezas, e a comercialização é feita em circuitos curtos, geralmente na região onde a propriedade se localiza.

Para iniciar o trabalho com a operação de radiciação, uma sugestão de encaminhamento é apresentar e discutir, inicialmente, o problema apresentado sobre a quantidade de metros de cerca necessária para delimitar o terreno. Sendo assim, reservar alguns minutos para que os estudantes leiam o problema e pensem em como Letícia pode resolvê-lo.

Explicar que, assim como ocorreu com a maioria dos símbolos que usamos atualmente na Matemática, o símbolo utilizado para indicar um radical foi modificado e simplificado ao longo do tempo. Comentar que o matemático Leonhard Paul Euler (1707-1783) acreditava que o símbolo se originava da letra **r**, assim como o matemático Leonardo Fibonacci (c. 1170-1240). Sugere-se propor aos estudantes uma pesquisa relacionada à História da Matemática com o objetivo de promover a compreensão do desenvolvimento histórico de outros símbolos matemáticos, como o do sinal de adição e o de subtração, por exemplo.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Após explorar os exemplos do início desta página, apresentar os seguintes exemplos aos estudantes, questionando-os sobre as regularidades em relação ao índice da raiz e ao expoente do número na potência.

- $\sqrt{25} = 5$, pois $5^2 = 5 \cdot 5 = 25$.
- $\sqrt[3]{64} = 4$, pois $4^3 = 4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$
- $\sqrt[4]{81} = 3$, pois $3^4 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 81$

É importante evidenciar que o índice da raiz corresponde à quantidade de vezes que um número deve ser multiplicado por ele mesmo na relação com a potenciação.

Ao trabalhar a formalização do conceito de radiciação, explicar aos estudantes que, na relação $\sqrt[n]{a} = b$ **se, e somente se,** $b^n = a$, a expressão **se, e somente se** significa, nesse caso, que, se ocorrer $\sqrt[n]{a} = b$, então resultará na igualdade $b^n = a$, e se ocorrer $b^n = a$, então necessariamente ocorrerá a igualdade $\sqrt[n]{a} = b$.

Antes de iniciar o trabalho com a raiz de um número negativo, se julgar necessário, retomar com os estudantes as operações de multiplicação com dois fatores positivos e com dois fatores negativos. Para auxiliar os estudantes na compreensão do cálculo da raiz de um número racional negativo, explorar os seguintes exemplos:

- Existe um número racional que seja raiz quarta de -16, ou seja, existe um número que elevado à quarta potência seja igual a -16?

Considere as tentativas:

I. $(-2)^4 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = (+4) \cdot (-2) \cdot (-2) = (-8) \cdot (-2) = 16$

II. $2^4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$

Note que $(-2)^4 \neq -16$ e $2^4 \neq -16$. Assim, pode-se concluir que a raiz quarta de -16 não é -2 ou 2.

- Existe um número racional que seja raiz quinta de -243, ou seja, existe um número que elevado à quinta potência seja igual a -243?

Considere as tentativas:

I. $(-3)^5 = (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) = -243$

II. $3^5 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 243$

Nesse caso, $\sqrt[5]{-243} = -3$.

Ao explorar esses dois exemplos, evidenciar aos estudantes que, ao se elevar um número racional negativo a um expoente par, o resultado será positivo e, ao se elevar a um expoente ímpar, o resultado será negativo.

Exemplos

a) $\sqrt{121} = 11$, pois: $11^2 = 11 \cdot 11 = 121$ — Lê-se: a raiz quadrada de 121 é igual a 11.

b) $\sqrt[4]{625} = 5$, pois: $5^4 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 625$ — Lê-se: a raiz quarta de 625 é igual a 5.

c) $\sqrt[5]{\frac{1}{243}} = \frac{1}{3}$, pois: $\left(\frac{1}{3}\right)^5 = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{243}$ — Lê-se: a raiz quinta de $\frac{1}{243}$ é igual a $\frac{1}{3}$.

Sendo **a** e **b** números racionais não negativos e **n** um número natural maior que 1, dizemos que $\sqrt[n]{a} = b$ se, e somente se, $b^n = a$.

Raiz de um número negativo

Conforme estudado anteriormente, para calcular a raiz quadrada de um número positivo (radicando) é necessário determinar o número que elevado ao quadrado resulte nesse radicando. Mas e no caso da raiz quadrada de um número negativo? Por exemplo, é possível calcular a raiz quadrada de -9? Para responder a essas questões, temos de relembrar que:

- ao multiplicar dois números positivos, o produto é positivo. Exemplo: $3 \cdot 3 = 9$.
- ao multiplicar dois números negativos, o produto é positivo. Exemplo: $(-3) \cdot (-3) = 9$.

Assim, podemos dizer que não existe um número racional que seja raiz quadrada de -9, pois não existe número racional que elevado ao quadrado tenha resultado negativo.

Agora, vamos analisar a potência de números quando o expoente é um número ímpar. Para isso, vamos multiplicar um número por si mesmo uma quantidade ímpar de vezes.

- Ao multiplicar três números positivos, o produto é positivo. Exemplo: $3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$
- Ao multiplicar três números negativos, o produto é negativo. Exemplo: $(-3) \cdot (-3) \cdot (-3) = -27$
- Ao multiplicar cinco números negativos, o produto é negativo. Exemplo: $(-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) = -243$

DICA

Lembre-se de que, ao multiplicar um número negativo por um número positivo, o produto é negativo.

Diferentemente do que ocorre com os expoentes pares, quando temos um número negativo elevado a um expoente ímpar, a potência também é um número negativo.

Vamos analisar a raiz cúbica de um número negativo. Por exemplo, $\sqrt[3]{-8}$.

Nesse caso, temos de determinar um número racional que elevado ao cubo seja igual a -8. Observe.

$(-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = (+4) \cdot (-2) = -8$

Assim, $\sqrt[3]{-8} = -2$.

Podemos calcular a raiz de um número racional negativo quando o índice dessa raiz for um número natural ímpar maior que 1.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

Resoluções a partir da **p. 305**.

ATIVIDADES

NÃO ESCREVA NO LIVRO.

1. Calcule.

a) $\sqrt{49}$ 7

b) $\sqrt{144}$ 12

c) $\sqrt[3]{125}$ 5

d) $\sqrt[4]{81}$ 3

e) $\sqrt[5]{-32}$ -2

f) $\sqrt{1{,}96}$ 1,4

g) $\sqrt{\frac{1}{36}}$ $\frac{1}{6}$

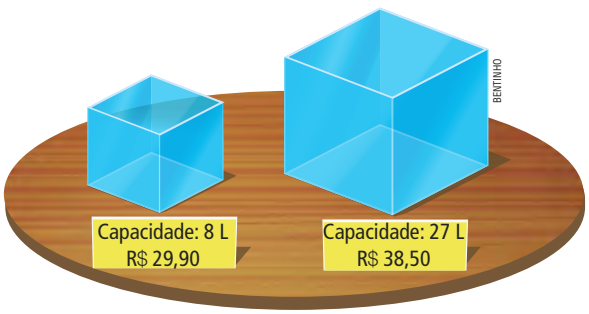
h) $\sqrt[3]{-64}$ -4

2. Laura trabalha com peças de artesanato como as da imagem. Cada peça tem formato quadrado. Laura recebeu uma encomenda, na qual foi solicitado reproduzir uma dessas peças, mantendo o formato quadrado, mas de maneira que a peça nova tenha 64 cm² de área. Quantos centímetros deve ter cada lado da peça nova que Laura vai produzir? 8 cm



Peças populares de artesanato feitas de vime e revestidas com fios de lã.

3. Fábio está em uma loja escolhendo um pequeno aquário para comprar. Observe duas opções de aquários de formato cúbico.



a) Quantos decímetros de aresta tem o aquário menor? E o aquário maior? 2 dm. 3 dm.

b) Fábio comprou o aquário menor e pagou com uma cédula de R$ 100,00. Quanto ele recebeu de troco? R$ 70,10

4. Em cada item, determine um número que deve substituir o ■ para que a igualdade seja verdadeira.

a) $\sqrt{81} = ■$ 9

b) $\sqrt[4]{■} = 4$ 256

c) $\sqrt{10\,000} = 10$ 4

d) $\sqrt[3]{216} = ■$ 6

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Atividade 1

Esta atividade trabalha o cálculo de raízes de números inteiros. Comentar com os estudantes que uma estratégia para resolver esta atividade é por meio de tentativas, assim como foi trabalhado nas páginas anteriores. Uma sugestão é propor que resolvam esta atividade em duplas, uma vez que um pode auxiliar o outro. Caso surjam estratégias diferentes, verificá-las e, em seguida, propor aos estudantes que apresentem essas estratégias para o restante da turma.

Atividade 2

Esta atividade trabalha a resolução de uma situação contextualizada por meio da relação entre potenciação e radiciação. Propor aos estudantes que se reúnam em duplas e, juntos, discutam algumas estratégias para resolver o problema. Na sequência, sugerir a alguns grupos que compartilhem as estratégias utilizadas com os colegas. Se julgar necessário, relembrar com eles o cálculo da área de um quadrado.

Após trabalhar com esta atividade, conversar com os estudantes sobre a profissão de artesão, que foi regulamentada no Brasil apenas em 2015. Leia para eles o trecho a seguir, que trata sobre essa profissão.

Você sabia que a profissão de artesão é regulamentada desde 2015 com a publicação da Lei 13.180? Essa lei estabelece diretrizes para que existam cada vez mais políticas públicas de fomento à profissão de artesão e ainda institui a carteira profissional para a categoria.

A regulamentação da profissão de artesanato tem um grande impacto positivo na economia regional, na economia municipal, além de que o artesanato ajuda a movimentar o turismo em muitas regiões.

E você sabia também que o artesão é aquele que utiliza todos os recursos de produção manual para manusear matérias primas, com técnicas, e instrumentos para criar a arte que conhecemos como artesanato?

ASSOCIAÇÃO UNIÃO DOS ARTESÃOS PROFISSIONAIS DO ESTADO DE SÃO PAULO. **Artesanato como profissão**. São Paulo: Uapesp, 15 mar. 2021. Disponível em: https://associacaouapesp.org.br/artesanato-como-profissao/. Acesso em: 24 abr. 2024.

Atividade 3

Esta atividade trabalha a resolução de uma situação contextualizada por meio da relação entre potenciação e radiciação. Verificar se os estudantes apresentam dificuldade em relação ao conceito de raiz cúbica e, se necessário, a fim de auxiliá-los nessa compreensão, realizar uma analogia com o conceito de raiz quadrada. Além disso, relembrar aos estudantes que 1 dm³ corresponde a 1 L.

Atividade 4

Esta atividade trabalha cálculos envolvendo raiz de número inteiro. Propor aos estudantes que comparem as respostas com as de um colega, em duplas, a fim de verificar se cometeram algum equívoco e compartilhem as estratégias de resolução.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Atividades

Atividade 5

Esta atividade trabalha a análise da existência da raiz de um número negativo no conjunto dos números reais. É importante que os estudantes compreendam que é possível calcular a raiz de um número real negativo quando o índice dessa raiz for um número natural ímpar maior que 1.

Atividade 6

Esta atividade trabalha a resolução de uma situação por meio da relação entre potenciação e radiciação com o uso da calculadora. É importante conferir se as calculadoras utilizadas pelos estudantes têm a tecla $\sqrt{\ }$, uma vez que não são todos os modelos de calculadora que possuem essa tecla.

Atividade 7

Esta atividade trabalha a estratégia de cálculo envolvendo a relação entre potenciação e radiciação. Quanto à estratégia apresentada, é importante que os estudantes percebam que calcular a raiz quadrada dessa maneira pode deixar o cálculo mais prático, uma vez que representa-se o radicando na forma de fração decimal e, em seguida, calcula-se a raiz quadrada de cada um dos termos da fração, que, nesse caso, são números naturais com raiz quadrada exata.

5. Em quais fichas a seguir estão indicados radicais que têm solução no conjunto dos números reais? Nas fichas **I**, **II** e **III**.

I. $\sqrt{100}$ **II.** $\sqrt[5]{-32}$ **III.** $\sqrt[4]{\frac{1}{625}}$

IV. $\sqrt[8]{-1}$ **V.** $\sqrt{-\frac{1}{2}}$

6. Você se lembra de como calcular a raiz quadrada de um número na calculadora? Observe, por exemplo, a sequência de teclas que devem ser pressionadas para obter a raiz quadrada de 4,2025.

4 . 2 0 2 5 √ 2.05

Agora, com uma calculadora, determine a medida do lado de cada quadrado cuja área está indicada.

a) 38,44 m² 6,2 m **b)** 15,21 m² 3,9 m **c)** 16,8921 m² 4,11 m **d)** 29,8116 m² 5,46 m

7. Analise uma maneira de calcular a raiz quadrada de 0,09, que é um número racional expresso na forma decimal.

$$\sqrt{0{,}09} = \sqrt{\frac{9}{100}} = \frac{3}{10} = 0{,}3$$

Rascunho:

$$\frac{3}{10} \cdot \frac{3}{10} = \frac{9}{100}$$

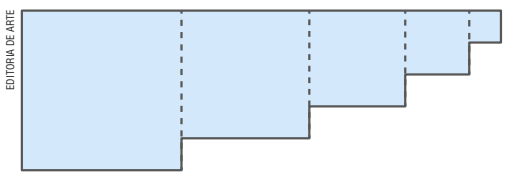
7. a) Resposta esperada: Inicialmente, escreveu-se na forma de fração o número racional expresso na forma decimal. Depois, calculou-se a raiz quadrada do número obtido na forma de fração. Por fim, escreveu-se o resultado na forma de número decimal.

a) Descreva a estratégia utilizada nesse cálculo.

b) Agora, no caderno, calcule as seguintes raízes:

- $\sqrt{0{,}16}$ 0,4
- $\sqrt{0{,}81}$ 0,9
- $\sqrt{1{,}44}$ 1,2
- $\sqrt{0{,}0001}$ 0,01

8. A figura a seguir pode ser decomposta na representação de cinco quadrados com áreas iguais a 25 cm², 16 cm², 9 cm², 4 cm² e 1 cm². Qual é o perímetro da figura? 40 cm



9. Para a reforma de uma praça pública, a prefeitura encomendou uma maquete da praça. Para isso, foi necessário pintar uma placa de formato quadrado com 64 cm² de área para representar a região ocupada pela praça. Quais devem ser as medidas dos lados e do perímetro dessa placa?

O lado da placa deve medir 8 cm, e o perímetro, 32 cm.

Atividade 8

Esta atividade trabalha a resolução de uma situação contextualizada por meio da relação entre potenciação e radiciação. Para a resolução, uma estratégia é determinar, primeiro, a medida do lado de cada quadrado, utilizando a raiz quadrada.

- Quadrado de área 25 cm²: $\sqrt{25} = 5$, ou seja, 5 cm.
- Quadrado de área 16 cm²: $\sqrt{16} = 4$, ou seja, 4 cm.
- Quadrado de área 9 cm²: $\sqrt{9} = 3$, ou seja, 3 cm.
- Quadrado de área 4 cm²: $\sqrt{4} = 2$, ou seja, 2 cm.
- Quadrado de área 1 cm²: $\sqrt{1} = 1$, ou seja, 1 cm.

Com isso, é possível obter os demais lados da figura.

Atividade 9

Esta atividade trabalha a resolução de uma situação contextualizada por meio da relação entre potenciação e radiciação.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

Calculando a raiz quadrada de um número

Anteriormente, estudamos como calcular a raiz quadrada de um número utilizando como estratégia a realização de tentativas.

Acompanhe dois exemplos de como é possível calcular a raiz quadrada de um número utilizando fatoração e estimativas.

Para fatorar um número, utilizamos o Teorema Fundamental da Aritmética:

Todo número inteiro positivo maior que 1 pode ser decomposto em fatores primos, sendo essa decomposição única.

Vamos calcular $\sqrt{784}$ utilizando fatoração.

Decompomos o número 784 em fatores primos.

784	2
392	2
196	2
98	2
49	7
7	7
1	

DICA

Um número é dito primo quando ele é divisível apenas por ele mesmo e por 1.

Note que, nesse caso, podemos agrupar aos pares os fatores primos iguais, sem sobra de fator.

784	2	2^2
392	2	
196	2	2^2
98	2	
49	7	7^2
7	7	
1		

Escrevemos 784 como uma potência de expoente 2:

$784 = 2^2 \cdot 2^2 \cdot 7^2 = (2 \cdot 2 \cdot 7)^2 = 28^2$

Portanto, $\sqrt{784} = 28$.



Para uma melhor segurança digital, busque criar senhas fortes misturando letras, números e caracteres especiais.

SAIBA MAIS

- O ENIGMA dos números primos, cuja solução ameaçaria a internet. 2021. Vídeo (5 min). Publicado pelo canal BBC News Brasil. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=Uf7nd8sz5yQ. Acesso em: 8 abr. 2024.

Os números primos intrigam os matemáticos há muito tempo e, atualmente, suas aplicações são fundamentais para as atividades financeiras de todo o mundo. A segurança de senhas e cartões de crédito é baseada na atual impossibilidade de descrever uma fórmula geral para encontrar os números primos. O vídeo sugerido apresenta a evolução dos estudos com números primos e sua importância na atualidade.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Ao iniciar o trabalho com esta página, explorar com os estudantes o Teorema Fundamental da Aritmética. Para isso, se considerar conveniente, ler para eles o trecho a seguir.

Sabemos que toda matéria é formada por pequenas partículas: os átomos. Os gregos antigos foram os primeiros a saber que a matéria é formada por tais partículas e o filósofo grego Demócrito (que viveu entre 546 e 460 a.C.) foi quem denominou essas partículas de átomos (do grego – *a*: não; *tomo*: divisão), pois acreditava que, de fato, elas eram indivisíveis. Hoje se sabe que os átomos podem ser divididos em partículas menores, mas a ideia de que a matéria existe em "unidades mínimas" segue vigente...

Na aritmética, essa ideia de "unidades mínimas" também existe e também veio lá da Grécia antiga. Só que o papel dos átomos, neste caso, é exercido pelos chamados ***números primos***. Os pitagóricos (de 500 a 300 a.C., mais ou menos) foram os primeiros a se interessarem pelas propriedades "místicas" desses números.

Mas, diferentemente dos átomos de verdade, os números primos continuam, e vão continuar, funcionando como blocos numéricos fundamentais, responsáveis por gerar todos os números naturais diferentes de 0 e de 1. Esta propriedade é conhecida como **Teorema Fundamental da Aritmética** – o **TFA** [...] e ela garante que um número natural diferente de 0 e de 1 ou é um número primo ou pode ser escrito como produto de números primos [...].

[...]

O Teorema Fundamental da Aritmética já aparece publicado nos *Elementos* de Euclides, mas a primeira demonstração completa e correta do Teorema foi feita por Gauss e publicada em 1801, na obra *Disquisitiones Arithmeticae*.

SALA de estudo: Teorema Fundamental da Aritmética. **Clubes de Matemática da OBMEP**. Rio de Janeiro, [202-]. Blogue. Disponível em: http://clubes.obmep.org.br/blog/teorema-fundamental-da-aritmetica/. Acesso em: 26 abr. 2024.

SAIBA MAIS

Sugerir aos estudantes que assistam ao vídeo para acompanhar uma demonstração do Teorema Fundamental da Aritmética.

- TEOREMA Fundamental da Aritmética I. 2015. Vídeo (7 min). Publicado pelo canal PROFMAT. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=czQMX6zFa04. Acesso em: 26 abr. 2024.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Detalhar, na lousa, cada etapa apresentada, no Livro do estudante, para calcular $\sqrt{84}$. É fundamental que os estudantes compreendam a estratégia para obter a raiz quadrada de um número por tentativa (estimativas) ou por decomposição em fatores primos (fatoração). Se julgar necessário, resolver com eles outros exemplos por meio da decomposição em fatores primos. Além disso, é importante que os estudantes atentem para o fato de que existem raízes quadradas de números naturais cujo valor não é um número natural.

Ao trabalhar o boxe **Pensar e Praticar**, enfatizar aos estudantes que um número quadrado perfeito, em Matemática, é um número natural que pode ser escrito como o quadrado de outro número natural. Com efeito, se a raiz quadrada de um número natural **a** for outro número natural, então **a** é um número quadrado perfeito. Sendo assim, a raiz quadrada exata de um número natural só ocorre no caso de o radicando ser um número quadrado perfeito.

Para complementar o boxe **Dica**, comentar com os estudantes que é possível obter o valor aproximado para $\sqrt{84}$ com mais de uma casa decimal. Por exemplo, utilizando a mesma estratégia apresentada, pode-se verificar que $(9{,}16)^2 < 84 < (9{,}17)^2$, sendo $(9{,}16)^2 = 83{,}9056$ e $(9{,}17)^2 = 84{,}0889$. Nesse caso, tem-se $\sqrt{84} \simeq 9{,}17$.

Atividades

Atividade 1

Esta atividade trabalha a estimativa da raiz quadrada aproximada de um número natural e a associação dessa estimativa a um ponto na reta numérica. Comentar que uma estratégia para resolver esta atividade é utilizar estimativas para determinar entre quais números naturais se encontra cada raiz quadrada. Verificar as estratégias utilizadas pelos estudantes e, se julgar conveniente, propor a alguns deles que as compartilhem com o restante da turma a fim de que ampliem o leque de estratégias de resoluções.

Atividade 2

Esta atividade trabalha o cálculo da raiz quadrada exata ou aproximada de um número natural. Após a resolução, sugerir aos estudantes que confiram as respostas usando a calculadora.

Agora, vamos calcular $\sqrt{84}$ utilizando fatoração e estimativas.

Do mesmo modo apresentado no exemplo anterior, iniciamos decompondo o número 84 em fatores primos.

$$84 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7$$

Nesse caso, quando agrupamos aos pares os fatores primos iguais, sobram fatores.

Assim, é possível afirmar que $\sqrt{84}$ não é um número natural.

Em casos como esse, podemos calcular a raiz quadrada aproximada do número. Acompanhe as etapas.

1ª Estimamos que $\sqrt{84}$ é um número entre 1 e 10, pois 84 está compreendido entre 1 e 100.

$$\underbrace{1}_{1^2} < 84 < \underbrace{100}_{10^2}$$

2ª Calculamos o quadrado dos números inteiros de 1 a 10.

a	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a^2	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100

3ª Verificamos que 84 está compreendido entre os quadrados de 9 e 10.

$$\underbrace{81}_{9^2} < 84 < \underbrace{100}_{10^2}$$

4ª Como não existem números naturais entre 9 e 10, calculamos o quadrado de alguns números racionais entre eles, com uma casa decimal, até obter um resultado próximo a 84.

$(9{,}1)^2 = 82{,}81$ e $82{,}81 < 84$ $\qquad$ $(9{,}2)^2 = 84{,}64$ e $84{,}64 > 84$

5ª Verificamos que 84 está compreendido entre os quadrados de 9,1 e 9,2.

$$\underbrace{82{,}81}_{(9{,}1)^2} < 84 < \underbrace{84{,}64}_{(9{,}2)^2}$$

Podemos notar que 84 está mais próximo de 84,64 que de 82,81.

Portanto, podemos dizer que $\sqrt{84}$ é aproximadamente 9,2.

PENSAR E PRATICAR

O número 784, que é radicando do primeiro exemplo, é um número quadrado perfeito? E o número 84, radicando do segundo exemplo, é um número quadrado perfeito? Explique.

DICA

Podemos indicar que $\sqrt{84}$ é aproximadamente 9,2 da seguinte maneira: $\sqrt{84} \simeq 9{,}2$.

Respostas esperadas: O número 784 é um número quadrado perfeito, pois $28^2 = 784$. Já o número 84 não é um número quadrado perfeito, pois não existe um número natural que elevado ao quadrado seja igual a 84.

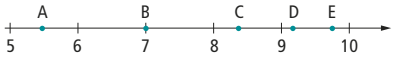
MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

ATIVIDADES

NÃO ESCREVA NO LIVRO. Resoluções a partir da **p. 305**.

1. Realize cálculos mentais e, com estimativas, associe cada número do quadro a um ponto na reta numérica a seguir. **A**: $\sqrt{30}$; **B**: $\sqrt{49}$; **C**: $\sqrt{70}$; **D**: $\sqrt{83}$; **E**: $\sqrt{95}$.

$\sqrt{70}$	$\sqrt{49}$	$\sqrt{30}$	$\sqrt{95}$	$\sqrt{83}$



2. Determine o resultado exato ou aproximado, com uma casa decimal, de cada raiz quadrada a seguir. **2. b)** Aproximadamente 5,3. **2. d)** Aproximadamente 11,1.

a) $\sqrt{484}$ 22 **b)** $\sqrt{28}$ **c)** $\sqrt{1\,225}$ 35 **d)** $\sqrt{124}$

3. Com uma calculadora, Tiago obteve a raiz quadrada de um número natural. Observe o resultado que apareceu no visor.



Escreva a sequência de teclas que Tiago pressionou para obter esse resultado.

4. Junte-se a um colega, e observem a sequência de figuras composta de representações de quadrados idênticos.

n	1	2	3	...
Figura				...
Quantidade de quadrados	$1^2 = 1$	$2^2 = 4$	$3^2 = 9$	...

4. a) 16 representações de quadrados. 100 representações de quadrados.

Nessa sequência, a figura **n** é composta de n^2 representações de quadrados, sendo **n** um número natural.

a) Quantas representações de quadrados compõem a figura **4**? E a figura **10**?

b) Nessa sequência, há alguma figura composta de exatamente:

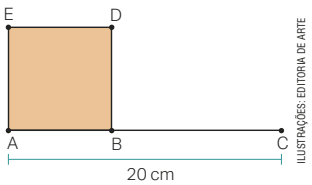
- 225 representações de quadrados? Sim.
- 220 representações de quadrados? Não.

5. Na figura apresentada, ABDE representa um quadrado cuja área é 52 cm².

O valor mais próximo de BC é: Alternativa **b**.

a) 10 cm **c)** 12,4 cm **e)** 13,5 cm

b) 12,8 cm **d)** 13 cm



ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

6. Identifique cada um dos itens cuja raiz quadrada indicada corresponde a um número natural. Depois, calcule a raiz quadrada nesses itens.

a) $\sqrt{588}$ **c)** $\sqrt{1\,800}$ **e)** $\sqrt{1\,936}$ 44

b) $\sqrt{324}$ 18 **d)** $\sqrt{2\,025}$ 45

Atividade 3

Esta atividade trabalha a relação entre potenciação e radiciação em um contexto envolvendo o uso da calculadora. Explicar aos estudantes que o resultado indicado no visor da calculadora corresponde a um valor aproximado. Para auxiliar os estudantes na resolução, sugere-se propor os seguintes questionamentos.

- Se a raiz quadrada de um número é 3, qual é esse número? Como você fez para determinar esse número? Resposta: 9. Resposta esperada: Foi calculado 3^2.
- Se a raiz quadrada de um número é 1,8, qual é esse número? Como você fez para determinar esse número? Resposta: 3,24. Resposta esperada: Foi calculado $(1{,}8)^2$.

Caso alguns estudantes não tenham calculadoras, providenciá-las com antecedência ou propor que, caso eles tenham acesso, utilizem o aplicativo de calculadora do celular.

Atividade 4

Esta atividade trabalha a relação entre potenciação e radiciação em um contexto envolvendo sequência numérica e figural. Explicar aos estudantes que os números cuja raiz quadrada é um número natural são chamados números quadrados perfeitos. Comentar com eles que os números 1, 4, 9, 16, 100 e 225 são exemplos de números quadrados perfeitos. Verificar qual estratégia os estudantes utilizaram para resolver o item **b**. Uma possibilidade é considerar que a potenciação e a radiciação são operações inversas e que a quantidade de representações de quadrados de cada figura deve corresponder ao quadrado de um número natural. Assim, como $\sqrt{225} = 15$, existe uma figura nessa sequência composta de 225 representações de quadrados (Figura **15**). Já como $\sqrt{220}$ não é exata, não existe uma figura nessa sequência composta de exatamente 220 representações de quadrados.

Atividade 5

Esta atividade trabalha o cálculo aproximado da raiz quadrada de um número natural em uma situação contextualizada. Para auxiliar os estudantes na resolução, sugere-se propor os seguintes questionamentos.

- Quanto mede o segmento de reta AC? Resposta: 20 cm.
- Qual é a relação entre os segmentos de reta AB e BC com o segmento de reta AC? Resposta: A medida do segmento de reta AC é igual à soma das medidas dos segmentos de reta AB e BC.
- Como é possível determinar a medida de AB, em centímetro? Resposta esperada: Calculando o valor de $\sqrt{52}$.

Atividade 6

Esta atividade trabalha a identificação de raiz quadrada de um número natural correspondente a um número natural e o cálculo de raiz quadrada exata. Após a resolução, destacar aos estudantes que uma estratégia para verificar se a raiz quadrada de um número natural também é um número natural é por meio da relação entre potenciação e radiciação.

2. Proporção

Você sabia que, depois da água, o café é a bebida mais consumida no Brasil? Essa bebida está presente no cardápio dos brasileiros desde o período colonial.

Observe a parte em destaque do modo de preparo indicado em certa embalagem de café.



Mulher tomando café.

SENAIDE KOETZ/SHUTTERSTOCK.COM

Modo de preparo:

1. Coloque 40 g de pó no filtro de papel.
2. Adicione 500 mL de água quente.



ILUSTRAÇÕES: LUCAS FARAUJ

SAIBA MAIS

- HISTÓRIA do Café | EXAMINANDO. 2021. Vídeo (6 min). Publicado pelo canal Exame. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=2tuzOweVs1M. Acesso em: 23 abr. 2024.

O vídeo apresenta a história do café desde sua origem no Iêmen e na Etiópia até as implicações econômicas e políticas no Brasil.

Podemos escrever uma **razão** para relacionar as quantidades de pó de café e de água necessárias para esse preparo. Observe.

$$\frac{40}{500}$$

40: quantidade de pó de café (g)

500: quantidade de água quente (mL)

DICA

Esta razão também pode ser indicada por **40 : 500**.

Dessa maneira, dizemos que essa razão é de 40 g de pó de café para 500 mL de água.

Dados dois números **a** e **b**, com $b \neq 0$, denomina-se como razão entre **a** e **b**, nessa ordem, o quociente **a : b**, que também pode ser indicado por $\frac{a}{b}$.

Agora, observe a razão entre as quantidades de pó de café e de água necessárias para o preparo indicado em outra embalagem de café.

Modo de preparo:

1. Coloque 60 g de pó no filtro de papel.
2. Adicione 750 mL de água quente.



$$\frac{60}{750}$$

60: quantidade de pó de café (g)

750: quantidade de água quente (mL)

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Antes de iniciar o trabalho com proporção, explorar com os estudantes o contexto apresentado. Uma possibilidade é discutir a relação do café com a saúde do consumidor. Para isso, ler para eles o trecho apresentado a seguir, que trata da relação entre a cafeína, presente no café, e a pressão arterial.

> Quando a cafeína é ingerida no café seu efeito sobre a pressão é bem menor do que quando é ingerida de forma isolada. [...]
>
> Um fato interessante é que o consumo habitual de café leva ao desenvolvimento de tolerância ao seu efeito de elevar a pressão. Desta forma, o café induz pequena elevação da pressão em indivíduos que não têm o hábito de consumir esta bebida. Estudos sugerem que o café pode ser consumido desde que em quantidades moderadas. [...]
>
> KLEIN, Márcia Regina Simas Torres. **Ingestão de café e pressão arterial**. São Paulo: SBH, [2024]. Disponível em: https://www.sbh.org.br/arquivos/artigos/ingestao-de-cafe-e-pressao-arterial/. Acesso em: 24 abr. 2024.

Após a leitura do texto, propor uma roda de conversa e incentivá-los a falar se costumam tomar café e o que entendem por quantidade moderada. Aproveitar a conversa para abordar o tema **Saúde e bem-estar**, uma vez que o hábito de tomar café pode ser um momento para iniciar o dia ou para uma pausa do trabalho, por exemplo. Comentar que é preciso evitar o consumo excessivo da bebida, especialmente por pessoas que são hipertensas ou em períodos em que se tem uma rotina estressante.

Para verificar o conhecimento prévio dos estudantes em relação às ideias de razão e proporção, iniciar a aula questionando-os sobre o significado dos termos **razão** e **proporção** e pedir que deem exemplos do uso desses termos em situações do dia a dia.

Ao explorar a situação apresentada nesta página, dizer aos estudantes que os nomes dos produtos apresentados são fictícios e explicar a eles que a razão é uma das ideias de fração e expressa uma comparação entre dois números. Neste caso, por exemplo, estão sendo comparadas a quantidade de pó de café e a quantidade de água quente necessárias para o preparo da bebida.

Explicar que, na razão entre dois números, **a** e **b**, nessa ordem, e com **b** diferente de zero, o número **a** costuma ser chamado de antecedente e **b**, de consequente. Enfatizar a importância da ordem dos números ao representar a razão por meio de um quociente, pois, ao se alterar essa ordem, modifica-se o que se deseja expressar com aquela razão.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

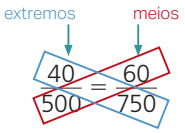
Note que as razões $\frac{40}{500}$ e $\frac{60}{750}$ são iguais, pois:

$\frac{40}{500} = \frac{2}{25}$ $\quad$ $\frac{60}{750} = \frac{2}{25}$

Nesse caso, dizemos que a igualdade $\frac{40}{500} = \frac{60}{750}$ é uma **proporção**.

Quando as razões $\frac{a}{b}$ e $\frac{c}{d}$ são iguais, com $b \neq 0$ e $d \neq 0$, dizemos que elas formam a **proporção** $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, que pode ser lida da seguinte maneira: **a** está para **b** assim como **c** está para **d**. Os números **a** e **d** (o primeiro e o último termos) são os **extremos** e os números **b** e **c** (o segundo e o terceiro termos) são os **meios** da proporção.

Na proporção apresentada anteriormente, temos:



Em toda proporção, o produto dos extremos é igual ao produto dos meios. Essa é a chamada **propriedade fundamental das proporções**.

Para verificarmos essa propriedade, considere a proporção $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, com $b \neq 0$ e $d \neq 0$.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

$\frac{a}{b} \cdot b = \frac{c}{d} \cdot b$ — Multiplicamos ambos os membros por **b**.

$a \cdot d = b \cdot \frac{c}{d} \cdot d$ — Multiplicamos ambos os membros por **d**.

$a \cdot d = b \cdot c$

Produto dos extremos. | Produto dos meios.

Observe os exemplos.

a) $\frac{4}{12} = \frac{6}{18}$ ⇢ $12 \cdot 6 = 72$ ⇢ $4 \cdot 18 = 72$

b) $\frac{7}{10} = \frac{35}{50}$ ⇢ $10 \cdot 35 = 350$ ⇢ $7 \cdot 50 = 350$

Resposta nas **Orientações para o professor**.

PENSAR E PRATICAR

Verifique a propriedade fundamental das proporções em $\frac{40}{500} = \frac{60}{750}$.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

OBJETO EDUCACIONAL DIGITAL

O carrossel de imagens **O uso da razão em diferentes contextos**, disponível na página anterior, aborda situações distintas em que a razão é utilizada para expressar diferentes relações, como velocidade, vazão e densidade.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Se necessário, relembrar aos estudantes que, quando duas frações são simplificadas obtendo frações irredutíveis iguais, então essas frações são equivalentes, como é o caso de $\frac{40}{500}$ e $\frac{60}{750}$.

Nesta página, a propriedade fundamental das proporções é verificada por meio de dedução. Após os exemplos apresentados, propor aos estudantes que indiquem outros pares de frações e verifiquem se formam uma proporção. Outra sugestão é propor os itens a seguir e pedir apenas que verifiquem se há uma proporção (no item **II** há uma proporção).

I. $\frac{3}{5}$ e $\frac{12}{25}$.

II. $\frac{9}{7}$ e $\frac{27}{21}$.

III. $\frac{4}{2}$ e $\frac{10}{6}$.

IV. $\frac{4}{32}$ e $\frac{1}{8}$.

Observar, a seguir, a resposta ao boxe **Pensar e Praticar**.

$\frac{40}{500} = \frac{60}{750}$

$500 \cdot 60 = 30\,000$

$40 \cdot 750 = 30\,000$

Após o trabalho com estas páginas, propor aos estudantes uma roda de conversa para que discutam situações do dia a dia que apresentam grandezas que estão relacionadas de maneira proporcional e que, nesse caso, podem ser estabelecidas razões que formam uma proporção e situações em que as grandezas envolvidas não estão relacionadas de maneira proporcional.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Atividades

Atividade 1

Esta atividade trabalha a identificação dos termos de uma proporção.

Atividade 2

Esta atividade trabalha, em situação contextualizada, a determinação da razão entre duas grandezas. Se julgar conveniente, propor aos estudantes uma pesquisa sobre a poluição que os automóveis geram no meio ambiente e como reduzir esse impacto ambiental. No item **a**, explora-se a estimativa relacionando as diferentes distâncias percorridas com a quantidade de emissão de CO_2. Verificar se os estudantes percebem que as distâncias apresentadas na atividade não são iguais. Questioná-los sobre quais estratégias eles utilizaram para estimar qual automóvel que emite menor quantidade de CO_2 por quilômetro.

Após o trabalho com essa atividade, propor aos estudantes que, em trios, pesquisem e escrevam um texto explicando os motivos da preocupação com as emissões de CO_2 e se a escolha de veículos menos emissores é uma atitude sustentável.

Atividade 3

Esta atividade trabalha a determinação de razão e a identificação de razões que compõem uma proporção. Relembrar aos estudantes que uma fração é irredutível quando não pode ser simplificada.

Atividade 4

Esta atividade trabalha a determinação da razão no contexto da densidade demográfica.

Resoluções a partir da **p. 305**.

ATIVIDADES

NÃO ESCREVA NO LIVRO.

1. Em relação à proporção indicada na ficha, quais são os:

$$\frac{3}{7} = \frac{21}{49}$$

a) termos? 3, 7, 21 e 49.

b) extremos? 3 e 49.

c) meios? 7 e 21.

2. Alice é uma consumidora consciente e vai comprar um automóvel que emite uma menor quantidade de dióxido de carbono (CO_2) no meio ambiente. Para isso, ela realizou uma pesquisa com três modelos de automóveis. Observe o resultado.

Emissão de CO_2 por três modelos de automóvel

Modelo	Quantidade de CO_2 (g)	Distância (km)
I	1 310	10
II	575	5
III	1 960	20

Fonte: Fabricantes dos automóveis.

a) Sem realizar cálculos por escrito, estime qual desses modelos de automóvel emite a menor quantidade de CO_2 por quilômetro.

b) Para cada modelo de automóvel desses, calcule a razão entre a quantidade de emissão de CO_2 e a distância percorrida, em grama por quilômetro (g/km).

c) Com base na resposta ao item **b**, verifique se você respondeu corretamente ao item **a**. Resposta pessoal.

3. Em cada item, indique a razão por uma fração. Depois, se possível, simplifique essa fração até torná-la irredutível.

a) A razão entre 2 e 9. $\frac{2}{9}$

b) A razão entre 8 e 4. $\frac{8}{4}$. 2.

c) A razão entre 42 e 180. $\frac{42}{180}$. $\frac{7}{30}$.

d) A razão entre 14 e 60. $\frac{14}{60}$. $\frac{7}{30}$.

e) A razão entre 16 e 72. $\frac{16}{72}$. $\frac{2}{9}$.

Agora, identifique os pares de razões que formam uma proporção. **a-e**; **c-d**.

4. A densidade demográfica é um índice cujo cálculo envolve a extensão territorial e a população de uma região. Observe a densidade demográfica de três municípios.

Extensão territorial	População	Densidade demográfica
30 km²	75 000 habitantes	2 500 hab/km²
45 km²	90 000 habitantes	2 000 hab/km²
100 km²	150 000 habitantes	1 500 hab/km²

a) Explique como é calculada a densidade demográfica de uma região. Se necessário, realize pesquisas complementares. Resposta nas **Orientações para o professor**.

b) Represente a densidade demográfica de uma região por meio de uma expressão algébrica, em que a variável **p** representa a população e **q**, a extensão territorial dessa região, em quilômetro quadrado.

c) Qual é a densidade demográfica de um município que, em 2026, tinha 90 mil habitantes e 75 km² de extensão territorial? 1 200 hab/km²

2. a) Resposta esperada: Modelo **III**.

2. b) Modelo **I**: 131 g/km; modelo **II**: 115 g/km; modelo **III**: 98 g/km.

4. b) Resposta esperada: $\frac{p}{q}$.

O cálculo da densidade demográfica auxilia na formulação de políticas públicas.



RAMPIXEL.COM/SHUTTERSTOCK.COM

SAIBA MAIS

Sugerir aos estudantes que acessem o *site* a seguir para obter informações sobre o Programa Brasileiro de Etiquetagem Veicular (PBE Veicular). O programa dispõe de um guia que mostra como realizar a leitura da etiqueta que classifica os modelos de automóvel quanto a eficiência energética, autonomia do veículo para cada tipo de combustível e emissão de CO_2.

- INSTITUTO NACIONAL DE METROLOGIA, QUALIDADE E TECNOLOGIA. Programa Brasileiro de Etiquetagem Veicular. **Como você decide a compra do seu carro?** [Brasília, DF]: Inmetro, 2022. Guia. Disponível em: www.gov.br/inmetro/pt-br/assuntos/avaliacao-da-conformidade/programa-brasileiro-de-etiquetagem/como-etiquetar-um-produto/guia-pbe-veicular/@@download/file. Acesso em: 25 abr. 2024.

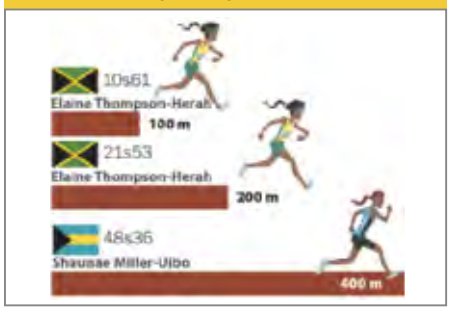
MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

5. b) Elaine Thompson-Herah, na prova de 100 m, obteve a maior velocidade média. Shaunae Miller-Uibo, na prova de 400 m, obteve a menor velocidade média.

5. Observe as informações sobre as corridas de velocidade disputadas em provas femininas de 100 m, 200 m e 400 m nos Jogos Olímpicos de 2020, realizadas em Tóquio (Japão).

Medalhistas de ouro das provas femininas de corridas de velocidade nos Jogos Olímpicos de 2020, em Tóquio (Japão)

ARTUR FUJITA



Fonte: COMITÊ OLÍMPICO INTERNACIONAL. **Tóquio 2020**: resultados atletismo. [*S. l.*]: COI, c2024. Disponível em: https://olympics.com/pt/olympic-games/tokyo-2020/results/athletics. Acesso em: 30 maio 2024.

DICA

O tempo obtido por Elaine Thompson-Herah corresponde a 10,61 segundos.

É possível, nesse caso, relacionar as grandezas **distância** e **tempo** por meio de uma razão chamada **velocidade média**. Observe, por exemplo, o cálculo da velocidade média da atleta Elaine Thompson-Herah na prova de 100 m.

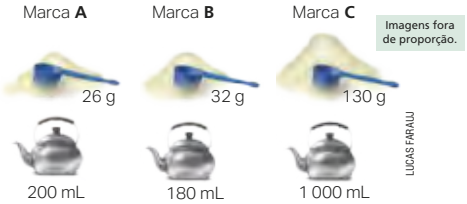
$$\text{velocidade média: } \frac{\text{distância (m)}\ 100}{\text{tempo (s)}\ 10{,}61} \simeq 9{,}4, \text{ ou seja, } 9{,}4 \text{ m/s.}$$

a) Determine a velocidade média aproximada, em metro por segundo, obtida por Thompson-Herah e Miller-Uibo, nas provas de 200 m e 400 m, respectivamente.

b) Qual atleta obteve a maior velocidade média? E a menor velocidade média? Quais provas essas atletas disputaram?

5. a) Na prova de 200 m: aproximadamente 9,3 m/s; na prova de 400 m: aproximadamente 8,3 m/s.

6. Nas embalagens de leite em pó, costumam estar indicadas as quantidades de água e de leite em pó necessárias para o preparo. Observe essas indicações em três marcas desse produto.



LUCAS FARAUJ

a) Escreva, para cada marca, a razão entre as quantidades de leite em pó (g) e de água (mL). Resposta nas **Orientações para o professor**.

b) Em quais dessas marcas a razão entre as quantidades de leite em pó e de água formam uma proporção? Justifique por meio da propriedade fundamental das proporções.

7. João foi ao supermercado comprar sabão líquido. Observe a seguir duas embalagens da marca de que ele mais gosta. **7. c)** Resposta nas **Orientações para o professor**.

7. a) Sabão líquido 5 L: $\frac{48{,}75}{5}$; sabão líquido 3 L: $\frac{29{,}25}{3}$.



ARTUR FUJITA

7. b) Resposta nas **Orientações para o professor**.

a) Para cada produto, escreva a razão entre o preço (R$) e a quantidade de sabão (L).

b) As razões que você escreveu no item **a** formam uma proporção? Justifique.

c) João quer comprar o produto mais vantajoso em relação à razão preço por litro. Qual produto ele deve comprar? Explique.

6. b) Resposta esperada: Marcas **A** e **C**, pois $26 \cdot 1\,000 = 26\,000$ e $200 \cdot 130 = 26\,000$.

Atividade 5

Esta atividade trabalha a determinação da razão com a ideia de velocidade média, em situação contextualizada. Enfatizar que, no cálculo da velocidade média, são comparadas as grandezas distância e tempo, como na situação envolvendo um veículo em movimento.

Chamar a atenção dos estudantes para o fato de que, no esquema, a indicação de tempo é dada em segundo e centésimo de segundo. No boxe **Dica**, é mostrada a forma como o tempo apresentado no esquema deve ser escrito para utilização nos cálculos.

Por exemplo, no caso da atleta Elaine Thompson-Herah, explicar que se costuma dizer que, em média, a atleta percorreu 9,4 metros por segundo.

Atividade 6

Esta atividade trabalha a determinação de razão e a identificação de razões que compõem uma proporção, em uma situação contextualizada. No item **b**, propor aos estudantes que, primeiro, estimem quais das razões do item **a** formam uma proporção e, depois, confirmem suas estimativas usando a propriedade fundamental das proporções. Outra maneira de resolver o item **b** é identificar quais frações são equivalentes à mesma fração irredutível.

Atividade 7

Esta atividade trabalha a determinação de razão entre duas grandezas e a comparação entre razões, em uma situação contextualizada, envolvendo Educação Financeira. Perguntar aos estudantes se já vivenciaram uma situação parecida com a apresentada, na qual um mesmo produto é disponibilizado em diferentes modelos de embalagens. Conversar sobre as estratégias que eles utilizam para determinar qual é o mais vantajoso para a compra em relação ao preço. Explicar que uma dessas estratégias é determinar em qual das embalagens a razão entre o preço e a quantidade de produto é menor.

ATIVIDADE COMPLEMENTAR

Segundo a Agência Nacional de Telecomunicações (Anatel), em fevereiro de 2024, a razão entre a quantidade de acessos de telefonia móvel e a de habitantes no Brasil era cerca de 1,056.

- Em fevereiro de 2024, o que havia mais no Brasil: acessos de telefonia móvel ou habitantes? Justifique. Resposta esperada: Acessos de telefonia móvel, pois a razão entre a quantidade de acessos e a de habitantes era maior que 1.

Fonte dos dados: AGÊNCIA NACIONAL DE TELECOMUNICAÇÕES. **Telefonia móvel**. Brasília, DF: Anatel, 2024. Disponível em: https://informacoes.anatel.gov.br/paineis/acessos/telefonia-movel. Acesso em: 25 abr. 2024.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Ao explorar o gráfico de segmentos, lembrar aos estudantes que esse tipo de gráfico também é chamado de gráfico de linhas. Os segmentos desses gráficos indicam uma tendência entre dois pontos consecutivos, e o conjunto desses segmentos representa o comportamento de uma ou mais variáveis de maneira aproximada.

Explicar que a taxa de fecundidade total se refere ao número médio de filhos nascidos vivos de uma mulher durante todo o seu período reprodutivo, entre os 15 e os 49 anos de idade.

SAIBA MAIS

Sugerir aos estudantes que assistam a este vídeo com explicações sobre a taxa de fecundidade.

FECUNDIDADE no Brasil: IBGE explica. 2019. Vídeo (3 min). Publicado pelo canal IBGE. Disponível em: https://educa.ibge.gov.br/professores/educa-recursos/20826-taxa-de-fecundidade.html. Acesso em: 25 abr. 2024.

No segundo gráfico desta página, detalhar para os estudantes as informações dos boxes dos textos explicativos no Livro do estudante. Complementar que, ao modificar, na escala do eixo vertical do gráfico, os intervalos marcados de 1 em 1 até 4 e de 2 em 2 a partir de 4, mantendo os espaçamentos horizontais com medidas iguais, é gerada uma distorção. Assim, a escala do eixo vertical não se mantém uniforme para períodos iguais de intervalos de tempo indicados no eixo horizontal.

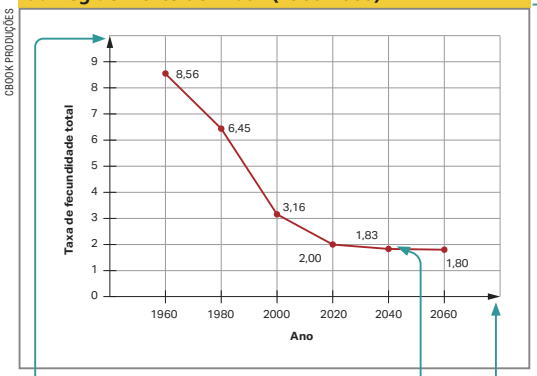
Após o trabalho com esta página, ler para os estudantes o trecho a seguir, que trata da taxa de fecundidade no Brasil.

3. Estatística

Gráfico de segmentos

O **gráfico de segmentos** costuma ser utilizado quando queremos representar os dados de maneira a analisar o comportamento de certa variável no decorrer de determinado intervalo de tempo. Isso é possível porque as alturas dos pontos devem ser proporcionais aos valores por eles representados. Observe o gráfico de segmentos a seguir.

Taxas de fecundidade total estimadas e projetadas da Região Norte do Brasil (1960-2060)*



O título indica o tema do gráfico que, nesse caso, apresenta as taxas de fecundidade total estimadas e projetadas da Região Norte do Brasil de 1960 a 2060.

* Para os anos 1960, 1980 e 2000, os dados são estimados e, para 2020, 2040 e 2060, os dados são projetados.

Fontes: INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. Projeção da população 2018: número de habitantes do país deve parar de crescer em 2047. **Agência IBGE Notícias**, Rio de Janeiro, 1 ago. 2018. Disponível em: https://agenciadenoticias.ibge.gov.br/agencia-sala-de-imprensa/2013-agencia-de-noticias/releases/21837-projecao-da-populacao-2018-numero-de-habitantes-do-pais-deve-parar-de-crescer-em-2047#:~:text=A%20. INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. **Fecundidade no Brasil**: 1940 a 2010. Rio de Janeiro: IBGE Educa, c2024. Disponível em: https://educa.ibge.gov.br/professores/educa-atividades/17658-fecundidade-no-brasil-1940-a-2010.html. Acessos em: 22 abr. 2024.

Neste eixo, há uma escala para indicar a taxa de fecundidade total (estimada e projetada) que se quer representar.

Este ponto indica a projeção da taxa de fecundidade total na Região Norte no ano de 2040.

Neste eixo, há uma escala para indicar os anos no período de 1960 até 2060.

Vamos considerar que uma pessoa construiu em uma planilha eletrônica um gráfico com essas mesmas informações e, depois, fez, na imagem do gráfico, alterações nos eixos vertical e horizontal, induzindo a leituras equivocadas das informações, conforme segue.



* Para os anos 1960, 1980 e 2000, os dados são estimados e, para 2020, 2040 e 2060, os dados são projetados.

Fontes: INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. Projeção da população 2018: número de habitantes do país deve parar de crescer em 2047. **Agência IBGE Notícias**, Rio de Janeiro, 1 ago. 2018. Disponível em: https://agenciadenoticias.ibge.gov.br/agencia-sala-de-imprensa/2013-agencia-de-noticias/releases/21837-projecao-da-populacao-2018-numero-de-habitantes-do-pais-deve-parar-de-crescer-em-2047#:~:text=A%20. INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. **Fecundidade no Brasil**: 1940 a 2010. Rio de Janeiro: IBGE Educa, c2024. Disponível em: https://educa.ibge.gov.br/professores/educa-atividades/17658-fecundidade-no-brasil-1940-a-2010.html. Acessos em: 22 abr. 2024.

Ao modificar os intervalos na escala do eixo vertical, deixando-a não uniforme, é gerada uma distorção, que pode ocasionar uma interpretação equivocada da variação na taxa de fecundidade.

No eixo horizontal, as indicações dos anos estão desalinhadas aos pontos correspondentes, o que prejudica a identificação da taxa de fecundidade total em cada ano representado.

A média de filhos por mulher em idade reprodutiva, expressa pela taxa de fecundidade total, era de 6,3 filhos na década de 1960. Nos anos 1980, esta taxa já havia diminuído para 4,4 filhos por mulher. Os dados são do documento Indicadores Sociodemográficos e de Saúde no Brasil - 2009, produzido pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE).

[...]

A estimativa referente aos dados de 2020 é que a taxa de fecundidade esteja em 1,7 filho por mulher, aponta Angelita Carvalho, coordenadora do programa de Pós-Graduação em População, Território e Estatísticas Públicas na Escola Nacional de Ciências Estatísticas (Ence), vinculada ao IBGE.

[...]

"A taxa de fecundidade teve uma queda contínua no Brasil. Estamos indo agora para um contexto de baixíssima fecundidade", contextualiza a pesquisadora.

Com taxa de 1,5 filho por mulher, o cenário de baixíssima fecundidade é considerado difícil de reverter. O Brasil deve alcançar essa marca no ano de 2050, segundo a Projeção da População do Brasil por Sexo e Idade para o Período 1980-2050.

BRITO, Thaís. Taxa de fecundidade deve seguir em queda no Brasil. **G1**, [Fortaleza], 14 maio 2023. Disponível em: https://g1.globo.com/ce/ceara/noticia/2023/05/14/taxa-de-fecundidade-deve-seguir-em-queda-no-brasil.ghtml. Acesso em: 24 abr. 2024.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

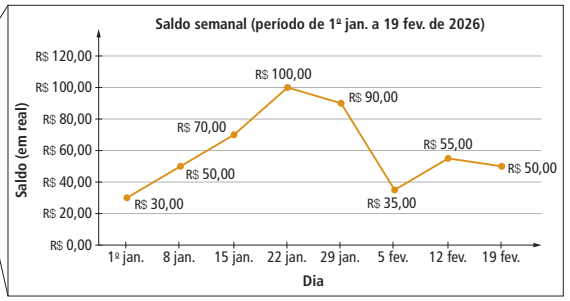
ATIVIDADES

NÃO ESCREVA NO LIVRO. Resoluções a partir da **p. 305**.

1. Marcos trabalha com entregas e separa R$ 30,00 toda semana como reserva de emergência para manutenção da moto e dos equipamentos e para imprevistos diários. Observe o gráfico gerado por um aplicativo que Marcos utiliza para controlar essa reserva e saber o saldo disponível após realizar a reserva na semana correspondente.



ORACICART



Fonte: Aplicativo de controle financeiro.

DICA

Os dias indicados no gráfico são aqueles em que Marcos separou o dinheiro.

a) Ao final do período analisado, quantos reais Marcos tinha de saldo? R$ 50,00

b) Do dia 1º ao dia 8 de janeiro, quantos reais Marcos gastou? R$ 10,00

c) No período analisado no gráfico, Marcos utilizou o dinheiro que economizou para comprar à vista um farol novo, de R$ 85,00, para sua moto. Entre quais dias Marcos realizou a compra? Entre 29 de janeiro e 5 de fevereiro.

d) Em sua opinião, é importante controlar o dinheiro que se ganha? Converse com o professor e os colegas sobre esse tema. Resposta esperada: É importante controlar o dinheiro que se ganha para, por exemplo, evitar gastos excessivos.

2. (Enem/MEC) A receita *R* de uma empresa ao final de um mês é o dinheiro captado com a venda de mercadorias ou com a prestação de serviços nesse mês, e a despesa *D* é todo o dinheiro utilizado para pagamento de salários, contas de água e luz, impostos, entre outros. O lucro mensal obtido ao final do mês é a diferença entre a receita e a despesa registradas no mês. O gráfico apresenta as receitas e despesas, em milhão de real, de uma empresa ao final dos cinco primeiros meses de um dado ano. A previsão para os próximos meses é que o lucro mensal não seja inferior ao maior lucro obtido até o mês de maio. Nessas condições, o lucro mensal para os próximos meses deve ser maior ou igual ao do mês de Alternativa **b**.



a) janeiro. **b)** fevereiro. **c)** março. **d)** abril. **e)** maio.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Atividades

Atividade 1

Esta atividade trabalha a análise, a leitura e a interpretação de dados organizados em um gráfico de segmentos em um contexto de controle de gastos com auxílio de aplicativo de celular.

Conversar com os estudantes sobre as estratégias utilizadas para a resolução desta atividade. No item **b**, eles podem calcular a adição do saldo no dia 1º de janeiro com o valor que Marcos guardou na semana (R$ 30,00 + R$ 30,00 = R$ 60,00) e, dessa soma, subtrair o saldo de 8 de janeiro (R$ 60,00 − R$ 50,00 = R$ 10,00). No item **c**, verificar se os estudantes percebem que, como Marcos efetuou a compra do farol da moto à vista, a diferença entre dois saldos consecutivos apresentados no gráfico deve ser igual ou maior que R$ 85,00, valor correspondente ao preço do farol, então, pode-se calcular a diferença apenas entre os saldos consecutivos em que houve diminuição no valor do saldo.

No item **d**, promover uma roda de conversa com os estudantes para que eles compartilhem percepções. Perguntar se algum deles costuma controlar o valor que recebe e que gasta. Pedir que citem maneiras ou recursos que auxiliem nesse controle, como uso de aplicativos de celular, planilhas eletrônicas, anotações em caderno etc. É importante discutir com os estudantes sobre os benefícios da prática de planejamento pessoal financeiro.

SAIBA MAIS

Sugerir aos estudantes que acessem este *site* com informações de uma pesquisa realizada no Rio de Janeiro sobre o trabalho de entregador de aplicativo.

- FEIJÓ, Thainá. UFF pesquisa os impactos do trabalho de entregadores de aplicativo. **Universidade Federal Fluminense**, Rio de Janeiro, 1 jun. 2023. Disponível em: https://www.uff.br/?q=noticias/01-06-2023/uff-pesquisa-os-impactos-do-trabalho-de-entregadores-de-aplicativo. Acesso em: 25 abr. 2024.

Atividade 2

Esta atividade trabalha a leitura e a interpretação de dados representados em um gráfico de segmentos. Verificar possíveis erros que os estudantes podem cometer ao analisar o gráfico apresentado. Por exemplo, eles podem considerar apenas as receitas mensais em vez de considerar o lucro, que corresponde à diferença entre as receitas e as despesas. Nesse caso, o maior lucro obtido no período foi de aproximadamente 10 milhões de reais (20 − 10 = 10), que ocorreu no mês de fevereiro, mesmo não sendo esse o mês com as maiores receitas no período.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Atividades

Atividade 3

Esta atividade trabalha a leitura e a interpretação de dados representados em um gráfico de segmentos duplos. Conversar com os estudantes sobre a leitura desse gráfico. Apesar de ser de segmentos duplos, cada segmento é referente a uma grandeza e tem sua própria escala de valores, representadas pelos dois eixos verticais. Nesse tipo de gráfico, é importante que eles compreendam que, para realizar a leitura de cada linha, devem observar o respectivo eixo.

Atividade 4

Esta atividade trabalha a leitura e a interpretação de dados representados em um gráfico de segmentos duplos e colunas. Antes de resolver essa atividade, conversar com os estudantes sobre esse tipo de gráfico apresentado. Explicar que, de maneira geral, esse tipo de gráfico é utilizado quando se deseja representar dados sobre um mesmo assunto, porém com grandezas diferentes (como no exemplo, onde foram representados dados de temperatura máxima e mínima e pluviosidade). Se julgar conveniente, levar para a sala de aula outros gráficos com essas características ou pesquisar alguns em livros e *sites*. A leitura desse tipo de gráfico contribui para a Educação midiática, uma vez que é corriqueira sua utilização em reportagens divulgadas por diferentes mídias.

Durante o trabalho com a atividade, verificar se os estudantes compreendem, de acordo com a legenda, que a linha contínua do gráfico corresponde à temperatura máxima, a linha tracejada, à temperatura mínima e as colunas, à pluviosidade. Orientá-los, ainda, quanto aos dois eixos verticais presentes nesse gráfico, em que o eixo da esquerda indica a escala de pluviosidade e o eixo da direita, a escala de temperatura.

Para complementar o trabalho com este tópico, se julgar conveniente, propor aos estudantes a construção de um gráfico de segmentos utilizando a planilha eletrônica **Calc**. Observar, a seguir, as etapas para essa construção.

1ª) Para construir o gráfico, inserir os dados na planilha, selecionar as células com esses dados e clicar na opção **Inserir gráfico** do *menu*.

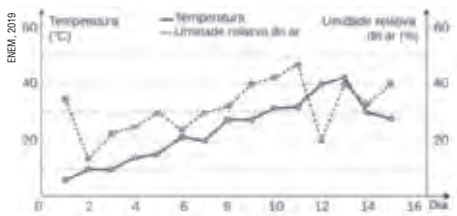
2ª) Em seguida, ao abrir a caixa de diálogo **Assistente de gráficos**, na opção **1. Tipo de gráfico**, selecionar as opções **Linha** e **Pontos e linhas**. Na opção **2. Intervalo de dados**, marcar a opção **Primeira coluna como rótulo**.

3ª) Por fim, clicar em **Finalizar**, e obtêm-se o gráfico de segmentos.

3. (Enem/MEC) O serviço de meteorologia de uma cidade emite relatórios diários com a previsão do tempo. De posse dessas informações, a prefeitura emite três tipos de alertas para a população:

- Alerta cinza: deverá ser emitido sempre que a previsão do tempo estimar que a temperatura será inferior a 10 °C, e a umidade relativa do ar for inferior a 40%;
- Alerta laranja: deverá ser emitido sempre que a previsão do tempo estimar que a temperatura deve variar entre 35 °C e 40 °C, e a umidade relativa do ar deve ficar abaixo de 30%;
- Alerta vermelho: deverá ser emitido sempre que a previsão do tempo estimar que a temperatura será superior a 40 °C, e a umidade relativa do ar for inferior a 25%.

Um resumo da previsão do tempo nessa cidade, para um período de 15 dias, foi apresentado no gráfico.



Decorridos os 15 dias de validade desse relatório, um funcionário percebeu que, no período a que se refere o gráfico, foram emitidos os seguintes alertas:

- Dia 1: alerta cinza;
- Dia 12: alerta laranja;
- Dia 13: alerta vermelho.

Em qual(is) desses dias o(s) aviso(s) foi(ram) emitido(s) corretamente?

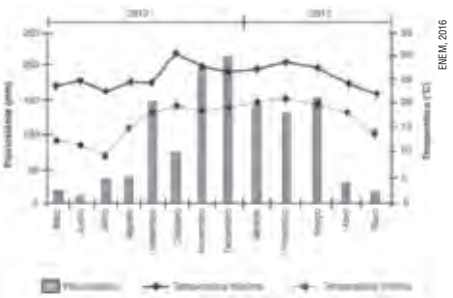
a) 1
b) 12
c) 1 e 12
d) 1 e 13
e) 1, 12 e 13

Alternativa **a**.

4. (Enem/MEC) O cultivo de uma flor rara só é viável se do mês do plantio para o mês subsequente o clima da região possuir as seguintes peculiaridades:

- a variação do nível de chuvas (pluviosidade), nesses meses, não for superior a 50 mm;
- a temperatura mínima, nesses meses, for superior a 15 °C;
- ocorrer, nesse período, um leve aumento não superior a 5 °C na temperatura máxima.

Um floricultor, pretendendo investir no plantio dessa flor em sua região, fez uma consulta a um meteorologista que lhe apresentou o gráfico com as condições previstas para os 12 meses seguintes nessa região.



Com base nas informações do gráfico, o floricultor verificou que poderia plantar essa flor rara. O mês escolhido para o plantio foi Alternativa **a**.

a) janeiro.
b) fevereiro.
c) agosto.
d) novembro.
e) dezembro.

92

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

4. Medidas de tendência central

Em algumas situações, é necessário resumir dados obtidos em uma pesquisa em um único valor ou em alguns poucos valores. Em casos como esses, podemos utilizar as medidas de tendência central: **média aritmética**, **moda** e **mediana**.

Para calcular as medidas de tendência central, vamos observar a seguinte situação.

Uma produtora de café em pó deseja analisar a variação de preços de seus produtos nos mercados onde atua. Para isso, encomendou uma pesquisa de mercado que visitará os sete estabelecimentos que vendem seu produto a fim de verificar os preços. Confira, a seguir, o resultado da pesquisa.



NIKODA/SHUTTERSTOCK.COM

Após colhido, o café é seco, limpo, torrado e moído.

Estabelecimento	Preço (R$)
Mercado A	24,50
Mercado B	23,90
Mercado C	22,00
Mercado D	24,00
Mercado E	24,50
Mercado F	23,90
Mercado G	23,90

PENSAR E PRATICAR

No seu dia a dia, você provavelmente já teve contato com as palavras **média** e **moda**. Qual é o seu entendimento dessas palavras?

Resposta pessoal. É esperado que os estudantes já possuam um entendimento prévio das palavras média e moda tendo os significados, respectivamente, relacionados a uma estimativa e algo que ocorra com muita frequência.

Média aritmética

A **média** ou **média aritmética** é uma medida de tendência central que pode ser usada para apresentar de maneira resumida um conjunto de dados.

Para calcular a média de dois ou mais números, adicionamos esses números e dividimos a soma obtida por essa quantidade de números.

Após a coleta dos preços, a próxima etapa da pesquisa é calcular a média aritmética dos preços praticados nos mercados.

$$Ma = \frac{\overbrace{24{,}50 + 23{,}90 + 22{,}00 + 24{,}00 + 24{,}50 + 23{,}90 + 23{,}90}^{\text{soma dos preços}}}{\underbrace{7}_{\text{quantidade de preços}}} = \frac{166{,}70}{7} \approx 23{,}81$$

Assim, a média aritmética dos preços é aproximadamente R$ 23,81, ou seja, o valor médio de venda praticado pelos mercados é aproximadamente R$ 23,81.

Moda

A **moda** é uma medida de tendência central que corresponde ao dado de maior frequência entre aqueles de um conjunto de dados de uma pesquisa.

Para analisar a moda, os pesquisadores organizaram os dados em um quadro indicando a frequência dos preços. Esse tipo de estratégia é utilizado para facilitar a análise da moda, principalmente em situações em que há muitos dados a serem analisados.

Previsão da temperatura máxima no município A nos primeiros dias de maio de 2026

Dia	Temperatura (°C)
1	33
2	34
3	32
4	27
5	25
6	28
7	27

Fonte: Instituto de Meteorologia do município **A**.

Depois, propor os seguintes questionamentos aos estudantes.

- Sem realizar cálculos, determine entre qual dos intervalos a seguir é possível afirmar que está a média aritmética dessas temperaturas.

  I. Entre 0 °C e 25 °C.
  II. Entre 25 °C e 34 °C.
  III. Entre 25 °C e 27 °C.
  IV. Entre 32 °C e 34 °C.

  Resposta esperada: **II**.
- Que estratégias você utilizou para responder à questão anterior? Resposta esperada: A média aritmética corresponde a uma medida de tendência central e, portanto, está no intervalo entre o menor e o maior valor do conjunto de dados.
- Calcule a média aritmética desse conjunto de dados e verifique suas respostas dos itens anteriores. Resposta: Aproximadamente 29,4 °C.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Ao desenvolver o estudo com esse tópico, é importante que os estudantes compreendam média aritmética, moda e mediana como indicadores de tendência central dos dados da pesquisa, de maneira que, diferentes conjuntos de dados podem apresentar os mesmos valores para esses indicadores.

No trabalho com a média aritmética, inicialmente, realizar os seguintes questionamentos aos estudantes para a interpretação dos dados do quadro.

- Qual dos estabelecimentos cobra o maior preço pelo produto? E qual cobra o menor preço? Respostas: Mercados **A** e **E**; Mercado **C**.
- Quantos estabelecimentos cobram R$ 24,00 ou mais pelo produto? E menos que R$ 23,00? Respostas: 3 estabelecimentos; 1 estabelecimento.

Após o trabalho com esta página, propor aos estudantes que analisem a tabela apresentada a seguir, que mostra dados fictícios.

OBJETO EDUCACIONAL DIGITAL

O vídeo **Medidas estatísticas em situações do cotidiano** apresenta contextos em que são usadas as medidas estatísticas média aritmética e amplitude, destacando como esses conceitos podem contribuir para a compreensão de informações.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Ao explorar a medida de tendência central moda, escrever na lousa os conjuntos de dados a seguir e pedir aos estudantes que determinem a moda de cada um.

- 29, 34, 17, 20, 24, 35, 19 e 33.
- 5, 7, 10, 14, 13, 11, 7 e 5.

Espera-se que eles percebam que: o primeiro conjunto de dados é amodal, uma vez que os dados são únicos, ou seja, não se repetem; o segundo conjunto de dados é bimodal, pois 5 e 7 são os dados com maior frequência e ambos são a moda.

Destacar que, para determinar a mediana de um conjunto de dados, os elementos também podem ser organizados em ordem decrescente. Por exemplo, em um conjunto de dados com 5 elementos, organizados em ordem crescente ou decrescente, o termo central é o terceiro. Tanto faz contar da esquerda para a direita quanto da direita para a esquerda. Em Estatística, essa organização dos elementos de um conjunto de dados em ordem crescente ou decrescente é chamada **rol**.

É importante enfatizar que a moda sempre é um elemento do conjunto de dados analisados. Já a média aritmética e a mediana de um conjunto de dados podem ser um valor que não está nesse conjunto.

Por exemplo, a mediana dos preços praticados do produto após a inclusão de mais um mercado é R$ 23,95, porém não há nenhum dos oito mercados pesquisados que vende o produto por R$ 23,95.

Note que a maior frequência é R$ 23,90, pois foi o preço praticado em três mercados.

Assim, dizemos que a moda dos preços nessa pesquisa é R$ 23,90, o que pode ser indicado por Mo = 23,90.

Preços (R$)	Frequência
22,00	1
23,90	3
24,00	1
24,50	2

DICA

Para estatística, o termo **frequência** significa o número de vezes que determinado valor ocorre em um conjunto de dados.

Observe a moda de cada conjunto de dados nos exemplos a seguir.

a) 54 55 56 60 54 54 59 60 58 60

Nesse caso, como 54 e 60 são os dados com a maior frequência, dizemos que ambos são a moda, e o conjunto de dados é **bimodal**.

b) 200 600 500 700 100 300

Nesse caso, como os dados são únicos, ou seja, não se repetem, dizemos que esse conjunto de dados é **amodal**.

Mediana

A **mediana** é uma medida de tendência central que, para ser determinada, é necessário que os dados da pesquisa estejam organizados em ordem crescente ou decrescente.

Quando a quantidade de dados é ímpar, a mediana corresponde ao dado central. Já quando a quantidade de dados é par, a mediana corresponde à média dos dois dados centrais.

Para representar a mediana dos preços, inicialmente, organizamos os preços em ordem crescente. Depois, como a quantidade de dados é ímpar (7 preços), identificamos o dado que ocupa a posição central.

R$ 22,00 R$ 23,90 R$ 23,90 **R$ 23,90** R$ 24,00 R$ 24,50 R$ 24,50

Assim, dizemos que a mediana dos preços praticados é R$ 23,90.

Após alguns dias foi incluído o preço praticado por mais um mercado no valor de R$ 24,90. Observe a seguir os valores praticados em ordem crescente.

R$ 22,00 R$ 23,90 R$ 23,90 **R$ 23,90** R$ 24,00 R$ 24,00 R$ 24,50 R$ 24,50

Nesse caso, a quantidade de dados é par (8 preços). Então, para determinar a mediana dos preços, calculamos a média dos dois dados que ocupam as posições centrais.

$$Md = \frac{23,90 + 24,00}{2} = \frac{47,90}{2} = 23,95$$

Assim, dizemos que a mediana dos 8 preços praticados é R$ 23,95.

PENSAR E PRATICAR

Com a inclusão do novo preço, qual será a nova média aritmética e qual será a nova moda?

Média aritmética: aproximadamente R$ 23,84; moda: R$ 23,90.

Para complementar esse trabalho inicial com as medidas de tendência central, pode-se realizar um levantamento das idades dos estudantes da turma e determinar a média, a moda e a mediana desses dados. Para isso, perguntar a cada estudante a sua idade (em ano) e, com a turma, registrar essas informações na lousa.

Em seguida, estabelecer um intervalo de tempo para que os estudantes determinem a média, a moda, a mediana e a amplitude desses dados. Neste momento, esse trabalho pode ser realizado em pequenos grupos, depois de no primeiro momento a turma toda ter trabalhado em conjunto.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

Resoluções a partir da **p. 305**.

ATIVIDADES

NÃO ESCREVA NO LIVRO.

1. b) Média: 81,2; moda: 78 e 86; mediana: 80.
1. d) Média: 52; moda: 50; mediana: 50.

1. Calcule a média, a moda e a mediana dos números indicados em cada item.

a) 76 56 68 76 76 53 64 — Média: 67; moda: 76; mediana: 68.

b) 90 73 78 75 86 86 78 82 78 86

c) 76 84 50 84 — Média: 73,5; moda: 84; mediana: 80.

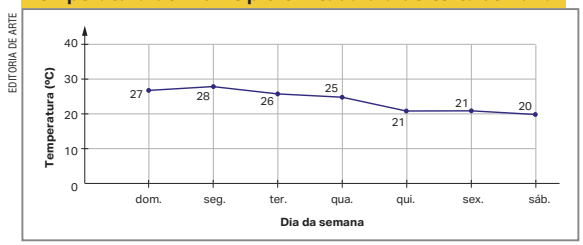
d) 50 46 64 40 50 50 48 50 67 46 64 50 51

e) 40 54 45 63 65 45 — Média: 52; moda: 45; mediana: 49,5.

Em quais desses itens a média dos números é igual? E em quais itens a mediana dos números é igual? Itens **d** e **e**. Itens **b** e **c**.

2. Em cada dia de certa semana, no mesmo horário, Carlos consultou, em um aplicativo de celular, a temperatura do município onde mora. Com esses dados, ele construiu um gráfico de segmentos em uma planilha eletrônica. Observe.

Temperatura do município em cada dia de certa semana



Fonte: Anotações de Carlos.

2. a) Média: 24 °C; moda: 21 °C; mediana: 25 °C.

2. c) Domingo, segunda-feira, terça-feira e quarta-feira.

a) Em relação a essas temperaturas, determine a média, a moda e a mediana.

b) A diferença entre a maior e a menor temperatura registradas é denominada **amplitude térmica**. Qual é a amplitude térmica neste caso? 8 °C

c) Em quais dias a temperatura registrada foi maior que a média da semana?

3. Observe a seguir o consumo de água na casa de Helena nos meses de fevereiro a junho.

Mês	Fev.	Mar.	Abr.	Maio	Jun.
Consumo de água (m³)	11	12	14	13	11



KRAKENIMAGES.COM/SHUTTERSTOCK.COM

Usar o regador para regar as plantas, em vez de usar uma mangueira, reduz o desperdício de água.

De quantos metros cúbicos deve ser o consumo de água no próximo mês na casa de Helena para que a média mensal de consumo nos seis meses seja de 12 m³? Nesse caso, de quantos metros cúbicos será a amplitude do consumo mensal de água nesse período de seis meses? 11 m³. 3 m³.

DICA

Para resolver essa atividade, inicialmente, determine o consumo total de água nos seis meses para que a média mensal nesse período seja 12 m³.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Atividades

Atividade 1

Esta atividade trabalha o cálculo da média aritmética, da moda e da mediana de conjuntos de dados e a comparação dos resultados obtidos. É importante que os estudantes compreendam que diferentes conjuntos de dados podem ter a mesma média, moda ou mediana.

Atividades 2 e 3

Estas atividades trabalham o cálculo da média aritmética, da moda e da mediana de um conjunto de dados e a relação com a amplitude.

Na atividade **2**, no item **b**, é proposto aos estudantes o cálculo da amplitude da temperatura registrada naquela semana. Esse resultado pode ser utilizado para apresentar o significado das medidas de tendência central calculadas no item **a**.

Na atividade **3**, no boxe **Dica**, é importante que os estudantes percebam que, para que a média aritmética de seis elementos seja igual a 12, é necessário que a soma desses seis elementos seja igual a 72, pois $6 \cdot 12 = 72$. Para determinar o consumo no próximo mês, basta subtrair de 72 m³ o consumo total dos cinco primeiros meses.

Para complementar o trabalho com a atividade **3**, propor aos estudantes que verifiquem, em uma fatura de água da residência onde moram, o consumo dos últimos 6 meses. Em seguida, propor que calculem a média mensal de consumo desse período. Da perspectiva do tema **Ambiente e sustentabilidade**, aproveitar esse contexto para propor uma discussão a respeito da importância de economizar água, tanto financeiramente quanto para o meio ambiente. Se considerar conveniente, propor aos estudantes que realizem pesquisas e apresentem sugestões de consumo consciente para economizar água na residência.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Atividades

Atividade 4

Esta atividade trabalha, em uma situação contextualizada, a média aritmética de um conjunto de dados. Verificar qual estratégia os estudantes utilizaram nessa resolução. Se julgar conveniente, propor a alguns deles que compartilhem suas estratégias com os demais. Uma estratégia que os estudantes podem utilizar é perceber que, para que a média aritmética de dez elementos seja igual a 32, é necessário que a soma desses 10 elementos seja igual a 320, pois $10 \cdot 32 = 320$ e, para que a média aritmética de nove elementos seja igual a 30, é necessário que a soma desses 9 elementos seja igual a 270, pois $9 \cdot 30 = 270$. Assim, para determinar a idade do aluno que faltou, basta subtrair a soma das idades dos 10 alunos da turma pela soma das idades dos nove alunos da turma presentes naquele dia.

Atividade 5

Esta atividade trabalha a determinação de medidas de tendência central de conjuntos de dados. Se julgar necessário, sugerir aos estudantes que, inicialmente, organizem os dados de cada item em rol.

Atividade 6

Esta atividade trabalha, em uma situação contextualizada, o cálculo da média aritmética de conjuntos de dados e a comparação dos resultados obtidos.

ATIVIDADE COMPLEMENTAR

Em certo concurso público, os candidatos são avaliados em três provas com notas de 0 a 10: prova específica, prova geral e prova prática. Quanto maior a nota final correspondente à média das três notas obtidas nas provas, mais bem classificado o candidato fica. Em caso de empate, aquele que obteve a menor amplitude das notas permanece com a melhor classificação. Observar, na tabela, as notas dos três candidatos que tiveram a melhor classificação nesse concurso.

a) Entre esses candidatos, qual obteve a maior nota na prova específica? E na prova prática? Respostas: João Souza. Paulo Marques.

b) Calcule a nota final de cada candidato. Resposta: João Souza: 8,6; Marta Rodrigues: 8,8; Paulo Marques: 8,8.

Notas dos candidatos com melhor classificação

Candidato \ Prova	Específica	Geral	Prática
João Souza	9,5	8	8,3
Marta Rodrigues	8	9,4	9
Paulo Marques	8,9	7,5	10

Fonte: Concurso.

4. (Enem/MEC) Numa turma de inclusão de jovens e adultos na educação formal profissional (Proeja), a média aritmética das idades dos seus dez alunos é de 32 anos. Em determinado dia, o aluno mais velho da turma faltou e, com isso, a média aritmética das idades dos nove alunos presentes foi de 30 anos.

Disponível em: http://portal.mec.gov.br. Acesso em: 10 mar. 2012 (adaptado).

Qual é a idade do aluno que faltou naquela turma? Alternativa **d**.

a) 18 **c)** 31 **e)** 62

b) 20 **d)** 50

5. Para cada item, obtenha a média, a moda e a mediana dos dados apresentados.
Respostas nas **Orientações para o professor**.

a) Altura dos jogadores de vôlei de um time: 180 cm, 152 cm, 195 cm, 184 cm, 177 cm, 182 cm, 170 cm e 184 cm.

b) Preço do litro da gasolina nos postos do bairro: R$ 4,80; R$ 4,76; R$ 4,82; R$ 4,70; R$ 4,82.

c) Quantidade de chuva em cada dia de uma semana em um município: 8 mm, 0 mm, 3 mm, 12 mm, 4 mm, 0 mm e 8 mm.

6. Observe a tabela de dupla entrada a seguir e resolva as questões com auxílio de uma calculadora.

Produção de ovos no Brasil em cada trimestre de 2020 (em mil dúzias)

Mês \ Trimestre	1º	2º	3º	4º
1º	328 200	322 260	340 544	334 160
2º	313 847	327 822	341 405	325 920
3º	332 509	327 205	337 390	335 876

Fonte: INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. **Produção de ovos de galinha**: tabela 915: número de informantes, número de galinhas poedeiras e quantidade de ovos produzidos, no mês e no trimestre. Rio de Janeiro: Sidra, c2024. Disponível em: https://sidra.ibge.gov.br/tabela/915. Acesso em: 22 abr. 2024.

a) Do que trata essa tabela? Resposta esperada: Da produção de ovos no Brasil nos meses de cada trimestre de 2020.

b) A que mês do ano corresponde o segundo mês do primeiro trimestre? E o terceiro mês do segundo trimestre? Fevereiro. Junho.

c) Em qual mês desse ano houve a maior produção de ovos no Brasil? De quanto foi essa produção? Agosto. 341 405 mil dúzias de ovos.

d) Calcule a média mensal aproximada da produção de ovos em cada trimestre de 2020. Em qual trimestre essa média foi maior? Primeiro trimestre: 324 852 mil dúzias de ovos; segundo trimestre: 325 762 mil dúzias de ovos; terceiro trimestre: 339 780 mil dúzias de ovos; quarto trimestre: 331 985 mil dúzias de ovos. No terceiro trimestre.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

Reveja

NÃO ESCREVA NO LIVRO.

Resolva as atividades para retomar o que foi estudado nesta Unidade.

Resoluções a partir da **p. 305**.

1. Observe a igualdade a seguir, em que o índice da raiz está representado pela letra **x**.

$$\sqrt[x]{243} = 3$$

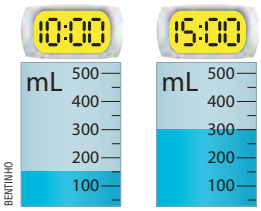
Nessa igualdade, **x** representa o índice: Alternativa **c**.

a) 3 **b)** 4 **c)** 5 **d)** 6

2. Para que $\sqrt[y]{-15}$ corresponda a um número real, temos que **y** não pode assumir como valor o número: Alternativa **a**.

a) 8 **b)** 7 **c)** 5 **d)** 3

3. Uma torneira da casa de Gabriel está gotejando constantemente. Para evitar desperdício de água até o conserto, ele parou de usar essa torneira e colocou um recipiente graduado e vazio abaixo dela. Observe dois horários em que Gabriel consultou a quantidade de água que havia no recipiente.



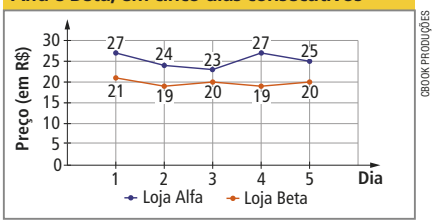
Qual é a vazão desse gotejamento, em mililitro por hora? Alternativa **c**.

a) 300 mL/h **c)** 30 mL/h

b) 150 mL/h **d)** 10 mL/h

4. Marcos instalou no celular um aplicativo que possibilita acompanhar a variação no preço de produtos em lojas virtuais. Observe um gráfico que Marcos obteve nesse aplicativo para comparar a variação em cinco dias consecutivos do preço de um produto em duas lojas distintas.

Variação no preço de um produto, nas lojas Alfa e Beta, em cinco dias consecutivos



Fonte: Aplicativo de celular.

A menor e a maior diferença no preço do produto nessas duas lojas, no período analisado, foi: Alternativa **c**.

a) R$ 19,00 e R$ 27,00.

b) R$ 5,00 e R$ 6,00.

c) R$ 3,00 e R$ 8,00.

d) R$ 2,00 e R$ 9,00.

5. Uma equipe de futsal deve ser composta de, no máximo, quatro jogadores de linha e um goleiro. As jogadoras de linha de um time de futsal têm as seguintes idades: 29, 37, 32 e 34 anos. Sabendo que a média das idades das cinco jogadoras desse time era 33 anos, temos que a idade da goleira, a moda entre as idades e a mediana das idades é, respectivamente: Alternativa **c**.

a) 31 anos, 32 anos e 33 anos.

b) 33 anos, o conjunto é amodal e 34 anos.

c) 33 anos, o conjunto é amodal e 33 anos.

d) 37 anos, 33 anos e 33 anos.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

RevEJA

Atividade 1

O objetivo desta atividade é verificar se os estudantes compreendem o conceito de radiciação. Ao assinalar uma alternativa incorreta, o estudante pode demonstrar não ter compreendido o conceito de radiciação ou não estabelecer relação entre radiciação e potenciação.

Atividade 2

O objetivo desta atividade é verificar a compreensão dos estudantes quanto às condições de existência de uma raiz, considerando o conjunto dos números reais. Ao assinalar uma alternativa incorreta, o estudante pode demonstrar não ter compreendido as condições de existência de uma raiz, no conjunto dos números reais, de acordo com o número correspondente ao seu índice.

Atividade 3

O objetivo desta atividade é verificar se os estudantes resolvem problemas que envolvam razão e proporção. Ao assinalar uma alternativa incorreta, o estudante pode demonstrar que não resolve problema envolvendo razão e proporção ou não relaciona corretamente medidas de tempo.

Atividade 4

O objetivo desta atividade é verificar se os estudantes compreendem informações representadas em gráfico de segmentos duplos. Ao assinalar uma alternativa incorreta, o estudante pode demonstrar não interpretar adequadamente informações representadas em gráficos de segmentos duplos.

Atividade 5

O objetivo desta atividade é verificar se os estudantes compreendem e calculam medidas de tendência central. Ao assinalar uma alternativa incorreta, o estudante pode demonstrar não ter compreendido o conceito ou como determinar a média aritmética, a moda e a mediana de um conjunto de dados numéricos, ou, ainda, ter se equivocado durante a realização do cálculo.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

ETAPA 7

UNIDADE 5

Proporcionalidade, medidas e ângulos

- Grandezas diretamente e inversamente proporcionais
- Medidas de capacidade e de volume
- Ângulos formados por retas paralelas e uma transversal

a) Resposta pessoal.



NÃO ESCREVA NO LIVRO.

O elevado consumo de alimentos ultraprocessados em detrimento de alimentos *in natura* está diretamente associado ao risco de diversas doenças, como hipertensão, infarto, obesidade e diabetes. Por isso, manter uma alimentação equilibrada e baseada em vegetais e outros alimentos saudáveis é fundamental para ter uma boa saúde.

a) No seu entendimento, o que são alimentos ultraprocessados e alimentos *in natura*?

b) As feiras de rua são um dos principais locais para comprar alimentos saudáveis. Suponha que uma bandeja com 5 caquis custe R$ 4,50. Se uma pessoa pretende levar 3 bandejas, quantos caquis ela levará ao todo? 15 caquis.

c) De acordo com a situação do item **b**, qual é o valor das 3 bandejas de caquis sabendo que, nessa compra, a terceira bandeja custará a metade do preço? R$ 11,25

JOÃO PRUDENTE/PULSAR IMAGENS

Frutas são uma excelente opção para incluir na alimentação diária.

INTRODUÇÃO

Nesta Unidade, serão abordados os campos Álgebra, Grandezas e medidas e Geometria. Os estudantes vão trabalhar com grandezas diretamente proporcionais e inversamente proporcionais, relações entre unidades de medida de volume e de capacidade e relações entre ângulos formados por duas retas paralelas e uma transversal. Esses conteúdos podem ser explorados de maneira articulada, como na determinação do tempo necessário para se encher uma caixa-d'água dada a vazão da bomba-d'água (grandezas inversamente proporcionais), envolvendo o uso de relação entre unidades de medida de capacidade e de volume.

OBJETIVOS PEDAGÓGICOS DA UNIDADE

- Determinar se duas grandezas estão relacionadas de maneira diretamente proporcionais, inversamente proporcionais ou não proporcionais.
- Expressar a relação entre duas grandezas proporcionais por meio de uma sentença algébrica e sua representação no plano cartesiano.
- Reconhecer relações entre unidades de medida de volume e unidades de medida de capacidade para resolver problemas envolvendo essas relações.
- Compreender e reconhecer as relações entre ângulos formados por retas paralelas intersectadas por uma reta transversal.

JUSTIFICATIVAS DOS OBJETIVOS

Ao trabalhar grandezas proporcionais, espera-se que os estudantes desenvolvam e mobilizem habilidades para resolver situações que vão desde o mundo do trabalho até tarefas mais cotidianas, como o tempo de funcionamento de uma impressora ou o tempo de duração de um pacote de ração e a porção diária para um animal de estimação. Além disso, esses conceitos serão importantes para o estudo de comprimentos de arcos de circunferência e proporcionalidade entre segmentos de reta, por exemplo.

O estudo das relações entre unidades de medida de volume e unidades de medida de capacidade possibilita resolver problemas envolvendo essas unidades de medida, realizando conversões entre elas, além de compreender a diferença entre as grandezas volume e capacidade.

Ao explorar relações entre ângulos formados por retas paralelas e uma reta transversal, busca-se auxiliar os estudantes a desenvolver o pensamento geométrico e avançar na compreensão de relações de proporcionalidade, além de utilizar essas relações para compreender propriedades geométricas, como o teorema de Tales, que será estudado posteriormente neste Volume.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

1. Grandezas proporcionais

No dia a dia, ocorrem muitas situações envolvendo diferentes grandezas que se relacionam. Acompanhe os exemplos.

Exemplo 1

Na compra de produtos a granel, diversos grãos e cereais são vendidos por quilograma.



GERSON SOBREIRA/TERRA/STOCK

Em mercados a granel, os produtos são vendidos sem embalagens pré-determinadas, permitindo que os clientes comprem a quantidade desejada.

Suponha que, em um mercado a granel, o feijão de corda seja vendido por R$ 15,00 o quilograma.

Note que as grandezas massa do feijão e preço a pagar se relacionam: ao dobrarmos a massa, o preço também dobra; ao triplicarmos a massa, o preço também triplica; ao reduzirmos a massa pela metade, o preço também se reduz à metade; e assim por diante.

Massa (kg)	Preço (R$)
$\frac{1}{2}$	7,50
1	15,00
2	30,00
3	45,00

: 2 · 2 · 3 (massa) — : 2 · 2 · 3 (preço)

Assim, dizemos que a massa do feijão e o preço a pagar são **grandezas diretamente proporcionais**. Nesse caso, podemos escrever proporções entre a massa e o preço. Observe um exemplo.

Massa (kg)	Preço (R$)
2	30,00
3	45,00

$\frac{2}{3} = \frac{30}{45}$

DICA

Nessa situação, também poderia ser escrita a seguinte proporção: $\frac{2}{30} = \frac{3}{45}$.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Aproveitar o tema da abertura da Unidade e conversar com os estudantes sobre a importância de manter uma alimentação equilibrada para a saúde e como se planejar para ter esse tipo de alimentação.

No item **a**, espera-se que compreendam que os alimentos *in natura* são obtidos diretamente de plantas ou animais para o consumo e não sofreram nenhuma alteração. Já os alimentos ultraprocessados passam por técnicas de processamento exclusivamente industriais que, entre outras características, podem interferir na cor e sabor dos alimentos. Além disso, podem conter aditivos e substâncias químicas, níveis de sal, açúcar e gordura muito elevados.

Nos itens **b** e **c**, algumas ideias sobre a relação de proporcionalidade entre grandezas são exploradas.

Conversar com os estudantes sobre a venda de produtos a granel. Se julgar necessário, propor a eles que pesquisem o significado da palavra **granel**; para isso, eles podem utilizar a internet em computadores ou no celular. Caso não tenham acesso a esses recursos, ou forem estudantes em situação Privada de Liberdade (PPL) ou sob medidas socioeducativas, podem ser utilizados dicionários físicos convencionais. Incentivá-los a compartilhar as experiências de compra de produtos vendidos desse modo.

Iniciar o estudo de grandezas proporcionais propondo uma conversa a fim de que eles percebam que nem todas as grandezas relacionadas são grandezas proporcionais, por exemplo, as grandezas medida da aresta de um cubo e a medida de seu volume. Apesar de o volume do cubo variar conforme se aumenta ou diminui a medida da aresta, isso não ocorre na mesma proporção. Pode-se verificar isso calculando o volume de dois cubos: um cubo **A** cuja aresta mede 1 cm e um cubo **B** cuja aresta mede 2 cm.

- Volume do cubo **A**:

  $V_A = 1^3 = 1$, ou seja, 1 cm³.
- Volume do cubo **B**:

  $V_B = 2^3 = 8$, ou seja, 8 cm³.

Apesar de a medida da aresta do cubo **B** ser o dobro da medida da aresta do cubo **A**, a medida de seu volume é igual a 8 cm³, e não 2 cm³.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

No exemplo **2**, é importante que os estudantes compreendam que, para atender a determinada encomenda, quanto mais tempo as impressoras funcionarem por dia, menos dias serão necessários para imprimir um lote de livros. As grandezas tempo de funcionamento diário e quantidade de dias são inversamente proporcionais nesse caso, uma vez que, ao aumentar o tempo de funcionamento diário das impressoras, a quantidade de dias necessários para atender à encomenda diminuirá na mesma proporção.

Enfatizar que, no caso de grandezas inversamente proporcionais, ao indicar uma razão e inverter a outra, obtém-se uma proporção. Para isso, utilizar a propriedade fundamental das proporções, como indicado a seguir, e mostrar a eles que os exemplos apresentados formam uma proporção.

$\frac{3}{4} \neq \frac{4}{12}$ $\dashrightarrow$ $18 \cdot 4 = 72$

$\frac{3}{12} \neq \frac{12}{4}$ $\dashrightarrow$ $6 \cdot 12 = 72$

$\frac{3}{6} \neq \frac{12}{4}$ $\dashrightarrow$ $6 \cdot 12 = 72$

$\frac{3}{12} \neq \frac{4}{12}$ $\dashrightarrow$ $18 \cdot 4 = 72$

Na questão apresentada no boxe **Pensar e Praticar**, caso os estudantes demonstrem dificuldade, auxiliá-los na leitura do quadro à esquerda desse boxe. Para complementar, propor outros questionamentos, como:

- O que ocorre quando o tempo de funcionamento é reduzido pela metade? Resposta esperada: Dobra-se a quantidade de dias.
- O que ocorre quando se dobra o tempo de funcionamento? Resposta esperada: A quantidade de dias é reduzida pela metade.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

Exemplo 2

Para impressões de livros, é comum que as impressoras fiquem ligadas por várias horas, enquanto um funcionário inspeciona as impressões para garantir a qualidade e a precisão das cópias.

Suponha que, para a impressão de um lote de livros, tenha sido necessário o funcionamento de uma impressora por 6 horas diárias durante 12 dias consecutivos.



DANIEL CYMBALISTA/PULSAR IMAGENS

Funcionário inspecionando a qualidade da impressão.

Note que, para imprimir uma mesma quantidade de livros, as grandezas tempo de funcionamento diário da impressora e quantidade de dias se relacionam da seguinte maneira: ao dobrarmos o tempo de funcionamento, a quantidade de dias reduz-se à metade; ao reduzirmos o tempo de funcionamento pela metade, a quantidade de dias dobra; e assim por diante.

Tempo de funcionamento diário (h)	Quantidade de dias
3	24
6	12
12	6
18	4

: 2, · 2, · 3, · 2, : 2, : 3

Assim, dizemos que o tempo de funcionamento diário da impressora e a quantidade de dias para atender à encomenda são **grandezas inversamente proporcionais**. Nesse caso, escrevemos a proporção indicando uma razão e **invertendo** a outra. Observe um exemplo.

Tempo de funcionamento diário (h)	Quantidade de dias
3	24
12	6

Resposta esperada: A quantidade de dias necessários para imprimir o lote de livros é reduzida a um terço.

$\frac{3}{12} = \frac{6}{24}$ ou $\frac{12}{3} = \frac{24}{6}$

PENSAR E PRATICAR

O que ocorre quando triplicamos o tempo de funcionamento diário da impressora?

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

Exemplo 3

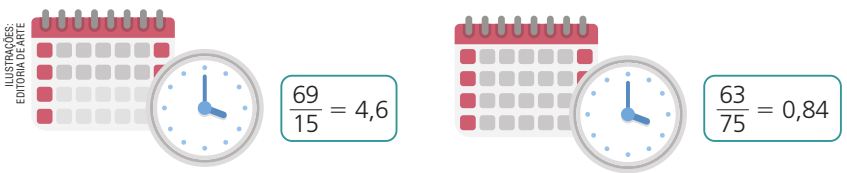
Fábio está fazendo uma reeducação alimentar para controlar a diabetes. Quinzenalmente, Fábio faz anotações da massa dele. Observe.

Quantidade de dias desde o início da reeducação alimentar	Massa (kg)
15	69
30	66
45	64
60	63,5
75	63


ANDRESWYDE/+/GETTY IMAGES

Em vários municípios do país, existem academias ao ar livre.

Note que existe relação entre as quinzenas e a massa de Fábio: com o passar dos dias, a massa diminuiu. Porém, a relação entre essas grandezas não é proporcional. Observe, por exemplo, as razões entre a massa de Fábio e a quinzena, na primeira e na quinta quinzena.


ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

$\frac{69}{15} = 4{,}6$ $\qquad$ $\frac{63}{75} = 0{,}84$

ATIVIDADES

NÃO ESCREVA NO LIVRO. Resoluções a partir da **p. 305**.

1. Identifique os itens em que as grandezas indicadas se relacionam de maneira proporcional, classificando-as em diretamente ou inversamente proporcionais.
   a) A quantidade média de combustível (L) consumida por um veículo e a distância percorrida (km).
   b) A medida do lado (cm) e o perímetro (cm) de um quadrado.
   c) A quantidade de suco de laranja (mL) e o valor energético ingerido (kcal).
   d) A velocidade média do carro (km/h) e o tempo (h) de uma viagem.

   Grandezas diretamente proporcionais: **a**, **b** e **c**; grandezas inversamente proporcionais: **d**.

2. Investigue e registre no caderno três exemplos de situações em que duas grandezas se relacionam das seguintes maneiras: não proporcional, diretamente proporcional e inversamente proporcional. Em seguida, junte-se a um colega, e troquem os exemplos para que um identifique a relação nas situações descritas pelo outro. Juntos, verifiquem se as respostas estão corretas. Resposta pessoal.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Ao apresentar o exemplo **3**, é importante que fique evidente para os estudantes que as grandezas quantidade de dias de dieta e massa (kg) estão relacionadas, porém não de maneira proporcional. Para visualizar isso, os estudantes podem observar no quadro que, ao completar 30 dias de dieta, que é o dobro de 15 dias, a massa de Fábio não diminuiu pela metade. Aproveitar o contexto do exemplo para conversar com eles sobre a diabetes. Questionar se algum deles tem ou conhece alguém que tem diabetes e se sabem que cuidados devem ser tomados com essas pessoas. Deixar que os estudantes exponham as vivências e troquem experiências entre eles.

Atividades

Atividade 1

Esta atividade trabalha a identificação da natureza da variação entre duas grandezas, proporcionais ou não proporcionais. No item **c**, explicar para os estudantes que kcal é a sigla de quilocaloria, que é uma unidade de medida de energia.

Atividade 2

Esta atividade trabalha a identificação da natureza da variação entre duas grandezas, proporcionais ou não proporcionais. A seguir, são apresentadas algumas respostas possíveis que podem ser registradas pelos estudantes.

Grandezas não proporcionais:

- a quantidade de gols marcados e o tempo de uma partida de futebol.
- a idade de uma pessoa e o número do seu calçado.
- a medida do lado de um quadrado e a medida de sua área.

Grandezas diretamente proporcionais:

- a distância percorrida por um veículo e o consumo médio de combustível.
- a quantidade de um mesmo produto comprado e o valor total a pagar.
- o tempo que uma lâmpada estiver acesa e a quantidade de energia consumida por ela.
- a quantidade de receitas de um bolo e a quantidade de certo ingrediente.

Grandezas inversamente proporcionais:

- a vazão de uma torneira e o tempo necessário para encher um recipiente.
- a quantidade de impressoras com o mesmo rendimento em funcionamento e o tempo necessário para imprimir certa quantidade de páginas.
- a velocidade média de um automóvel e o tempo necessário para ele percorrer um trajeto.

Grandezas diretamente proporcionais

O leite e os seus derivados, como queijo e iogurte, são fontes de proteína e cálcio, que podem auxiliar na organização de dietas mais adequadas.

As pessoas com intolerância à lactose, ou seja, cujo organismo possui deficiência ou ausência de uma enzima intestinal, importante para a digestão dessa substância, devem ter uma dieta com restrição de leite e seus derivados, substituindo esses alimentos por outros, sempre com a orientação de um profissional.

DICA

As pessoas podem apresentar diferentes graus de intolerância à lactose, com sintomas que também podem variar. Alguns sintomas são:

- dor e inchaço abdominal;
- diarreia;
- gases;
- náusea.

Nos rótulos dos alimentos, é obrigatória a indicação da presença de lactose, de maneira clara e legível.

Observe, por exemplo, quanta lactose há, aproximadamente, em 200 mL de leite integral de vaca.



PENSAR E PRATICAR

Se aumentarmos a quantidade de leite para 400 mL, qual será a quantidade de lactose?

24 g

Agora, analise a situação a seguir.

No café da manhã, Melina costuma tomar uma xícara de 150 mL de leite integral de vaca. Quantos gramas de lactose há nessa xícara de leite?

As grandezas quantidade de leite e massa de lactose são diretamente proporcionais. Assim, podemos calcular a massa total de lactose (**x**) em 150 mL de leite usando a propriedade fundamental das proporções, assunto estudado anteriormente, e resolvendo uma equação.

Quantidade de leite (mL)	Massa de lactose (g)
200	12
150	**x**

$$\frac{200}{150} = \frac{12}{x}$$
$$200 \cdot x = 150 \cdot 12$$
$$\frac{200x}{200} = \frac{1800}{200}$$
$$x = 9$$

Portanto, na xícara de 150 mL de leite, há 9 g de lactose.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

O contexto apresentado nesta página trata da lactose contida no leite. Aproveitar esse contexto e perguntar aos estudantes se eles conhecem alguma pessoa que é intolerante à lactose e, em caso afirmativo, se sabem qual é o grau de intolerância e quais são os cuidados que essa pessoa deve ter.

O trecho a seguir apresenta mais informações sobre a intolerância à lactose.

Intolerância à lactose é a incapacidade de digerir a lactose (açúcar do leite). O problema é resultado da deficiência ou ausência de uma enzima intestinal chamada lactase. Esta enzima possibilita decompor o açúcar do leite em carboidratos mais simples, para a sua melhor absorção.

É importante estabelecer a diferença entre alergia ao leite e intolerância à lactose. A alergia é uma reação imunológica adversa às proteínas do leite, que se manifesta após a ingestão de uma porção, por menor que seja, de leite ou derivados. A mais comum é a alergia ao leite de vaca, que pode provocar alterações no intestino, na pele e no sistema respiratório (tosse e bronquite, por exemplo).

BRASIL. Ministério da Saúde. Biblioteca Virtual em Saúde. **Intolerância à lactose**. Brasília, DF: BVS-MS, 2018. Disponível em: https://bvsms.saude.gov.br/intolerancia-a-lactose/. Acesso em: 3 maio 2024.

Destacar que as grandezas quantidade de leite e massa de lactose são diretamente proporcionais, uma vez que, ao dobrar a quantidade de leite, a massa de lactose também dobrará; ao triplicar a quantidade de leite, a massa de lactose também triplicará; e assim por diante. Para auxiliar no reconhecimento dessa relação, propor aos estudantes os seguintes questionamentos, considerando que há 12 g de lactose em 200 mL de leite de vaca.

- Quantos gramas de lactose há em 400 mL de leite? Resposta: 24 g.
- Quantos gramas de lactose há em 100 mL de leite? Resposta: 6 g.
- Quantos gramas de lactose há em 1 L de leite? Resposta: 60 g.

Esse último item permite explorar o conhecimento prévio dos estudantes sobre a relação entre as unidades de medida litro e mililitro, conteúdo que será tratado mais adiante nesta Unidade.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

Algumas situações envolvendo grandezas proporcionais podem ser descritas por equações que podem ser representadas por retas no plano cartesiano. A vantagem de fazer isso é possibilitar a análise e o estudo da relação entre duas grandezas de maneira gráfica, sem a necessidade de calcular diversas possibilidades. Considere a situação a seguir.

Vicente é eletricista e, para fazer a instalação de uma luminária, comprou 5 m de fio por R$ 6,00.



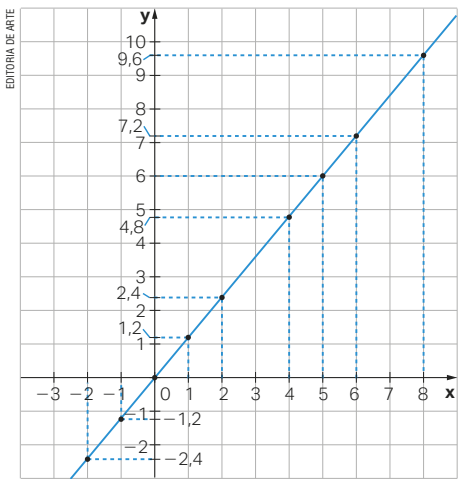
Eletricista instalando uma luminária.

Como as grandezas preço e comprimento do fio são diretamente proporcionais, podemos representar a relação entre elas da seguinte maneira:

Preço (R$)	Comprimento do fio (m)
6,00	5
y	**x**

$$\frac{6}{y} = \frac{5}{x}$$
$$6 \cdot x = 5 \cdot y$$
$$6x - 5y = 5y - 5y$$
$$6x - 5y = 0$$

Note que, a partir da proporção, obtemos uma equação do 1º grau com duas incógnitas, em que **x** representa o comprimento do fio (em metro) e **y**, o preço (em real). As soluções dessa equação podem ser representadas por uma reta no plano cartesiano.



Nessa reta, cada ponto representa uma solução da equação. Em relação à situação apresentada, temos de considerar somente os valores positivos de **x** e **y**, uma vez que correspondem ao comprimento do fio e ao preço, respectivamente. O ponto de coordenadas (4; 4,8), por exemplo, indica que 4 m desse fio custam R$ 4,80.

DICA

Mais adiante nesta coleção, o estudo de equações do 1º grau com duas incógnitas será aprofundado e detalhado.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Antes de trabalhar o exemplo proposto nesta página, apresentar a seguinte situação, em que a escrita de uma sentença algébrica é utilizada para expressar a relação entre duas grandezas diretamente proporcionais: a quantidade **y** de lactose (em grama) e a quantidade **x** de leite (em mililitro). Essa situação pode ser expressa da seguinte maneira:

Quantidade de leite (mL)	Massa de lactose (g)
200	12
x	y

$$\frac{200}{x} = \frac{12}{y} \rightarrow 200y = 12x \rightarrow 200y - 12x = 0$$

A partir da proporção, obtém-se uma equação do 1º grau com duas incógnitas, indicadas pelas letras **x** e **y**. Nesse caso, para obter as soluções, pode ser atribuído um valor a uma das incógnitas para se obter o valor correspondente à outra.

No exemplo apresentado na página **103**, enfatizar que as grandezas comprimento do fio e preço são diretamente proporcionais, pois, se Vicente tivesse comprado o dobro da quantidade de fio, pagaria o dobro do valor e, se tivesse comprado a metade da quantidade de fio, pagaria a metade do valor.

Ao trabalhar com a reta no plano cartesiano é importante que os estudantes compreendam o que significa dizer que cada ponto da reta representa uma solução da equação. Explicar que, substituindo as coordenadas de um ponto pertencente à reta na equação $6x - 5y = 0$, deve-se obter uma sentença verdadeira. Por exemplo, substituindo as coordenadas do ponto (4; 4,8) nessa equação, tem-se $x = 4$ e $y = 4{,}8$:

$6 \cdot 4 - 5 \cdot 4{,}8 = 24 - 24 = 0$

Propor aos estudantes que substituam os valores de outras coordenadas de um ponto pertencente à reta na equação e verifiquem se a sentença é verdadeira.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Atividades

Atividade 1

Esta atividade trabalha a resolução de uma situação contextualizada que envolve grandezas diretamente proporcionais. Conversar com os estudantes sobre as estratégias utilizadas por eles.

Atividade 2

Esta atividade trabalha a resolução de uma situação que envolve grandezas diretamente proporcionais, expressando a relação entre essas grandezas por meio de uma sentença algébrica e sua representação no plano cartesiano. No item **c**, uma das estratégias que os estudantes podem utilizar para identificar a reta que representa as soluções dessa equação é verificar quais das retas contêm os pontos cujas coordenadas foram escritas no item **b**.

Para complementar, apresentar os quadros a seguir, em que as letras **A** e **B** são grandezas diretamente proporcionais, para que eles representem, por meio de equações, a relação entre **A** e **B**. Em seguida, pedir a eles que escrevam três soluções de cada uma das equações obtidas.

a)

A	B
1	−3
x	y

Resposta: $3x + y = 0$. Algumas respostas possíveis: $(-2, 6)$; $(0, 0)$; $(1, -3)$.

b)

A	B
7	3
x	y

Resposta: $-3x + 7y = 0$. Algumas respostas possíveis: $(-7, -3)$; $(0, 0)$; $(7, 3)$.

Atividade 3

Esta atividade trabalha a resolução de uma situação envolvendo grandezas diretamente proporcionais. No item **a**, verificar se os estudantes compreenderam que a parte externa do muro tem a mesma área de um retângulo com dimensões 85 m e 2,5 m. No item **c**, conversar com eles sobre o resto ou a parte decimal do quociente obtido na divisão da área do muro pelo rendimento da tinta. Neste caso, serão necessárias 8,5 latas de tinta para pintar o muro; porém, considerando que não é possível comprar lata de tinta fracionada, será necessário comprar nove latas.

Atividade 4

Esta atividade trabalha a elaboração de problema pelos estudantes que envolva grandezas diretamente proporcionais. Para auxiliá-los, discutir algumas estratégias para estruturar um problema, por exemplo, quais são as informações necessárias no enunciado. Aproveitar o contexto e explicar que, quando descartado de maneira incorreta, o óleo de cozinha causa danos ao meio ambiente, como a poluição dos rios e do solo. Além disso, esse descarte também pode causar o entupimento dos encanamentos.

ATIVIDADES

NÃO ESCREVA NO LIVRO. Resoluções a partir da **p. 305**.

1. Na página **102**, observamos que, em 200 mL de leite, há cerca de 12 g de lactose.

a) Quantos gramas de lactose há em:

- 250 mL de leite? 15 g
- 600 mL de leite? 36 g
- 1,5 L de leite? 90 g

b) Marcos realizou cálculos e determinou que, no leite de certo copo, há 27 g de lactose. Quantos mililitros de leite há nesse copo? 450 mL

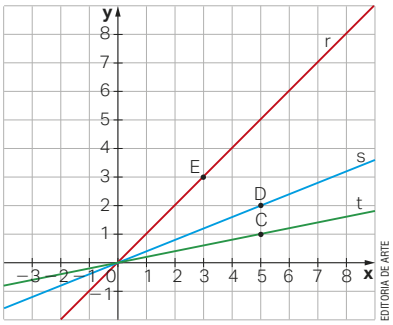
2. No quadro, **A** e **B** representam grandezas diretamente proporcionais.

A	B
2	5
y	x

a) Utilizando proporção, represente por meio de uma equação do 1º grau com duas incógnitas a relação entre as grandezas **A** e **B**. $2x - 5y = 0$

b) Escreva três soluções da equação que você representou no item **a**.

c) Neste plano cartesiano, qual reta representa as soluções dessa equação? Reta **s**.



d) Elabore um problema envolvendo grandezas diretamente proporcionais, de maneira que o quadro apresentado no início desta atividade possa ser utilizado para resolvê-lo. Depois, troque esse problema com um colega, para que ele o resolva, enquanto você resolve aquele que ele elaborou. Ao final, confiram juntos as resoluções. Resposta pessoal.

3. Para pintar a parte externa do muro de uma escola, que tem 85 m de comprimento e 2,5 m de altura, serão utilizadas latas de tinta de 3,6 L, sendo possível cobrir 25 m² do muro com cada lata.

a) Qual é a área do muro que será pintada? 212,5 m²

b) Quantos litros de tinta serão necessários para pintar esse muro? 30,6 L

c) No mínimo, quantas latas como essa será necessário comprar para a pintura da parte externa desse muro? Nove latas.

4. O texto a seguir apresenta o início de um problema envolvendo grandezas diretamente proporcionais. No caderno, copie esse texto e complete-o. Em seguida, junte-se a um colega, e troquem os problemas para que um resolva o do outro. Juntos, verifiquem se as respostas estão corretas. Resposta pessoal.

Uma cooperativa faz a coleta de óleo de cozinha usado, que é destinado à reciclagem. Nesta semana...

2. b) Algumas respostas possíveis: $x = -5$ e $y = -2$; $x = 0$ e $y = 0$; $x = 1$ e $y = 0{,}4$; $x = 5$ e $y = 2$; $x = 6$ e $y = 2{,}4$; $x = 10$ e $y = 4$.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

Grandezas inversamente proporcionais

Uma alimentação adequada e balanceada não deve ser restrita apenas aos seres humanos. É importante garantir uma alimentação de qualidade para os animais de estimação, sempre que possível. Observe as informações em destaque no pacote de ração para cachorros.



PENSAR E PRATICAR

Se a quantidade da porção diária de ração diminuir para 100 g, o tempo de duração desse pacote para alimentar um cachorro será de quantos dias?

Será o suficiente para alimentá-lo durante 90 dias.

De acordo com essas informações, por quantos dias esse pacote é suficiente para servir uma porção diária de 250 g de ração para um cachorro?

Nesse caso, as grandezas quantidade de dias e quantidade de ração diária são inversamente proporcionais. Assim, podemos calcular a quantidade de dias (**x**) em que o pacote será suficiente para alimentar um cachorro com uma porção diária de 250 g. Observe.

Quantidade de dias	Quantidade de ração diária (g)
45	200
x	250

$$\frac{x}{45} = \frac{200}{250}$$
$$250 \cdot x = 45 \cdot 200$$
$$\frac{250x}{250} = \frac{9000}{250}$$
$$x = 36$$

Portanto, esse pacote será suficiente para alimentar um cachorro por 36 dias, com uma porção diária de 250 g de ração.

ATIVIDADE COMPLEMENTAR

Na aula de Matemática, a professora de uma turma da EJA representou na lousa um retângulo cujas medidas da largura e do comprimento eram 5 dm e 8 dm, respectivamente. Depois, ela propôs aos estudantes que representassem, no caderno, um retângulo cuja razão entre as medidas da largura e do comprimento formasse uma proporção com a razão entre as medidas da largura e do comprimento do retângulo representado na lousa.

a) Cite as medidas das dimensões de um retângulo que um estudante pode desenhar.
Algumas respostas possíveis: 10 cm e 16 cm; 15 cm e 24 cm; 50 cm e 80 cm.

b) Calcule a razão entre as medidas do comprimento do retângulo apresentado pela professora e daquele que você indicou no item **a**. Faça o mesmo para as medidas da largura desses retângulos.
Respostas pessoais.

c) Que relação pode ser identificada entre as razões obtidas no item **b**? Compare sua resposta com a de um colega e verifique se essa relação também é observada nas razões obtidas por ele.
Resposta esperada: Os estudantes devem identificar que as razões obtidas no item **b** também formam uma proporção.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

É importante que os estudantes compreendam a relação das grandezas inversamente proporcionais: ao aumentar uma das grandezas, a outra relacionada diminui na mesma proporção. No problema apresentado, explicar que as grandezas tempo (em dia) e porção diária de ração (em grama) são inversamente proporcionais, pois, ao dobrar a quantidade de dias, a quantidade de ração diária é reduzida pela metade.

Após a resolução desse problema, apresentar a situação em que a escrita da sentença algébrica é utilizada para expressar a relação entre duas grandezas inversamente proporcionais: a quantidade **y** de ração (em grama) e a quantidade **x** de dias. Essa situação pode ser expressa da seguinte maneira:

Quantidade de dias	Quantidade de ração (g)
45	200
x	y

$$\frac{45}{x} = \frac{y}{200}$$
$$45 \cdot 200 = xy$$
$$xy - 9000 = 0$$

A partir da proporção, obtêm-se uma equação com duas incógnitas, indicadas pelas letras **x** e **y**. Para obter as soluções dessa equação, pode ser atribuído o valor a uma dessas incógnitas e calcular o valor correspondente à outra. Caso julgue necessário, retomar o trabalho com expressões algébricas realizado na Unidade **2** deste Volume.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Em relação à situação apresentada nesta página sobre o *backup*, explicar aos estudantes que **GB** é o símbolo de gigabaite, uma unidade de medida de capacidade de armazenamento de dados. Além disso, explicar que **Mbps** é o símbolo de megabaites por segundo e representa uma quantidade de dados que é transferida nesse intervalo de tempo.

Se julgar necessário, explicar o que é um *backup*. Dizer a eles que esse procedimento consiste em fazer uma cópia dos arquivos de um dispositivo para outro com o objetivo de recuperá-los, se necessário. Primeiro, o usuário seleciona de um dispositivo (computador, celular etc.) os arquivos que deseja fazer o *backup*, como fotografias, vídeos e documentos. Depois, uma cópia dos arquivos selecionados é enviada para outro dispositivo, como um HD externo ou para um serviço de armazenamento em nuvem. Explicar que o tempo do *backup* depende do tamanho dos arquivos e da taxa de transferência, que corresponde à velocidade com a qual os arquivos são transferidos.

Na 1ª etapa da resolução do exemplo apresentado, enfatizar que tamanho dos arquivos e tempo são grandezas diretamente proporcionais, pois, ao dobrar o tempo de transferência, um arquivo com o dobro do tamanho será transferido.

Em relação à 2ª etapa, as grandezas tempo e taxa de transferência são inversamente proporcionais, pois ao dobrar a taxa de transferência de dados, o tempo necessário será reduzido à metade.

Na resolução do problema, esclarecer que foi utilizada a propriedade fundamental das proporções em ambas as etapas. Além disso, na 2ª etapa foi usado o resultado obtido na 1ª etapa, pois até então não se conhecia o tempo para transferir 15 GB de arquivo a uma taxa de transferência de 60 Mbps.

No boxe **Pensar e Praticar**, se julgar necessário, auxiliar os estudantes a converter 39,6 min para minutos e segundos utilizando a propriedade fundamental das proporções:

Tempo (min)	Tempo (s)
1	60
0,6	x

$$\frac{1}{0{,}6} = \frac{60}{x}$$
$$x = 0{,}6 \cdot 60$$
$$x = 36$$

Como 0,6 min corresponde a 36 s, tem-se que 39,6 min corresponde a 39min36s.

Agora, leia a situação a seguir.

A utilização de celulares e computadores faz parte do nosso cotidiano. Para garantir sua durabilidade, é necessário realizar manutenções periodicamente e, para não perdermos documentos importantes, é essencial salvar nossos arquivos, fotografias e informações em um local externo, como os **HDs externos**. Esse procedimento é conhecido como *backup*. Observe os registros feitos por um técnico de informática que realizará um *backup* utilizando um HD externo.

- Tamanho dos arquivos: 10 GB
- Taxa de transferência de dados: 60 Mbps
- Tempo de transferência: 22 min

GLOSSÁRIO

HD externo: dispositivo portátil que possui grande capacidade de armazenamento, sendo amplamente utilizado para fazer *backups*, armazenar projetos e transferir dados entre computadores.

De quanto tempo será o *backup* se a taxa de transferência for de 50 Mbps e forem selecionados 15 GB de arquivos?

Podemos organizar as informações apresentadas da seguinte maneira.

Tamanho dos arquivos (GB)	Tempo (min)	Taxa de transferência (Mbps)
10	22	60
15	?	50

Observe como podemos resolver esse problema em duas etapas.

1ª) As grandezas tamanho dos arquivos e tempo são diretamente proporcionais. Assim, fixamos a taxa de transferência em 60 Mbps e calculamos:

Tamanho dos arquivos (GB)	Tempo (min), com uma taxa de transferência de 60 Mbps
10	22
15	**x**

$$\frac{10}{15} = \frac{22}{x}$$
$$10 \cdot x = 15 \cdot 22$$
$$\frac{10x}{10} = \frac{330}{10}$$
$$x = 33$$

Portanto, para 15 GB de arquivos, com uma taxa de transferência de 60 Mbps, o tempo é de 33 min.

2ª) As grandezas tempo e taxa de transferência são inversamente proporcionais. Assim, fixamos o tamanho dos arquivos em 15 GB e, com base no resultado da etapa anterior, calculamos:

Tempo (min)	Taxa de transferência (Mbps)
33	60
y	50

$$\frac{y}{33} = \frac{60}{50}$$
$$50 \cdot y = 33 \cdot 60$$
$$\frac{50y}{50} = \frac{1980}{50}$$
$$y = 39{,}6$$

Portanto, o tempo é de 39,6 min para o *backup* de 15 GB de arquivos, com uma taxa de transferência de 50 Mbps.

PENSAR E PRATICAR

A quantos minutos e segundos corresponde o tempo de 39,6 min?

39min36s

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

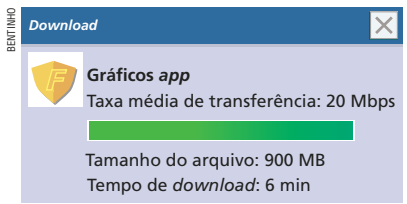
ATIVIDADES

NÃO ESCREVA NO LIVRO. Resoluções a partir da **p. 305**.

1. Leia os itens a seguir e identifique se as duas grandezas descritas em cada situação estão relacionadas de maneira direta ou inversamente proporcional ou se elas não têm relação de proporcionalidade entre si.

   a) Vazão de uma bomba e tempo para encher uma caixa-d'água. Inversamente proporcionais.
   b) Massa de um cachorro e tempo de vida desse animal. Não têm relação de proporcionalidade.
   c) Quantidade de energia elétrica consumida e quantidade de lâmpadas idênticas acesas. Diretamente proporcionais.
   d) Tempo decorrido de uma partida de futebol e quantidade de gols marcados. Não têm relação de proporcionalidade.
   e) Quantidade de pacotes de figurinhas comprados e quantidade de figurinhas obtidas. Diretamente proporcionais.

2. Para analisar as vendas da loja em que trabalha, uma gerente fez o *download* de um programa de computador para construir gráficos. Observe as informações sobre esse *download*.



Ainda para esse trabalho, ela precisa fazer o *download* de outro programa de computador, que tem 600 MB. Supondo que a taxa média de transferência para fazer esse novo *download* seja de 3,2 Mbps, em quanto tempo ele será concluído? 25 min

3. Marcos, Luiza e André fazem artesanato com argila. Para economizar, eles juntaram dinheiro e compraram 100 kg de argila por R$ 640,00, gastando menos do que gastariam comprando individualmente. Observe.

Quantia, em real, com que cada um contribuiu para a compra da argila

Amigo	Marcos	Luiza	André
Quantia (R$)	320,00	192,00	128,00

Fonte: Anotações de Marcos, Luiza e André.

A divisão da argila comprada será feita de maneira diretamente proporcional à quantia com que cada um deles contribuiu. Para calcular a quantidade de argila que Marcos vai receber, podemos construir o seguinte quadro.

Quantidade de argila (kg)	Quantia (R$)
100	640,00
x	320,00

a) Quantos quilogramas de argila Marcos vai receber? 50 kg
b) Agora, calcule quantos quilogramas de argila cada um dos outros amigos vai receber. Luiza: 30 kg; André: 20 kg.

ATIVIDADES COMPLEMENTARES

1. Para o transporte dos participantes de uma excursão, será fretado um ônibus com capacidade para 46 passageiros, cujo preço é fixo, independentemente da quantidade de participantes da excursão. Sabendo que a despesa com o transporte será dividida igualmente entre os participantes, quantos reais, no mínimo, um participante dessa excursão pode pagar pelo frete do ônibus? Resposta: R$ 40,00.

2. As inundações em áreas urbanas são problemas recorrentes em diversas regiões do Brasil e causam prejuízos ambientais, sociais e econômicos. Em certo município, foram construídos reservatórios para captar a água da chuva que escoa pelas galerias pluviais, diminuindo o risco de inundações. Para encher completamente um reservatório desses, com uma vazão de 18 m^3 de água por segundo, leva-se 20 min. Qual é o tempo necessário para encher esse reservatório, com uma vazão de 30 m^3 por segundo? Resposta: 12 min.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Atividade 1

Esta atividade trabalha a identificação da natureza da relação de variação entre duas grandezas: diretamente proporcionais, inversamente proporcionais ou não proporcionais. Ao final da resolução, promover uma discussão com a turma toda para que os estudantes possam apresentar as respostas e argumentar acerca da classificação feita em cada item.

Atividade 2

Esta atividade trabalha a resolução de uma situação envolvendo grandezas diretamente proporcionais e grandezas inversamente proporcionais. Se necessário, explicar que *download* corresponde à ação de transferir dados de um computador remoto (como na internet) para um computador local e a taxa de transferência corresponde à velocidade do *download*, ou seja, a velocidade em que os dados são transferidos.

Atividade 3

Esta atividade trabalha a resolução de uma situação envolvendo a ideia de divisão em partes proporcionais. Para complementar, propor aos estudantes o seguinte questionamento.

- Antes de decidir comprar a argila com os amigos, André havia pesquisado o preço em uma loja onde compraria 20 kg de argila e pagaria R$ 45,00 cada pacote de 5 kg. Quanto ele economizou, no total, ao optar por comprar a argila com os amigos? Resposta: R$ 52,00.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Conexões

Esta seção propicia um trabalho integrado com **Ciências da Natureza**. Além disso, são abordados os temas referentes ao **Processo de envelhecimento, respeito e valorização do idoso** e à **Saúde**, uma vez que são tratados cuidados no processo de envelhecimento das pessoas em relação à prevenção de doenças e melhoria na qualidade de vida, em especial por uma alimentação saudável e equilibrada.

Antes de iniciar a leitura do texto, propor aos estudantes os seguintes questionamentos para nortear a discussão.

- O que vocês entendem por pessoa idosa?
- Qual é a importância de valorizar a pessoa idosa na sociedade?

De acordo com a Lei nº 10.741 de 1º de outubro de 2003 e a Lei nº 10.048, de 8 de novembro de 2000, classifica-se como pessoa idosa, no Brasil, aquela com 60 anos ou mais de idade. Espera-se que haja concordância, ao final da discussão, de que a definição se dá por intermédio de lei específica, que pode ser alterada via projeto de lei caso fique compreendido que fatores como qualidade de vida e expectativa de vida modificam essa idade. Isso fica mais claro quando se percebe que a idade que define a pessoa idosa não é universal, podendo variar de um país para outro.

Comentar com eles que o tema da valorização de qualquer estrato da população da sociedade brasileira passa por reconhecer que todos possuem um valor intrínseco para enriquecer e contribuir socialmente. Para a fatia específica dos idosos, uma palavra-chave é **experiência**. Desde os primórdios da sociedade humana, a falta de registros escritos das experiências dava aos mais velhos uma importância fundamental e um respeito por parte dos outros membros da comunidade. Ao final da discussão, pode-se realizar uma leitura coletiva do texto.

CONEXÕES

Prevenindo doenças com alimentação saudável

As pessoas, a partir dos 60 anos, necessitam de cuidados especiais para reposição de vitaminas e de outros nutrientes.

Nos trechos a seguir, são apresentadas recomendações importantes aos cuidadores clínicos para acompanhamento e orientação de uma melhor dieta para pessoas idosas.

RECOMENDAÇÃO 1: ESTIMULE O CONSUMO DIÁRIO DE FEIJÃO

[...]

- Estimule o consumo eventual de variedades de feijão ou a substituição por outras leguminosas, como lentilha, grão-de-bico ou ervilha [...].

[...]

RECOMENDAÇÃO 2: ORIENTE QUE SE EVITE O CONSUMO DE BEBIDAS ADOÇADAS

[...]

- Incentive o **consumo de água** pura ou, [...] com rodelas de limão, folhas de hortelã, casca de abacaxi [...].

[...]

RECOMENDAÇÃO 3: ORIENTE QUE SE EVITE O CONSUMO DE ALIMENTOS ULTRAPROCESSADOS

- [...] para as **pequenas refeições**, sugira o consumo de **leite ou iogurte natural**, acompanhados de alimentos *in natura* ou minimamente processados, como frutas frescas ou secas, castanhas, tapioca, pamonha etc.

[...]

RECOMENDAÇÃO 4: ORIENTE O CONSUMO DIÁRIO DE LEGUMES E VERDURAS

[...]

- Relembre que existe uma variedade imensa de legumes e verduras no país. Valorize os legumes e verduras da sua região [...].

[...]

RECOMENDAÇÃO 5: ORIENTE O CONSUMO DIÁRIO DE FRUTAS

[...]

- Além de puras, as frutas podem ser adicionadas em salada de folhas, como a manga; misturadas em salada de frutas; ou consumidas com iogurte natural, leite e aveia ou como cremes. [...]

ASTAROT/SHUTTERSTOCK.COM



Pessoa idosa preparando refeição saudável.

108

SAIBA MAIS

Sugerir aos estudantes que acessem o *site* a seguir para obter mais informações sobre os cuidados com a pessoa idosa.

- BRASIL. Ministério da Saúde. Secretaria de Atenção Primária à Saúde. Departamento de Gestão do Cuidado Integral. **Guia de cuidados para a pessoa idosa**. Brasília, DF: MS, 2023. Disponível em: https://bvsms.saude.gov.br/bvs/publicacoes/guia_cuidados_pessoa_idosa.pdf. Acesso em: 5 maio 2024.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

[...]

RECOMENDAÇÃO 6: ORIENTE QUE O USUÁRIO COMA EM AMBIENTES APROPRIADOS E COM ATENÇÃO

[...]

- Estimule o usuário a organizar um local na residência para as refeições, de preferência sentado à mesa. Recomende que o usuário evite se envolver em outras atividades, como assistir [à] televisão, mexer no celular ou computador. [...]

BRASIL. Ministério da Saúde. **Fascículo 2**: protocolo de uso do Guia Alimentar para a população brasileira na orientação alimentar da pessoa idosa. Brasília, DF: MS; São Paulo: Universidade de São Paulo, 2021. p. 8-13. Disponível em: https://bvsms.saude.gov.br/bvs/publicacoes/protocolos_guia_alimentar_fasciculo2.pdf. Acesso em: 27 abr. 2024.

1. Algumas respostas possíveis: Melhora na qualidade de vida, constante avanço da Medicina etc.

MÃOS À OBRA

Resoluções a partir da **p. 305**.

NÃO ESCREVA NO LIVRO.

1 Nos últimos 50 anos, a maioria dos países convive com o fenômeno do aumento da expectativa de vida dos seus cidadãos. Em seu entendimento, o que mudou para que isso tenha ocorrido?

2 Quais são os males que você acredita poderem ser evitados a partir de uma alimentação balanceada? Algumas respostas possíveis: Colesterol alto, hipertensão, diabetes, sobrepeso, anemia, osteoporose etc.

3 O rótulo de uma caixa de leite apresenta a informação de que, em 200 mL desse leite, há 80 mg de sódio e 214 mg de cálcio.

a) Qual é a quantidade de sódio presente em 1 L desse leite? 400 mg

b) Em 200 mL desse leite, há 21% das necessidades diárias de cálcio de uma pessoa adulta. Com base nessa informação, calcule quantos gramas de cálcio necessita diariamente uma pessoa adulta. Aproximadamente 1,02 g de cálcio por dia.

4 Em um grupo com três integrantes, escolham quatro alimentos citados no texto desta seção, cujo consumo seja recomendado. Depois, façam o que se pede nos itens a seguir. Respostas pessoais.

a) Façam uma pesquisa para obter as informações referentes à quantidade de carboidrato, proteína e gordura dos alimentos escolhidos e organizem essas informações em uma tabela. Se desejarem, usem uma planilha eletrônica para auxiliar no registro e na visualização das informações.

b) Pesquisem a necessidade diária de uma pessoa idosa em relação à quantidade de carboidrato, proteína e gordura. Com base nessas informações, calculem a quantidade máxima diária que essa pessoa pode ingerir de cada um dos alimentos escolhidos.

Mãos à obra

Atividade 1

Nesta atividade, espera-se que os estudantes respondam que alguns fatores que contribuíram para o aumento na expectativa de vida consistem na ampliação da cobertura do saneamento básico e na descoberta de medicamentos e vacinas para muitas doenças. As especialidades da Medicina passaram por um avanço significativo, por exemplo: o tratamento para certos tipos de câncer em estágios iniciais, remédios psiquiátricos com menos efeitos colaterais e cirurgias menos invasivas.

Atividade 2

Na lousa, registrar alguns possíveis males à saúde que os estudantes podem citar como resposta. Se possível, apresentar aos estudantes informações específicas sobre algumas dessas doenças, como causas e sintomas correspondentes.

Atividade 3

Esta atividade busca retomar e aplicar conceitos estudados nesta Unidade, como relações de proporcionalidade entre grandezas. Nos itens **a** e **b**, pode-se realizar uma correção coletiva das respostas. Para isso, alguns estudantes podem ser convidados a apresentar as resoluções elaboradas por eles na lousa. Nesse momento, é importante estimular a participação de todos e uma relação de respeito entre eles.

Atividade 4

Para a escolha dos alimentos a serem pesquisados, incentivar os grupos a revisitar o texto apresentado. Além disso, pode-se valorizar alimentos típicos da região em que moram.

A pesquisa sobre as quantidades de nutrientes nesses alimentos pode ser feita em livros ou em *sites* confiáveis. Pedir a eles que registrem as fontes consultadas nessa pesquisa.

Para a condução desta atividade, pode-se utilizar como estratégia uma abordagem relacionada à metodologia ativa denominada *vídeo based learning* (VBL). Os vídeos produzidos, ou outros recursos audiovisuais, podem ser disponibilizados em uma plataforma protegida e divulgados para a comunidade escolar.

SAIBA MAIS

Acessar o *site* a seguir para obter mais informações sobre alimentação saudável para pessoas idosas.

- BRASIL. Ministério da Saúde. Secretaria de Atenção à Saúde. Departamento de Atenção Básica. **Alimentação saudável para a pessoa idosa**: um manual para profissionais de saúde. Brasília, DF: MS, 2009. (Série A. Normas e Manuais Técnicos). Disponível em: https://bvsms.saude.gov.br/bvs/publicacoes/alimentacao_saudavel_idosa_profissionais_saude.pdf. Acesso em: 5 maio 2024.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Relembrar os estudantes de que existe diferença entre as medidas de volume e as medidas de capacidade. Nestas páginas, algumas relações entre essas medidas são exploradas.

Antes de apresentar o exemplo **1**, a fim de verificar o conhecimento prévio dos estudantes a respeito de unidades de medida de capacidade, sugerir que pesquisem, em mercados, produtos cujo conteúdo seja indicado em mililitro e outros em litro, registrando as informações no caderno. Promover uma roda de conversa para que eles compartilhem e comparem com os colegas quais produtos encontraram. Ao finalizar o estudo desse tópico, é possível retomar os registros para que os estudantes convertam as medidas para litro, no caso das embalagens com indicações em mililitro, e para mililitro, no caso das embalagens com indicações em litro.

É interessante também comentar com eles que matéria é tudo aquilo que ocupa lugar no espaço e pode estar no estado sólido, líquido ou gasoso.

Aproveitar a exploração realizada anteriormente e, questioná-los sobre quais dos produtos pesquisados ou outros produtos que conheçam são comercializados em embalagens de exatamente 1 litro. Alguns exemplos podem ser: água mineral, sabonete líquido e amaciante. Nesse caso, destacar que embalagens com diferentes formatos podem ter a mesma capacidade.

2. Relações entre medidas de volume e medidas de capacidade

Anteriormente nesta Unidade, estudamos relações entre diversas grandezas. Agora, vamos estudar, em particular, medidas referentes às grandezas **capacidade** e **volume**. Mas você sabe qual é a diferença entre essas duas grandezas?

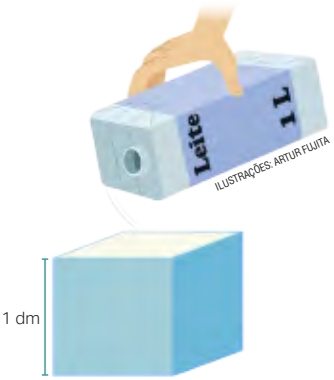
Quando analisamos a quantidade de matéria que um recipiente pode conter, chamamos essa característica de **capacidade**. Por exemplo, quando uma pessoa vai comprar uma caixa-d'água, em geral ela tem interesse em saber qual é a capacidade dessa caixa-d'água. Nesses casos, as unidades de medida mais comuns são o **litro** (L) e o **mililitro** (mL).

Quando queremos saber o espaço ocupado por uma quantidade de matéria, estamos interessados em determinar o **volume**. Por exemplo, no transporte de mercadorias, tem-se interesse em saber o volume que uma encomenda vai ocupar no baú do caminhão que fará esse transporte. Para esses casos, as unidades de medida mais comuns são o **metro cúbico** (m^3), o **decímetro cúbico** (dm^3) e o **centímetro cúbico** (cm^3).

Vamos estudar a seguir alguns exemplos envolvendo relações entre unidades de medida de capacidade e de volume.

Exemplo 1

Roger trabalha como confeiteiro em uma padaria. No preparo de uma receita, ele despejou 1 L de leite de uma embalagem do tipo "longa vida" em um recipiente cúbico cujas arestas internas tinham 1 dm de comprimento.



ILUSTRAÇÕES: ARTUR FUJITA

Imagens fora de proporção.

Note que o recipiente ficou completo, indicando que 1 L corresponde a 1 dm^3.

$$1\ dm^3 = 1\ L$$

DICA

Lembre-se de que um cubo de 1 dm de aresta tem volume igual a 1 dm^3.

RAWPIXEL.COM/SHUTTERSTOCK.COM



O consumo de açúcar deve ser moderado para evitar doenças como obesidade, problemas cardiovasculares, hipertensão, câncer e diabetes.

Após o trabalho com esta página, é importante que os estudantes compreendam a diferença entre medidas de capacidade e medidas de volume e a relação entre litro e decímetro cúbico. Se julgar conveniente, realizar alguns questionamentos a fim de verificar se eles compreenderam essa relação. Por exemplo: Qual é o volume de água, em decímetro cúbico, contida em uma garrafa com 2 L? E em uma garrafa com 1,5 L? Respostas: 2 dm^3. 1,5 dm^3.

SAIBA MAIS

Sugerir aos estudantes que assistam a este vídeo para obter mais informações sobre a diferença entre capacidade e volume.

- **QUAL a diferença entre capacidade e volume?** 2018. Vídeo (3 min). Publicado pelo canal Grupo Mathema. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=bzO9ZVXQilc. Acesso em: 5 maio 2024.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

Exemplo 2

Desde 1999, no Brasil, a vacina contra a *influenza* integra o calendário do Programa Nacional de Imunização (PNI). Para pessoas a partir de 9 anos de idade, a dose única dessa vacina é de 0,5 mL.

Fonte dos dados: BRASIL. Ministério da Saúde. **Informe técnico**: 24ª Campanha Nacional de Vacinação contra a *Influenza* (versão atualizada). Brasília, DF: MS, mar. 2022. p. 20. Disponível em: https://www.gov.br/saude/pt-br/assuntos/saude-de-a-a-z/c/calendario-nacional-de-vacinacao/arquivos/informe-da-24a-campanha-nacional-de-vacinacao-contra-a-influenza.pdf. Acesso em: 27 abr. 2024.

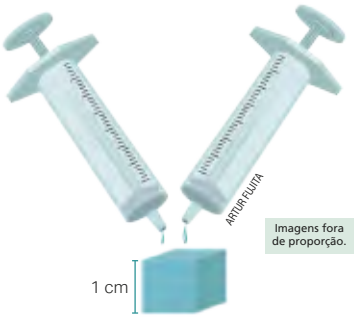
Podemos ter a noção da quantidade correspondente a essa dose de vacina imaginando que duas delas, ou seja, 1 mL de vacina, encham completamente um recipiente cúbico de 1 cm de aresta interna.

DICA

Lembre-se de que um cubo de 1 cm de aresta tem volume igual a 1 cm^3.

De acordo com essas informações, temos que 1 mL corresponde a 1 cm^3.

$1\ cm^3 = 1\ mL$



Imagens fora de proporção.

Exemplo 3

Segundo recomendação da Organização das Nações Unidas (ONU), cerca de 1 000 L de água são suficientes para atender por 9 dias às necessidades de higiene e consumo de uma pessoa.

Fonte dos dados: DICAS de economia. São Paulo: Sabesp, [200-]. Disponível em: http://site.sabesp.com.br/site/interna/Default.aspx?secaoId=140. Acesso em: 27 abr. 2024.

Caso sejam despejados 1 000 L de água em um recipiente cúbico com 1 m de aresta interna, esse recipiente ficará completamente cheio.

De acordo com essas informações, temos que 1 000 L correspondem a 1 m^3.

$1\ m^3 = 1\,000\ L$



Imagem fora de proporção.

DICA

Lembre-se de que um cubo com 1 m de aresta tem volume igual a 1 m^3.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

O exemplo **2** favorece uma abordagem relacionada à temática **Saúde**, uma vez que explora informações sobre a vacinação contra a *influenza*. Questionar os estudantes se as vacinações previstas no calendário de vacinação no Brasil para a faixa etária deles estão com as doses em dia, conforme orientações do Ministério da Saúde. Em caso negativo, sugerir a eles que regularizem essa situação.

Ler com os estudantes o trecho a seguir, que apresenta informações sobre as vacinas.

As vacinas contêm partes enfraquecidas ou inativadas de um determinado organismo (antígeno) que desencadeia uma resposta imunitária do corpo. As vacinas mais recentes contêm a matriz para produzir antígenos e não o próprio antígeno. Independentemente de uma vacina ser constituída pelo próprio antígeno ou pela matriz para que o corpo possa produzir o antígeno, esta versão enfraquecida não causará a doença na pessoa que recebe a vacina, mas desafia o seu sistema imunitário a responder como o teria feito na sua primeira reação ao verdadeiro agente patogénico.

WORLD HEALTH ORGANIZATION. **Como funcionam as vacinas**. [*S. l.*]: WHO, 8 dez. 2020. Disponível em: https://www.who.int/pt/news-room/feature-stories/detail/how-do-vaccines-work. Acesso em: 5 maio 2024.

Para complementar as informações sobre a influenza, sugere-se ler para eles o texto **Gripe (influenza)**, encontrado em: BRASIL. Ministério da Saúde. **Saúde de A a Z**: gripe (influenza). Brasília, DF: MS, [2024]. Disponível em: https://www.gov.br/saude/pt-br/assuntos/saude-de-a-a-z/g/gripe-influenza. Acesso em: 5 maio 2024.

O tema apresentado no exemplo **3** propicia uma abordagem relacionada à **Educação para o Consumo**, pois permite explorar a importância de se consumir água de maneira responsável no dia a dia. Comentar que é possível fazer essa economia mudando hábitos rotineiros, como diminuir o intervalo de tempo com o chuveiro ligado durante o banho, fechar a torneira enquanto escova os dentes, reutilizar a água da máquina de lavar roupas para lavar o quintal e as calçadas.

Ainda sobre o estudo do metro cúbico e sua relação com o litro, pode ser interessante pesquisar o consumo de água na escola. Com os dados obtidos, é possível promover uma campanha de conscientização na escola, buscando incentivar o uso racional da água pelos estudantes, professores e funcionários.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Em ação

Na proposta desta seção, procura-se incentivar os estudantes a compreender, na prática, a importância do uso de instrumentos de medição em diferentes situações. Além disso, a proposta contribui para o trabalho coletivo e a interação entre os estudantes. Ao término do trabalho proposto, as garrafas PET medidoras confeccionadas podem ser destinadas a compor o acervo de materiais de um Laboratório de Ensino de Matemática (LEM).

Na 1ª etapa, para fazer o acabamento, deve-se colar a fita na borda da garrafa, isolando, assim, a parte cortada, como aparece no detalhe da fotografia da 2ª etapa no Livro do estudante.

Na 2ª etapa, verificar se os estudantes estão enchendo os recipientes, despejando o conteúdo na garrafa e fazendo as marcações de maneira correta. Recomendar que não despejem a água do recipiente de 100 mL fora da garrafa, já que, se isso ocorrer, as marcações serão menos precisas. Caso julgue conveniente, pode-se usar outra escala na fita vertical colada na garrafa. Por exemplo, podem-se fazer marcações a cada 50 mL. No entanto, para isso, deve-se providenciar um recipiente com essa capacidade.

Em relação à proposta de uso da garrafa PET medidora para determinar o volume aproximado de objetos irregulares, descrita na 3ª etapa, verificar se os estudantes compreendem que o volume do objeto utilizado no experimento corresponde ao volume de água deslocada, desde que ele esteja completamente submerso.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

EM AÇÃO

Garrafa PET medidora

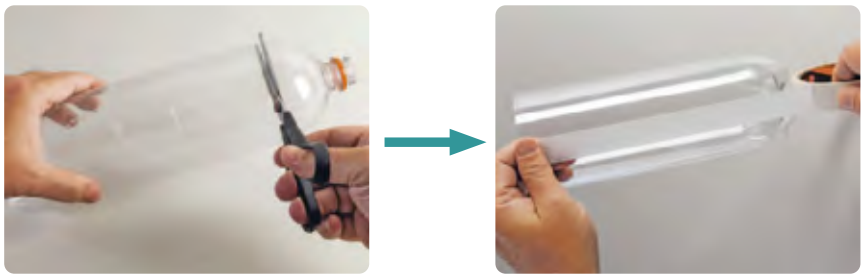
A seguir, acompanhe as etapas para a construção de uma garrafa PET medidora que, entre outras funcionalidades, pode ser utilizada para medir o volume de objetos com formato irregular.

Material

- Uma garrafa PET transparente de 2 L
- Fita adesiva não transparente
- Uma tesoura
- Uma caneta
- Um recipiente com capacidade para 100 mL

Como construir

1. Com a tesoura, cortamos a parte superior da garrafa e, com fita adesiva, fazemos o acabamento com cuidado. Em seguida, colamos um pedaço de fita adesiva verticalmente na garrafa, da base até a parte superior.



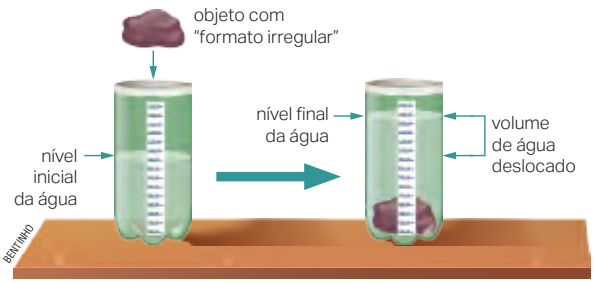
2. Enchemos o recipiente com 100 mL de água e despejamos na garrafa. Com a caneta, marcamos na fita o nível que a água atingir. Repetimos esse procedimento até o fim da garrafa. Na primeira marcação, escrevemos 100 mL; na segunda marcação, 200 mL; e assim por diante. Na marcação de 1 000 mL, escrevemos também 1 L.



FOTOS: DOTTA2/ARQUIVO DA EDITORA

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

3. Com a garrafa PET medidora, conseguimos obter o volume aproximado de objetos com "formato irregular". Para isso, colocamos água na garrafa até um nível conveniente e anotamos esse nível. Depois, inserimos o objeto na garrafa de maneira que ele fique completamente submerso e sem que a água transborde. Registramos, então, o nível que a água atingir. O volume de água deslocado nesse experimento, dado pela diferença entre os níveis inicial e final que a água atingir na garrafa, corresponde ao volume do objeto.



SAIBA MAIS

- PHET – INTERACTIVE SIMULATIONS. **Densidade**. Boulder: University of Colorado, c2002-2024. Disponível em: https://phet.colorado.edu/sims/html/density/latest/density_all.html?locale=pt_BR. Acesso em: 15 maio 2024.

O *site* indicado apresenta um simulador em que podemos analisar o volume de um objeto em um experimento.

MÃOS À OBRA

Resoluções a partir da **p. 305**.

NÃO ESCREVA NO LIVRO.

1 Vamos construir uma garrafa PET medidora! Para isso, junte-se a um colega, e sigam as etapas apresentadas. Depois, separem quatro objetos com "formato irregular" que sejam impermeáveis e que fiquem completamente submersos na garrafa PET medidora. Juntos, determinem o volume aproximado desses objetos e anotem no caderno. Resposta pessoal.

2 Com a garrafa PET medidora, também é possível obter a capacidade aproximada de alguns recipientes. Para isso, basta encher esse recipiente com água, despejar toda a quantidade na garrafa PET medidora vazia e observar o nível que a água atingir.

Com base nesse procedimento, forme um grupo com três colegas para a realização de uma atividade com as seguintes etapas. Resposta pessoal.

1ª) Cada estudante deve providenciar seis recipientes não graduados, com diferentes formatos e dimensões.

2ª) O grupo deve escolher um recipiente. Cada integrante deve estimar a capacidade desse recipiente e registrar a medida em uma folha de papel.

3ª) Para determinar a capacidade aproximada do recipiente, deve-se enchê-lo de água e despejá-la na garrafa PET medidora.

4ª) Após a medição, cada integrante deve socializar o palpite e o raciocínio que o levaram ao palpite.

5ª) Troca-se o recipiente e inicia-se novamente uma rodada de palpites.

Exemplo de quadro para registro de cada rodada na atividade **2** do **Mãos à obra** desta seção.

	Capacidade estimada (mL)					Capacidade aproximada medida (mL)	Vencedor(a) da rodada
Participante	Ana	Beto	Carol	Daniel	Elvis		
Rodada 1	800	500	700	600	1 000	700	Carol
Rodada 2							
⋮							

Mãos à obra

Atividade 1

Após a confecção das garrafas PET medidoras, providenciar objetos com formatos irregulares para que os estudantes possam medir o volume aproximado deles. É importante destacar aos estudantes que, de maneira geral, serão obtidas medidas aproximadas, em decorrência da escala utilizada e das imprecisões do instrumento de medida e das próprias medições. Outra abordagem que pode ser realizada consiste em utilizar objetos cujos formatos possibilitem calcular o volume aproximado de acordo com as medidas de suas dimensões, como objetos com formato de bloco retangular. Nesse caso, sugerir aos estudantes que calculem o volume aproximado e, depois, façam a medição usando a garrafa PET medidora. Por fim, eles devem comparar os dois resultados obtidos para cada objeto.

Atividade 2

Para a realização da atividade proposta, cada grupo de quatro integrantes escolhe uma única garrafa PET medidora para uso. Garantir que os seis recipientes não graduados que serão utilizados tenham capacidade menor que o volume máximo de água que pode ser medido com a garrafa PET medidora. Além disso, variar os recipientes em relação a maior e menor capacidade, escolhendo, por exemplo, xícaras, copos, latas, vasos e jarras. Sugerir aos estudantes que os palpites de capacidade dos recipientes sejam múltiplos de 100 mL. Para o registro das rodadas, é possível construir um quadro parecido com o apresentado na parte inferior desta página. Explicar aos estudantes que pode ocorrer empate em uma rodada.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Atividades

Atividade 1

Esta atividade trabalha a relação entre as unidades de medida mililitro e centímetro cúbico, litro e decímetro cúbico, litro e metro cúbico e mililitro e decímetro cúbico. Se julgar necessário, retomar com os estudantes as regularidades nas multiplicações e divisões de números racionais na forma decimal por potências de base 10.

Atividade 2

Esta atividade trabalha a relação entre as unidades de medida litro e metro cúbico, em uma situação contextualizada. Explicar aos estudantes que, nesse caso, vazão corresponde à água que sai da bomba-d'água e é expressa por uma razão que relaciona o volume e o tempo. Comentar que as grandezas tempo e vazão são inversamente proporcionais, pois, aumentando uma delas, a outra diminui na mesma proporção. Se necessário, retomar o trabalho com grandezas inversamente proporcionais, desenvolvido anteriormente nesta Unidade.

Atividade 3

Esta atividade trabalha a relação entre as unidades de medida litro e centímetro cúbico, em uma situação contextualizada.

Atividade 4

Esta atividade trabalha a relação entre as unidades de medida litro e metro cúbico, em uma situação contextualizada. Para complementar, propor aos estudantes que estimem quantos litros de água eles consomem diariamente.

ATIVIDADES

NÃO ESCREVA NO LIVRO. Resoluções a partir da **p. 305**.

1. Copie e complete as igualdades a seguir. Para isso, faça, no caderno, os cálculos necessários.

a) 4 cm^3 = ■ mL 4
b) ■ dm^3 = 15 L 15
c) ■ m^3 = 2 800 L 2,8
d) 0,12 m^3 = ■ L 120
e) ■ cm^3 = 37,6 mL 37,6
f) 0,7 dm^3 = ■ mL 700

2. Em certo edifício, a caixa-d'água que tem capacidade de 24 m^3 foi esvaziada para limpeza. Após o término da limpeza, a bomba-d'água que abastece essa caixa foi religada com vazão de 150 L/min. Qual é o tempo, em minuto, necessário para que essa caixa-d'água fique completamente cheia? 160 min

DICA

Considere que, nesse edifício, a água começará a ser utilizada somente depois de a caixa estar novamente cheia.

3. Um recipiente tem capacidade de 1 539 cm^3. No máximo, quantos litros de líquido são necessários para encher completamente esse recipiente? 1,539 L

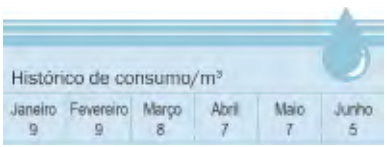
4. A água doce é um recurso escasso e, por isso, devemos ser consumidores conscientes para evitar o desperdício. De acordo com a ONU, cerca de 1 000 L de água são suficientes para suprir por 9 dias as necessidades de higiene e consumo de uma pessoa. Porém o consumo de cada brasileiro pode chegar a essa quantidade de água em 5 dias apenas.

Fonte dos dados: DICAS de economia. São Paulo: Sabesp, [200-]. Disponível em: http://site.sabesp.com.br/site/interna/Default.aspx?secaoId=140. Acesso em: 27 abr. 2024.

a) Em média, a quantos litros de água pode chegar o consumo de cada brasileiro por dia? 200 L
b) Em 90 dias, quantos metros cúbicos de água em média cada brasileiro consome além do recomendado pela ONU? 8 m^3

5. Um restaurante que faz entregas preparou 15 L de molho e precisa separá-lo em embalagens plásticas. Optou-se por utilizar embalagens com 5 dm^3 de capacidade cada uma. Quantas embalagens dessas, no mínimo, são necessárias para armazenar todo o molho? 3 embalagens.

6. Observe parte de uma fatura com o histórico do consumo de água, em metro cúbico, de uma família nos meses de janeiro a junho de 2026.



ARTUR FUJITA

a) Em qual mês houve o menor consumo de água? Quantos metros cúbicos de água foram consumidos nesse mês? Junho. 5 m^3 de água.
b) Em relação ao mês anterior, em quais meses o consumo de água:
- se manteve? Fevereiro e maio. • diminuiu? Março, abril e junho. • aumentou? Nenhum dos meses.

c) Ao todo, quantos litros de água foram consumidos pela família nesse período? 45 000 L

Atividade 5

Esta atividade trabalha as unidades de medida litro e decímetro cúbico. Verificar se, para resolver esta atividade, os estudantes utilizaram a relação 1 L = 1 dm^3.

Atividade 6

Esta atividade trabalha a unidade de medida metro cúbico, em uma situação contextualizada, bem como propicia abordagem relacionada à **Educação para o Consumo**, ao tratar de consumo consciente de água com base na economia desse recurso. Se julgar conveniente, realizar um trabalho integrado com **Língua Portuguesa**, propondo aos estudantes a leitura de reportagens sobre essa temática nas quais sejam apresentados dados numéricos envolvendo unidades de medida de capacidade ou das unidades de medida de volume estudadas. Ao término, sugerir a eles que elaborem uma redação com base nas reportagens. Ao trabalhar a resolução desta atividade, se necessário, no item **c**, retomar a relação 1 000 L = 1 m^3.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

3. Ângulos formados por retas paralelas e uma transversal

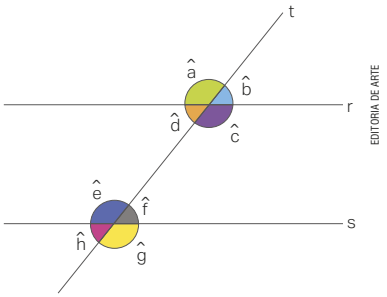
Na imagem, podemos observar um tipo de vaga de estacionamento conhecida como "espinha de peixe".



NON C/SHUTTERSTOCK.COM

As vagas em "espinha de peixe" otimizam o espaço e facilitam a manobra do carro.

Podemos representar parte das linhas desse tipo de demarcação em estacionamentos com uma figura técnica, que é composta de um par de retas paralelas, **r** e **s**, intersectadas por uma transversal **t**. Estão destacados na figura os ângulos formados por essas retas.



EDITORIA DE ARTE

Nesse caso, ou seja, quando uma reta cruza um par de retas paralelas, podemos nomear, como estudamos anteriormente, alguns pares de ângulos formados. Acompanhe a seguir.

Ângulos opostos pelo vértice

$\hat{a}$ e $\hat{c}$; $\hat{b}$ e $\hat{d}$

$\hat{e}$ e $\hat{g}$; $\hat{f}$ e $\hat{h}$

Ângulos correspondentes

$\hat{a}$ e $\hat{e}$; $\hat{b}$ e $\hat{f}$

$\hat{c}$ e $\hat{g}$; $\hat{d}$ e $\hat{h}$

Ângulos alternos

$\hat{a}$ e $\hat{g}$; $\hat{b}$ e $\hat{h}$

$\hat{c}$ e $\hat{e}$; $\hat{d}$ e $\hat{f}$

Ângulos colaterais

$\hat{a}$ e $\hat{h}$; $\hat{b}$ e $\hat{g}$

$\hat{c}$ e $\hat{f}$; $\hat{d}$ e $\hat{e}$

ATIVIDADES COMPLEMENTARES

1. Ao todo, quantos mililitros de água são necessários para encher completamente uma jarra com capacidade de 1,5 L e quatro copos com capacidade de 200 mL cada um? Resposta: 2 300 mL.
2. Você tem conhecimento da utilização de água coletada da chuva? O armazenamento dessa água em reservatórios pode ser uma alternativa para reaproveitar a água em tarefas domésticas, como realizar a irrigação de plantas ou lavar calçadas e veículos. Ao armazenar a água, para evitar que não se torne criadouro do mosquito *Aedes aegypti*, transmissor de diversas doenças, são necessários alguns cuidados. Pode-se, por exemplo, misturar 2 mL de água sanitária para cada litro de água armazenada e manter o reservatório fechado. Considere que um desses reservatórios tenha capacidade máxima de 9 m^3. Quantos litros de água sanitária são necessários misturar quando esse reservatório estiver com água até 60% da capacidade dele? Resposta: 10,8 L.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Conversar com os estudantes sobre o que são retas paralelas e transversal: duas retas distintas em um mesmo plano são paralelas quando elas nunca se cruzam, ou seja, não possuem pontos em comum. Já a transversal é uma reta desse mesmo plano e que intersecta essas retas paralelas.

Com relação às notações utilizadas para ângulos, são empregadas letras minúsculas sem acento circunflexo para indicar a medida de um ângulo e letra minúscula com acento circunflexo para indicar o nome do ângulo. Por exemplo, a notação **a** indica a medida do ângulo representado por **â**.

Ao explorar a figura apresentada, informar que tanto os pares de ângulos alternos quanto os pares de ângulos colaterais podem ainda ser classificados como internos ou externos.

- Ângulos alternos internos: $\hat{c}$ e $\hat{e}$; $\hat{d}$ e $\hat{f}$.
- Ângulos alternos externos: $\hat{a}$ e $\hat{g}$; $\hat{b}$ e $\hat{h}$.
- Ângulos colaterais internos: $\hat{c}$ e $\hat{f}$; $\hat{d}$ e $\hat{e}$.
- Ângulos colaterais externos: $\hat{a}$ e $\hat{h}$; $\hat{b}$ e $\hat{g}$.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Propor aos estudantes que consultem em um dicionário os significados das palavras **alterno**, **colateral**, **correspondente** e **oposto**. Para isso, providenciar, previamente, um dicionário de língua portuguesa ou mais, se possível, e, com os estudantes, estabelecer relações entre o significado e os pares de ângulos indicados de acordo com o contexto da consulta, que é voltado às ideias matemáticas. Por exemplo, no caso de um par de ângulos opostos pelo vértice, os estudantes podem relacionar um dos significados da palavra oposto com a posição desses dois ângulos em relação ao vértice. A seguir, é apresentado um exemplo para cada uma das palavras pesquisadas.

[...]

ALTERNO, adj. Revezado; diz-se das folhas inseridas de cada lado do caule, mas não em frente uma da outra. ***al.ter.no***

[...]

COLATERAL, adj. Que está ao lado; paralelo; que é paralelo, mas não em linha reta. ***co.la.te.ral***

[...]

CORRESPONDENTE, adj. e s. Apropriado, simétrico; pessoa que se corresponde com alguém; pessoa que escreve para jornais, estando em outro país; representante. ***cor.res.pon.den.te***

[...]

OPOSTO (ô), adj. Fronteiro; contraposto; contrário; s. m. coisa oposta, contrária. ***o.pos.to***

[...]

BUENO, Silveira. **Minidicionário da língua portuguesa**. 2. ed. São Paulo: FTD, 2007. p. 51, 175, 201, 556.

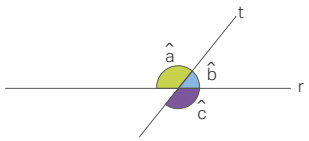
A seguir, vamos relembrar algumas relações entre esses pares de ângulos.

- **Ângulos opostos pelo vértice**

> Dois ângulos opostos pelo vértice formados por duas retas concorrentes têm medidas iguais.

Acompanhe a demonstração a seguir.

Consideramos os ângulos opostos pelo vértice $\hat{a}$ e $\hat{c}$ de medidas **a** e **c**, respectivamente, e o ângulo $\hat{b}$ de medida **b**.



Como os ângulos $\hat{a}$ e $\hat{b}$ e os ângulos $\hat{b}$ e $\hat{c}$ são suplementares, temos que $a + b = 180°$ e $b + c = 180°$. Assim, segue que:

$a + b = b + c \Rightarrow a + b - b = b + c - b \Rightarrow a = c$

Portanto, $\hat{a}$ e $\hat{c}$ têm medidas iguais.

Realizando procedimentos análogos para os demais pares de ângulos opostos pelo vértice, constatamos que eles têm medidas iguais entre si.

- **Ângulos correspondentes**

> Dois ângulos correspondentes formados por duas retas paralelas e uma reta transversal têm medidas iguais.

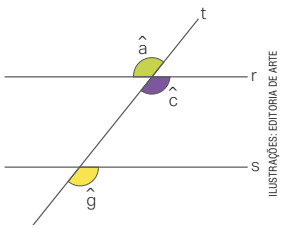
Essa propriedade, que pode ser demonstrada, é importante para verificar outras relações entre pares de ângulos formados por duas retas paralelas e uma reta transversal.

- **Ângulos alternos**

> Dois ângulos alternos formados por duas retas paralelas e uma reta transversal têm medidas iguais.

Acompanhe a demonstração.

Consideramos os ângulos alternos $\hat{a}$ e $\hat{g}$ de medidas **a** e **g**, respectivamente, e o ângulo $\hat{c}$ de medida **c**.



ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

Como os ângulos $\hat{a}$ e $\hat{c}$ são opostos pelo vértice e os ângulos $\hat{c}$ e $\hat{g}$ são correspondentes, temos que $a = c$ e $c = g$. Assim, segue que $a = g$.

Portanto, $\hat{a}$ e $\hat{g}$ têm medidas iguais.

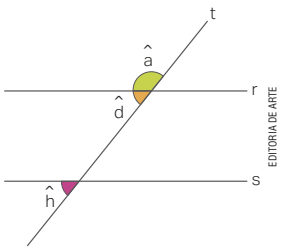
Realizando procedimentos análogos para os demais pares de ângulos alternos, constatamos que eles têm medidas iguais entre si.

- **Ângulos colaterais**

> Dois ângulos colaterais formados por duas retas paralelas e uma reta transversal são suplementares.

Observe a demonstração.

Consideramos os ângulos colaterais $\hat{a}$ e $\hat{h}$ de medidas **a** e **h**, respectivamente, e o ângulo $\hat{d}$ de medida **d**.



EDITORIA DE ARTE

Como os ângulos $\hat{a}$ e $\hat{d}$ são suplementares e os ângulos $\hat{d}$ e $\hat{h}$ são correspondentes, temos que $a + d = 180°$ e $d = h$. Assim, segue que $a + h = 180°$.

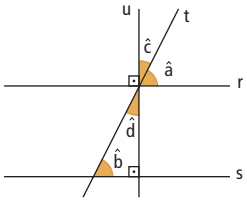
Portanto, $\hat{a}$ e $\hat{h}$ são ângulos suplementares.

Realizando procedimentos análogos para os demais pares de ângulos colaterais, constatamos que eles são suplementares entre si.

J.AMPHON/SHUTTERSTOCK.COM



Nas vagas em "espinha de peixe", os motoristas têm uma melhor visibilidade ao sair delas.



ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

Assim, tem-se que o ângulo $\hat{a}$ é complementar ao ângulo $\hat{c}$, que, por sua vez, é oposto pelo vértice ao ângulo $\hat{d}$.

3ª) Considerar que as medidas dos ângulos $\hat{a}$, $\hat{b}$, $\hat{c}$ e $\hat{d}$ sejam, respectivamente, **a**, **b**, **c** e **d**. Assim, tem-se $c = 90° - a$ e $d = 90° - a$, uma vez que $c = d$.

4ª) Como $\hat{b}$, $\hat{d}$ e o ângulo reto formado pelas retas perpendiculares **u** e **s** são ângulos internos de um triângulo, segue que:

$b + d + 90° = 180°$

$b + (90° - a) + 90° = 180°$

$b + 90° - a + 90° - 180° =$

$= 180° - 180°$

$b - a + a = 0° + a$

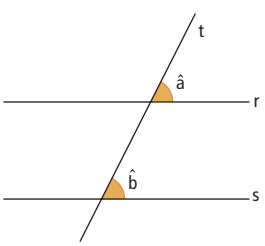
$b = a$

Portanto, os ângulos $\hat{a}$ e $\hat{b}$ são congruentes, ou seja, têm medidas iguais.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Observar, a seguir, as etapas detalhadas da demonstração das relações de ângulos correspondentes enunciadas na página **116**. É importante realizá-la na lousa com os estudantes antes de trabalhar as demonstrações para os ângulos alternos e para os ângulos colaterais.

1ª) Considerar as retas **r** e **s** paralelas intersectadas por uma transversal **t**, formando os ângulos $\hat{a}$ e $\hat{b}$ correspondentes.



2ª) Para demonstrar que os ângulos correspondentes $\hat{a}$ e $\hat{b}$ são congruentes, traçar uma reta **u** perpendicular a **r** e **s**, conforme indicado, de maneira a obter os ângulos $\hat{c}$ e $\hat{d}$.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Atividades

Atividade 1

Esta atividade trabalha a identificação das relações entre ângulos formados por retas paralelas intersectadas por uma transversal. Verificar se os estudantes recordam a definição de ângulos suplementares.

Atividade 2

Esta atividade trabalha a resolução de uma situação com base em relações entre ângulos formados por retas paralelas intersectadas por uma transversal. Antes da resolução, pedir aos estudantes que classifiquem os pares de ângulos destacados em cada item. Neste caso, **a**: ângulos alternos; **b**: ângulos opostos pelo vértice; **c**: ângulos correspondentes; **d**: ângulos colaterais.

Atividade 3

Esta atividade trabalha a resolução de uma situação com base em relações entre ângulos formados por retas paralelas intersectadas por uma transversal.

Atividade 4

Esta atividade trabalha a determinação de medidas de ângulos internos e externos em paralelogramos com base em relações entre ângulos formados por retas paralelas intersectadas por uma transversal. Relembrar aos estudantes que paralelogramos são quadriláteros com dois pares de lados opostos paralelos.

Atividade 5

Esta atividade trabalha a determinação do valor de incógnitas com base em relações entre ângulos formados por retas paralelas intersectadas por uma transversal. Para a resolução, é importante que os estudantes percebam entre as medidas dos ângulos algumas relações, como as apresentadas a seguir.

- Considerando as retas paralelas **t** e **u** e a transversal **r**, tem-se:

  $(7y + 4°) + (5x + 7°) = 180°$

  $7y + 4° = 180° - (5x + 7°)$ **(I)**
- Considerando as retas paralelas **r** e **s** e a transversal **t**, tem-se:

  $7y + 4° = 3x - 19°$ **(II)**

  Assim, de **I** e **II**, segue que:

  $180° - (5x + 7°) = 3x - 19°$

  $x = 24°$

  Com base nesse resultado, é possível determinar as medidas **y** e **z**.

ATIVIDADES

NÃO ESCREVA NO LIVRO. Resoluções a partir da **p. 305**.

1. Considere os ângulos formados por um par de retas paralelas e uma reta transversal. Copie no caderno cada item a seguir, substituindo o ■ pela palavra **congruentes** ou **suplementares**, de maneira que a frase obtida fique correta.

a) Dois ângulos opostos pelo vértice são ■. Congruentes.

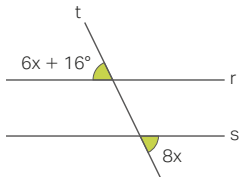
b) Dois ângulos correspondentes são ■. Congruentes.

c) Dois ângulos alternos são ■. Congruentes.

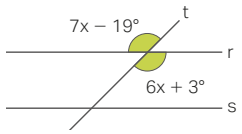
d) Dois ângulos colaterais são ■. Suplementares.

2. Em cada item a seguir, determine a medida **x** em grau.

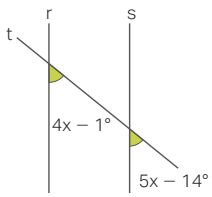
a) r // s $x = 8°$



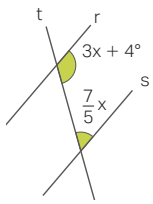
b) r // s $x = 22°$



c) r // s $x = 13°$

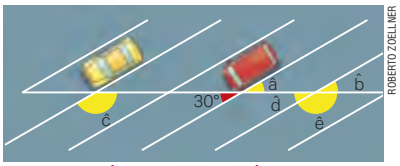


d) r // s $x = 40°$



ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

3. Para otimizar o espaço disponível no estacionamento de um supermercado e acomodar uma quantidade maior de carros, foram realizadas demarcações para vagas do tipo "espinha de peixe", conforme representado na figura a seguir. Qual é a medida de cada ângulo destacado em amarelo na figura?

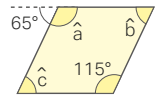


ROBERTO ZOELLNER

â: 30°; b̂: 30°; ĉ: 150°; d̂: 30°; ê: 150°.

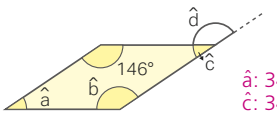
4. Calcule as medidas dos ângulos internos e dos ângulos externos em destaque nos paralelogramos representados a seguir.

a)



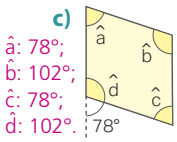
â: 115°; b̂: 65°; ĉ: 65°.

b)



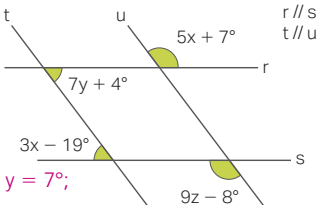
â: 34°; b̂: 146°; ĉ: 34°; d: 146°.

c)



â: 78°; b̂: 102°; ĉ: 78°; d̂: 102°.

5. Determine, em grau, os valores de **x**, **y** e **z** na figura a seguir.



$x = 24°$; $y = 7°$; $z = 15°$.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

Reveja

NÃO ESCREVA NO LIVRO. Resoluções a partir da **p. 305**.

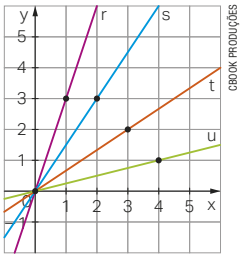
Resolva as atividades para retomar o que foi estudado nesta Unidade.

1. Observe o quadro, no qual **A** e **B** representam grandezas diretamente proporcionais.

A	B
4	6
y	x

O professor pediu aos estudantes que determinassem uma equação do 1º grau com duas incógnitas para expressar a relação entre as grandezas **A** e **B**. Qual reta indicada no plano cartesiano a seguir representa as soluções da equação do 1º grau com duas incógnitas, que expressa a relação entre as grandezas **A** e **B**? Alternativa **c**.

a) Reta **r**.
b) Reta **s**.
c) Reta **t**.
d) Reta **u**.



2. Em um município, uma equipe da prefeitura trabalha fazendo roçagem em terrenos públicos. Em certo dia, quando havia cinco trabalhadores nessa equipe, foram necessárias seis horas de trabalho para que um terreno de 1 440 m² fosse roçado. Considerando que o rendimento por trabalhador se mantenha, é possível estimar que, para roçar todo o terreno retangular com lados medindo 40 m e 48 m, com a equipe formada por oito trabalhadores, o tempo necessário seja de: Alternativa **a**.

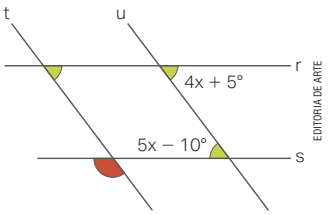
a) cinco horas. **b)** seis horas. **c)** sete horas. **d)** oito horas.

3. O decilitro, que também é indicado por dL, é um submúltiplo do litro, de maneira que 1 L = 10 dL. Um fabricante de iogurte quer expressar na embalagem o conteúdo do produto em mililitro e em decilitro. Na embalagem em que estiver indicado 150 mL, também estará indicado: Alternativa **b**.

a) 0,15 dL **b)** 1,5 dL **c)** 15 dL **d)** 1 500 dL

4. Sabendo que na figura r // s e t // u, podemos afirmar que a medida do ângulo destacado em vermelho é: Alternativa **c**.

a) 15° **c)** 115°
b) 65° **d)** 165°



ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

RevEJA

Atividade 1

O objetivo desta atividade é verificar se os estudantes expressam a relação de proporcionalidade entre duas grandezas no plano cartesiano. Ao assinalar uma alternativa incorreta, o estudante pode demonstrar que não compreende a propriedade fundamental das proporções ou não expressa corretamente a relação direta de proporcionalidade entre duas grandezas no plano cartesiano.

Atividade 2

O objetivo desta atividade é verificar se os estudantes resolvem problemas que envolvam grandezas diretamente e inversamente proporcionais. Ao assinalar uma alternativa incorreta, o estudante pode demonstrar que não resolve problema envolvendo grandezas diretamente ou inversamente proporcionais ou não reconhece proporcionalidade entre grandezas.

Atividade 3

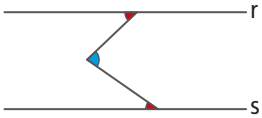
O objetivo desta atividade é verificar se os estudantes relacionam a unidade de medida de capacidade litro (L) a um de seus submúltiplos: o decilitro (dL). Ao assinalar uma alternativa incorreta, o estudante pode demonstrar não estabelecer relação entre o litro e seu submúltiplo decilitro ou não realizar conversões de litro para decilitro.

Atividade 4

O objetivo desta atividade é verificar a compreensão dos estudantes sobre a relação entre ângulos formados por retas paralelas intersectadas por uma transversal. Ao assinalar uma alternativa incorreta, os estudantes podem demonstrar que não reconhecem a relação entre ângulos formados por um par de retas paralelas intersectadas por uma transversal ou não conseguem usar essa relação para representar a situação descrita por uma equação.

ATIVIDADE COMPLEMENTAR

Na figura a seguir, as retas **r** e **s** são paralelas.



a) Sem realizar medições, mostre que a medida do ângulo em azul é igual à soma das medidas dos ângulos em vermelho. Para isso, você pode, no caderno, desenhar figuras. Resposta pessoal.

b) Agora, meça os ângulos destacados e verifique a igualdade mencionada no item **a**. Resposta: O ângulo em azul mede 80° e os ângulos em vermelho medem 45° e 35°. Logo: 45° + 35° = 80°. Portanto, a medida do ângulo em azul é igual à soma das medidas dos ângulos em vermelho.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

ETAPA 7

UNIDADE 6

Simetria, contagem e probabilidade

- Simetria
- Princípio fundamental da contagem
- Probabilidade

a) Praça São Sebastião, em Manaus (AM); e calçadão de Copacabana, no Rio de Janeiro (RJ). Resposta pessoal.

c) Resposta esperada: As linhas sinuosas se repetem ao longo da pavimentação, como se uma mesma linha fosse transladada ao longo do piso.

NÃO ESCREVA NO LIVRO.

Não raro, a imagem que se tem do piso apresentado na fotografia é atribuída ao calçadão de Copacabana, no Rio de Janeiro (RJ). No entanto, alguns historiadores relatam que esse tipo de pavimento foi antes instalado em Manaus (AM) – obra concluída possivelmente em 1901 – simbolizando o vai e vem das águas do Rio Negro e do Rio Solimões, enquanto a obra de Copacabana teria sido concluída em 1922. Há também a hipótese de que ambos os calçamentos teriam sido feitos na mesma época, e é consenso que foram inspirados na pavimentação da Praça D. Pedro IV, que fica em Lisboa.

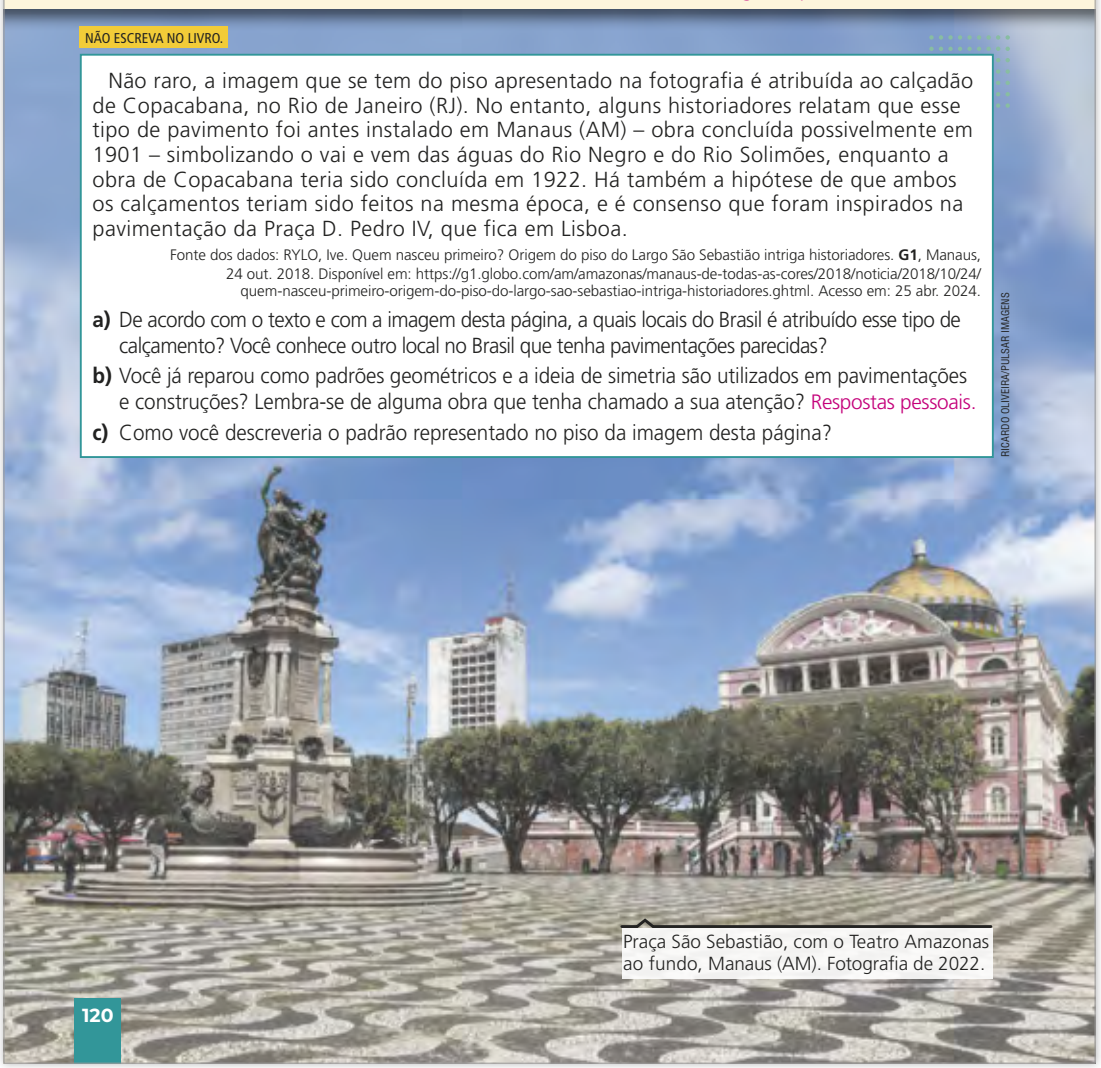
Fonte dos dados: RYLO, Ive. Quem nasceu primeiro? Origem do piso do Largo São Sebastião intriga historiadores. **G1**, Manaus, 24 out. 2018. Disponível em: https://g1.globo.com/am/amazonas/manaus-de-todas-as-cores/2018/noticia/2018/10/24/quem-nasceu-primeiro-origem-do-piso-do-largo-sao-sebastiao-intriga-historiadores.ghtml. Acesso em: 25 abr. 2024.

a) De acordo com o texto e com a imagem desta página, a quais locais do Brasil é atribuído esse tipo de calçamento? Você conhece outro local no Brasil que tenha pavimentações parecidas?

b) Você já reparou como padrões geométricos e a ideia de simetria são utilizados em pavimentações e construções? Lembra-se de alguma obra que tenha chamado a sua atenção? Respostas pessoais.

c) Como você descreveria o padrão representado no piso da imagem desta página?

RICARDO OLIVEIRA/PULSAR IMAGENS



Praça São Sebastião, com o Teatro Amazonas ao fundo, Manaus (AM). Fotografia de 2022.

120

INTRODUÇÃO

Nesta Unidade, serão abordados, com maior ênfase, os campos Geometria, Números e Probabilidade. Os estudantes vão trabalhar com simetrias de reflexão, rotação e translação, além de conceitos relacionados a contagem e noções de probabilidade. Esses conteúdos podem ser explorados de maneira articulada, como a identificação de diferentes tipos de transformações em composições de figuras, por exemplo, em painéis de azulejos.

OBJETIVOS PEDAGÓGICOS DA UNIDADE

- Construir figuras simétricas por reflexão, rotação e translação utilizando instrumentos de desenho e *software* de geometria dinâmica.
- Reconhecer figuras e composições de figuras que são simétricas por reflexão ou que apresentam simetria de reflexão em relação a um eixo, por rotação ou por translação.
- Resolver e elaborar problemas envolvendo ideias do princípio multiplicativo.
- Listar os possíveis resultados de um experimento aleatório e calcular a probabilidade da ocorrência de um evento nesse experimento.

JUSTIFICATIVAS DOS OBJETIVOS

No estudo de simetria de reflexão, de rotação e de translação os estudantes vão identificar as transformações em composições de figuras, inclusive aquelas utilizadas na Arte, em muitas culturas, por diferentes artistas, como Escher, Luiz Sacilotto e Hélio Oiticica, bem como construí-las com instrumentos de desenho e no **GeoGebra**. Espera-se que eles também reconheçam o uso ou a presença de ideias de simetria em situações do dia a dia, como ao observar construções arquitetônicas.

O trabalho envolvendo contagem e noções de probabilidade é desenvolvido de modo que contribua para a compreensão de diferentes situações cotidianas nas quais se faz necessário levar em consideração a probabilidade atrelada à ocorrência de determinado evento, bem como de reconhecer eventos dependentes e independentes, de acordo com as ideias desses conceitos.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Utilizar o tema proposto na **Página de abertura** e perguntar aos estudantes se conhecem algum lugar no município em que moram ou que já visitaram que possui alguma calçada ou outra pavimentação na qual é possível identificar ideias de simetria.

No item **c**, aproveitar para identificar os conhecimentos prévios deles sobre simetria, considerando os termos que utilizam.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

1. Simetria

Simetria de reflexão

Sabrina visitou o Teatro Amazonas, em Manaus, e tirou uma fotografia da fachada do teatro. Depois, ela imprimiu essa fotografia e a dobrou ao meio.



ZÉ PAIVA/PULSAR IMAGENS

Fachada do Teatro Amazonas, em Manaus (AM). Fotografia de 2022.

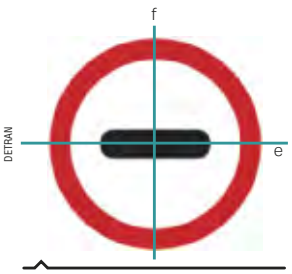
Sabrina percebeu que as partes da imagem se sobrepuseram em relação a uma linha imaginária representada pelo vinco que ficou no papel.

Nesse caso, dizemos que essa imagem apresenta ideia de **simetria de reflexão** em relação a um eixo. A linha imaginária representada pelo vinco corresponde ao **eixo de simetria**.

Quando uma reta divide uma figura de maneira que, ao ser dobrada segundo essa reta, as partes obtidas são idênticas por sobreposição, dizemos que essa figura apresenta **simetria de reflexão** em relação a um eixo. Essa reta corresponde ao **eixo de simetria**.



Essa figura apresenta simetria de reflexão em relação ao eixo **e**.



Essa figura apresenta simetria de reflexão em relação ao eixo **e** e ao eixo **f**.

Note que uma figura pode apresentar mais de um eixo de simetria.

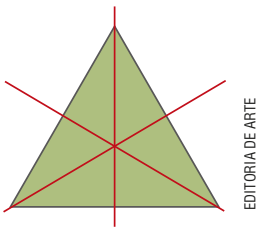
ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Antes de iniciar o trabalho com esta página, mostrar para os estudantes algumas imagens que apresentem a ideia de simetria de reflexão, como a imagem de alguma construção, de uma obra de arte, de um inseto etc. Questioná-los sobre características que podem ser identificadas em cada imagem.

Outra possibilidade é imprimir a fotografia de uma obra de arte que apresenta a ideia de simetria de reflexão, por exemplo, com o eixo de simetria traçado, e distribuir para os estudantes. Depois, pedir que dobrem a folha sobre o eixo indicado e observem que cada parte da imagem sobrepõe exatamente a outra. Explicar que essa imagem apresenta ideia de simetria de reflexão.

Comentar que a simetria de reflexão em relação a um eixo também pode ser chamada simetria axial. O termo axial se refere a eixo.

Ao explorar os eixos de simetria das placas de trânsito, reforçar que é possível que uma figura tenha mais de um eixo de simetria e que esse eixo não precisa ser necessariamente na horizontal ou na vertical. Se julgar necessário, apresentar um exemplo, como o indicado a seguir.



EDITORIA DE ARTE

Para complementar, conversar com os estudantes sobre o significado das placas de trânsito, em que situações elas são utilizadas e a importância desse tipo de sinalização.



Estacionamento regulamentado: indica que é permitido o estacionamento de veículos.



Alfândega: indica ao condutor a presença de uma repartição alfandegária, onde a parada é obrigatória.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Na continuidade do estudo sobre a ideia de simetria, explicar para os estudantes que tanto se pode ter uma figura que apresenta a ideia de simetria de reflexão em relação a um eixo, como é o caso da imagem das placas de trânsito, na página **121**, como se pode ter uma figura simétrica à outra por reflexão em relação a um eixo, que é o caso dos polígonos representados na malha quadriculada nesta página.

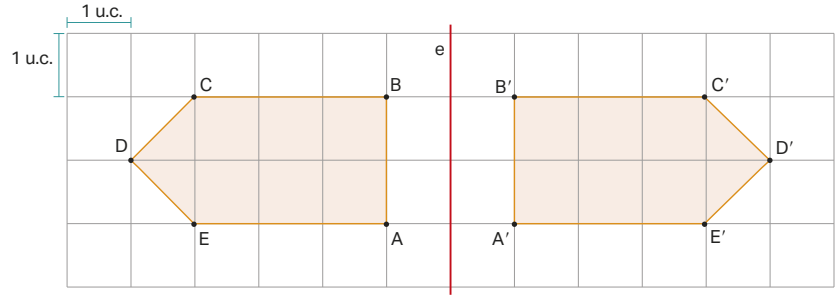
Verificar se eles compreendem que, independentemente da situação, a ideia de simetria de reflexão é a mesma.

Em relação ao primeiro par de figuras simétricas apresentadas, propor que identifiquem se os pares de pontos correspondentes **B** e **B'**, **C** e **C'**, **D** e **D'**, **E** e **E'** são equidistantes ao eixo **e**. Espera-se que os estudantes percebam que são equidistantes, pois **B** e **B'** estão a 1 u.c. do eixo **e**; **C** e **C'** estão a 4 u.c. do eixo **e**; **D** e **D'** estão a 5 u.c. do eixo **e**; **E** e **E'** estão a 4 u.c. do eixo **e**. Eles também podem fazer a verificação proposta utilizando uma régua. Evidenciar que, ao determinar a distância entre os pontos correspondentes e o eixo **e**, é explorada a distância entre um ponto e uma reta.

Para complementar, propor que desenhem figuras em que seja possível identificar pelo menos um eixo de simetria. Depois, pedir que troquem as figuras desenhadas com um colega para que identifiquem os possíveis eixos de simetria. Outra sugestão é reproduzir uma malha quadriculada com quadrinhos de 1 cm de lado e entregar aos estudantes. Em seguida, pedir que desenhem nessa malha a figura de um polígono qualquer e um eixo de simetria. Por fim, eles devem trocar a malha quadriculada com o colega para que seja desenhado o polígono simétrico em relação a esse eixo.

Após explorar o exemplo envolvendo dois paralelogramos simétricos em relação ao eixo **y**, pedir que determinem quais seriam as coordenadas do paralelogramo A"B"C"D" simétrico ao paralelogramo ABCD em relação ao eixo **x**. Resposta: (A"(2, −4); B"(5, −4); C"(4, −1); D"(1, −1). Em seguida, questioná-los que propriedade é possível identificar analisando essas coordenadas. Espera-se que eles percebam que os pontos simétricos em relação ao eixo **x** têm números opostos (ou simétricos) como ordenada e números iguais como abscissa.

Além dos exemplos explorados anteriormente, podemos ter figuras simétricas em relação a um eixo. Por exemplo, se dobrarmos a malha quadriculada a seguir sobre a reta **e**, as figuras vão se sobrepor.

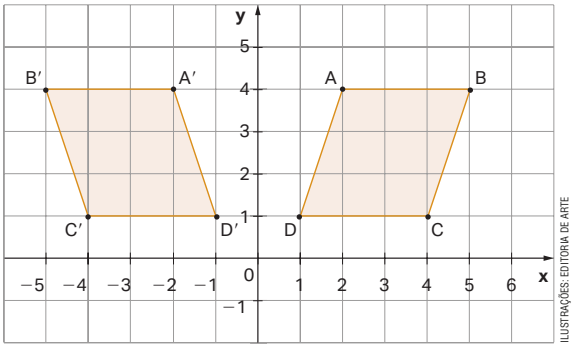


Nesse caso, dizemos que uma figura é simétrica a outra por reflexão em relação ao eixo **e** (eixo de simetria).

Quando duas figuras são simétricas por reflexão, os pontos correspondentes em cada uma delas são **equidistantes** ao eixo de simetria. No exemplo, os pontos correspondentes **A** e **A'** estão a 1 u.c. (unidade de comprimento) de distância do eixo **e**.

No plano cartesiano a seguir, o paralelogramo ABCD e o paralelogramo A'B'C'D' são simétricos em relação ao eixo **y**.

GLOSSÁRIO
Equidistante: que apresenta a mesma distância.



ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

Observe que o vértice **A'**, de coordenadas (−2, 4), é simétrico ao vértice **A**, de coordenadas (2, 4), em relação ao eixo **y**.

B(5, 4) e B′ (−5, 4); C(4, 1) e C′ (−4, 1); D(1, 1) e D′ (−1, 1). Resposta esperada: Os pontos simétricos em relação ao eixo **y** têm números opostos (ou simétricos) como abscissa e números iguais como ordenada.

PENSAR E PRATICAR

Escreva as coordenadas dos demais vértices do paralelogramo, que são simétricos em relação ao eixo **y**. Analisando essas coordenadas, que propriedade podemos identificar?

122

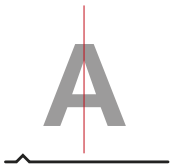
MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

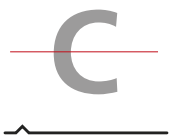
ATIVIDADES

NÃO ESCREVA NO LIVRO. Resoluções a partir da **p. 305**.

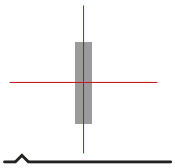
1. É possível observar simetria de reflexão em algumas letras do nosso alfabeto. Essa simetria pode variar dependendo da grafia usada na escrita. Observe os exemplos.



Tem eixo de simetria vertical.



Tem eixo de simetria horizontal.



Tem eixos de simetria vertical e horizontal.

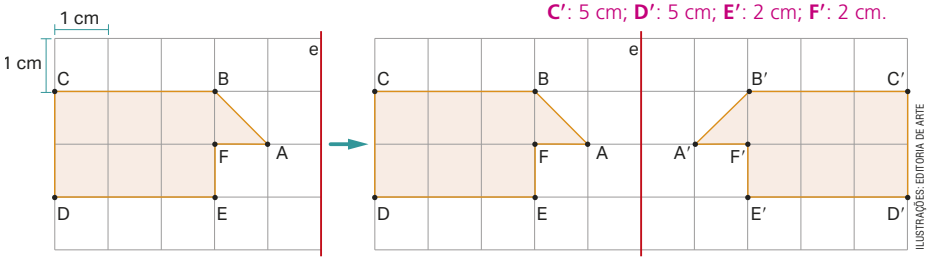
Agora, identifique entre as letras apresentadas quais têm:

a) eixo de simetria horizontal. **E**, **B**, **H**, **O**, **X** e **D**.
b) eixo de simetria vertical. **U**, **M**, **T**, **H**, **O**, **X** e **V**.
c) eixos de simetria horizontal e vertical. **H**, **O** e **X**.

U L E H O M
T B X D N V G

2. Para construir, em uma malha quadriculada, uma figura simétrica ao hexágono ABCDEF em relação ao eixo **e**, Suzana indicou um ponto simétrico em relação a esse eixo para cada vértice do hexágono. Depois, ligou esses pontos com segmentos de reta e coloriu o interior da figura.

2. a) **A**: 1 cm; **B**: 2 cm; **C**: 5 cm; **D**: 5 cm; **E**: 2 cm; **F**: 2 cm; **A'**: 1 cm; **B'**: 2 cm; **C'**: 5 cm; **D'**: 5 cm; **E'**: 2 cm; **F'**: 2 cm.



ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

a) Determine a distância de cada vértice das figuras ao eixo de simetria.

b) Quais são os pares de vértices correspondentes dessas figuras? **A** e **A'**; **B** e **B'**; **C** e **C'**; **D** e **D'**; **E** e **E'**; **F** e **F'**.

c) Com base nos itens **a** e **b**, responda: o que você pôde perceber em relação à distância dos vértices correspondentes ao eixo de simetria? Resposta esperada: As distâncias são iguais.

d) Agora, em uma malha quadriculada, represente um quadrilátero e um eixo **e**. Depois, construa a figura simétrica ao quadrilátero por reflexão em relação ao eixo **e**.
Resposta pessoal.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Atividades

Atividade 1

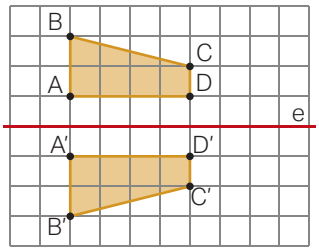
Esta atividade trabalha a identificação de eixos de simetria de reflexão em figuras. Verificar se os estudantes perceberam que nas representações das letras **G**, **L** e **N** não é possível observar simetria de reflexão. Para complementar, apresentar a eles outros exemplos de letras do nosso alfabeto em que isso também não é possível, como **F**, **J**, **P**, **S**.

Atividade 2

Esta atividade trabalha a construção da simétrica de uma figura por reflexão, em relação a um eixo, utilizando instrumentos de desenho.

Para a realização do item **d**, reproduzir a malha quadriculada com quadrinhos de 1 cm de lado e entregar aos estudantes; disponibilizar também réguas para eles. Primeiro, é importante que eles tracem na malha o eixo de simetria **e** para, depois, representar o quadrilátero. Em seguida, eles devem indicar os vértices do polígono original, atentando para a distância desses vértices em relação ao eixo **e**. Depois, ligar os pontos correspondentes aos vértices com segmentos de reta e colorir o interior da figura. Para a construção da figura simétrica ao quadrilátero, orientá-los a realizar os mesmos procedimentos de Suzana, isto é, indicar os pontos simétricos em relação ao eixo para cada vértice do quadrilátero; ligar esses pontos com segmentos de reta e pintar o interior da figura.

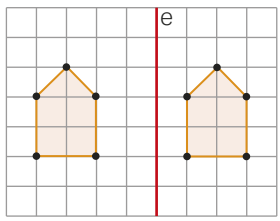
Observe a seguir uma resposta possível para o item **d**.



ATIVIDADE COMPLEMENTAR

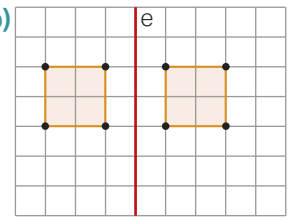
Identifique a alternativa cujos polígonos representados são simétricos por reflexão em relação ao eixo **e**. Resposta: alternativa **b**.

a)



ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

b)



ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Para iniciar o trabalho com simetria de rotação, verificar a possibilidade de levar para a sala de aula embalagens nas quais seja possível observar o símbolo internacional da reciclagem apresentado na página do **Livro do estudante**.

Aproveitar o contexto para conversar com os estudantes sobre a importância de saber o que cada símbolo representa, pois eles têm como objetivo transmitir uma informação, que deve ser a mais clara possível.

Propor a eles que indiquem outros símbolos que sejam utilizados em diferentes situações do dia a dia. Observe a seguir alguns exemplos.

- Símbolo *Wi-Fi* (*Wireless Fidelity*), utilizado para indicar que um aparelho possui essa tecnologia ou para sinalizar a disponibilidade de acesso à internet sem fio em determinado ambiente.



BOWRANN/SHUTTERSTOCK.COM

- Símbolo em placa de trânsito, indicando serviço telefônico.



BRGFX/SHUTTERSTOCK.COM

- Símbolo indicando material inflamável.



GREBESHKOVMAXIM/SHUTTERSTOCK.COM

Simetria de rotação

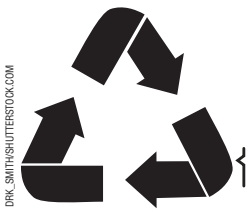
Você reconhece o significado do símbolo que aparece na caixa da imagem?

Esse símbolo foi criado em 1970 pelo estadunidense Gary Anderson (1947-) e atualmente é considerado o símbolo internacional de reciclagem. As setas, posicionadas no sentido horário, dão uma ideia de movimento. Quando uma embalagem apresenta essa simbologia, significa que o material pode ser reaproveitado na fabricação de um novo produto.



RT IMAGES/SHUTTERSTOCK.COM

A coleta seletiva contribui para a reciclagem de materiais.

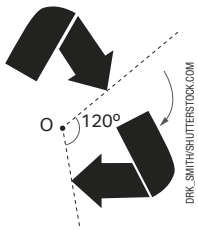


DRK_SMITH/SHUTTERSTOCK.COM

Símbolo internacional de reciclagem.

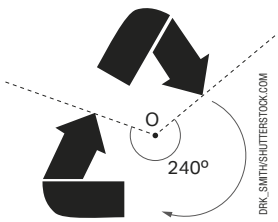
Nesse símbolo, se considerarmos uma figura de seta como referência e a girarmos em torno de certo ponto, é possível obter as demais setas. Observe.

- Rotação da figura, em torno do ponto **O**, em 120° no sentido horário.



DRK_SMITH/SHUTTERSTOCK.COM

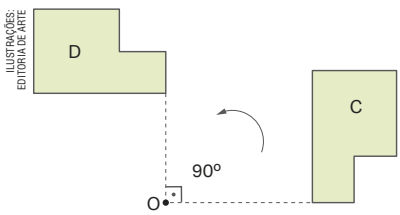
- Rotação da figura, em torno do ponto **O**, em 240° no sentido horário.



DRK_SMITH/SHUTTERSTOCK.COM

Essas transformações realizadas com a figura de seta correspondem à ideia de **simetria de rotação**.

Na simetria de rotação, cada ponto da figura é rotacionado de acordo com determinado ângulo e sentido em torno de um ponto **O**, chamado de **centro de rotação**. O giro pode ocorrer no sentido horário (para a direita) ou anti-horário (para a esquerda).



ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

A figura **D** foi obtida a partir da figura **C**, por meio de simetria de rotação de 90°, em torno do ponto **O**, no sentido anti-horário.

124

SAIBA MAIS

Sugerir aos estudantes que assistam ao vídeo indicado a seguir para obter mais informações sobre símbolos que indicam reciclagem nas embalagens.

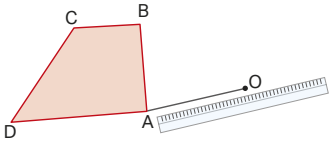
- CONHEÇA os símbolos de materiais recicláveis. 2013. Vídeo (3 min). Publicado pelo canal TV Brasil. Disponível em: https://tvbrasil.ebc.com.br/reporterbrasil-manha/episodio/conheca-os-simbolos-de-materiais-reciclaveis. Acesso em: 29 abr. 2024.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

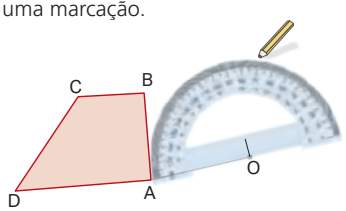
MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

Observe as etapas para construir, com régua, compasso e transferidor, uma figura simétrica por meio de rotação do quadrilátero ABCD. Vamos realizar uma rotação de 110° no sentido horário, em torno do ponto **O**.

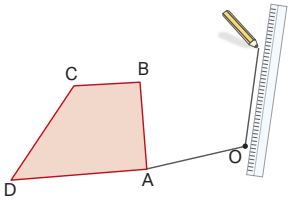
1ª Com a régua, traçamos o segmento de reta AO.



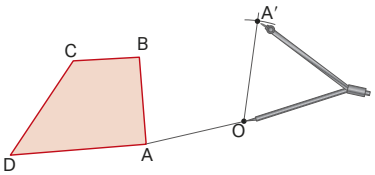
2ª Ajustamos o centro do transferidor sobre o ponto **O** e a linha de fé sobre $\overline{AO}$. Em seguida, medimos um ângulo de 110° no sentido horário e efetuamos uma marcação.



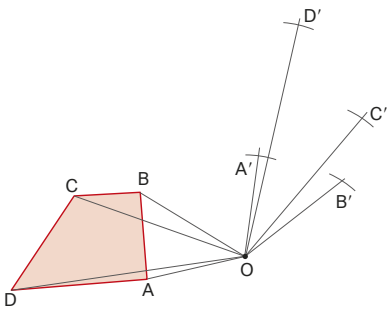
3ª Com a régua, traçamos uma semirreta a partir de **O**, formando um ângulo de 110° com $\overline{AO}$.



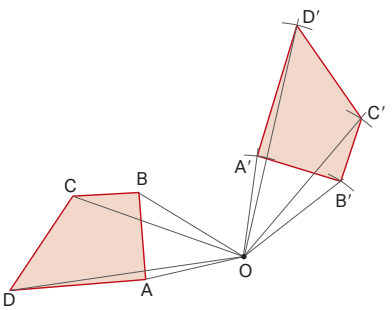
4ª Posicionamos a ponta-seca do compasso em **O** e, com abertura de mesma medida do segmento de reta AO, marcamos o ponto **A'** sobre a semirreta traçada.



5ª Obtemos os demais pontos, **B'**, **C'** e **D'**, de maneira análoga às etapas anteriores.



6ª Por fim, ligamos **A'**, **B'**, **C'** e **D'** com segmentos de reta, colorimos o interior da figura e obtemos a simétrica ao quadrilátero ABCD por rotação de 110°, em torno do ponto **O**, no sentido horário.



ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Relembrar aos estudantes que a palavra rotação se refere a giro, assim, na simetria de rotação, gira-se cada ponto da figura em torno de um certo ponto. Evidenciar que nesta simetria é necessário definir a medida do ângulo e o sentido em que a figura deve ser rotacionada.

Com o intuito de que os estudantes compreendam os processos de construção de uma figura simétrica a outra por meio de rotação, propor a eles que realizem uma atividade prática na qual, utilizando instrumentos de desenho e de medida, façam no caderno as etapas apresentadas nesta página. Na 5ª etapa dessa construção, explicar aos estudantes que, assim como foi traçado o segmento de reta AO e obtido o ângulo de 110° a partir desse segmento de reta, também foram traçados os segmentos de reta BO, CO e DO, sendo obtidos os demais ângulos de 110° a partir deles.

Dizer aos estudantes que os pontos **A** e **A'**, **B** e **B'**, **C** e **C'** e **D** e **D'** são correspondentes, uma vez que os pontos **A'**, **B'**, **C'** e **D'** foram obtidos a partir da rotação de 110° dos pontos **A**, **B**, **C** e **D**, respectivamente, em torno do ponto **O**, no sentido horário.

Para complementar, questionar os estudantes que se for considerado o sentido anti-horário, em vez do sentido horário, qual será o ângulo de rotação para obter o polígono A'B'C'D' na mesma posição apresentada (250°, pois $360° - 110° = 250°$). Verificar se eles percebem que, adicionando a medida do ângulo pelo qual o polígono ABCD foi rotacionado no sentido horário (110°) à medida do ângulo de 250°, obtém-se 360°.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Atividades

Atividade 1

Esta atividade trabalha a identificação da medida do ângulo em uma situação de simetria de rotação de figura. Para resolver esta atividade, os estudantes devem utilizar o transferidor.

Para complementar, pedir a eles que descrevam como determinar a medida do ângulo de rotação caso, no item **a**, fosse indicado o sentido horário e, no item **b**, o sentido anti-horário. Neste caso, os estudantes poderiam calcular a diferença entre 360° e a medida obtida inicialmente em cada item (item **a**: 360° − 270° = 90°; item **b**: 360° − 145° = 215°).

Atividade 2

Esta atividade trabalha características de figuras simétricas por rotação em relação a um ponto. Além disso, a abordagem apresentada favorece a relação entre **Matemática** e **Arte**.

SAIBA MAIS

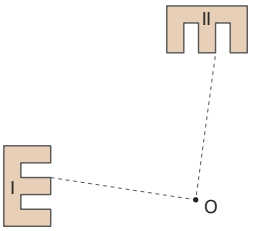
Sugerir aos estudantes que acessem este *site* para visualizar outras obras que envolvem simetria do artista Maurits Cornelis Escher. É um *site* disponível em inglês, no entanto, dependendo do navegador utilizado, pode-se selecionar a opção de tradução para o português.

- M.C. ESCHER. **Symmetry**: 1937-1967. Baarn: M.C. Escher Foundation: The M.C. Escher Company, c2024. Disponível em: https://mcescher.com/gallery/symmetry. Acesso em: 29 abr. 2024.

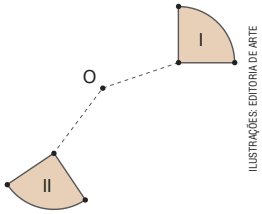
ATIVIDADES NÃO ESCREVA NO LIVRO. Resoluções a partir da **p. 305**.

1. Em cada item a seguir, a figura **II** foi obtida por meio de rotação da figura **I**, tendo o ponto **O** como centro de rotação. Com o auxílio de um transferidor, determine o ângulo de cada rotação no sentido indicado.

a) Sentido anti-horário. 270°

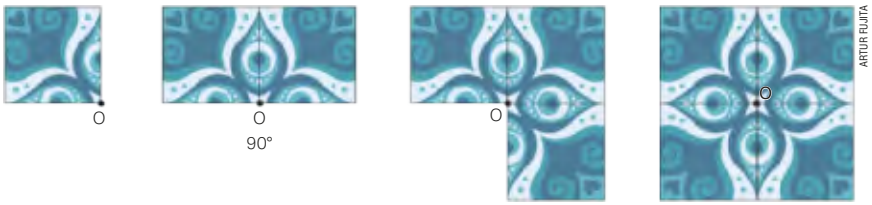


b) Sentido horário. 145°



ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

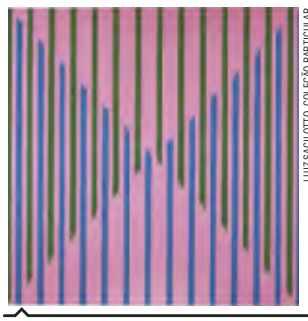
2. Beatriz fez uma composição artística usando simetria de rotação em um programa de computador. Para isso, ela desenhou uma figura e a rotacionou algumas vezes no sentido horário em torno do ponto **O**, obtendo as demais partes da composição.



ARTUR FUJITA

Limite circular I. Resposta possível: 120° e 240°.

Nas obras de alguns artistas, é possível perceber essa mesma ideia. Em qual das obras a seguir você identifica simetria de rotação? Nessa obra, determine os ângulos de rotação, considerando o sentido horário.



LUIZ SACILOTTO. COLEÇÃO PARTICULAR

SACILOTTO, Luiz. **C8860**. 1988. Têmpera vinílica sobre tela, 110 cm × 110 cm. Coleção particular.



M.C. ESCHER'S "CIRCLE LIMIT I" © 2024 THE M.C. ESCHER COMPANY-THE NETHERLANDS. ALL RIGHTS RESERVED. WWW.MCESCHER.COM

ESCHER, Maurits Cornelis. **Limite circular I**. 1958. Xilogravura, diâmetro de 41,8 cm. Coleção particular.

ATIVIDADE COMPLEMENTAR

No caderno ou em uma malha quadriculada, represente um triângulo ABC e um ponto **O**. Depois, construa dois triângulos A'B'C' e A"B"C" simétricos ao triângulo ABC por rotação em relação ao ponto **O** em:

- 90° no sentido anti-horário;
- 270° no sentido horário.

a) O que você pode perceber em relação às figuras obtidas? Resposta esperada: Obtém-se a mesma figura simétrica em ambas as transformações.

b) Em quantos graus devem-se rotacionar os triângulos A'B'C' e A"B"C", em torno do ponto **O**, no sentido anti-horário e horário, respectivamente, para que cada um deles ocupe a mesma posição do triângulo ABC? Como você fez para determinar a medida desse ângulo? Resposta: Triângulo A'B'C': 270°; triângulo A"B"C": 90°. Resposta possível: Pode-se calcular 360° − 90° = 270° e 360° − 270° = 90°.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

Simetria de translação

Observe os dois elementos destacados de uma obra do artista carioca Hélio Oiticica (1937-1980), identificados como figura **I** e figura **II**.



Figura **I**.

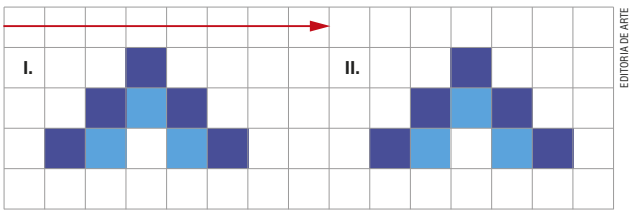
Figura **II**.

CORTESIA PROJETO HÉLIO OITICICA ©CÉSAR E CLÁUDIO OITICICA

OITICICA, Hélio. **Metaesquema**. 1958. Guache sobre cartão. Coleção particular.

Note que a figura **II** pode ser obtida deslocando a figura **I** sobre a obra, sem realizar rotação ou deformação. As figuras **I** e **II**, destacadas da obra, dão a ideia de uma transformação chamada **simetria de translação**.

Na simetria de translação, o tamanho e o formato da figura são mantidos, e seu deslocamento ocorre de acordo com a **distância**, a **direção** e o **sentido**, que podem ser indicados por meio de uma seta. Nesse tipo de transformação, cada ponto da figura original é deslocado da mesma maneira. Observe o exemplo.



EDITORIA DE ARTE

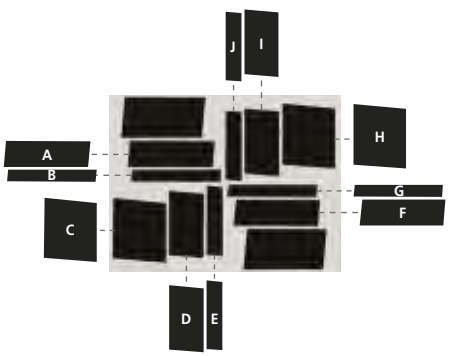
A figura **II** foi obtida ao deslocar a figura **I** conforme a distância (8 unidades), a direção (horizontal) e o sentido (da esquerda para a direita) indicados pela seta.

SAIBA MAIS

- HÉLIO Oiticica. *In*: ENCICLOPÉDIA Itaú Cultural. São Paulo: Itaú Cultural, 30 jan. 2024. Disponível em: https://enciclopedia.itaucultural.org.br/pessoa48/helio-oiticica. Acesso em: 25 abr. 2024.
  Acesse esse *site* para obter mais informações sobre Hélio Oiticica.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Perguntar aos estudantes quais outros pares de figuras, como o apresentado, podem ser identificados na obra **Metaesquema**. Caso eles tenham dificuldade em identificar os pares de figuras correspondentes, apresentar o esquema a seguir.



CORTESIA PROJETO HÉLIO OITICICA ©CÉSAR E CLÁUDIO OITICICA

Com base nesse esquema, é possível verificar que os outros pares de figuras são **A** e **F**; **B** e **G**; **C** e **H**; **D** e **I**; **E** e **J**.

Aproveitar o contexto desta página e realizar a leitura, para os estudantes, do trecho a seguir sobre a vida do artista Hélio Oiticica. Se julgar interessante, convidar o professor de **Arte** para mais esclarecimentos.

Hélio Oiticica (Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 1937 – idem, 1980). Artista performático, pintor e escultor. Sua obra caracteriza-se por um forte experimentalismo e pela inventividade na busca constante por fundir arte e vida. Seus experimentos, que pressupõem uma ativa participação do público, são, em grande parte, acompanhados de elaborações teóricas, com a presença de textos, comentários e poemas.

Essa inventividade do artista pode ser em parte explicada por sua formação. Por opção familiar, ele não frequenta escolas na infância. Recebe educação formal de seu pai, o fotógrafo José Oiticica Filho (1906-1964). Em 1954, com o irmão César Oiticica (1939), Hélio inicia os estudos de pintura com Ivan Serpa (1923-1973), no Museu de Arte Moderna do Rio de Janeiro (MAM/RJ).

HÉLIO Oiticica. *In*: ENCICLOPÉDIA Itaú Cultural. São Paulo: Itaú Cultural, 30 jan. 2024. Disponível em: https://enciclopedia.itaucultural.org.br/pessoa48/helio-oiticica. Acesso em: 30 abr. 2024.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

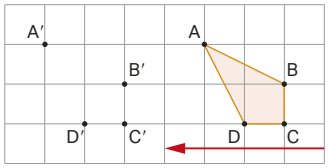
Comentar com os estudantes que a palavra translação significa transferir ou mudar de um lugar para o outro. Relacionar esse significado com a simetria de translação, em que uma figura é transladada de acordo com uma distância, uma direção e um sentido, sem que seu tamanho e formato sejam alterados. Reforçar que a figura não é rotacionada, apenas deslocada.

Relembrar a diferença entre direção e sentido, reforçando que direção se refere, por exemplo, à direção horizontal ou vertical, e sentido é a orientação da direção, como da esquerda para a direita ou de cima para a baixo.

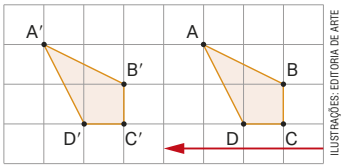
Para complementar o trabalho com as etapas apresentadas nesta página, na segunda construção, questionar os estudantes qual figura seria obtida a partir do triângulo ABC se ele tivesse sido transladado primeiro em relação à seta azul e depois transladado em relação à seta vermelha. Neste caso, obteria-se a mesma figura (triângulo A″B″C″).

Agora, observe as etapas para construir, na malha quadriculada, a figura simétrica por translação do quadrilátero ABCD representado, de acordo com a seta **vermelha**.

1ª Para cada vértice do quadrilátero ABCD, marcamos um ponto transladado de acordo com a distância (4 unidades), a direção (horizontal) e o sentido (da direita para a esquerda) indicados pela seta.



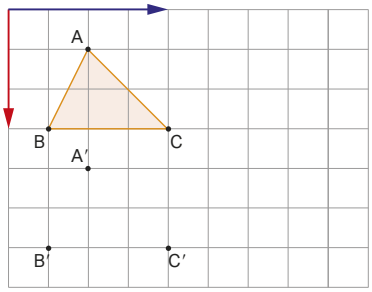
2ª Por fim, ligamos esses pontos e colorimos o interior da figura, obtendo a simétrica por translação do quadrilátero ABCD de acordo com a distância, a direção e o sentido indicados.



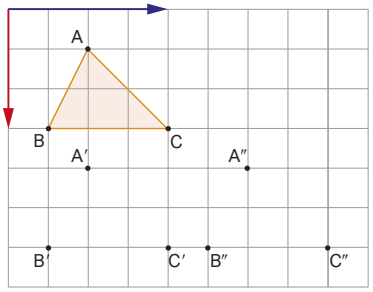
ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

Também é possível transladar uma figura por consecutivas vezes: acompanhe as etapas para construir a figura simétrica por translação do triângulo ABC representado, de acordo com as indicações das setas **vermelha** e **azul**, respectivamente.

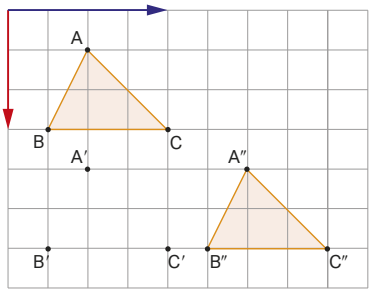
1ª Para cada vértice do triângulo ABC, marcamos um ponto transladado de acordo com a seta **vermelha**, obtendo os pontos **A′**, **B′** e **C′**.



2ª Em seguida, transladamos os pontos **A′**, **B′** e **C′** de acordo com a seta **azul**, obtendo os pontos **A″**, **B″** e **C″**.



3ª Por fim, ligamos os pontos **A″**, **B″** e **C″** e colorimos o interior da figura, obtendo a simétrica por translação do triângulo ABC de acordo com a distância, a direção e o sentido indicados pelas setas **vermelha** e **azul**, respectivamente. A ordem em que é feita a translação não interfere no resultado final, ou seja, se optarmos por primeiro transladar de acordo com a seta azul e depois de acordo com a seta vermelha, teremos o mesmo resultado.



SAIBA MAIS

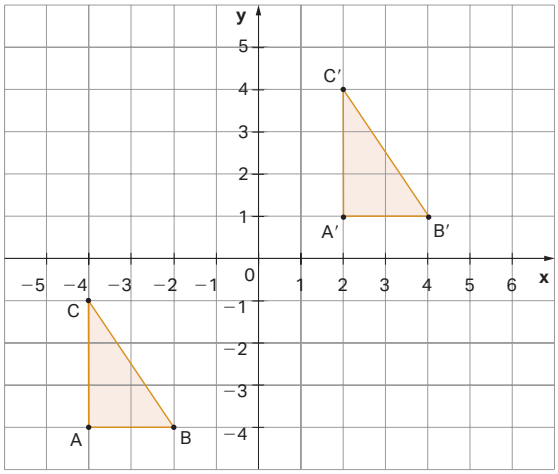
Sugerir aos estudantes que acessem o *site* a seguir para obter mais informações relacionadas a casos de simetrias.

- SALA de ajuda: isometrias. **Clubes de Matemática da OBMEP**. Rio de Janeiro, [201-]. Blogue. Disponível em: http://clubes.obmep.org.br/blog/sala-de-atividades-isometrias. Acesso em: 30 abr. 2024.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

No plano cartesiano a seguir, o triângulo A'B'C' foi obtido por meio de translação do triângulo ABC.



Podemos interpretar essa simetria considerando duas translações consecutivas. Por exemplo, deslocando-se os pontos do triângulo ABC em uma distância de 6 unidades, na direção horizontal e no sentido da esquerda para a direita; posteriormente, deslocando-se 5 unidades, na direção vertical, de baixo para cima.

Assim, verifica-se que, ao adicionarmos 6 unidades às abscissas dos vértices do triângulo ABC e 5 unidades às ordenadas, temos as coordenadas dos vértices do triângulo A'B'C'.

Por exemplo, como as coordenadas do vértice **A** são $(-4, -4)$, as coordenadas de **A'** são $(-4 + 6, -4 + 5)$, ou seja, $(2, 1)$.

B$(-2, -4)$ e B'$(-2 + 6, -4 + 5)$, ou seja, B'$(4, 1)$;
C$(-4, -1)$ e C'$(-4 + 6, -1 + 5)$, ou seja, C'$(2, 4)$.

PENSAR E PRATICAR

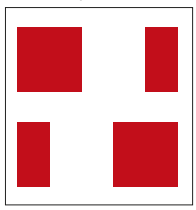
Escreva as coordenadas dos demais vértices do triângulo ABC e perceba que as coordenadas de B' e de C' satisfazem a regularidade observada.

ATIVIDADES

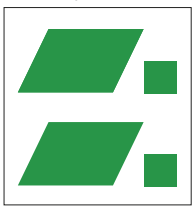
NÃO ESCREVA NO LIVRO. Resoluções a partir da **p. 305**.

1. Paulo fez composições com polígonos usando um programa de computador. Em quais das composições é possível formar pares de figuras simétricas por translação com os polígonos representados? Composições **I** e **II**.

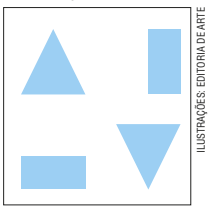
Composição **I**



Composição **II**



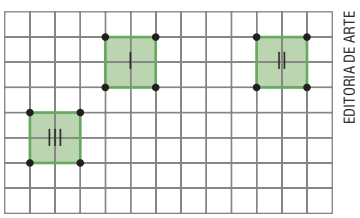
Composição **III**



ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

ATIVIDADE COMPLEMENTAR

Observe as figuras representadas na malha quadriculada a seguir e resolva os itens.



EDITORIA DE ARTE

As figuras **II** e **III** representadas foram obtidas por translação da figura **I**. Explique como é possível obter a:

a) Figura **II**. Resposta possível: Transladar a figura **I** em 6 unidades na direção horizontal e no sentido da esquerda para a direita.

b) Figura **III**. Resposta possível: Primeiro, transladar a figura **I** em 3 unidades na direção horizontal e no sentido da direita para a esquerda e, depois, transladar novamente 3 unidades na direção vertical e no sentido de cima para baixo.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Para auxiliar na compreensão dos estudantes em relação ao exemplo apresentado de simetria de translação no plano cartesiano, reproduzir malhas quadriculadas e distribuir para eles. Propor que representem os eixos cartesianos e o triângulo ABC, como apresentado no exemplo. Depois, pedir que representem o triângulo A"B"C" correspondente à translação do triângulo ABC em 6 unidades na direção horizontal e no sentido da esquerda para a direita, e o triângulo A'B'C' correspondente à translação do triângulo A"B"C" em 5 unidades na direção vertical, no sentido de baixo para cima.

Atividades

Atividade 1

Esta atividade trabalha ideias da simetria de translação. Na composição **III**, verificar se os estudantes percebem que é possível identificar dois pares de figuras e, em cada par, uma figura foi obtida a partir da outra por simetria de rotação em torno de um certo ponto.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Atividades

Atividade 2

Esta atividade trabalha a identificação de simetria de reflexão, rotação e translação de figuras. Além disso, o tema tratado permite abordagem do tema **Identidade e cultura**, uma vez que aborda a composição arquitetônica com azulejos produzidos por um artista português. Comentar com os estudantes que existem outros azulejos, elaborados pelo artista Eduardo Nery, os quais possuem características parecidas com o modelo apresentado nesta atividade. Leia a seguir um trecho que descreve algumas dessas características.

[...] ntando dois destes azulejos, aresta com aresta, de qualquer maneira, as cores têm continuidade de azulejo para azulejo. Quem junta muitos destes azulejos, formando um painel, depara-se com a possibilidade de formar múltiplos padrões e entra numa dinâmica que não imaginava observando apenas um exemplar.

[...]

[...]ZENDE, Jorge. **O azulejo articulado de Eduardo Nery**. Lisboa: Projeto Klein – matemática em língua portuguesa, [201-]. p. 4. Disponível em: http://paginapessoal.utfpr.edu.br/rwprobst/projeto-klein/oficina-klein/artigo_nery.pdf. Acesso em: 30 abr. 2024.

No item **b**, é importante que os estudantes percebam que diferentes transformações isométricas (tipos de simetria) realizadas em uma figura podem determinar uma mesma figura resultante.

No item **c**, é trabalhada uma combinação de duas ou mais transformações de figuras.

Para complementar, propor aos estudantes que escolham um dos azulejos da composição e peçam a um colega que descreva uma sequência de transformações que podem ser realizadas para obtê-lo a partir do azulejo **D3**.

Atividade 3

Esta atividade trabalha a construção da simétrica de uma figura por translação, dados a distância, a direção e o sentido dessa transformação, utilizando instrumentos de desenho. Para a resolução desta atividade, reproduzir e entregar aos estudantes uma malha quadriculada com quadrinhos de 1 cm de lado e réguas.

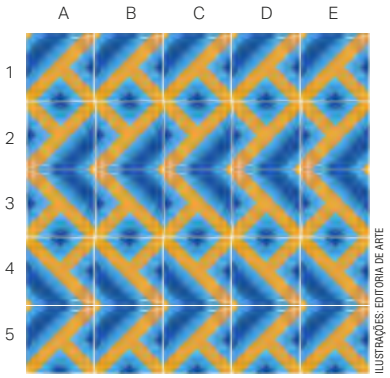
2. c) Uma resposta possível: Rotação de 90° no sentido anti-horário e translação de três unidades para baixo e quatro unidades para a direita.

2. Os azulejos estão presentes em diversas obras arquitetônicas e urbanas pelo mundo todo. Em Portugal, por exemplo, os azulejos representam uma marca da história e da cultura do país. Eduardo Nery (1938-2013) é um dos artistas portugueses de referência que realizou diversos trabalhos utilizando azulejos, como o apresentado a seguir.


EDUARDO NERY

NERY, Eduardo. **Módulo de padrão para azulejo de produção industrial**. 1966. Guache sobre cartão, 50 cm × 50 cm. Coleção do artista.

Utilizando apenas esse tipo de azulejo, é possível construir painéis com diferentes padrões, como o exemplo no esquema representado na figura.



ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

a) Quais desses azulejos podem ser obtidos apenas por translação do azulejo **A1**?

b) Quais das sequências de transformações a seguir podem ser utilizadas para obter o azulejo **B3** a partir do azulejo **A1**? II e III.

I. Reflexão; rotação de 180° no sentido anti-horário.

II. Reflexão em relação ao eixo vertical; translação de uma unidade para a direita e duas unidades para baixo.

III. Rotação de 90° no sentido horário; translação de duas unidades para baixo e uma unidade para a direita.

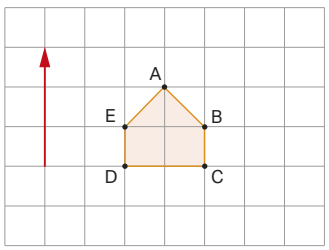
IV. Rotação de 270° no sentido horário; translação de duas unidades para a direita e uma unidade para baixo.

c) Descreva uma sequência de transformações, em relação ao azulejo **A1**, para obter o azulejo **E4**.

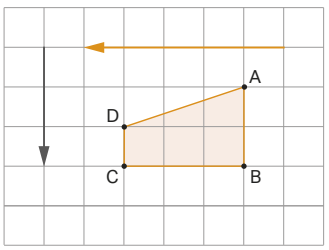
2. a) **B1**, **C1**, **D1**, **E1**, **A5**, **B5**, **C5**, **D5** e **E5**.

3. Em uma malha quadriculada, reproduza a figura representada em cada item e construa a simétrica a ela por translação de acordo com a distância, a direção e o sentido indicados pelas setas.

I.



II.



Respostas nas **Orientações para o professor**.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

VOCÊ CONECTADO

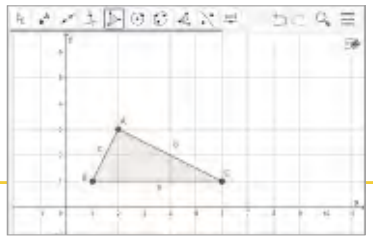
Construindo figuras simétricas

É possível consultar informações sobre as ferramentas e opções do *software* utilizado nesta seção nas **Orientações para o professor**.

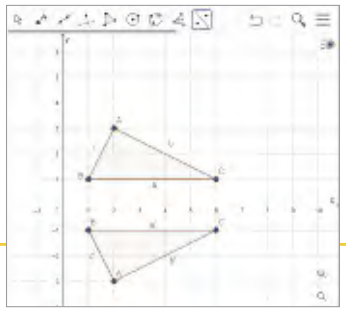
No **GeoGebra**, é possível construir figuras simétricas por reflexão, rotação e translação. Veja as etapas de como fazer essas construções.

Exemplo 1 – Construindo figuras simétricas por reflexão em relação a um eixo cartesiano

1ª Representamos um triângulo ABC com a ferramenta .



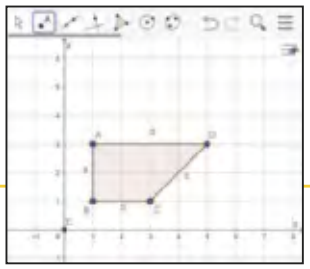
2ª Com a ferramenta , clicamos no triângulo ABC e no eixo **x** para obter, por simetria de reflexão, o triângulo A'B'C'.



IMAGENS: REPRODUÇÃO/GEOGEBRA

Exemplo 2 – Construindo figuras simétricas por rotação em relação a um ponto

1ª Representamos um quadrilátero ABCD com a ferramenta e marcamos um ponto E(0, 0) com a ferramenta .



2ª Selecionamos a ferramenta e clicamos no quadrilátero ABCD e no ponto **E**. Na caixa de diálogo que abrir, digitamos o ângulo de 90° e selecionamos o sentido anti-horário. Assim, é obtido o quadrilátero A'B'C'D' por rotação do quadrilátero ABCD em relação a **E** de acordo com o ângulo e o sentido indicados.



ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Você conectado

No exemplo **1**, para que seja representado o triângulo ABC na 1ª etapa, deve-se selecionar a ferramenta e marcar os pontos **A**, **B** e **C** de acordo com as coordenadas deles. Acompanhar os estudantes para verificar se eles identificam as coordenadas dos pontos **A**, **B** e **C** apenas observando, no **Livro do estudante**, a imagem da 1ª etapa: A(2, 3), B(1, 1) e C(6, 1). Se necessário, retomar com eles o trabalho com plano cartesiano.

Na 2ª etapa, com a ferramenta selecionada, deve-se clicar primeiro sobre o triângulo ABC representado e, em seguida, sobre o eixo **x**.

No exemplo **2**, destacar que o ponto **E** marcado na 1ª etapa coincide com a origem do plano cartesiano.

Em relação ao exemplo **3**, na página **132** do **Livro do estudante**, a translação do polígono ABCDE é realizada de acordo com um vetor, nesse caso, vetor **u**. No entanto, nesse nível de ensino, optou-se por utilizar a nomenclatura "seta", uma vez que o estudo sobre vetores não será aprofundado.

Reforçar com os estudantes que a seta **u** determina a distância, a direção e o sentido da translação da figura. Nesse caso, o sentido é estabelecido do ponto **F** para o ponto **G**.

Na 2ª etapa do exemplo **3**, na página **132** do **Livro do estudante**, chamar a atenção deles ao fato de que, para obter a figura simétrica por translação, é necessário clicar na região interna do polígono original, uma vez que se eles clicarem sobre um de seus vértices ou sobre um de seus lados, apenas o simétrico deste elemento será representado.

Comentar com os estudantes que também se poderia obter o pentágono A'B'C'D'E' a partir de translações consecutivas do pentágono ABCDE. Uma possibilidade seria, primeiro, transladar o pentágono em 3 unidades na direção horizontal e no sentido da esquerda para a direita e, depois, transladar em 1 unidade na direção vertical e no sentido de cima para baixo.

IMAGENS: REPRODUÇÃO/GEOGEBRA

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO/GEOGEBRA
REPRODUÇÃO PROIBIDA

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Mãos à obra

Atividade 1

No item **a**, comentar com os estudantes que as coordenadas dos vértices dos triângulos ABC e A'B'C' podem ser observadas na **Janela de Álgebra** do **GeoGebra**. No item **b**, pode-se propor aos estudantes que, após movimentar os três vértices do triângulo ABC, sejam anotadas as coordenadas dos vértices desse triângulo após os ajustes e as coordenadas dos vértices do triângulo A'B'C' obtido. É possível repetir esse procedimento algumas vezes, com o objetivo de evidenciar a relação identificada no item anterior.

Atividade 2

Se necessário, explicar que se deve selecionar a ferramenta e clicar no vértice **A** e no ponto **E** para determinar a distância AE e proceder de maneira análoga para determinar a distância de cada um dos demais vértices das duas figuras até o ponto **E**.

Atividade 3

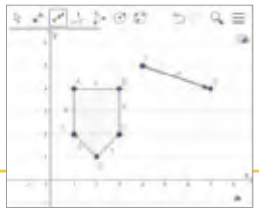
No item **a**, explicar que o vértice correspondente no pentágono A'B'C'D'E' se ajusta automaticamente ao mover-se um vértice do pentágono ABCDE, pois a posição dos vértices do polígono simétrico dependem do original.

No item **b**, explicar que a posição do pentágono A'B'C'D'E' se ajusta automaticamente ao mover-se um dos pontos da seta, pois esse pentágono foi obtido de acordo com ela e, portanto, dependem da distância, da direção e do sentido indicados por ela.

1. a) A(2, 3) e A'(2, −3); B(1, 1) e B'(1, −1); C(6, 1) e C'(6, −1). Resposta possível: Nos pares de vértices simétricos, as abscissas são números iguais e as ordenadas são números opostos.

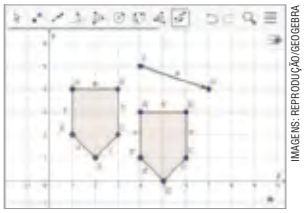
Exemplo 3 – Construindo figuras simétricas por translação

1ª Representamos um pentágono ABCDE com a ferramenta . Depois, construímos a seta **u**, que indica a distância, a direção e o sentido da translação, selecionando a ferramenta e marcando os pontos **F** e **G**.



2. Resposta esperada: As distâncias dos vértices simétricos até o ponto **E** de rotação são iguais.

2ª Com a ferramenta , clicamos no pentágono ABCDE e na seta **u** para obter o pentágono A'B'C'D'E' por simetria de translação em relação à seta **u**.



IMAGENS: REPRODUÇÃO/GEOGEBRA

3. a) Resposta esperada: O vértice correspondente do pentágono A'B'C'D'E' se ajusta automaticamente, mantendo a simetria de translação.

MÃOS À OBRA

Resoluções a partir da **p. 305**.

NÃO ESCREVA NO LIVRO.

1 No **GeoGebra**, faça a construção apresentada no exemplo **1** e resolva os itens a seguir.

a) Quais são as coordenadas dos pares de vértices simétricos nos triângulos ABC e A'B'C'? Que relação você observa entre as coordenadas desses pares de vértices?

b) Com a ferramenta , movimente os pontos **A**, **B** e **C**, mas mantendo-os no 1º quadrante do plano cartesiano. A relação observada no item anterior se manteve? Resposta esperada: Sim.

2 No **GeoGebra**, faça a construção apresentada no exemplo **2** e resolva o item a seguir.

- Com a ferramenta , determine a distância de cada vértice das figuras até o ponto **E** de rotação. Nos pares de vértices simétricos, que relação você observa nas distâncias obtidas?

3 No **GeoGebra**, faça a construção apresentada no exemplo **3** e resolva os itens a seguir.

3. b) Resposta esperada: A posição do pentágono A'B'C'D'E' se ajusta automaticamente, mantendo a simetria de translação.

a) Com a ferramenta , movimente um vértice do pentágono ABCDE. O que acontece com o vértice correspondente do pentágono A'B'C'D'E'?

b) Agora, movimente os pontos **F** e **G** que determinam a seta **u**. O que acontece com o pentágono A'B'C'D'E'?

c) Por fim, movimente a posição da seta **u** clicando em um ponto dela que não seja **F** ou **G**. O que aconteceu com o pentágono A'B'C'D'E'?

4 Junte-se a um colega e, inspirados em uma das obras artísticas apresentadas nesta Unidade que possui elementos simétricos, façam, no **GeoGebra**, uma composição de figuras usando um ou mais tipos de simetria estudados. No caderno, descrevam as etapas que vocês realizaram nessa produção.

Respostas pessoais.

3. c) Resposta esperada: Nada acontece, pois seu formato e sua posição foram mantidos, uma vez que a seta permanece representando a mesma distância, a mesma direção e o mesmo sentido.

No item **c**, enfatizar aos estudantes que eles não devem clicar sobre os pontos **F** ou **G**, pois o objetivo não é mudar a distância, a direção e o sentido representados pela seta. Para complementar, perguntar por que, ao mudar apenas a posição da seta, o formato e a posição do polígono simétrico se mantêm. Espera-se que eles compreendam que a posição da seta não é importante nesse caso, mas sim a direção, o sentido e a distância representados por ela.

Atividade 4

Nesta atividade, dizer a eles que a composição artística pode ser formada por mais de um tipo de simetria de figura estudada: reflexão, rotação e translação. Antes de realizar essa composição, uma sugestão é revisitar as imagens de obras artísticas apresentadas nesta Unidade. As obras produzidas pelos grupos de estudantes podem ser expostas virtualmente em uma rede social administrada pela escola ou em uma exposição no pátio da escola.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

2. Contagem e probabilidade

Contagem

Você já pensou em quantas maneiras distintas pode combinar peças de roupa e acessórios, prato principal e sobremesa, além de outras composições? Vamos estudar algumas estratégias para realizar esse tipo de contagem.

Acompanhe a situação a seguir.

Verônica está utilizando um aplicativo da lanchonete para fazer o pedido de um combo, escolhendo um suco e um lanche. Quantas possibilidades ela tem para montar esse combo?



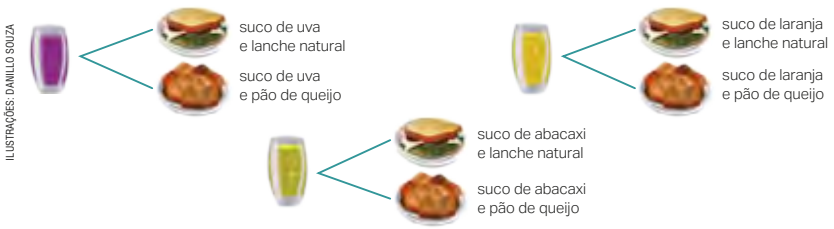
RSPLANETA/SHUTTERSTOCK.COM



VIC.JOSH/SHUTTERSTOCK.COM

Mulher utilizando o celular.

Podemos montar um esquema conhecido como **árvore de possibilidades** para registrar todas as opções que Verônica tem para montar seu combo. Verifique a seguir.



ILUSTRAÇÕES: DANILLO SOUZA

Observe que Verônica tem 6 possibilidades de montar esse combo.

Também poderíamos resolver essa situação utilizando uma multiplicação.

quantidade de sabores de suco → $3 \cdot 2 = 6$ ← quantidade de combos

quantidade de tipos de lanche

PENSAR E PRATICAR 20 combos.

Se Verônica tivesse à disposição 4 sabores de suco e 5 tipos de lanche, quantos combos ela poderia montar nessa lanchonete?

De acordo com o **princípio multiplicativo** ou **princípio fundamental da contagem**, em um evento formado por duas etapas sucessivas e independentes, a quantidade total de possibilidades de esse evento ocorrer é dada por $\mathbf{m \cdot n}$, em que:

- **m** corresponde à quantidade de possibilidades existentes na primeira etapa;
- **n** corresponde, para cada possibilidade da primeira etapa, à quantidade de possibilidades existentes na segunda etapa.

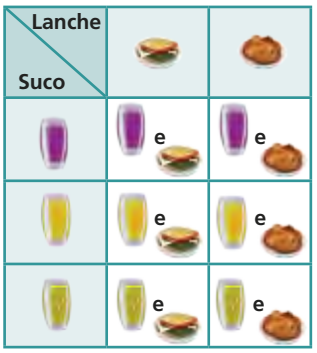
ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Nesta página, é apresentado um exemplo de aplicação do princípio fundamental da contagem (PFC) utilizado para determinar a quantidade total de possibilidades de ocorrência de um evento.

Comentar com os estudantes que a árvore de possibilidades, também conhecida como diagrama de árvore, é um recurso ilustrativo que permite visualizar todas as possibilidades de combinação sob determinadas condições estabelecidas. Destacar que é importante ter certa organização ao construir uma representação dessas, a fim de não repetir ou omitir algum caso possível.

Verificar se eles perceberam que, no exemplo apresentado, as possibilidades de se montar o combo são todas distintas entre si, ou seja, não se repetem.

Apresentar outra estratégia para resolver a situação apresentada. Para isso, construir na lousa um quadro de possibilidades como o indicado a seguir, em que cada imagem representa um tipo de lanche ou um tipo de suco, conforme mostrado no **Livro do estudante**.



IMAGENS: DANILLO SOUZA

Destacar a relação entre a multiplicação indicada e essa representação: no quadro de possibilidades, as combinações possíveis estão organizadas em 3 linhas e 2 colunas, números correspondentes aos fatores da multiplicação $(3 \cdot 2)$.

Após trabalhar a situação apresentada, pedir que pensem em outras situações em que pode ser utilizada contagem para determinar resultados possíveis, de acordo com diferentes critérios (candidatos que podem compor o cargo de prefeito e vice-prefeito de certo município, número do CPF, senha de computador etc.).

No boxe **Pensar e Praticar**, sugerir que resolvam a questão proposta utilizando multiplicação e árvore de possibilidades.

OBJETO EDUCACIONAL DIGITAL

O vídeo **Decifrando a Matemática das placas veiculares** aborda como o princípio fundamental da contagem pode ser aplicado em situações cotidianas, como determinar o número de combinações possíveis para composição de placas veiculares.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Ao trabalhar a situação **1**, conversar com os estudantes sobre o modelo de placa de identificação veicular utilizado no Brasil atualmente. Pode-se propor, previamente, que pesquisem informações sobre esse modelo de placa, como a história dessa placa, o motivo pelo qual foi necessária sua implementação, quais países a utilizam, qual é o diferencial dessa placa em relação ao modelo anterior.

Dizer a eles que esse modelo de placa no padrão Mercosul substituiu a placa cinza, na qual eram indicados o município e o estado em que o veículo era registrado, além de três letras seguidas de quatro algarismos. Pedir que determinem quantas placas cinzas distintas podiam ser formadas, considerando 26 letras e 10 algarismos possíveis ($17\,576\,000$ placas distintas). Depois, comparar junto com eles as quantidades de placas distintas possíveis de se formar de cada modelo, de maneira a determinar que é possível formar $281\,216\,000$ placas distintas a mais no padrão Mercosul do que no padrão das placas cinza.

Na situação **2**, verificar se os estudantes compreenderam que apenas o primeiro algarismo que compõe o número não pode ser 0, pois, caso contrário, seria obtido um número com 3 algarismos. E, ainda, como o número não deve ter algarismos repetidos, considera-se um algarismo a menos, dentre os 10 disponíveis inicialmente, de uma ordem para outra, da esquerda para a direita.

Agora, acompanhe duas situações nas quais também podemos aplicar o princípio fundamental da contagem.

Situação 1

No Brasil, já foram utilizados diferentes modelos de placas para identificar os veículos. Leia o texto sobre a última mudança no padrão de placas utilizadas no Brasil.

> [...]
>
> Inspirada na União Europeia, a **unificação das placas de países do Mercosul** começou em 2017. O acordo aconteceu entre Argentina, Uruguai, Paraguai, Venezuela e claro, o Brasil.
>
> [...] O **padrão Mercosul** estipulou a combinação entre 4 letras e 3 números, a adição da bandeira do país e do brasão de armas do estado onde o veículo foi registrado.
>
> Atualmente, o sistema em vigor no Brasil se chama Placas de Identificação Veicular (PIV) que na verdade se parece muito com modelo Mercosul, no entanto não possui o brasão de armas do estado de registro do veículo.
>
> [...]



ERIC TEMAN BAROW/SHUTTERSTOCK.COM

Modelo de placa de identificação veicular utilizada atualmente no Brasil.

QUANTOS modelos de placas de carro já foram utilizados no Brasil? **Portal do Trânsito e Mobilidade**, [s. l.], 25 set. 2023. Disponível em: https://www.portaldotransito.com.br/noticias/mobilidade-e-tecnologia/curiosidades/quantos-modelos-de-placas-de-carro-ja-teve-no-brasil/. Acesso em: 25 abr. 2024.

A seguir, verifique uma maneira de calcular quantas placas distintas podem ser formadas com esse novo modelo adotado no Brasil. Lembre-se de que temos 26 letras e 10 algarismos possíveis.

quantidade de letras possíveis

$$\underbrace{26 \cdot 26 \cdot 26}_{\text{letras}} \cdot \underbrace{10 \cdot 26 \cdot 10 \cdot 10}_{\text{algarismos}} = 26^4 \cdot 10^3 = \underbrace{456\,976\,000}_{\text{placas possíveis}}$$

quantidade de algarismos possíveis

Nesse novo modelo, podem ser formadas $456\,976\,000$ placas distintas.

Situação 2

Quantos números de quatro algarismos distintos podemos escrever usando os algarismos de 0 a 9?

Lembrando que o 0 (zero) não pode ser utilizado como primeiro algarismo, podemos realizar o cálculo a seguir.

$$9 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 = 4\,536$$

- 9 possibilidades (excluímos o zero).
- 9 possibilidades (excluímos o primeiro algarismo utilizado, mas incluímos o zero).
- 8 possibilidades (excluímos os dois algarismos já utilizados).
- 7 possibilidades (excluímos os três algarismos já utilizados).

Assim, podemos escrever 4 536 números com quatro algarismos distintos.

Dizer que, caso os algarismos que compõem o número não precisassem ser distintos entre si, a quantidade de números com 4 algarismos seria igual a:

$$9 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 9\,000$$

Para complementar, propor que considerem os algarismos de 0 a 9 e determinem quantos números distintos podem ser escritos de maneira que eles tenham:

- 3 algarismos distintos. Resposta: 648 números ($9 \cdot 9 \cdot 8 = 648$).
- 3 algarismos. Resposta: 900 números ($9 \cdot 10 \cdot 10 = 900$).
- 5 algarismos distintos. Resposta: 27 216 números ($9 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 = 27\,216$).
- 5 algarismos. Resposta: 90 000 números ($9 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 90\,000$).

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

ATIVIDADES

NÃO ESCREVA NO LIVRO. Resoluções a partir da **p. 305**.

1. Clarice está em uma sorveteria e vai pedir uma casquinha com duas bolas de sorvete. Ela está em dúvida entre quatro sabores da preferência dela. Observe no quadro a seguir as possibilidades que Clarice tem para escolher.

Sabor do sorvete	Abacaxi	Chocolate	Morango	Uva
Abacaxi				
Chocolate				
Morango				
Uva				

ILUSTRAÇÕES: ANNA ZABELLA/SHUTTERSTOCK.COM

DICA

Considere, por exemplo, que uma casquinha com uma bola de sorvete de abacaxi embaixo e uma de uva em cima é diferente de uma casquinha com uma bola de sorvete de uva embaixo e uma de abacaxi em cima.

a) Quantas possibilidades Clarice tem para compor a casquinha da maneira que deseja? 16 possibilidades.

b) Imagine que, além de escolher as bolas de sorvete, Clarice pudesse escolher um dos seguintes sabores de cobertura: caramelo, chocolate e doce de leite. Considerando essa hipótese, quantas possibilidades ela teria para montar a casquinha? 48 possibilidades.

2. Certo time de voleibol possui 5 modelos de camisa e 2 modelos de bermuda para compor seu uniforme. Considerando que cada modelo de camisa pode ser usado com cada modelo de bermuda, determine quantas possibilidades esse time tem para compor o uniforme. 10 possibilidades.

3. Em uma brincadeira com dois dados honestos, ou seja, dados cuja probabilidade de obter cada face em um lançamento é a mesma, são formados números a partir dos algarismos obtidos em cada dado. O algarismo obtido no dado com formato de tetraedro indica a dezena e o obtido no dado com formato de cubo, a unidade do número a ser formado. Por exemplo, os dados a seguir indicam o número 46.

3. b) 24 números.



3. a) 35, 42, 11, 23 ou 44.

a) Quais dos números a seguir podem ser formados nessa brincadeira?

35 62 42 81 11 5 23 37 44 18

b) Quantos números diferentes podem ser formados nessa brincadeira?

c) Construa uma árvore de possibilidades para indicar todos os números que podem ser formados nessa brincadeira.

Resposta nas **Orientações para o professor**.

4. Elabore um problema envolvendo o princípio multiplicativo. Em seguida, junte-se a um colega e troque os problemas para que um resolva o problema do outro. Juntos, verifiquem se as respostas estão corretas. Resposta pessoal.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Atividades

Atividade 1

Esta atividade trabalha a quantidade de possibilidades por meio de um quadro. Destacar para os estudantes que, no contexto apresentado, a casquinha pode conter bolas de sorvete de mesmo sabor.

Atividade 2

Esta atividade trabalha o princípio multiplicativo. Verificar as estratégias que os estudantes utilizaram para resolver esta atividade. Eles podem construir uma árvore ou um quadro de possibilidades, por exemplo.

Atividade 3

Esta atividade trabalha a contagem, por meio do princípio multiplicativo, em uma situação que envolve listar todas as possibilidades. Conversar com os estudantes a respeito do funcionamento do dado com formato de tetraedro, em que o algarismo obtido é indicado próximo ao vértice do dado que fica voltado para cima. Se possível, levar dados com formato de tetraedro e de cubo para a sala de aula e realizar essa brincadeira com os estudantes.

No item **a**, é importante que eles compreendam que o número a ser formado só pode ter dezena com algarismo 1, 2, 3 ou 4, pois esses são os valores possíveis de serem obtidos no dado com o formato de tetraedro. Já a unidade do número formado pode ser os algarismos 1, 2, 3, 4, 5 ou 6, conforme o valor obtido no dado com formato de cubo.

No item **b**, os estudantes podem utilizar o princípio multiplicativo e calcular: $4 \cdot 6 = 24$.

Atividade 4

Esta atividade trabalha a resolução e a elaboração de problema envolvendo princípio multiplicativo. Se julgar conveniente, apresentar alguns temas que podem ser utilizados como contexto para a elaboração do problema.

ATIVIDADE COMPLEMENTAR

Certo *smartphone* é vendido em uma loja, e o cliente pode escolher comprá-lo na cor branca, preta, cinza ou azul e com capacidade de armazenamento de 32GB, 64GB ou 128 GB.

a) Quantas possibilidades de escolha um cliente tem para comprar um *smartphone* de acordo com as opções disponíveis? Resposta: 12 possibilidades.

b) Quantas configurações são possíveis para um *smartphone* desses na cor azul? Resposta: 3 configurações.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Antes de iniciar o trabalho com o conteúdo, perguntar aos estudantes em que situações eles já tiveram contato com o termo **probabilidade** e pedir aos que já conhecem que tentem explicar para a turma qual é o significado desse termo no contexto considerado.

Conversar com eles sobre a importância do estudo de probabilidade em contextos como o controle de qualidade de uma produção industrial e a tomada de decisões e elaboração de estratégias.

Pode-se propor que pesquisem a probabilidade de chuva para o dia seguinte na região em que moram e que indiquem se é mais provável que chova ou que não chova, justificando suas respostas. Depois, questioná-los a relevância desse tipo de informação para a população. Aproveitar para verificar o conhecimento prévio dos estudantes sobre o estudo de probabilidade e a maneira como se pode expressar a probabilidade de ocorrência de algum evento (por meio de porcentagem, de número decimal, de fração).

Ler para os estudantes o trecho a seguir, que apresenta as contribuições do matemático Girolamo Cardano (1501-1576) no estudo relacionado à probabilidade.

Probabilidade

Estudos relacionados à probabilidade são bastante úteis para diversas áreas. Por exemplo, um meteorologista pode calcular a probabilidade de ocorrência de chuva em determinado local e período do dia, seguradoras fazem cálculos probabilísticos para definir planos de seguros de vida ou de bens etc.

Apesar de as ideias relacionadas à probabilidade remeterem à Antiguidade, o desenvolvimento das bases da teoria das probabilidades é creditado aos matemáticos Blaise Pascal (1623-1662) e Pierre de Fermat (1601-1665), a partir de correspondências que trocaram a respeito de um problema envolvendo jogos de azar.

Elaborado com base em: EVES, Howard. **Introdução à história da matemática**. Tradução: Hygino Hugueros Domingues. 5. ed. Campinas: Editora da Unicamp, 2011. p. 365-366.

Vamos estudar uma situação que envolve noções de probabilidade. Acompanhe.

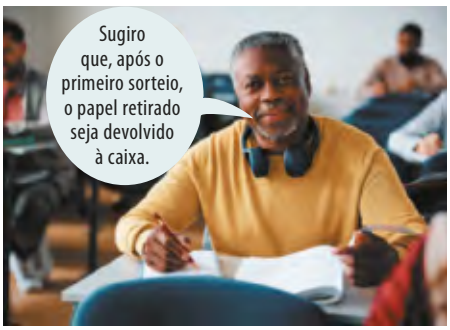
O professor de Ciências da turma de Rafael e Júlia propôs a realização de duas atividades: uma pesquisa e um seminário. Cada uma dessas atividades poderia tratar de um dos temas indicados a seguir.



ROBERTO ZOELLNER

O professor explicou aos estudantes que o tema para cada atividade seria determinado por sorteio. Em pedaços idênticos de papel, cada tema foi escrito uma única vez. Depois, esses papéis foram colocados em uma caixa e misturados. Sem olhar, o primeiro papel sorteado indicaria o tema da pesquisa, e o segundo, o tema do seminário.

Rafael e Júlia, então, propuseram duas maneiras diferentes para a realização do sorteio. Observe.



DRAZEN ZIGIC/SHUTTERSTOCK.COM



DRAZEN ZIGIC/SHUTTERSTOCK.COM

PENSAR E PRATICAR

Na proposta de qual estudante, Rafael ou Júlia, é possível que as duas atividades sejam sobre o mesmo tema? Explique.

Resposta esperada: Na proposta de Rafael, pois, se o papel retirado no primeiro sorteio for devolvido à caixa, ele poderá ser retirado novamente no segundo sorteio.

136

Ele foi o primeiro a estudar o lançamento de dados, baseado na hipótese de que existia um princípio científico fundamental governando as probabilidades de se obter um par de "seis", além de mera sorte. Não seria fora de propósito considerar Cardano como o pioneiro do cálculo de probabilidade, pois foi o primeiro a introduzir técnicas de combinatória no cálculo dos casos possíveis de um evento e também a considerar a probabilidade de um evento como a razão entre o número de casos favoráveis e o número de casos possíveis. Ele, também, conhecia a ideia de eventos independentes e a regra da multiplicação entre eles. Seus estudos, no entanto, ficaram limitados a casos concretos de jogos de azar principalmente o de dados.

VIALI, Lorí. Algumas considerações sobre a origem da teoria da probabilidade. **Revista Brasileira de História da Matemática**, [*s. l.*], v. 8, n. 16, p. 143-153, out. 2008/mar. 2009. Disponível em: www.rbhm.org.br/index.php/RBHM/article/download/177/163. Acesso em: 3 maio 2024.

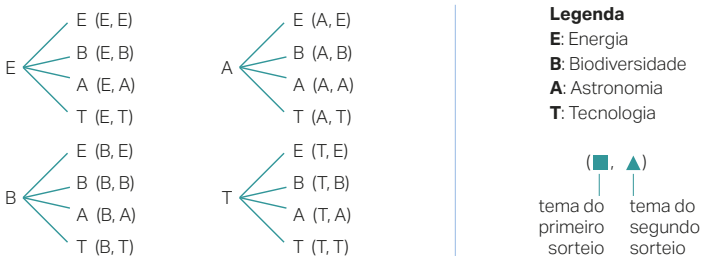
MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

Essas duas propostas possuem algumas características parecidas, porém há uma característica que as diferencia: na proposta de Rafael, o papel do primeiro tema sorteado é devolvido à caixa para o segundo sorteio; já na proposta de Júlia, o primeiro papel sorteado não é recolocado na caixa.

Utilizando noções de probabilidade, vamos analisar o que essa diferença nas propostas pode causar nos resultados.

Em relação à proposta de Rafael, vamos representar todos os possíveis resultados dos sorteios por meio de uma árvore de possibilidades.



Note que, com essa proposta de Rafael, é possível obter 16 diferentes resultados nos sorteios. Observe duas questões a que podemos responder com base na análise dessa proposta.

- Qual é a probabilidade de no primeiro sorteio ser obtido o tema **Biodiversidade** e no segundo, **Tecnologia**?

  Temos um resultado favorável, indicado na árvore de possibilidades por (B, T).

  $\frac{1}{16}$ — 1: quantidade de resultados favoráveis; 16: quantidade de resultados possíveis

  DICA

  A probabilidade indicada por $\frac{1}{16}$ também pode ser expressa na forma de número decimal e de porcentagem:

  $\frac{1}{16} = 0{,}0625 = 6{,}25\%$

  Assim, a probabilidade de no primeiro sorteio ser obtido o tema **Biodiversidade** e no segundo, **Tecnologia** é $\frac{1}{16}$.

- Qual é a probabilidade de ser obtido o mesmo tema nos dois sorteios?

  Nesse caso, temos quatro resultados favoráveis, indicados por (E, E), (B, B), (A, A) e (T, T).

  $\frac{4}{16} = \frac{1}{4}$ — 4: quantidade de resultados favoráveis; 16: quantidade de resultados possíveis

  PENSAR E PRATICAR

  Como pode ser expressa na forma de número decimal e de porcentagem a probabilidade indicada por $\frac{1}{4}$?

  0,25 ou 25%.

  Assim, a probabilidade de ser obtido o mesmo tema nos dois sorteios é $\frac{1}{4}$.

Ao trabalhar a situação apresentada, verificar se os estudantes compreenderam a representação dos possíveis resultados dos sorteios. Para isso, pode-se fazer os questionamentos a seguir.

- O que representa o resultado (B, A)? Resposta esperada: Representa que o tema da pesquisa sorteado é Biodiversidade e o tema do seminário é Astronomia.
- As indicações (B, A) e (A, B) representam o mesmo resultado? Por quê? Resposta esperada: Não, pois na primeira indicação o tema da pesquisa é Biodiversidade e o do seminário é Astronomia, enquanto na segunda indicação, o tema da pesquisa é Astronomia e o tema do seminário é Biodiversidade.

Comentar que também pode-se obter a quantidade de resultados possíveis por meio do princípio multiplicativo. Para isso, em relação à proposta de Rafael, basta multiplicar a quantidade de temas possíveis do primeiro sorteio (4 temas) pela quantidade de temas possíveis do segundo sorteio (4 temas): $4 \cdot 4 = 16$.

Após determinar a probabilidade de se obter o tema Biodiversidade no primeiro sorteio e o tema Tecnologia no segundo, dizer que ao adicionar as probabilidades de todos os possíveis resultados, obtém-se 1 como resultado, o que equivale a 100%. Isso porque, ao adicionar dezesseis parcelas iguais a $\frac{1}{16}$, que corresponde à probabilidade de cada resultado possível, obtém-se 1 ou 100%.

No boxe **Pensar e Praticar**, os estudantes podem estabelecer a seguinte relação: $0{,}25 = 25\%$.

Para complementar, propor uma atividade envolvendo lançamento de uma moeda. Organizá-los em grupos de quatro estudantes. Pedir que calculem a probabilidade de cada face ser sorteada (aquela que ficar voltada para cima) ao se lançar uma moeda aleatoriamente e preencham, no caderno, um quadro como o indicado a seguir.

Face	Probabilidade de a face ser sorteada
Cara	
Coroa	

Depois, pedir que realizem as etapas a seguir:

1ª) Lançar a moeda aleatoriamente 30 vezes consecutivas e registrar a quantidade de vezes que cada face foi obtida.

2ª) Considerando as frequências obtidas na etapa anterior, calcular a estimativa da probabilidade de cada face ser sorteada ao lançar a moeda de acordo com o experimento e registrar os resultados em um quadro como o apresentado anteriormente.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

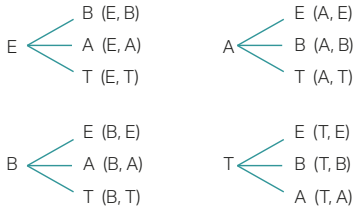
Na situação apresentada nas páginas **136**, **137** e **138**, optou-se por não definir alguns termos referentes ao estudo de probabilidade, como: evento, eventos dependentes, eventos independentes e espaço amostral. A intenção é que os estudantes compreendam a aleatoriedade do experimento e reconheçam a dependência ou a independência entre os eventos, sem a necessidade de um tratamento formal.

Dizer que, assim como na situação da página anterior, pode-se obter a quantidade de resultados possíveis por meio do princípio multiplicativo. Para isso, multiplica-se a quantidade de temas que podem ser obtidos no primeiro sorteio (4 temas) pela quantidade de temas que podem ser obtidos no segundo sorteio (3 temas): $4 \cdot 3 = 12$. Enfatizar que, neste caso, no segundo sorteio temos 3 temas, pois o papel com o tema sorteado no primeiro sorteio não é devolvido à caixa.

Para complementar o trabalho com esta página, ler cada situação a seguir e realizar os questionamentos indicados.

- Trezentos bilhetes idênticos, que podem ser diferenciados apenas pela numeração, foram colocados em uma urna para a realização de um sorteio de dois prêmios: um celular e um televisor. Para isso, sem olhar e de maneira consecutiva, serão retirados dois bilhetes, sem que sejam recolocados na urna. O primeiro bilhete sorteado influencia o sorteio do segundo bilhete? Resposta: Sim.
- Um dado honesto é lançado duas vezes consecutivas a fim de se obter, considerando as marcações nas faces que ficam voltadas para cima, uma soma igual a 12. A pontuação obtida no primeiro lançamento influencia a pontuação obtida no segundo lançamento? Resposta: Não.
- De um monte com 20 cartas embaralhadas, com a face de cor azul ou verde voltada para baixo, são retiradas duas cartas consecutivas, sem que sejam devolvidas ao monte. Para ganhar o jogo, deve-se obter as duas cartas de mesma cor. A primeira carta sorteada influencia o sorteio da segunda carta? Resposta: Sim.

Agora, vamos analisar a proposta de Júlia, em que o papel com o tema obtido no primeiro sorteio não é devolvido à caixa para o segundo sorteio. Observe a árvore de possibilidades relacionada a essa proposta.



PENSAR E PRATICAR

Que diferenças você pode perceber ao comparar essa árvore de possibilidades àquela representada para a proposta de Rafael?

Resposta esperada: Nessa árvore de possibilidades, não há resultados que indiquem o mesmo tema para os dois sorteios.

Com a proposta de Júlia, é possível obter 12 diferentes resultados nos sorteios. Observe, por exemplo, como as duas questões às quais respondemos anteriormente podem ser resolvidas com base na proposta de Júlia.

- Qual é a probabilidade de no primeiro sorteio ser obtido o tema **Biodiversidade** e no segundo, **Tecnologia**?

  Temos um resultado favorável, indicado por (B, T).

$$\frac{\text{quantidade de resultados favoráveis}}{\text{quantidade de resultados possíveis}} = \frac{1}{12}$$

Assim, com a proposta de Júlia, a probabilidade de no primeiro sorteio ser obtido o tema **Biodiversidade** e no segundo, **Tecnologia** é $\frac{1}{12}$.

- Qual é a probabilidade de ser obtido o mesmo tema nos dois sorteios?

  Nesse caso, não temos resultado favorável algum.

$$\frac{\text{quantidade de resultados favoráveis}}{\text{quantidade de resultados possíveis}} = \frac{0}{12} = 0$$

Assim, com essa proposta, a probabilidade de ser obtido o mesmo tema nos dois sorteios é zero, ou seja, é um acontecimento impossível de ocorrer.

Ao compararmos as duas propostas, podemos concluir que, na proposta de Rafael, o primeiro tema sorteado não influencia o segundo tema a ser sorteado, caracterizando um experimento aleatório com **eventos independentes**. Já na proposta de Júlia, o primeiro tema sorteado influencia o segundo tema a ser sorteado, uma vez que ele não poderá ser repetido, caracterizando um experimento aleatório com **eventos dependentes**.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

1. a) Rafael: $\frac{1}{16}$; Júlia: $\frac{1}{12}$. **1. c)** Rafael: $\frac{1}{4}$; Júlia: $\frac{1}{4}$.

1. b) Rafael: $\frac{1}{4}$; Júlia: $\frac{1}{4}$. **1. d)** Rafael: $\frac{9}{16}$; Júlia: $\frac{1}{2}$.

ATIVIDADES

NÃO ESCREVA NO LIVRO.

Resoluções a partir da **p. 305**.

1. Considere as propostas de Rafael e de Júlia apresentadas anteriormente e, em relação a cada uma, determine a probabilidade de ser obtido o tema:

a) Astronomia no primeiro sorteio e Tecnologia no segundo sorteio.

b) Biodiversidade no primeiro sorteio.

c) Energia no segundo sorteio.

d) Tecnologia em nenhum dos dois sorteios.

2. Observe como é realizado certo jogo em que são utilizados dois dados honestos.

No início da rodada, cada participante faz um palpite da soma dos pontos que serão obtidos nos dois dados em seu lançamento. No quadro, estão indicados todos os possíveis resultados.

	2	3	4	5	6	7
	3	4	5	6	7	8
	4	5	6	7	8	9
	5	6	7	8	9	10
	6	7	8	9	10	11
	7	8	9	10	11	12

ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

Cada participante, na sua vez, lança os dois dados e determina a soma dos pontos obtidos.
Vence a rodada aquele que acertou a soma dos pontos em seu lançamento.
Note que podem ocorrer empates.

a) Quais são as possíveis somas obtidas nesse jogo? Qual é a probabilidade de se obter cada uma dessas somas em um lançamento dos dois dados?

b) Observe os palpites de três amigos em uma rodada desse jogo.

Alan: 3 | Laís: 9 | Maurício: 6

- Qual desses amigos tem a maior probabilidade de vencer essa rodada? E qual tem a menor probabilidade?

Maurício; Alan.

- Agora, observe os lançamentos deles e identifique o vencedor da rodada.

Laís.

Alan



Laís



Maurício

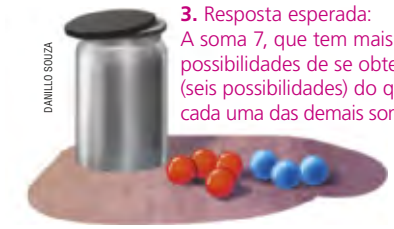


3. Suponha que você vai participar do jogo apresentado na atividade **2**. Que palpite você daria para a soma dos pontos? Por quê?

DICA

Analise o quadro apresentado na atividade **2** para justificar sua resposta.

4. Com base na imagem a seguir, elabore um problema que envolva cálculo de probabilidade. Em seguida, troque-o com um colega para que ele o resolva enquanto você resolve o que ele elaborou. Ao final, confiram juntos as resoluções. Resposta pessoal.



DANILLO SOUZA

3. Resposta esperada: A soma 7, que tem mais possibilidades de se obter (seis possibilidades) do que cada uma das demais somas.

2. a) 2: $\frac{1}{36}$; **3**: $\frac{2}{36}$; **4**: $\frac{3}{36}$; **5**: $\frac{4}{36}$; **6**: $\frac{5}{36}$; **7**: $\frac{6}{36}$; **8**: $\frac{5}{36}$; **9**: $\frac{4}{36}$; **10**: $\frac{3}{36}$; **11**: $\frac{2}{36}$; **12**: $\frac{1}{36}$.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Atividades

Atividade 1

Esta atividade trabalha o cálculo de probabilidade de ocorrência de eventos dependentes e eventos independentes em experimentos aleatórios.

Verificar as estratégias utilizadas pelos estudantes. Uma possibilidade é retomar as árvores de possibilidades referentes a cada proposta apresentada nas páginas anteriores, uma vez que nelas é possível visualizar todas as possibilidades de resultado para os dois tipos de sorteio.

Atividade 2

Esta atividade trabalha uma situação que envolve o cálculo de probabilidade de eventos aleatórios e a construção do espaço amostral.

Esclarecer que nem sempre quem tem a maior probabilidade de vencer realmente vence ao realizar-se um experimento aleatório.

Atividade 3

Esta atividade trabalha a análise de um experimento aleatório e o cálculo de probabilidade da ocorrência de eventos. Além disso, a atividade objetiva que os estudantes desenvolvam a capacidade de produzir argumentos com base em ideias matemáticas. Além de observar o quadro da atividade **2**, como sugerido no boxe **Dica**, os estudantes podem consultar a resposta do item **a** da atividade **2** para elaborar a justificativa da escolha do palpite que derem.

Atividade 4

Esta atividade trabalha a elaboração de problema envolvendo o cálculo de probabilidade. A seguir, é apresentado um exemplo de problema que pode ser elaborado pelos estudantes.

- Considerando dois sorteios consecutivos sem reposição, qual é a probabilidade de obter uma bolinha azul no segundo sorteio, caso no primeiro sorteio tenha saído também uma bolinha azul? Resposta: $\frac{1}{3}$ ou aproximadamente 33%.

ATIVIDADE COMPLEMENTAR

Para realizar uma brincadeira de amigo secreto, a professora de uma turma de 30 estudantes cortou pedaços de papel de mesmo tamanho, entregou um pedaço a cada estudante e pediu que escrevessem o próprio nome. Depois, ela colocou todos os pedaços em uma caixa de sapatos e iniciou o sorteio com a ajuda dos estudantes.

Pedro será o primeiro estudante a realizar o sorteio. Sabendo que a probabilidade de ele sortear o nome de uma menina é $\frac{3}{5}$, responda:

a) Qual é a probabilidade de Pedro sortear:

- o próprio nome? Resposta: $\frac{1}{30}$.
- o nome de um menino? Resposta: $\frac{2}{5}$.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Atividades

Atividade 5

Esta atividade trabalha o reconhecimento de eventos dependentes e eventos independentes em experimentos aleatórios e o cálculo da probabilidade de suas ocorrências.

Para complementar esta atividade, organizar os estudantes em duplas para simular o sorteio descrito na maneira **I**. Para isso, pedir aos estudantes que escrevam, em pedaços idênticos de papel, uma única vez, o nome da cor de cada uma das camisetas. Depois, colocar esses papéis em uma caixa, sortear um deles, anotar a cor sorteada e depositar o papel de volta na caixa. Sugerir que repitam esse procedimento várias vezes. Por fim, propor que comparem os resultados possíveis representados no item **a** com as anotações dos resultados dos sorteios que eles fizeram. Em sequência, propor que compartilhem com as outras duplas o que observaram nessa comparação. Discutir com a turma a diferença entre os resultados esperados e os resultados obtidos no sorteio. É importante lembrá-los de que na experimentação nem sempre o resultado observado é aquele esperado.

Atividade 6

Esta atividade trabalha o reconhecimento de eventos dependentes em experimentos aleatórios e o cálculo da probabilidade de suas ocorrências. No item **b**, é importante que os estudantes compreendam que, após virar a primeira peça cuja soma das marcações é um número ímpar, sobram seis peças disponíveis para serem viradas, das quais quatro têm como a soma das marcações um número par.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

5. b) Resposta esperada: Se o sorteio for realizado da maneira **I**, é possível que se obtenham duas cores iguais, o que não acontece se o sorteio for realizado da maneira **II**.

5. Fernando produz e publica vídeos em um *site* para divulgar os eventos culturais e esportivos realizados nas escolas do município onde mora. Em um mesmo dia, ele se organizou para gravar dois vídeos diferentes. Para isso, ele tinha disponíveis cinco camisetas de cores diferentes para utilizar nas gravações. Observe.



Com dificuldade para decidir qual camiseta usar, Fernando resolveu fazer um sorteio e escreveu uma única vez o nome da cor de cada uma delas em pedaços idênticos de papel e os colocou dentro de um saco de pano não transparente. Em seguida, sem olhar, ele vai sortear dois papéis, um após o outro.

Agora, considere duas maneiras que esses sorteios podem ser realizados.

I. Após sortear o primeiro papel, Fernando anota a cor escrita nele e o devolve ao saco de pano.

II. Após sortear o primeiro papel, Fernando anota a cor escrita nele e reserva o papel fora do saco de pano.

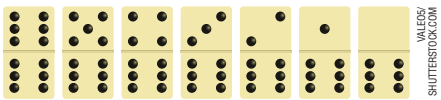
5. a) Resposta nas **Orientações para o professor**.

a) Em relação a cada uma das maneiras apresentadas, construa uma árvore de possibilidades ou um quadro para representar todos os resultados possíveis após a realização dos dois sorteios.

b) Considerando os resultados possíveis que você apresentou no item **a**, descreva as diferenças entre as duas maneiras que o sorteio pode ser realizado.

c) A probabilidade de serem sorteadas as cores cinza e verde é maior se o sorteio for realizado da maneira **I** ou da maneira **II**? Maneira **II**.

6. Vilma separou de um jogo de dominó todas as peças que continham pelo menos uma das duas partes da peça com seis marcações. Observe.



6. c) Resposta nas **Orientações para o professor**.

Vilma dispôs todas essas peças sobre uma mesa, de maneira que as marcações ficassem voltadas para baixo, e as misturou. Agora, Vilma vai virar uma das peças, anotar a soma da quantidade total de marcações dessa peça e reservá-la. Então, ela virará outra peça da mesa e fará o mesmo.

a) É mais provável que a soma referente à primeira peça que Vilma vai virar seja um número par ou um número ímpar? Por quê?

b) Se a soma referente à primeira peça virada for um número ímpar, qual é a probabilidade de que a soma referente à segunda peça a ser virada seja um número par?
$\frac{4}{6}$ ou aproximadamente 67%.

c) Após ser obtido um número par como soma da primeira peça virada, é maior a probabilidade de que a soma referente à segunda peça a ser virada seja um número par ou um número ímpar?

6. a) Um número par, pois no início há mais peças cuja soma das marcações é um número par (quatro peças) do que um número ímpar (três peças).

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

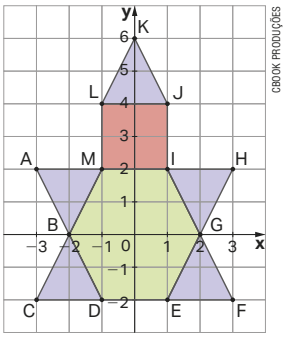
Reveja

NÃO ESCREVA NO LIVRO.

Resoluções a partir da **p. 305**.

Resolva as atividades para retomar o que foi estudado nesta Unidade.

1. Considere a figura formada sobre um plano cartesiano e as afirmativas a respeito dela, conforme indicado.



CIBOK PRODUÇÕES

I. Os eixos **x** e **y** são eixos de simetria do hexágono BDEGIM.

II. O triângulo JKL pode ser obtido por meio da simetria de translação dos triângulos EFG e GHI.

III. O triângulo ABM pode ser obtido por simetria de rotação ou de reflexão do triângulo BCD.

IV. Essa figura apresenta simetria de reflexão em relação ao eixo **x**.

Sobre essas afirmativas, são corretas: Alternativa **a**.

a) apenas **I** e **III**. **b)** apenas **II** e **IV**. **c)** apenas **I** e **IV**. **d)** todas elas.

2. Bia construiu uma figura e, a partir dela, construiu outra figura simétrica à anterior por meio de uma rotação de 75° no sentido horário, em relação a um ponto **O**. Para obter a segunda figura, Bia poderia ter considerado o sentido anti-horário e um ângulo de: Alternativa **d**.

a) 75° **b)** 15° **c)** 105° **d)** 285°

3. Em uma brincadeira, dois dados comuns são lançados, e os números obtidos na face voltada para cima de cada um deles são multiplicados. Antes dos lançamentos, cada participante deve dar um palpite sobre qual será o resultado obtido nessa multiplicação. O participante que acertar ganha a brincadeira.

Nessa brincadeira, para que o participante tenha a maior probabilidade de ganhar, o número indicado no palpite dele deve ser: Alternativa **b**.

a) 1 ou 36. **b)** 6 ou 12. **c)** 4 ou 6. **d)** 4 ou 12.

4. Os times **A**, **B** e **C** do município **I** e os times **D** e **E** do município **II** se inscreveram em um campeonato. Os times que vão disputar o primeiro jogo serão definidos por sorteio. Os nomes dos times serão escritos em pedaços idênticos de papel e colocados em uma urna não transparente. Dessa urna, sem olhar, será sorteado um papel. Depois, outro papel será sorteado, compondo os times do primeiro jogo. A probabilidade de que o primeiro jogo definido seja entre dois times de municípios diferentes é: Alternativa **a**.

a) 60% **b)** 40% **c)** 20% **d)** 10%

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

RevEJA

Atividade 1

O objetivo desta atividade é verificar a compreensão dos estudantes sobre figuras simétricas por reflexão, por rotação e por translação.

Ao assinalar uma alternativa incorreta, o estudante pode demonstrar não ter compreendido os conceitos de simetria de reflexão, de rotação ou de translação, ou, ainda, não identificar figuras simétricas em uma composição de figuras e as características de cada tipo de simetria correspondente.

Atividade 2

O objetivo desta atividade é verificar a compreensão dos estudantes sobre figuras simétricas por rotação em torno de um ponto.

Ao assinalar uma alternativa incorreta, o estudante pode demonstrar não ter compreendido o conceito de simetria de rotação ou não identificar a medida do ângulo e o sentido da rotação empregados na simetria.

Atividade 3

O objetivo desta atividade é verificar se os estudantes calculam a probabilidade de um evento ocorrer em um experimento aleatório.

Ao assinalar uma alternativa incorreta, o estudante pode demonstrar não ter compreendido como determinar todos os resultados possíveis de um experimento ou como calcular a probabilidade.

Atividade 4

O objetivo desta atividade é verificar se os estudantes reconhecem um experimento aleatório com eventos dependentes e, nessa situação, calculam probabilidade.

Ao assinalar uma alternativa incorreta, o estudante pode demonstrar não reconhecer um experimento aleatório com eventos dependentes ou não ter compreendido como calcular a probabilidade referente a esse experimento.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

ETAPA 8

UNIDADE 7

Conjuntos numéricos, círculo e circunferência e radiação

- Números racionais na forma decimal exata e de dízima periódica
- Conjunto dos números irracionais
- Conjunto dos números reais
- Comprimento da circunferência
- Área do círculo
- Radiciação
- Potências com expoente fracionário
- Propriedades dos radicais



LUCIANOSPAGNOLIRIBEIRO/SHUTTERSTOCK.COM

NÃO ESCREVA NO LIVRO.

Espalhadas em várias cidades do Brasil, as bancas de jornal são uma opção para comprar revistas e jornais atuais.

a) Você costuma comprar jornais e revistas em bancas? Resposta pessoal.

b) Já conhecemos diversos termos para categorizar números, como "naturais", "inteiros", "fracionários" e "decimais". Ao folhear jornais e revistas, em que contextos você espera encontrar números desses tipos?

c) Cite alguns locais, reais ou virtuais, que você costuma visitar para ter acesso à informação. Resposta pessoal.

Banca de jornal em São Paulo (SP). Fotografia de 2022.

INTRODUÇÃO

Nesta Unidade, serão abordados os campos Números, Geometria, Grandezas e Medidas. Os estudantes vão trabalhar os conjuntos dos números racionais, irracionais e reais, além do cálculo do comprimento de circunferências, da área de círculos e propriedades de raízes. Esses conteúdos podem ser explorados de maneira articulada, como o uso de números reais em situações envolvendo cálculo do perímetro de uma pista circular ou da medida da aresta de um cubo dado seu volume.

OBJETIVOS PEDAGÓGICOS DA UNIDADE

- Compreender características dos conjuntos dos números racionais, irracionais e reais, além de identificar seus elementos e relacioná-los a pontos da reta numérica.
- Compreender a necessidade de números irracionais.
- Compreender o número π como quociente da razão entre as medidas do comprimento e do diâmetro de uma circunferência.
- Resolver problemas envolvendo números reais e medidas de área de círculo e de setor circular.
- Compreender o conceito de circunferência como lugar geométrico, reconhecer seus elementos e calcular seu comprimento.
- Compreender o conceito de área de círculo e de setor circular.
- Obter uma fórmula para o cálculo da área de círculo.
- Aplicar as propriedades da radiciação.

JUSTIFICATIVAS DOS OBJETIVOS

O estudo de conjuntos numéricos é abordado de modo que os estudantes compreendam características dos conjuntos dos números racionais, irracionais e reais, reconhecendo que foram desenvolvidos a partir de diferentes problemas e necessidades enfrentados pela humanidade ao longo da história. Esse trabalho possibilita que eles resolvam problemas em diferentes contextos envolvendo números reais e no desenvolvimento de outros conceitos, como o cálculo de comprimento de circunferência e área de círculo. Ao explorar as características dessas figuras, contribui-se para abordar situações do cotidiano, como a técnica de pivô de irrigação central.

Já o trabalho com propriedades da radiciação visa contribuir para o cálculo e a simplificação de expressões numéricas envolvendo raízes, além de estabelecer relações com o estudo de potências e estimular o raciocínio lógico dos estudantes.

b) Resposta pessoal. Alguns exemplos são: números naturais e porcentagens em informes estatísticos, como quantidade de habitantes de uma região ou crescimento porcentual de determinado dado; números inteiros negativos para registrar temperaturas atingidas em algumas regiões durante o inverno; números fracionários em listas de ingredientes em revistas de receita; e números decimais na abordagem de valores monetários.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

1. Conjuntos numéricos

Anteriormente, estudamos os números naturais, os números inteiros e os números racionais. Agora, vamos aprofundar o estudo dos números racionais com representação decimal finita e infinita e conhecer outros conjuntos numéricos.

Números racionais com representação decimal finita e infinita

Um número racional representado em forma de fração também pode ser representado na forma decimal. Para obter essa representação, basta dividir o numerador pelo denominador.

Quando o quociente é finito, dizemos que essa é uma representação decimal finita do número. Já quando esse quociente tem algarismos que se repetem indefinidamente, e não é possível obter resto zero, temos um número racional que é representado por um número decimal infinito. Vamos relembrar esses conceitos e analisar alguns exemplos.

Acompanhe exemplos de números racionais com representação decimal finita e infinita.

a) $\frac{9}{5} = 9 : 5$

$$\begin{array}{r|l} 9 & 5 \\ -\,5 & 1{,}8 \\ \hline 4\,0 & \\ -\,4\,0 & \\ \hline 0\,0 & \end{array}$$

Se o quociente da divisão do numerador pelo denominador de um número racional na forma de fração é um número decimal, e o resto é zero, dizemos que ele é um **número decimal exato**, ou seja, um **número racional com representação decimal finita**.

Assim, temos que $\frac{9}{5} = 1{,}8$.

b) $\frac{7}{3} = 7 : 3$

$$\begin{array}{r|l} 7 & 3 \\ -\,6 & 2{,}33\ldots \\ \hline 1\,0 & \\ -\;\;9 & \\ \hline 1\,0 & \\ -\;\;9 & \\ \hline 1 & \\ \vdots & \end{array}$$

Se o quociente da divisão do numerador pelo denominador de um número racional na forma de fração é um número decimal em que um ou mais algarismos da parte decimal se repetem indefinidamente e não é possível obter resto igual a zero, dizemos que esse quociente está na forma de **dízima periódica**. Os algarismos que se repetem indefinidamente são chamados de **período**. Dizemos que esse é um **número racional com representação decimal infinita**.

Assim, $\frac{7}{3} = 2{,}333\ldots$, e podemos indicar essa dízima periódica como $2{,}\overline{3}$, em que o período é 3.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Na página **142**, no item **a**, pedir aos estudantes que compartilhem suas experiências, perguntar-lhes por que preferem comprar nesses estabelecimentos etc.

O item **b** possibilita verificar os conhecimentos prévios dos estudantes sobre conjuntos numéricos.

No item **c**, aproveitar para conversar com eles sobre como a popularização da internet transformou o acesso a esses conteúdos, reduzindo a quantidade das bancas de jornais existentes.

Ao explorar o conteúdo desta página, chamar a atenção dos estudantes para os procedimentos de realização de trocas de ordens na divisão utilizando o algoritmo usual. Destacar que esses procedimentos são parecidos com aqueles apresentados para a divisão de números naturais, porém, em vez de realizar as trocas apenas envolvendo ordens inteiras (unidade, dezena, centena, por exemplo) estende-se essa ideia para as ordens não inteiras (décimos, centésimos, milésimos, por exemplo).

Conversar com os estudantes a fim de que compreendam que um número decimal exato, obtido em uma divisão, é diferente de uma divisão exata. Relembrar que uma divisão de números naturais é exata quando o resto é zero e o quociente é um número natural. Já quando o quociente de uma divisão de números naturais é um número na forma decimal, essa divisão é não exata. Caso eles confundam essas ideias, apresentar alguns exemplos e orientá-los a fim de esclarecer essa dúvida.

Enfatizar que, na indicação de dízimas periódicas com a barra sobre os algarismos, a barra fica localizada apenas sobre os algarismos correspondentes ao período da dízima, isto é, apenas sobre o(s) algarismo(s) que se repete(m) indefinidamente.

Para complementar, propor aos estudantes que calculem a divisão 19 : 6 utilizando uma calculadora. Comentar que, em alguns modelos de calculadora, o último algarismo mostrado no visor corresponde a um arredondamento. Por exemplo, ao calcular 19 : 6, obtém-se o quociente $3{,}1\overline{6}$, que pode aparecer no visor da calculadora, dependendo da quantidade de dígitos indicados no visor, como 3,1666667, em que o 7 é um arredondamento. Além disso, há casos em que nem sempre é possível determinar o período apenas pelo valor indicado no visor da calculadora, pois alguns modelos podem, por exemplo, apresentar o quociente de 19 : 6 como 3,167. Assim, a calculadora pode auxiliar nos cálculos, mas é importante atentar-se a cada caso.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Em relação à transformação de uma dízima periódica para a forma de fração geratriz, relembrar aos estudantes de como utilizar os princípios aditivo e multiplicativo da igualdade para resolver equações como a apresentada no exemplo envolvendo a dízima periódica. Para complementar, propor que efetuem a divisão de 4 por 9 e verifiquem que a igualdade apresentada é verdadeira.

Para complementar o trabalho com esta página, propor aos estudantes as atividades complementares apresentadas.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

Também podemos transformar um número racional na forma decimal finita em sua forma fracionária. Analise como podemos obter a forma fracionária de 1,25.

$$1{,}25 = \frac{125}{100} \overset{:5}{=} \frac{25}{20} \overset{:5}{=} \frac{5}{4}$$

Assim, temos que $1{,}25 = \frac{5}{4}$.

Também podemos transformar uma dízima periódica em uma fração. A fração irredutível que corresponde a uma dízima periódica é chamada de **fração geratriz**. Analise alguns exemplos.

a) $0{,}\overline{4}$

$x = 0{,}4444...$ — Consideramos essa igualdade.

$10x = 4{,}444...$ — Multiplicamos cada membro da igualdade por 10.

$10x - x = 4{,}444... - \underbrace{0{,}444...}_{x}$ — Subtraímos **x** de cada membro da igualdade.

$\frac{9x}{9} = \frac{4}{9}$ — Dividimos cada membro da igualdade por 9.

$x = \frac{4}{9}$ — Obtemos o resultado.

Assim, temos que $0{,}\overline{4} = \frac{4}{9}$.

b) $2{,}1\overline{4}$

$x = 2{,}1444...$ — Representamos 2,1444... por **x**.

$10x = 21{,}444...$ — Multiplicamos cada membro da equação por 10.

$10x = 21 + 0{,}444...$ — Decompomos 21,444... em 21 + 0,444...

$10x = 21 + \frac{4}{9}$ — Utilizando a estratégia do exemplo anterior, substituímos 0,444... por $\frac{4}{9}$.

$10x = \frac{193}{9}$ — Calculamos $21 + \frac{4}{9} = \frac{193}{9}$.

$10x \cdot 9 = \frac{193}{9} \cdot 9$ — Multiplicamos cada membro da equação por 9.

$\frac{90x}{90} = \frac{193}{90}$ — Dividimos cada membro da equação por 90.

$x = \frac{193}{90}$ — Obtemos o resultado.

Assim, $2{,}1\overline{4} = \frac{193}{90}$.

ATIVIDADES COMPLEMENTARES

1. Escreva cada número decimal a seguir na forma de fração irredutível.

a) 4,16

Resposta: $\frac{104}{25}$

b) $3{,}\overline{6}$

Resposta: $\frac{11}{3}$

c) 1,85

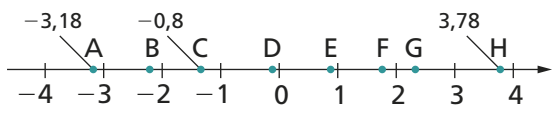
Resposta: $\frac{37}{20}$

d) $0{,}\overline{25}$

Resposta: $\frac{25}{99}$

2. Cada letra na reta numérica corresponde a um dos números racionais indicados no quadro a seguir. Associe cada letra ao número racional correspondente.

$-1{,}\overline{3}$	3,78	$\frac{7}{4}$	$-\frac{11}{5}$	$-\frac{1}{10}$	0,8	$\frac{14}{6}$	−3,18



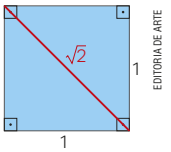
EDITORIA DE ARTE

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

Conjunto dos números irracionais (𝕀)

Até certo momento do desenvolvimento da história da humanidade, muitos acreditavam que os números, os quais atualmente denominamos números racionais, eram suficientes para expressar todas as situações práticas, como as de medição, por exemplo.

No entanto, os pitagóricos, como eram chamados os integrantes da Escola Pitagórica, que se supõe ter existido há cerca de 2 500 anos, identificaram situações que não podiam ser expressas com esses números. Uma dessas situações consistia em representar a medida da diagonal de um quadrado de lado unitário. Em seus cálculos, os pitagóricos indicaram como $\sqrt{2}$ (em notação atual) a medida dessa diagonal.



EDITORIA DE ARTE

Números como $\sqrt{2}$ formam o **conjunto dos números irracionais**, indicado por 𝕀. Quando representado na forma de número decimal, os números irracionais possuem infinitas casas decimais não periódicas. Observe alguns exemplos de números irracionais.

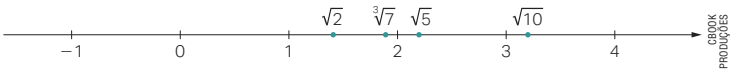
a) $\sqrt{2} = 1{,}414213562...$

b) $\sqrt{10} = 3{,}162277660...$

c) $\sqrt{5} = 2{,}236067977...$

d) $\sqrt[3]{7} = 1{,}912931182...$

Para representar números irracionais na reta numérica, podemos utilizar aproximações. Na reta numérica a seguir, usamos: $\sqrt{2} \simeq 1{,}4$; $\sqrt{10} \simeq 3{,}2$; $\sqrt{5} \simeq 2{,}2$; $\sqrt[3]{7} \simeq 1{,}9$.

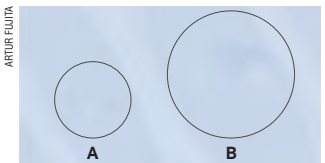


ORIOK PRODUÇÕES

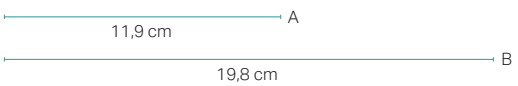
O número irracional π

A razão entre o comprimento e o diâmetro de uma circunferência qualquer corresponde a um número representado pela letra grega π (lê-se: pi). Algumas aproximações para esse número podem ser obtidas realizando medições, como nas etapas apresentadas a seguir.

1ª Em uma folha avulsa, contornamos objetos circulares, sobrepomos pedaços de barbante aos contornos e medimos o comprimento aproximado de cada um deles, obtendo 11,9 cm e 19,8 cm.



ARTUR FUJITA



ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

O trabalho com o conjunto dos números irracionais possibilita aos estudantes reconhecerem a **Matemática** como uma ciência humana, fruto das necessidades e das preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, bem como valoriza e utiliza os conhecimentos historicamente construídos sobre o mundo físico, a fim de solucionar problemas.

Promover uma roda de conversa com eles a fim de explorar o fato de que há indícios de que o desenvolvimento da ideia de número irracional teve início a partir de situações práticas envolvendo medições. Destacar que estudiosos na antiga Grécia descobriram a existência de outro tipo de número ao se depararem com uma situação que não podia ser expressa por um número racional; no caso, o valor da medida da diagonal de um quadrado de lado unitário. Explicar que os integrantes da chamada Escola Pitagórica foram os responsáveis por esse estudo.

Se julgar conveniente, apresentar para eles a demonstração de que $\sqrt{2}$ é irracional.

Pode-se demonstrar $\sqrt{2}$ não é um número racional utilizando o método de demonstração por contradição. Acompanhe.

Supondo que $\sqrt{2}$ é racional, tem-se que esse número pode ser escrito como uma fração irredutível $\frac{a}{b}$, com **a** e **b** inteiros e $b \neq 0$. Dessa maneira, segue que:

$$\sqrt{2} = \frac{a}{b}$$

$$(\sqrt{2})^2 = \left(\frac{a}{b}\right)^2$$

$$2 = \frac{a^2}{b^2}$$

$$2 \cdot b^2 = \frac{a^2}{b^2} \cdot b^2$$

$$2b^2 = a^2$$

Como $2b^2 = a^2$, tem-se que a^2 é um número par e, por consequência, **a** também é par (essas duas propriedades podem ser demonstradas). Assim, pode-se escrever o número **a** da seguinte maneira: $a = 2m$, sendo **m** um número inteiro. Substituindo $a = 2m$ na igualdade obtida anteriormente, tem-se:

$$2b^2 = (2m)^2$$

$$\frac{2b^2}{2} = \frac{4m^2}{2}$$

$$b^2 = 2m^2$$

Com base no resultado anterior, pode-se afirmar que **b** também é um número par. Como **a** e **b** são números pares, a fração $\frac{a}{b}$ pode ser simplificada por 2. Isso, no entanto, é uma contradição, pois supõe-se, inicialmente, que essa fração era irredutível.

Dessa maneira, é possível concluir, pelo método de demonstração por contradição, que $\sqrt{2}$ não é um número racional.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

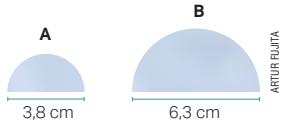
No trabalho com o número π, sugere-se organizar os estudantes em duplas e propor que realizem antecipadamente uma pesquisa sobre o número π e algumas aplicações desse número. Disponibilizar um tempo da aula para que eles compartilhem os resultados da pesquisa. Dizer a eles que o número π é uma das constantes matemáticas mais famosas da história da humanidade. Nos Estados Unidos, desde 2009, o dia 14 de março é oficialmente comemorado como o Dia Nacional do Pi. A escolha desse dia se deve à maneira como é indicada a data na língua inglesa: o mês grafado antes do dia, que, nesse caso, corresponde ao mês 3 e ao dia 14 (3.14), fazendo referência aos primeiros dígitos de π. Por ser um número irracional, π tem uma quantidade de casas decimais infinita, e algumas aproximações foram calculadas ao longo da História. Por exemplo, no antigo Egito foi obtida a aproximação $\pi \simeq 3$; os egípcios chegaram à aproximação $\pi \simeq \left(\frac{4}{3}\right)^4 \simeq 3{,}16049...$; Arquimedes obteve o intervalo $\frac{223}{71} < \pi < \frac{22}{7}$, de maneira que até a segunda casa decimal π é dado por **3,14**.

Em 2021, cientistas suíços calcularam novo recorde de dígitos do número π com a ajuda de um supercomputador: 62,8 trilhões de casas decimais.

Fonte dos dados: ONODY, Roberto N. **O número pi com 62,8 trilhões de casas decimais**. São Carlos: IFSC-USP, 20 out. 2021. Disponível em: https://www2.ifsc.usp.br/portal-ifsc/o-numero-pi-com-628-trilhoes-de-casas-decimais-. Acesso em: 29 maio 2024.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

2ª Depois, recortamos cada figura, dobramos ao meio e medimos o vinco correspondente ao diâmetro de cada uma delas, obtendo aproximadamente 3,8 cm e 6,3 cm.



Imagens fora de proporção.

3ª Por fim, calculamos valores aproximados de π com a razão aproximada entre o comprimento e o diâmetro de cada circunferência representada.

A: $\pi \simeq \frac{11{,}9}{3{,}8} \simeq 3{,}1316$ **B**: $\pi \simeq \frac{19{,}8}{6{,}3} \simeq 3{,}1429$

O número π é um número irracional, ou seja, $\pi \in \mathbb{I}$. Como π é um número irracional, sua representação na forma de número decimal possui infinitas casas decimais não periódicas.

Utilizando uma calculadora científica ou programas de computador específicos, podemos obter diversas casas decimais do número π. Observe algumas delas indicadas a seguir.

$\pi = 3{,}14159265358979323846264338327950288 41...$

Conjunto dos números reais (ℝ)

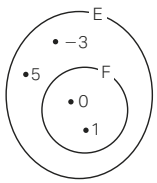
Antes de estudarmos o conjunto dos números reais, vamos ver como conjuntos podem ser relacionados. Para isso, acompanhe o exemplo a seguir.

Considere os conjuntos **E**, **F** e **G**, como indicados a seguir.

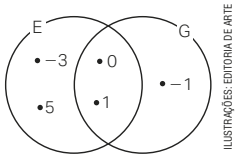
$E = \{-3, 0, 1, 5\}$ $F = \{0, 1\}$ $G = \{-1, 0, 1\}$

Representando esses conjuntos por diagramas, temos:

- Os conjuntos **E** e **F**.



- Os conjuntos **E** e **G**.



ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

SAIBA MAIS

Sugerir aos estudantes que escutem os seguintes áudios para conhecer uma curiosidade sobre formigas e acompanhar a demonstração de que $\sqrt{2}$ é um número irracional.

- RÁDIO CANGALHA: formigas: números e funções. Entrevistadores: Ivone e Henrique. Entrevistado: Professor Leumas. Campinas: M3 Matemática Multimídia, [ca. 2024]. *Podcast*. Disponível em: https://m3.ime.unicamp.br/recursos/1336. Acesso em: 22 maio 2024.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

Note que, no caso dos conjuntos **E** e **F**, todos os elementos de **F** também são elementos de **E**. Assim, dizemos que **F** é um **subconjunto** de **E** ou, ainda, que **F está contido** em **E**.

$F \subset E$

Lê-se: está contido.

Já no caso dos conjuntos **E** e **G**, repare que -1 é elemento de **G**, mas não é elemento de **E**. Assim, dizemos que **G** não é um subconjunto de **E** ou, ainda, que **G não está contido** em **E**.

$G \not\subset E$

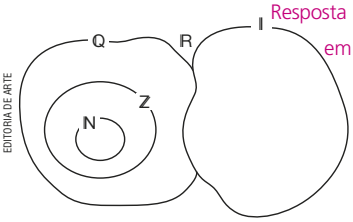
Lê-se: não está contido.

Já estudamos que todo número natural também é um número inteiro e que todo número inteiro também é um número racional. Assim, podemos dizer que o conjunto dos números naturais ($\mathbb{N}$) está contido no conjunto dos números inteiros ($\mathbb{Z}$), que, por sua vez, está contido no conjunto dos números racionais ($\mathbb{Q}$), ou seja:

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}.$$

Além disso, estudamos o conjunto dos números irracionais ($\mathbb{I}$).

Quando reunimos os conjuntos dos números racionais e dos números irracionais, obtemos o conjunto dos números reais, indicado por $\mathbb{R}$. Assim, temos que todo número racional e todo número irracional pertencem ao conjunto dos números reais.



EDITORIA DE ARTE

Resposta esperada: Não, pois todo número racional pode ser escrito na forma $\frac{a}{b}$, em que **a** e **b** são números inteiros, com $b \neq 0$; já os números irracionais não podem ser expressos dessa maneira.

PENSAR E PRATICAR

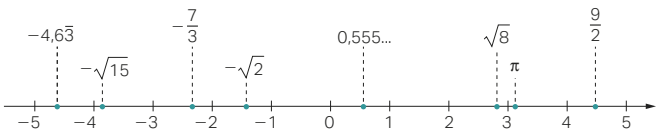
Existe um número que pertença simultaneamente ao conjunto dos números racionais e ao conjunto dos números irracionais? Justifique.

Na reta numérica, temos as seguintes relações com os números reais:

- Para cada ponto da reta numérica, há um único número real correspondente.
- Para cada número real, há um único ponto correspondente na reta numérica.

Com base nessas relações, dizemos que os números reais e os pontos de uma reta numérica estabelecem uma **correspondência um a um**. Dessa maneira, também podemos chamar essa reta numérica de **reta real**.

Observe a reta real com alguns números reais indicados.



DICA

Para representar os números irracionais na reta real, foram utilizadas aproximações.

Para complementar o trabalho com estas páginas, verificar se os estudantes compreenderam que um número irracional é um número real cuja representação decimal é infinita, e não periódica. Caso eles tenham dificuldades em reconhecer esse aspecto das representações desses números, sugerir que retomem os números irracionais apresentados na forma decimal nas páginas **145** e **146** e identifiquem se há alguma periodicidade na parte decimal.

Enfatizar aos estudantes que, para representar os números irracionais na reta numérica, foram utilizadas aproximações para números racionais. Propor a eles que identifiquem quais dos números apresentados na reta numérica são racionais não inteiros e quais são irracionais. Neste caso, os números racionais não inteiros são: $-4,6\overline{3}$; $-\frac{7}{3}$; 0,555... e $\frac{9}{2}$; já os números irracionais são: $-\sqrt{15}$, $-\sqrt{2}$, $\sqrt{8}$ e π. Para complementar, propor aos estudantes que representem esses números em um diagrama.

Após os estudantes responderem ao questionamento do boxe **Pensar e Praticar**, enfatizar com eles que $\mathbb{Q} \cap \mathbb{I} = \varnothing$, pois não há nenhum elemento que pertença simultaneamente a $\mathbb{Q}$ e a $\mathbb{I}$.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Atividades

Atividade 1

Esta atividade trabalha a resolução de problema envolvendo números racionais a partir da análise de uma tabela. Orientar os estudantes quanto à leitura dos dados apresentados na tabela.

Aproveitar o contexto apresentado nesta atividade para conversar com eles sobre as matrículas na EJA. Se julgar conveniente, ler o texto a seguir para eles.

[...]

As **matrículas** para a Educação de Jovens e Adultos (EJA) [e]m em **constante queda**: [e]m 2018, houve 3 milhões e [m]ilhão de matrículas, enquan[t]o em 2022, pouco mais de [d]ois milhões e 700 mil se matri[c]ularam. Na EJA para o ensino [f]undamental, a rede pública [c]oncentra 95% dos estudan[t]es. Para o Médio, 89%.

[...] De acordo com o Inep, [h]ouve um aumento de estu[d]antes que migraram do En[s]ino regular para o formato [E]JA. A explicação: são pessoas [c]om histórico de retenção [q]ue, ainda assim, buscam [m]eios para conclusão dos ensinos fundamental e médio.

[...]

ROSAS, Hugo. Censo escolar 2022: como foram as matrículas nas escolas do país? **Fundação Roberto Marinho**, Rio de Janeiro, 15 set. 2023. Disponível em: https://www.frm.org.br/conteudo/educacao-basica/noticia/censo-escolar-2022-como-foram-matriculas-nas-escolas-do-pais. Acesso em: 7 maio 2024.

Atividade 2

Esta atividade trabalha a identificação de subconjuntos de $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{I}$ e $\mathbb{R}$. Propor aos estudantes que escrevam alguns elementos dos conjuntos **B** e **E** para verificar se eles compreenderam a lei de formação indicada para esses conjuntos. Alguns elementos que os estudantes podem escrever são, por exemplo:

- $B = \{0, 1, \sqrt{2}, \sqrt{3}, 2, \sqrt{5}, ...\}$
- $E = \left\{..., -\frac{1}{3}, -\frac{1}{2}, -1, 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, ...\right\}$

Atividade 3

Esta atividade trabalha a localização de números reais na reta numérica com a realização de aproximações quando necessário. Dizer aos estudantes que, para resolver esta atividade, uma sugestão é, primeiro, obter o arredondamento de cada número para o décimo mais próximo com o auxílio de uma calculadora e, depois, com o uso da régua, representar a reta numérica com o intervalo de -4 a 4, de modo que seja utilizado 1 cm como unidade.

ATIVIDADES

NÃO ESCREVA NO LIVRO. Resoluções a partir da **p. 305**.

1. Leia o trecho de um artigo e analise os dados a seguir sobre as matrículas na EJA integrada à educação profissional.

> Os dados referentes à EJA no Brasil são contundentes ao mostrar a queda contínua no número de matrículas nessa modalidade. A maior parte das matrículas de EJA no Brasil, em todas as regiões, é para turmas presenciais, tanto no Ensino Fundamental como no Ensino Médio. A opção de EJA integrada à Educação Profissional ainda registra números bem pouco expressivos e distantes da meta do Plano Nacional de Educação 2014-2024.

Fonte: GOMES, Manoel Messias. A Educação de Jovens e Adultos no Brasil e o contexto social dos alunos dessa modalidade. **Revista Educação Pública**, Rio de Janeiro, v. 23, n. 17, 9 maio 2023. Localizável em: § [12]. Disponível em: https://educacaopublica.cecierj.edu.br/artigos/23/17/a-educacao-de-jovens-e-adultos-no-brasil-e-o-contexto-social-dos-alunos-dessa-modalidade. Acesso em: 30 abr. 2024.

Matrícula na EJA integrada à Educação Profissional – 2018, em alguns estados brasileiros

Estados	Ensino Fundamental	Ensino Médio
Maranhão	140	676
Paraíba	60	462
Piauí	25	5 031
Rio Grande do Norte	206	382

Fonte dos dados: CRUZ, Priscila; MONTEIRO, Luciano (org.). **Anuário Brasileiro da Educação Básica**: 2019. São Paulo: Todos pela Educação: Moderna, 2019. p. 89. Disponível em: https://www.todospelaeducacao.org.br/_uploads/_posts/302.pdf. Acesso em: 1 maio 2024.



CESAR DINIZ/PULSAR IMAGENS

Alunas de EJA durante aula na Escola Municipal Pedro Pereira da Silva, na Comunidade Quilombola de Muquém (AL). Fotografia de 2022.

a) Escreva a fração que representa a razão entre a quantidade de matrículas no Ensino Médio e a quantidade de matrículas no Ensino Fundamental em cada estado.

b) Usando uma calculadora, escreva os números racionais do item **a** na sua forma decimal. Aproxime o resultado ao décimo mais próximo.

c) Em seu entendimento, o que pode ser feito para conter a queda de matrículas na modalidade EJA? Resposta pessoal.

1.b) Maranhão: 4,8; Paraíba: 7,7; Piauí: 201,2; Rio Grande do Norte: 1,9.

2. Observe os conjuntos **A**, **B**, **C**, **D** e **E**.

$A = \{-5, 3, 12, -60, 9\}$ $\quad C = \left\{\sqrt{5}; 1{,}3; -15; 3{,}78; \frac{7}{9}\right\}$ $\quad E = \left\{\frac{1}{x} \mid x \neq 0 \text{ e } x \in \mathbb{Z}\right\}$

$B = \{\sqrt{x} \mid x \in \mathbb{N}\}$ $\quad D = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13\}$

Copie os itens a seguir, substituindo cada ■ pelo símbolo $\subset$ ou $\not\subset$.

a) D ■ $\mathbb{N}$ $\subset$ **b)** B ■ $\mathbb{Z}$ $\not\subset$ **c)** C ■ $\mathbb{R}$ $\subset$ **d)** A ■ $\mathbb{I}$ $\not\subset$ **e)** E ■ $\mathbb{Q}$ $\subset$

3. Represente uma reta numérica e indique nela os números a seguir. Para isso, use a calculadora e arredonde esses números ao décimo mais próximo. Resposta nas **Orientações para o professor**.

$\sqrt{11}$ $\quad 5{,}\overline{92}$ $\quad \frac{8}{9}$ $\quad \sqrt{8}$ $\quad -\sqrt{3}$ $\quad -\sqrt{5}$ $\quad \sqrt{2}$ $\quad -\frac{\pi}{4}$

1.a) Maranhão: $\frac{676}{140}$; Paraíba: $\frac{462}{60}$; Piauí: $\frac{5\,031}{25}$; Rio Grande do Norte: $\frac{382}{206}$

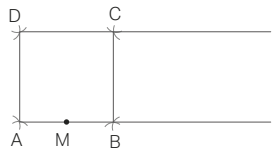
MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

4. Assim como π, outra constante matemática muito famosa é indicada pela letra grega φ (lê-se: fi). Também chamado de número de ouro, φ é um número irracional cujas aproximações podem ser obtidas por meio de calculadoras e programas de computador. Observe uma dessas aproximações.

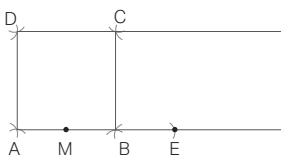
$\varphi \simeq 1{,}61803398874989484820$

A figura do retângulo áureo é uma representação de retângulo cuja razão entre a medida de seu lado maior e a medida de seu lado menor é chamada de **razão áurea** e corresponde ao número φ. Observe as etapas a seguir de como construir um retângulo áureo.

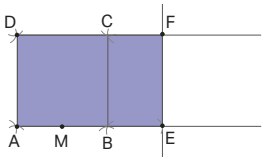
1ª Construímos a figura de um quadrado ABCD com lado de medida qualquer e traçamos as semirretas AB e DC. Depois, marcamos **M**, ponto médio do segmento de reta AB.



2ª Com a ponta-seca do compasso em **M** e abertura MC, traçamos um arco cruzando a semirreta AB e marcamos o ponto **E**.



3ª Pelo ponto **E**, traçamos uma reta perpendicular à semirreta AB. Marcamos o ponto **F**, onde essa reta cruza a semirreta DC, e obtemos a representação do retângulo áureo AEFD.

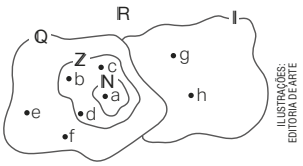


a) Utilizando uma régua, meça os lados dessa figura de retângulo, faça cálculos e obtenha uma aproximação para φ. Resposta esperada: 1,6.

b) Em uma folha avulsa, use régua e compasso e construa uma figura de retângulo áureo.

- Qual é a medida aproximada dos lados maior e menor dessa figura de retângulo? Resposta pessoal.
- A partir das medidas dos lados dessa figura de retângulo, calcule uma aproximação de φ. Resposta pessoal.

5. Observe o diagrama a seguir, em que cada letra representa um número real.



a) As letras **a** e **b** representam números inteiros? Sim.

b) A letra **e** corresponde a um número que pode ser expresso como uma razão de dois números inteiros? E a letra **g**? Sim. Não.

c) Escreva um possível número correspondente a cada uma das letras indicadas no diagrama.

5. c) Uma resposta possível: **a**: 5; **b**: -12; **c**: -7; **d**: -50; **e**: $\frac{3}{4}$; **f**: 2,7; **g**: π; **h**: $\sqrt{7}$.

Atividade 4

Esta atividade trabalha o número irracional φ, com base na razão entre as medidas dos lados do retângulo áureo, e propicia aos estudantes estabelecer relações entre os campos **Números** e **Geometria**. No item **a**, comentar com os estudantes que é possível que eles obtenham diferentes valores em razão das imprecisões, tanto na medição dos lados do retângulo quanto na aproximação do resultado obtido no cálculo. Para resolver o item **b**, providenciar com antecedência folhas avulsas, réguas e compassos.

Atividade 5

Esta atividade trabalha a classificação de números reais em racionais ou irracionais. A propriedade apresentada pode ser demonstrada, no entanto, optamos por não realizar nesta coleção.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Atividades

Atividade 6

Esta atividade trabalha a classificação de números reais em racionais ou irracionais. A propriedade apresentada pode ser demonstrada, no entanto, optamos por não realizar nesta coleção.

Atividade 8

Esta atividade trabalha a identificação de que um triângulo equilátero de lado medindo 2 unidades de comprimento tem a altura expressa por uma medida irracional na mesma unidade de medida. A demonstração de que a altura de um triângulo equilátero de lado medindo 2 unidades de comprimento é igual a $\sqrt{3}$ unidades de comprimento poderá ser realizada após o trabalho com a Unidade **11** deste Volume, em que é desenvolvido o estudo do Teorema de Pitágoras.

Atividade 10

Esta atividade trabalha a relação entre os termos da sequência de Fibonacci e o número irracional ϕ. Explicar para os estudantes que essa é uma das sequências numéricas mais estudadas ao longo da história da humanidade. Antes de propor a resolução, verificar se os estudantes apresentam dúvidas em relação às regularidades da sequência de Fibonacci. Sugerir que analisem, separadamente, o 3º, o 4º e o 5º termo dessa sequência. Em seguida, solicitar que obtenham a soma do 3º com o 4º termo e questionar o que é possível observar. No item **c**, incentivar os estudantes a conversar sobre a relação observada entre as razões calculadas dos termos consecutivos da sequência e o número irracional φ.

6. Leia a propriedade a seguir.

> A raiz quadrada de um número natural é racional quando o número for quadrado perfeito; é irracional quando o número não for quadrado perfeito.

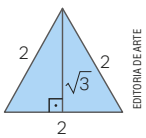
De acordo com essa propriedade, indique a qual conjunto cada raiz quadrada a seguir pertence: ao conjunto dos racionais ($\mathbb{Q}$) ou dos irracionais ($\mathbb{I}$).

a) $\sqrt{25}$ $\mathbb{Q}$ **b)** $\sqrt{60}$ $\mathbb{I}$ **c)** $\sqrt{200}$ $\mathbb{I}$ **d)** $\sqrt{169}$ $\mathbb{Q}$ **e)** $\sqrt{100}$ $\mathbb{Q}$ **f)** $\sqrt{150}$ $\mathbb{I}$

7. Escreva os números inteiros consecutivos entre os quais cada número irracional a seguir está compreendido.

a) $\sqrt{20}$ 4 e 5. **b)** $\sqrt{250}$ 15 e 16. **c)** $-\sqrt{53}$ -8 e -7.

8. A medida da altura da figura de um triângulo equilátero cujo lado mede 2 corresponde, na unidade de medida de comprimento utilizada, ao número irracional $\sqrt{3}$. Podemos afirmar que esse número está compreendido entre os números racionais: Alternativa **b**.

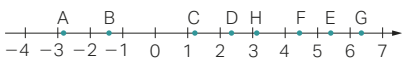


EDITORIA DE ARTE

a) 3,10 e 3,11. **b)** 1,73 e 1,74. **c)** 1,70 e 1,71. **d)** 1,72 e 1,73.

9. As letras indicadas na reta numérica representam os números irracionais do quadro a seguir. Use uma calculadora e associe cada letra a um número do quadro, lembrando que foram utilizadas aproximações para indicar esses números na reta. Respostas nas **Orientações para o professor**.

$\sqrt{1{,}5}$	$\sqrt{\frac{28}{5}}$	π	$-\sqrt{8}$	$\sqrt{\frac{81}{2}}$	$-\sqrt{2}$	$\sqrt{29{,}5}$	$\sqrt{20}$



10. Você conhece a sequência de Fibonacci? Nela, os dois primeiros termos são 0 e 1. Os demais termos podem ser obtidos adicionando os dois termos imediatamente anteriores. Observe.

$$0, 1, \underset{1+0}{1}, \underset{1+1}{2}, \underset{2+1}{3}, \underset{3+2}{5}, \ldots$$

Agora, vamos investigar uma relação entre os termos da sequência de Fibonacci e o número irracional φ.

a) Escreva os 14 primeiros termos da sequência de Fibonacci. 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233.

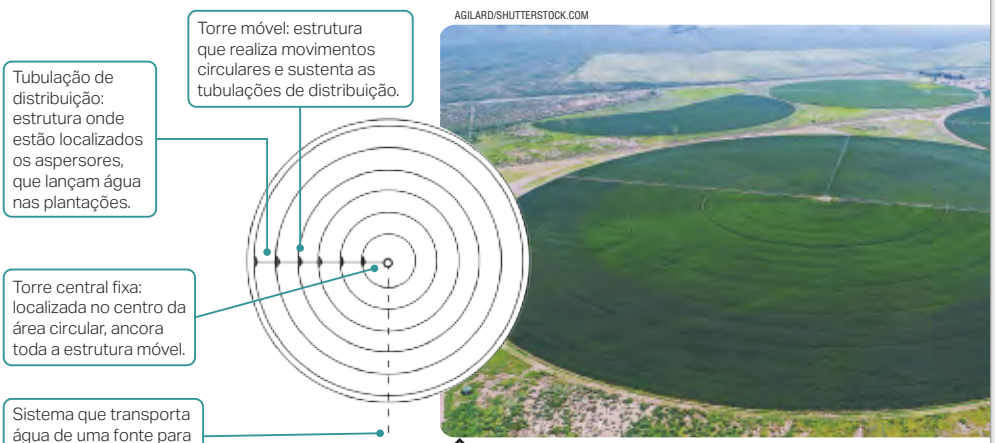
b) Com uma calculadora, a partir do terceiro termo da sequência de Fibonacci que você escreveu no item **a**, divida cada termo pelo imediatamente anterior e registre o quociente obtido. Quando necessário, aproxime o quociente com quatro casas decimais. Resposta nas **Orientações para o professor**.

c) Que relação você percebeu entre os quocientes registrados no item **b** e o número φ? Resposta nas **Orientações para o professor**.

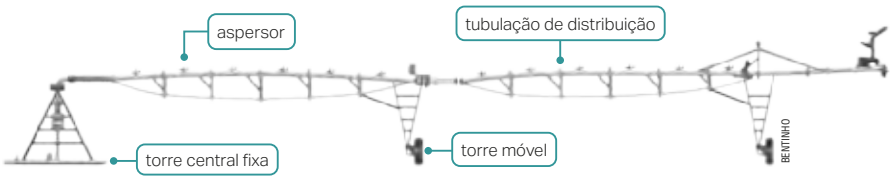
MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

2. O círculo e a circunferência

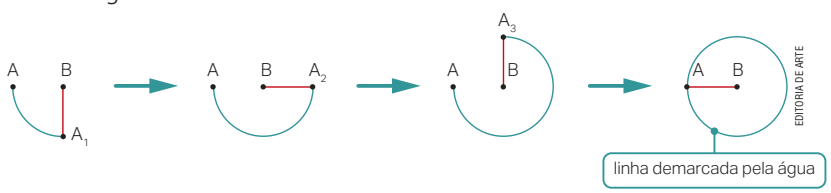
Muito do desenvolvimento produtivo da agricultura deve-se ao aperfeiçoamento das técnicas de irrigação. Assim, uma técnica que possibilitou grande avanço na agricultura foi o pivô de irrigação central, criado por volta de 1950 nos Estados Unidos. Observe.



Pivô de irrigação central em plantação de milho e algodão, na cidade de Ahumada (México). Fotografia de 2020.



Agora, vamos considerar apenas a torre central fixa (ponto **B**) e um único aspersor (ponto **A**) girando e irrigando em torno dela. Observe a representação dessa situação por meio de figuras.



Note que qualquer posição sobre a linha demarcada pela água está a uma mesma distância da torre central fixa.

Nesse caso, podemos associar essa linha a uma **circunferência** e a torre central, ao **centro** dessa circunferência.

Atualmente, o Brasil possui uma área irrigada total de 6200000 ha, sendo que desses, 1275000 ha são com pivô central. Este sistema de irrigação tipo pivô central requer não só conhecimento da cultura, do solo, dos recursos hídricos disponíveis e dos dados climáticos, mas também a quantificação da água a ser aplicada e principalmente sua eficiência na distribuição e uniformidade. Diante disso, busca-se uma utilização de equipamentos mais eficientes, sendo fundamental para a economia de água e de energia sem, no entanto, pôr em risco o rendimento da cultura implantada. A desuniformidade de água gera áreas irregulares, com déficit ou excesso de umidade, e com a adequação da uniformidade tem-se aumento nos gastos, como operação e manutenção dos sistemas.

Os elementos que afetam a uniformidade de distribuição da água são o vento, a temperatura do ar, a umidade relativa, a evaporação, a altura do emissor, a velocidade de deslocamento da máquina, o espaçamento e o tipo de aspersor. Quando estes fatores são monitorados corretamente, pode-se chegar a uma economia de 25% de água no sistema, sem prejudicar a cultura.

[...]

SILVA, Yane de Freitas da. Eficiência na distribuição de água em pivô central. **Revista Cultivar**, Pelotas, n. 171, 8 set. 2020. Disponível em: https://revistacultivar.com.br/artigos/eficiencia-na-distribuicao-de-agua-em-pivo-central. Acesso em: 9 maio 2024.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

O trabalho com esse tópico é iniciado com uma situação contextualizada sobre a técnica de irrigação com pivô central. Promover uma roda de conversa com os estudantes sobre esse tema. Questionar se eles sabem o que é essa técnica; por que é conhecida por esse nome; como funciona; entre outras questões. Deixar que compartilhem as experiências deles.

Para mais informações sobre esse tema, ler o trecho a seguir.

[...]

No Brasil, grande parte de seu território possui condições climáticas favoráveis à agricultura intensiva, podendo, em alguns locais, se conseguir até três safras ao ano, sendo limitada apenas pelas irregularidades na distribuição pluviométrica. A irrigação, por sua vez, consegue garantir condições hídricas satisfatórias durante o ano todo, possibilitando assim o cultivo na época mais seca. [...]

[...]

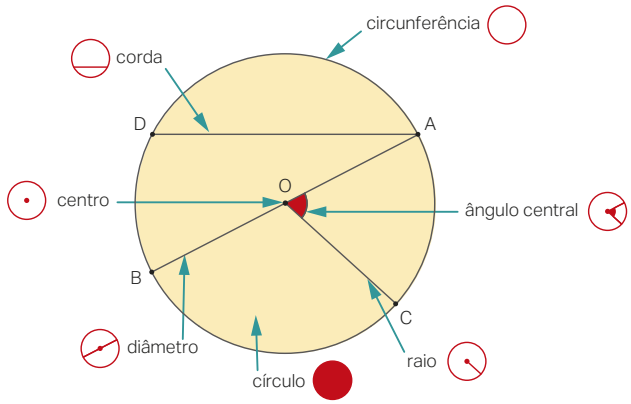
ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Informar aos estudantes que a circunferência pode ser entendida como lugar geométrico dos pontos que estão a uma distância de um ponto fixo, o centro da circunferência. Uma circunferência divide o plano em duas regiões: uma região limitada denominada interior da circunferência e outra região ilimitada, denominada exterior da circunferência.

Dizer que os pontos que estão sobre a circunferência são nomeados pontos da circunferência. Assim, os pontos **A**, **B**, **C** e **D** são pontos da circunferência de centro **O**.

É importante que os estudantes compreendam que o diâmetro possui o dobro da medida do raio. Além disso, o diâmetro é um caso particular de corda. Por conseguinte, todo diâmetro é uma corda, mas nem toda corda é um diâmetro. Estabelecer, também, que todo diâmetro divide um círculo em duas partes congruentes que são denominadas semicírculos. De maneira recíproca, se uma corda dividir um círculo em duas partes congruentes, então, necessariamente, essa corda é um diâmetro do círculo.

A reunião da circunferência com os pontos de seu interior corresponde ao **círculo**. Vamos relembrar alguns elementos da circunferência e do círculo.



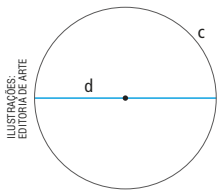
PENSAR E PRATICAR

Reúna-se com um colega, escolha três dos elementos indicados na figura e explique ao colega o que eles significam. Ele deve fazer o mesmo com outros três elementos.

Resposta pessoal.

Comprimento da circunferência

Já estudamos que a razão entre as medidas do comprimento (**c**) e do diâmetro (**d**) de uma circunferência corresponde ao número irracional π.



ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

$$\frac{c}{d} = \pi$$

Multiplicando ambos os membros dessa igualdade por **d**, temos:

$$\frac{c}{d} \cdot d = \pi \cdot d$$

$$c = \pi \cdot d$$

Como a medida do diâmetro corresponde ao dobro da medida do raio (**r**) da circunferência, segue que:

$$c = \pi \cdot d$$

$$c = \pi \cdot 2r$$

$$c = 2\pi r$$

Com essa fórmula, podemos resolver situações-problema relacionadas ao comprimento da circunferência.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

Observe a questão a seguir.

Todas as manhãs, Zulmira vai a um parque do bairro onde mora e caminha 4 voltas completas em uma pista circular com 100 m de raio. Utilizando 3,14 como aproximação de π, quantos quilômetros Zulmira percorre diariamente nessa pista?

Com base nas informações do enunciado, podemos considerar o contorno dessa pista como uma circunferência de 100 m de raio. Assim, usando $\pi \simeq 3{,}14$, calculamos a distância, em metro, percorrida por Zulmira em uma única volta completa nessa pista.

$c = 2\pi r$

$c \simeq 2 \cdot 3{,}14 \cdot 100$

$c \simeq 628$, ou seja, aproximadamente 628 m.

Como, na caminhada diária, Zulmira realiza 4 voltas completas nessa pista, calculamos a distância total, em metro, percorrida por ela.

$4 \cdot 628 = 2\,512$, ou seja, 2 512 m.

Por fim, convertemos o resultado obtido de metro para quilômetro.

$\frac{2\,512}{1\,000} = 2{,}512$, ou seja, 2,512 km.

DICA

Lembre-se de que 1 km equivale a 1 000 m.

Portanto, Zulmira caminha diariamente cerca de 2,512 km nessa pista.

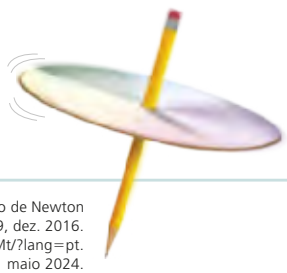
Área do círculo

Observe, em duas etapas, como podemos confeccionar um Disco de Newton.

1ª Recortamos de um papelão um disco circular. Com régua e transferidor, dividimos esse disco em sete partes aproximadamente iguais. Pintamos, com tinta guache, cada parte com uma cor: vermelha, alaranjada, amarela, verde, azul, anil e violeta, nessa ordem.



2ª Pelo centro do disco, passamos um lápis. Depois, giramos esse disco rapidamente até visualizar a cor branca (na realidade, é provável que visualizemos um tom de cinza claro, caso as cores, conhecidas como cores primárias, não sejam puras).



ILUSTRAÇÕES: LUCAS FARAUJ

Elaborado com base em: SILVEIRA, Márcio Velloso da; BARTHEM, Ricardo Borges. Disco de Newton com LEDs. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, São Paulo, v. 38, n. 4, e4502-9, dez. 2016. Disponível em: https://www.scielo.br/j/rbef/a/PYLZSGKpsvpTtrsTQ9JvQMt/?lang=pt. Acesso em: 1 maio 2024.

Arquimedes decidiu usar polígonos (formas feitas de lados retos) para se aproximar dos círculos. Desenhou um polígono fora do círculo e um dentro dele, e depois calculou qual era a razão entre o perímetro (circunferência) e o diâmetro para ambos os polígonos. Como a forma exterior era maior e a interior menor, ele sabia que o verdadeiro valor de *pi* situava-se entre as duas razões.

[...]

Arquimedes usou polígonos com 96 lados para mostrar que pi se situava entre $3\frac{10}{70}$ e $3\frac{10}{71}$. Ou para escrever isso numa forma mais simplificada, entre $\frac{22}{7}$ e $\frac{223}{71}$.

[...]

BENTLEY, Peter. **O livro dos números**: uma história ilustrada da matemática. Tradução: Maria Luiza X. de A. Borges. Rio de Janeiro: Zahar, 2009. p. 141-142.

Verificar a possibilidade de propor aos estudantes a confecção do Disco de Newton, que é uma atividade prática. Para isso, providenciar previamente os materiais necessários (papelão, régua, transferidor, compasso, tinta guache nas cores indicadas e lápis) e orientá-los para que dividam o disco circular em setores de aproximadamente 51° cada (360° : 7 ≃ 51°). Explicar a eles que a cor anil desse disco corresponde a uma tonalidade de azul.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Ao iniciar o trabalho com o comprimento da circunferência, conversar com os estudantes sobre o número π, que foi estudado anteriormente nesta Unidade no estudo dos números irracionais. Ler para eles o trecho a seguir, que apresenta informações históricas a respeito dos estudos relacionados a *pi*.

[...]

Ironicamente, as primeiras investigações acerca de pi foram feitas antes que o zero tivesse sido inventado. [...] Além de inventar alavancas, roldanas, bombas d'água espirais e dispositivos para destruir navios, Arquimedes passou grande parte de seu tempo preocupando-se com círculos e esferas. Escreveu vários livros (ou rolos, naquela época) sobre o assunto: *Sobre a esfera e o cilindro*, *Sobre espirais*, *conoides e esferoides* e *Medição de um círculo*.

[...]

Arquimedes foi o primeiro a perceber que *pi* era irracional, e que seu valor não era $\frac{22}{7}$.

[...]

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Durante o trabalho da composição da figura que lembra o paralelogramo, com base no círculo, explicar aos estudantes que, conforme se aumenta a quantidade de partes iguais em que o círculo é dividido, cada vez mais a figura composta dessas partes se aproxima do formato de um paralelogramo.

No boxe **Dica**, se julgar necessário, retomar com os estudantes o estudo do comprimento da circunferência, tratado anteriormente nesta Unidade.

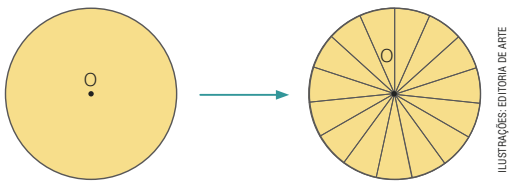
Na dedução da fórmula de cálculo da área de círculo, reforçar com os estudantes que foi utilizada a ideia da aproximação entre as divisões do círculo e de um paralelogramo. Comentar que há outras maneiras de deduzir essa fórmula.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

Acompanhe, agora, o problema seguinte.

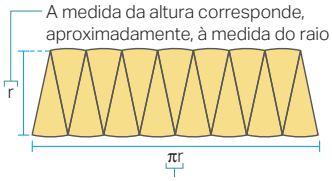
> Aline confeccionou um Disco de Newton desenhando e pintando um círculo com 10 cm de raio em um pedaço de papelão. Qual é a área desse círculo?

Antes de resolvermos esse problema, vamos deduzir uma fórmula para o cálculo da área de um círculo. Para isso, considere o círculo a seguir, de centro **O** e raio de medida **r**, dividido igualmente em 15 partes.



ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

Agora, compomos com essas 15 partes uma figura que lembra um paralelogramo. Observe.



DICA

Lembre-se de que o comprimento de uma circunferência de raio com medida **r** é dado por $c = 2\pi r$, em que π é igual a aproximadamente 3,14. Assim, a metade desse comprimento é dada por πr.

Utilizando a fórmula do cálculo da área do paralelogramo, temos:

medida da base — medida da altura

$$A_p = \pi r \cdot r = \pi r^2$$

Assim, como a figura que se parece com o paralelogramo foi composta com as partes do círculo, temos que a área do círculo é dada por:

$$A = \pi r^2$$

Com essa fórmula e utilizando $\pi \simeq 3{,}14$, podemos resolver o problema proposto inicialmente.

$A = \pi \cdot 10^2$

$A = \pi \cdot 100$

$A \simeq 3{,}14 \cdot 100$

$A \simeq 314$, ou seja, aproximadamente 314 cm².

Portanto, o círculo que Aline desenhou tem cerca de 314 cm² de área.

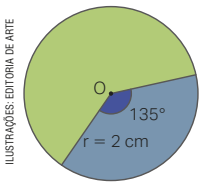
SAIBA MAIS

Acessar este *site* para consultar uma proposta na qual é possível obter a fórmula de cálculo da área do círculo por meio de um experimento que pode ser realizado em sala de aula.

- BASTOS, Waldemar Donizete; SILVA, Aparecida Francisco da. A área do círculo. **Revista do Professor de Matemática**, Rio de Janeiro, n. 40, [1999]. Disponível em: www.rpm.org.br/cdrpm/40/9.htm. Acesso em: 8 maio 2024.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

Agora, vamos calcular a área do setor circular em azul representado na figura.



ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

DICA

Um **setor circular** é uma região do círculo determinada por um ângulo central. Na figura apresentada, o setor circular em azul é determinado por um ângulo central de 135°.

Inicialmente, calculamos a área total aproximada do círculo cujo raio mede 2 cm.

$A = \pi \cdot 2^2$

$A = 4\pi$

$A \simeq 4 \cdot 3{,}14$

$A \simeq 12{,}56$, ou seja, aproximadamente 12,56 cm².

Note que a medida do ângulo central é diretamente proporcional à área do setor circular correspondente, ou seja, se dobrar a medida do ângulo central, a área do setor circular também dobra; se reduzir a medida do ângulo central à metade, a área do setor circular também é reduzida à metade, e assim por diante. Logo, podemos determinar a área do setor circular em azul por meio da seguinte proporção.

Medida do ângulo central (em grau)	Área do setor (cm²)
360	12,56
135	x

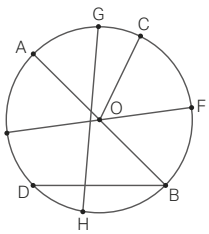
$$\frac{360}{135} = \frac{12{,}56}{x}$$
$$360 \cdot x = 135 \cdot 12{,}56$$
$$\frac{360x}{360} = \frac{1695{,}6}{360}$$
$$x = 4{,}71$$

Portanto, o setor circular em azul tem área aproximada de 4,71 cm².

ATIVIDADES

NÃO ESCREVA NO LIVRO. Resoluções a partir da **p. 305**.

1. Analise a circunferência de centro **O** representada a seguir.



Agora, classifique em raio, diâmetro ou corda o segmento de reta:

a) AO Raio. **b)** EF Diâmetro; corda. **c)** GH Corda. **d)** AB Diâmetro; corda. **e)** OC Raio. **f)** EO Raio. **g)** BD Corda. **h)** OF Raio. **i)** OB Raio.

2. Para dar início a uma partida de futebol, a bola é posicionada no **ponto central**, que corresponde ao centro do **círculo central**, cuja medida oficial do raio é de 9,15 m.

Na figura, **A**, **B**, **C**, **D** e **E** representam jogadores e **O**, o ponto central.



ROBERTO ZOELLNER

Quais desses jogadores estão:

a) a exatamente 9,15 m do ponto central?

b) a menos de 9,15 m do ponto central?

c) a mais de 9,15 m do ponto central?

2. a) Jogadores **A** e **B**. **b)** Jogadores **C** e **E**. **c)** Jogador **D**.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Para complementar o exemplo apresentado sobre o cálculo da área do setor circular, propor aos estudantes que calculem a área do setor circular em verde (aproximadamente 7,85 cm²). Duas estratégias que eles podem utilizar são: subtrair a área do setor em azul da área total do círculo (12,56 − 4,71 = 7,85) ou usar a ideia de proporcionalidade, como realizado no cálculo referente ao setor circular em azul.

Atividades

Atividade 1

Esta atividade trabalha a identificação de elementos de uma circunferência. Caso os estudantes tenham dificuldade, propor a eles que retomem o estudo da página **152** em que foram apresentados esses elementos.

Atividade 2

Esta atividade trabalha uma situação que envolve a discussão da posição relativa entre pontos e uma circunferência no mesmo plano. Verificar se os estudantes, ao observar a imagem, identificaram que os jogadores **A** e **B** estão sobre o contorno do círculo central (circunferência), os jogadores **C** e **E** estão na região interna desse círculo central e, o jogador **D**, está na região externa.

Ao final, propor aos estudantes a atividade complementar a seguir.

ATIVIDADE COMPLEMENTAR

O basquete em cadeira de rodas é praticado por atletas que têm alguma deficiência físico-motora. As regras são parecidas com as da modalidade convencional, tendo algumas adaptações, como o uso de cadeiras apropriadas e padronizadas para os jogos, utilizadas para o deslocamento dos atletas. Por exemplo, as duas rodas traseiras podem ter no máximo 69 cm de diâmetro, incluindo os pneus.

Fonte dos dados: FEDERAÇÃO INTERNACIONAL DE BASQUETEBOL EM CADEIRA DE RODAS. **Regras oficiais de basquetebol em cadeira de rodas 2021**. Niterói: CBBC, 2021. p. 15-16. Disponível em: https://cbbc.bigmidia.com/_uploads/orgaoAnexo/1aXOyZMwzOisLurjaRzdsxxALIUJNG7yf.pdf. Acesso em: 29 maio 2024.

Para resolver as questões, considere uma cadeira do modelo citado no texto, em que as rodas traseiras tenham diâmetro máximo e o valor de π, aproximadamente 3,14.

a) Quantos centímetros a cadeira se desloca quando uma roda completa uma volta? Resposta: Aproximadamente 216,66 cm.

b) Para que a cadeira se desloque 10 m, é suficiente que cada uma dessas rodas gire quatro voltas completas? Justifique. Resposta esperada: Não, pois quatro voltas completas correspondem ao deslocamento aproximado de 8,67 m.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Atividades

Atividade 3

Esta atividade trabalha a construção de uma circunferência, dada a medida do raio. Para a resolução do item **b**, providenciar com antecedência pedaços de barbante e réguas. Conversar com os estudantes sobre a aproximação entre a medida calculada e a obtida por meio da medição. Explicar a eles que tais medidas devem ser próximas e que uma possível diferença se dá pelas imprecisões tanto da medição quanto da aproximação do cálculo.

Se necessário, explicar algumas maneiras de construir uma circunferência:

- contornar parte de um objeto circular.
- usar barbante: amarrar um lápis em cada extremidade de um barbante, fixar um lápis e girar o outro.
- usar compasso: ajustar a abertura do compasso, fixar a ponta-seca e girá-lo.

Atividade 4

Esta atividade trabalha uma situação contextualizada envolvendo o cálculo de comprimento de circunferências. Verificar se os estudantes perceberam que o diâmetro da pista está em quilômetro. Se necessário, retomar com eles como realizar a conversão de quilômetro para metro: 1 km = 1 000 m.

Atividade 5

Esta atividade trabalha a resolução de problema envolvendo o cálculo do raio de uma circunferência com base na medida do comprimento dela. Antes de os estudantes resolverem a atividade, perguntar a eles qual é a medida do contorno desse tampo de mesa, que nesse caso é 520 cm (4 · 130 = 520).

Atividade 6

Esta atividade trabalha uma situação envolvendo o cálculo de comprimento de circunferência. Comentar com os estudantes que os objetos circulares apresentam diversas aplicações em situações cotidianas, como o uso das polias em sistemas mecânicos que auxiliam o funcionamento de algumas máquinas industriais, motores de automóveis, entre outros.

Atividade 7

Esta atividade trabalha uma situação envolvendo o cálculo da área de círculos. No item **c**, verificar se os estudantes compreenderam que, para obter a área da região branca, é necessário subtrair a área do círculo em vermelho da área do retângulo de lados 100 cm e 70 cm. Para complementar o trabalho com essa atividade propor aos estudantes que, com base nas informações da bandeira do Japão, elaborem um problema que envolva o cálculo da área de um círculo. Em seguida, eles devem se juntar a um colega para que troquem os problemas e um resolva o do outro. Juntos, ao final, eles devem verificar se as respostas estão corretas.

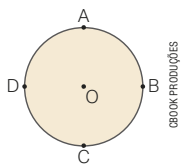
3. Com régua e compasso, construa uma circunferência com raio de 5 cm. Atividade de construção geométrica.

a) Calcule o comprimento aproximado dessa circunferência. Considere $\pi \simeq 3{,}14$. 31,4 cm

b) Sobreponha toda essa circunferência com um pedaço de barbante. Depois, meça-o e registre no caderno. Compare essa medida com o comprimento calculado no item **a**. Resposta pessoal.

4. Dois atletas costumam treinar corrida nas pistas circulares de um parque. O atleta **A** utiliza apenas a pista com 1 km de diâmetro, e o atleta **B**, a de 1,2 km de diâmetro. Se cada um correr três voltas nessas pistas, quantos metros aproximadamente o atleta **B** percorrerá a mais que o atleta **A**? Considere $\pi \simeq 3{,}14$. Aproximadamente 1 884 m.

5. Uma fábrica de móveis vai produzir uma mesa para quatro pessoas, com tampo circular, conforme representado na figura a seguir. Nessa figura, **O** indica o centro do tampo, e os pontos **A**, **B**, **C** e **D** dividem a circunferência desse tampo em 4 partes de 130 cm cada.

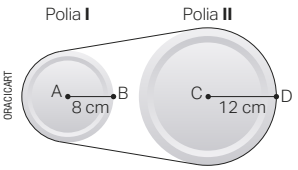


QBOOK PRODUÇÕES

a) Quantos centímetros de raio, aproximadamente, deve ter o tampo dessa mesa? Considere $\pi \simeq 3{,}14$. 82,80 cm

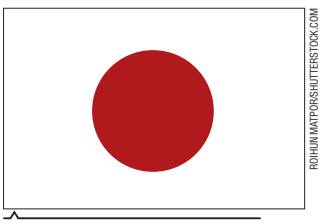
b) Qual é a área do tampo dessa mesa? Aproximadamente 21 371,63 cm².

6. Duas polias são ligadas por uma corrente, conforme o esquema a seguir. Quantos giros devem ser realizados com a polia **I** para que a polia **II** dê dez giros completos? 15 giros.



ORACICART

7. A bandeira do Japão é composta de um círculo vermelho sobre uma região retangular branca. De acordo com as dimensões oficiais, nessa bandeira, a razão entre o comprimento e a largura deve ser de 10 para 7, e o círculo deve ter a medida do diâmetro correspondente a $\frac{3}{5}$ da largura.


ROIHUN MAITPORN/SHUTTERSTOCK.COM

Na bandeira do Japão, o círculo vermelho simboliza o Sol.

Fonte dos dados: CONSULADO GERAL DO JAPÃO EM SÃO PAULO. **A bandeira e seu protocolo**. São Paulo: CGJ-SP, 2017. Disponível em: www.sp.br.emb-japan.go.jp/pdf/info_simbolos_bandeira.pdf. Acesso em: 1 maio 2024.

Considere uma bandeira do Japão confeccionada com as dimensões oficiais, cujo comprimento seja de 1 m.

a) Qual é a largura dessa bandeira, em centímetro? 70 cm

b) Qual é a medida do diâmetro do círculo vermelho, em centímetro? 42 cm

c) Quantos centímetros quadrados tem a região branca dessa bandeira? Considere $\pi \simeq 3{,}14$. 5 615,26 cm²

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

3. Radiciação

Em diversos monumentos e construções públicas, é possível verificar uma integração entre Arte e Arquitetura. Observe um exemplo.



ROTOARENA/FOLHAPRESS. DIREITO DE REPRODUÇÃO GENTILMENTE CEDIDO POR JOÃO CANDIDO PORTINARI

PORTINARI, Candido. **Conchas e Hipocampos**. 1942. Pintura em azulejos, 1510 cm × 990 cm. Palácio Gustavo Capanema, Rio de Janeiro (RJ). Fotografia de 2017.

Nesse painel, foram utilizadas peças de azulejo com formato quadrado de 225 cm² de área cada uma. Quantos centímetros de lado tem cada peça de azulejo?

Para obter a medida do lado dessa peça de azulejo, em centímetro, temos de determinar um número positivo **n** que elevado ao quadrado resulte em 225, ou seja, calcular a raiz quadrada de 225. Observe algumas tentativas.

n	12	13	14	15
n^2	$12^2 = 12 \cdot 12 = 144$	$13^2 = 13 \cdot 13 = 169$	$14^2 = 14 \cdot 14 = 196$	$15^2 = 15 \cdot 15 = 225$

Com base nessas tentativas, concluímos que:

índice, radical, radicando, raiz: $\sqrt[2]{225} = 15$

Lê-se: a raiz quadrada de 225 é igual a 15.

DICA

Para representar uma raiz quadrada, costumamos não indicar o índice. Nesse exemplo, podemos escrever $\sqrt{225} = 15$.

Assim, cada peça de azulejo utilizada no painel tem 15 cm de lado.

Sendo **a** e **b** números reais não negativos, e **n** um número natural maior que 1, dizemos que $\sqrt[n]{a} = b$ se, e somente se, $b^n = a$.

Observe alguns exemplos.

a) $\sqrt{100} = 10$, pois $10^2 = 10 \cdot 10 = 100$.

b) $\sqrt{4{,}41} = 2{,}1$, pois $(2{,}1)^2 = 2{,}1 \cdot 2{,}1 = 4{,}41$.

c) $\sqrt{\frac{9}{16}} = \frac{3}{4}$, pois $\left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} = \frac{9}{16}$.

d) $\sqrt[3]{8} = 2$, pois $2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$.

e) $\sqrt[5]{1} = 1$, pois $1^5 = 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 1$.

OBJETO EDUCACIONAL DIGITAL

A imagem **Painel Conchas e Hipocampos** apresenta informações sobre o Palácio Gustavo Capanema, onde a obra está localizada. Além disso, aborda algumas características desse painel de Candido Portinari e incentiva os estudantes a pesquisar outros painéis do artista e a compartilhar suas percepções após observá-los.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Identificar os conhecimentos prévios dos estudantes sobre radiciação. Aproveitar o contexto apresentado para conversar com os estudantes sobre como pisos e azulejos são vendidos. Em muitos casos, esse tipo de revestimento é comercializado em metro quadrado. Deixar que os estudantes exponham suas experiências e questionar as relações entre as dimensões desses objetos e suas respectivas áreas. Se julgar conveniente, ler para os estudantes o trecho a seguir, que fala sobre azulejos portugueses.

[...]

Com elementos originais e cores únicas, os **azulejos portugueses** simbolizam anos de história, cultura e arte. A decoração cerâmica, que tem origem egípcia, foi trazida para a Península Ibérica pelos árabes, ao longo do século XIII. Tanto é que o termo azulejo vem do árabe "al-zulaich", ou "pequena pedra polida".

Assim, os azulejos de Portugal antes eram apenas mosaicos formados com cortes de alicate. Apenas depois do desenvolvimento das técnicas é que as peças passaram a ser apresentadas do modo como são conhecidas, nos dias de hoje.

ANDRADE, Naiara. Azulejos portugueses: descubra a história, cultura e arte. **Nacionalidade Portuguesa**. [*S. l.*], c2024. Disponível em: www.nacionalidadeportuguesa.com.br/azulejos-portugueses. Acesso em: 8 maio 2024.

Na relação $\sqrt[n]{a} = b$, se e somente se $b^n = a$, relembrar aos estudantes que a expressão "se e somente se", nesse caso, significa que, se $\sqrt[n]{a} = b$, então, tem-se que $b^n = a$, e, se $b^n = a$, então, tem-se que $\sqrt[n]{a} = b$.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Em relação ao trabalho com potências com expoente fracionário, explicar aos estudantes que, ao escrever uma potência na forma de radical ou um radical na forma de uma potência, não se está alterando o resultado, apenas se está escrevendo de uma maneira diferente, conforme for mais conveniente. Por exemplo, pode-se reescrever a potência $4^{\frac{3}{2}}$ como uma raiz $\left(\sqrt[2]{4^3}\right)$, e, em seguida, calcular o valor desejado, que nesse caso é: $\sqrt[2]{4^3} = \sqrt[2]{64} = 8$.

No estudo das propriedades da radiciação, em relação à propriedade **II**, lembrar os estudantes de que quando se multiplica ou se divide o numerador e o denominador de uma fração por um mesmo número, diferente de zero, obtém-se uma fração equivalente à fração inicial.

Apresentar os seguintes exemplos numéricos das propriedades trabalhadas nesta página.

- Propriedade **I**

  $\sqrt[5]{(-2)^5} = (-2)^{\frac{5}{5}} = (-2)^1 = -2$

- Propriedade **II**

  a) $\sqrt{9^1} = 9^{\frac{1}{2}} = 9^{\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{2}} = 9^{\frac{1\cdot 2}{2\cdot 2}} = \sqrt[2\cdot 2]{9^{1\cdot 2}} = \sqrt[4]{9^2}$

  b) $\sqrt[9]{8^3} = 8^{\frac{3}{9}} = 8^{\frac{3:3}{9:3}} = \sqrt[9:3]{8^{3:3}} = \sqrt[3]{8^1}$

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

Potências com expoente fracionário

Podemos estabelecer uma relação entre uma potência com expoente fracionário e uma raiz. Observe o exemplo.

Para representar a potência $9^{\frac{5}{2}}$ como uma raiz, consideramos $x = 9^{\frac{5}{2}}$, com $x > 0$. Assim, podemos realizar os seguintes cálculos.

$$x^2 = x \cdot x = 9^{\frac{5}{2}} \cdot 9^{\frac{5}{2}} = 9^{\frac{5}{2}+\frac{5}{2}} = 9^{\frac{10}{2}} = 9^5$$

Como $b^n = a$, então $\sqrt[n]{a} = b$, podemos escrever:

$$x^2 = 9^5 \rightarrow x = \sqrt[2]{9^5}$$

Logo, $9^{\frac{5}{2}} = \sqrt[2]{9^5}$.

DICA

As propriedades de potências estudadas anteriormente também são válidas no caso de expoentes fracionários.

Sendo **a** um número real positivo, e **m** e **n** números naturais, tais que $m > 0$ e $n > 1$, tem-se que:

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

Exemplos

a) $6^{\frac{2}{7}} = \sqrt[7]{6^2}$ **b)** $5^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{5^3}$ **c)** $\sqrt[3]{3^8} = 3^{\frac{8}{3}}$ **d)** $\sqrt{10} = 10^{\frac{1}{2}}$

Propriedades de radiciação

Assim como estudamos na potenciação, também há propriedades operatórias na radiciação. Acompanhe algumas delas.

Propriedade I: Sendo **a** um número real positivo e **n** um número natural maior que 1, temos que:

$$\sqrt[n]{a^n} = a$$

DICA

Caso **n** seja um número ímpar e maior que 1, essa propriedade também é válida para quando **a** é um número real negativo. Exemplo:

$$\sqrt[3]{-10^3} = -10$$

Exemplos

a) $\sqrt[8]{5^8} = 5$ **b)** $\sqrt[3]{7^3} = 7$

Propriedade II: Sendo **a** um número real positivo e **m**, **n** e **p** números naturais, com $m \neq 0$, $n > 1$ e $p \neq 0$, temos que:

$$\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[n\cdot p]{a^{m\cdot p}} \text{ e } \sqrt[n]{a^m} = \sqrt[n:p]{a^{m:p}}$$

Exemplos

a) $\sqrt[3]{7^2} = \sqrt[3\cdot 4]{7^{2\cdot 4}} = \sqrt[12]{7^8}$ **b)** $\sqrt[4]{2^{10}} = \sqrt[4:2]{2^{10:2}} = \sqrt[2]{2^5}$

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

Propriedade III: Sendo **a** e **b** números reais positivos e **n** um número natural maior que 1, temos que:

$$\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} \text{ e } \sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$

Exemplos

a) $\sqrt[7]{6 \cdot 11} = \sqrt[7]{6} \cdot \sqrt[7]{11}$

b) $\sqrt[5]{\frac{4}{3}} = \frac{\sqrt[5]{4}}{\sqrt[5]{3}}$

Propriedade IV: Sendo **a** um número real positivo e **n** e **p** números naturais maiores que 1, temos que:

$$\sqrt[n]{\sqrt[p]{a}} = \sqrt[n \cdot p]{a}$$

Agora, observe exemplos de alguns cálculos com raízes em que foram utilizadas essas propriedades.

a) $\sqrt[4]{\sqrt{11^8}} + \sqrt[5]{8} \cdot \sqrt[10]{2^4} =$
$= \sqrt[4 \cdot 2]{11^8} + \sqrt[5]{8} \cdot \sqrt[10 : 2]{2^{4:2}} =$
$= \sqrt[8]{11^8} + \sqrt[5]{8} \cdot \sqrt[5]{2^2} =$
$= 11 + \sqrt[5]{8 \cdot 2^2} =$
$= 11 + \sqrt[5]{32} =$
$= 11 + 2 =$
$= 13$

b) $\frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt[6]{3}}{\sqrt[6]{12}} = \frac{\sqrt[2 \cdot 3]{2^{1 \cdot 3}} \cdot \sqrt[6]{3}}{\sqrt[6]{12}} =$
$= \frac{\sqrt[6]{2^3} \cdot \sqrt[6]{3}}{\sqrt[6]{12}} = \frac{\sqrt[6]{2^3 \cdot 3}}{\sqrt[6]{12}} =$
$= \sqrt[6]{\frac{8 \cdot 3}{12}} =$
$= \sqrt[6]{2}$

PENSAR E PRATICAR

Nos itens, observe os cálculos realizados em cada etapa e identifique quais propriedades operatórias da radiciação foram utilizadas. Resposta nas **Orientações para o professor**.

ATIVIDADES

NÃO ESCREVA NO LIVRO. Resoluções a partir da **p. 305**.

1. Utilize as propriedades da radiciação e calcule.

a) $\sqrt[8]{99^8}$ 99

b) $\sqrt{\sqrt[3]{64}}$ 2

c) $\sqrt{\frac{16}{49}}$ $\frac{4}{7}$

d) $\sqrt[4]{3} \cdot \sqrt[4]{27}$ 3

e) $\sqrt[7]{(-21)^7}$ −21

f) $\sqrt[5]{\sqrt[5]{-1}}$ −1

2. Em cada item, escreva a expressão por meio de um único radical.

a) $\sqrt[9]{2} \cdot \frac{\sqrt[9]{14}}{\sqrt[9]{4}}$ $\sqrt[9]{7}$

b) $\frac{\sqrt[5]{\sqrt[4]{6^4}}}{\sqrt[10]{3} \cdot \sqrt[10]{3}}$ $\sqrt[5]{2}$

c) $\sqrt[4]{\frac{9}{10}} \cdot \sqrt[8]{10^6}$ $\sqrt[4]{900}$ ou $\sqrt{30}$.

d) $\sqrt[6]{5} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{3}$ $\sqrt[6]{360}$

e) $\sqrt[4]{4} \cdot \sqrt{\sqrt{7}}$ $\sqrt[8]{112}$

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Na propriedade **III**, destacar o uso das propriedades de potências, exploradas na Unidade **2** deste Volume.

- $(a \cdot b)^m = a^m \cdot b^m \rightarrow (a \cdot b)^{\frac{1}{n}} = a^{\frac{1}{n}} \cdot b^{\frac{1}{n}}$
- $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m} \rightarrow \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{1}{n}} = \frac{a^{\frac{1}{n}}}{b^{\frac{1}{n}}}$

Na propriedade **IV**, destacar o uso da propriedade de potência a seguir, também explorada anteriormente.

$(a^m)^n = a^{m \cdot n} \rightarrow \left(a^{\frac{1}{p}}\right)^{\frac{1}{n}} = a^{\frac{1}{n} \cdot \frac{1}{p}}$

Apresentar aos estudantes os seguintes exemplos numéricos das propriedades trabalhadas nesta página.

- Propriedade **III**

a) $\sqrt[4]{5 \cdot 16} = (5 \cdot 16)^{\frac{1}{4}} =$
$= 5^{\frac{1}{4}} \cdot 16^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{5} \cdot \sqrt[4]{16}$

b) $\sqrt[7]{\frac{1}{2}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{7}} = \frac{1^{\frac{1}{7}}}{2^{\frac{1}{7}}} = \frac{\sqrt[7]{1}}{\sqrt[7]{2}}$

- Propriedade **IV**

$\sqrt{\sqrt{64}} = \sqrt[2 \cdot 2]{64} = \sqrt[4]{64}$

Para complementar o trabalho com as propriedades da radiciação, propor aos estudantes que, em cada exemplo dos cálculos com raízes a seguir, indiquem as propriedades operatórias que foram utilizadas em cada etapa.

a) $\sqrt[4]{\sqrt{11^8}} + \sqrt[5]{8} \cdot \sqrt[10]{2^4} =$
$= \sqrt[4 \cdot 2]{11^8} + \sqrt[5]{8} \cdot \sqrt[10 : 2]{2^{4:2}} =$
Resposta: propriedades **IV** e **II**.
$= \sqrt[8]{11^8} + \sqrt[5]{8} \cdot \sqrt[5]{2^2} =$
$= 11 + \sqrt[5]{8 \cdot 2^2} =$
Resposta: propriedades **I** e **III**.
$= 11 + \sqrt[5]{32} = 11 + 2 = 13$

b) $\frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt[6]{3}}{\sqrt[6]{12}} =$
$= \frac{\sqrt[2 \cdot 3]{2^{1 \cdot 3}} \cdot \sqrt[6]{3}}{\sqrt[6]{12}} =$
Resposta: propriedade **II**.
$= \frac{\sqrt[6]{2^3} \cdot \sqrt[6]{3}}{\sqrt[6]{12}} = \frac{\sqrt[6]{2^3 \cdot 3}}{\sqrt[6]{12}}$
Resposta: propriedade **III**.
$= \sqrt[6]{\frac{8 \cdot 3}{12}} =$
Resposta: propriedade **III**.
$= \sqrt[6]{2}$

Atividades

Atividade 1

Esta atividade trabalha cálculos envolvendo as propriedades da radiciação. É importante que os estudantes justifiquem os cálculos por meio das propriedades.

Atividade 2

Esta atividade trabalha cálculos envolvendo as propriedades da radiciação e as correspondentes a potências com expoente fracionário. É importante que os estudantes justifiquem os cálculos por meio das propriedades.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Atividades

Atividade 3

Esta atividade trabalha cálculos envolvendo as propriedades da radiciação e as correspondentes a potências com expoente fracionário.

Atividade 4

Esta atividade trabalha cálculos envolvendo as propriedades da radiciação.

Atividade 5

Esta atividade trabalha o cálculo da raiz cúbica relacionado ao estudo do volume de uma figura cúbica. Discutir com os estudantes as estratégias utilizadas por eles para resolver esta atividade. Se julgar conveniente, resolver o item **a** com eles por meio da decomposição em fatores primos, como apresentado a seguir.

512	2
256	2
128	2
64	2
32	2
16	2
8	2
4	2
2	2
1	

2^3, 2^3, 2^3

$512 = 2^3 \cdot 2^3 \cdot 2^3 = (2 \cdot 2 \cdot 2)^3 = 8^3$

Decompondo 512 em fatores primos, obtemos $8^3 = 512$, logo $\sqrt[3]{512} = 8$.

Atividade 6

Esta atividade trabalha o cálculo da raiz quadrada relacionado ao estudo da área de figuras quadradas. Retomar com os estudantes estratégias para obter a raiz quadrada de um número, como por tentativa e por decomposição em fatores primos.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

3. Qual das fichas a seguir não possui o mesmo resultado que as demais? Ficha **I**.

I. $\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{5}$ **II.** $\sqrt[3]{5}$ **III.** $\sqrt{\sqrt[3]{25}}$ **IV.** $\sqrt[6]{25}$

4. Junte-se a um colega, e observem as duas etapas que Bárbara seguiu para escrever $3\sqrt{6}$ de outra maneira para comparar esse número com $\sqrt{57}$.

1ª etapa: $3\sqrt{6} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{6}$

2ª etapa: $\sqrt{9} \cdot \sqrt{6} = \sqrt{54}$

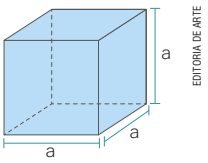
a) Expliquem os cálculos que Bárbara realizou em cada etapa.

b) Qual número é maior: $3\sqrt{6}$ ou $\sqrt{57}$? $\sqrt{57}$

c) Escrevam cada item indicado a seguir realizando os mesmos procedimentos de Bárbara. Em seguida, anotem as raízes obtidas em ordem crescente. $\sqrt{40} < \sqrt{51} < \sqrt{80} < \sqrt{98}$

- $4\sqrt{5}$ $\sqrt{80}$
- $7\sqrt{2}$ $\sqrt{98}$
- $\sqrt{51}$ $\sqrt{51}$
- $2\sqrt{10}$ $\sqrt{40}$

5. Você se lembra de como calcular o volume da figura de um cubo cuja aresta mede **a**? Observe a figura.



EDITORIA DE ARTE

Calcule a medida de cada aresta de um cubo cujo volume seja:

a) 512 cm^3 8 cm

b) 3 375 cm^3 15 cm

c) 729 cm^3 9 cm

d) 1 331 cm^3 11 cm

$V = a \cdot a \cdot a = a^3$

6. Determine a medida do lado de cada azulejo quadrado representado a seguir.

a)


20 cm

Área: 400 cm^2

b)


25 cm

Área: 625 cm^2

c)


13 cm

Área: 169 cm^2

d)

29 cm


FOTOGRAFIAS: KSU GANZ/SHUTTERSTOCK.COM

Área: 841 cm^2

e)

19 cm



Área: 361 cm^2

f)

7,5 cm



Área: 56,25 cm^2

4. a) Resposta esperada: Na 1ª etapa, como $3 = \sqrt{3^2}$ e $3^2 = 9$, Bárbara calculou $3 = \sqrt{9}$; já na 2ª etapa, ela utilizou a propriedade $\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$ e realizou o cálculo $\sqrt{9} \cdot \sqrt{6} = \sqrt{54}$.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

7. Acompanhe as etapas para obter a raiz quadrada aproximada de 10 com uma casa decimal.

1ª Determinamos entre quais números quadrados perfeitos está compreendido o número 10.

$$\underbrace{\sqrt{9}}_{3^2 = 9} < \sqrt{10} < \underbrace{\sqrt{16}}_{4^2 = 16}$$

2ª Realizamos algumas tentativas com números racionais de uma casa decimal nesse intervalo até obter aquele que, elevado ao quadrado, é o mais próximo de 10. Neste caso, é 3,2.

$(3{,}1)^2 = 9{,}61$ $\qquad$ $(3{,}2)^2 = 10{,}24$

Agora, para cada item a seguir, determine a raiz quadrada aproximada com uma casa decimal.

a) $\sqrt{11}$ 3,3 **b)** $\sqrt{83}$ 9,1 **c)** $\sqrt{125}$ 11,2 **d)** $\sqrt{20}$ 4,5

8. Identifique qual das potências do quadro a seguir corresponde à raiz apresentada em cada item.

$3^{\frac{1}{3}}$ $3^{\frac{4}{5}}$ 3^3 3^{10} $3^{\frac{5}{4}}$ $3^{\frac{2}{5}}$ $3^{\frac{5}{2}}$ $3^{\frac{3}{2}}$

a) $\sqrt[5]{3^2}$ $3^{\frac{2}{5}}$ **b)** $\sqrt[3]{3}$ $3^{\frac{1}{3}}$ **c)** $\sqrt{3^3}$ $3^{\frac{3}{2}}$ **d)** $\sqrt[4]{3^5}$ $3^{\frac{5}{4}}$

9. Em cálculos envolvendo radicais, podemos, em algumas ocasiões, realizar simplificações. Observe, por exemplo, as etapas que podemos realizar para simplificar $\sqrt[3]{875}$.

1ª Fatoramos o radicando.

875	5
175	5
35	5
7	7
1	

5^3

Assim, $875 = 5^3 \cdot 7$. Então: $\sqrt[3]{875} = \sqrt[3]{5^3 \cdot 7}$.

2ª Utilizamos propriedades da radiciação e calculamos:

$\sqrt[3]{5^3 \cdot 7} = \sqrt[3]{5^3} \cdot \sqrt[3]{7} = 5\sqrt[3]{7}$.

Portanto, $\sqrt[3]{875} = 5\sqrt[3]{7}$.

9. a) Propriedades $\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$ e $\sqrt[n]{a^n} = a$.

a) Na 2ª etapa do exemplo apresentado, quais propriedades da radiciação foram utilizadas?

b) Simplifique as raízes como realizado no exemplo.

- $\sqrt[4]{162}$ $3\sqrt[4]{2}$
- $\sqrt[5]{128}$ $2\sqrt[5]{4}$
- $\sqrt[3]{2\,058}$ $7\sqrt[3]{6}$
- $\sqrt{540}$ $6\sqrt{15}$

Atividade 7

Esta atividade trabalha o cálculo da raiz quadrada aproximada de um número. Ao final, propor aos estudantes que confirmem as respostas com o auxílio de uma calculadora.

Atividade 8

Esta atividade trabalha a relação entre potências com expoente fracionário e raízes correspondentes.

Atividade 9

Esta atividade trabalha a simplificação de raízes com o auxílio das propriedades da radiciação. Relembrar aos estudantes que na fatoração completa de um número ele é reescrito como o produto de fatores primos. Nesse sentido, como apresentado no exemplo desta atividade, realizam-se sucessivas divisões por números primos, até que se obtenha quociente igual a 1. Comentar que a fatoração completa do radicando tem como objetivo reescrever os fatores utilizando potências cujos expoentes sejam iguais ao índice da raiz. No item **b**, auxiliar os estudantes nas simplificações.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Atividades

Atividade 10

Esta atividade trabalha cálculos com raízes por meio da simplificação. Comentar que uma estratégia para resolver a expressão numérica é, primeiro, fatorar o radicando, como apresentado na atividade anterior.

Atividade 11

Esta atividade trabalha o cálculo envolvendo a racionalização dos denominadores de frações. Ao explorar as estratégias de racionalização do denominador, sugerir aos estudantes que realizem algumas tentativas de cálculos envolvendo raízes e verifiquem qual eles consideram mais fácil de calcular, por exemplo, $\frac{2}{\sqrt{2}}$ ou $\frac{\sqrt{2}}{2}$, considerando $\sqrt{2} = 1{,}41$. É importante chamar a atenção dos estudantes de que, na estratégia de Aliara, $\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}} = 1$ e, na estratégia de Leonardo, $\frac{2\sqrt{7}}{2\sqrt{7}} = 1$.

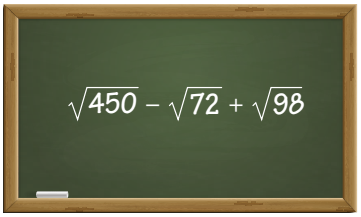
Atividade 12

Esta atividade trabalha cálculos envolvendo potências com expoente fracionário e a associação do resultado a uma raiz correspondente.

Atividade 13

Esta atividade trabalha a aplicação do conceito de raiz cúbica relacionado ao estudo do volume de uma figura cúbica, bem como a relação de potência com expoente fracionário e raiz. Para resolver a atividade, os estudantes podem, inicialmente, expressar a medida da aresta do cubo como a raiz cúbica da medida do volume dele, considerando as unidades de medida correspondentes: $\sqrt[3]{3^6}$. Em seguida, podem usar a relação entre potência de expoente fracionário e raiz e calcular a potência: $\sqrt[3]{3^6} = 3^{\frac{6}{3}} = 3^2 = 9$.

10. Observe na lousa representada a expressão numérica que a professora de Matemática propôs e a resposta obtida por quatro estudantes, à qual apenas um deles acertou.



- Ana: $4\sqrt{2}$
- Beto: $\sqrt{476}$
- Cláudio: $16\sqrt{2}$
- Diana: $\sqrt{280}$

Qual estudante acertou a resposta dessa expressão numérica? Cláudio.

11. Em algumas situações, temos de realizar cálculos envolvendo frações cujo denominador é uma raiz. Nesses casos, podemos utilizar um procedimento chamado **racionalização de denominador**, que consiste em obter uma fração equivalente sem radical no denominador. Observe como Aliara e Leonardo fizeram para racionalizar o denominador da fração $\frac{5}{2\sqrt{7}}$.

- Aliara:

$$\frac{5}{2\sqrt{7}} = \frac{5}{2\sqrt{7}} \cdot \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}} = \frac{5\sqrt{7}}{2\sqrt{7^2}} = \frac{5\sqrt{7}}{2 \cdot 7} = \frac{5\sqrt{7}}{14}$$

- Leonardo:

$$\frac{5}{2\sqrt{7}} = \frac{5}{2\sqrt{7}} \cdot \frac{2\sqrt{7}}{2\sqrt{7}} = \frac{10\sqrt{7}}{4\sqrt{7^2}} = \frac{10\sqrt{7}}{4 \cdot 7} = \frac{10\sqrt{7}}{28} = \frac{5\sqrt{7}}{14}$$

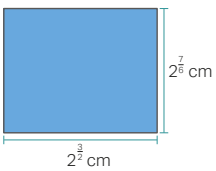
a) Os cálculos realizados por Aliara e Leonardo estão corretos? Sim.

b) Que estratégia eles utilizaram, inicialmente, para realizar a racionalização do denominador da fração $\frac{5}{2\sqrt{7}}$? Resposta esperada: Multiplicaram a fração inicial por outra cujo numerador e denominador fossem iguais, de modo que o produto obtido no denominador não tivesse radical.

c) Racionalize os denominadores das frações a seguir.

- $\frac{1}{\sqrt{8}}$ $\frac{\sqrt{8}}{8}$
- $\frac{9}{2\sqrt{5}}$ $\frac{9\sqrt{5}}{10}$
- $\frac{4}{3\sqrt{6}}$ $\frac{2\sqrt{6}}{9}$
- $\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}}$ $\frac{\sqrt{21}}{3}$

12. Qual dos itens corresponde, em centímetro quadrado, à área da figura do retângulo? Alternativa **a**.

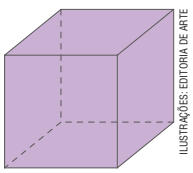


a) $\sqrt[3]{256}$ c) $\sqrt[7]{16}$

b) $\sqrt[4]{128}$ d) $\sqrt[8]{8}$

13. Observe o cubo representado.

Qual alternativa indica a medida da aresta desse cubo? Alternativa **c**.

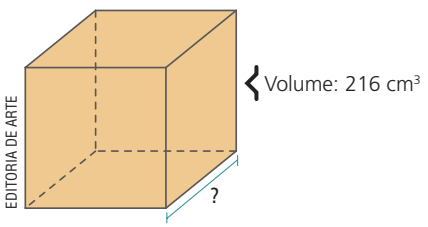


a) 3 cm c) 9 cm

b) $\sqrt[6]{3}$ cm d) $\sqrt[3]{6}$ cm

ATIVIDADE COMPLEMENTAR

Calcule a medida da aresta do cubo representado a seguir.



Resposta: 6 cm.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

Reveja

NÃO ESCREVA NO LIVRO.

Resolva as atividades para retomar o que foi estudado nesta Unidade.

Resoluções a partir da **p. 305**.

1. Camila quer obter a dízima periódica $3,\overline{5}$ realizando um cálculo. Qual item a seguir indica um possível cálculo que Camila pode fazer? Alternativa **a**.

a) $32 : 9$

b) $7 : 2$

c) $3 + 5$

d) $5 - 1,5$

2. Na reta numérica a seguir, as letras indicadas representam números.



Os números representados pelas letras **A**, **B**, **C** e **D**, nessa ordem, são: Alternativa **b**.

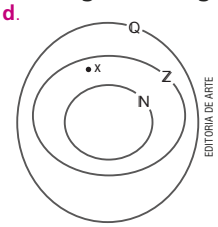
a) $-\frac{5}{2}; -1; 1,3; 2,75.$

b) $-2,5; -\frac{3}{3}; 0,\overline{3}; \frac{11}{4}.$

c) $-1; -2,5; 2,75; 0,\overline{3}.$

d) $-\frac{3}{2}; -1; 0,\overline{3}; \frac{3}{2}.$

3. Qual alternativa apresenta um possível valor de **x** no diagrama a seguir? Alternativa **d**.



EDITORIA DE ARTE

a) 1

b) $-\frac{1}{2}$

c) π

d) -2

4. Em uma folha avulsa, Daniela contornou a tampa circular de um pote. Depois, ela mediu o comprimento e o diâmetro da representação de circunferência obtida, em centímetro. Por fim, dividiu a maior medida pela menor. O resultado obtido por Daniela é uma aproximação do número irracional: Alternativa **c**.

a) φ

b) $\sqrt{2}$

c) π

d) 3

5. Em uma pizzaria, são oferecidas duas opções de formato de *pizza*.

- Opção **I**: *pizza* circular de 30 cm de diâmetro.
- Opção **II**: *pizza* retangular, com 18 cm de largura por 35 cm de comprimento.

Considerando $\pi \simeq 3$, podemos afirmar que a diferença entre as medidas das áreas da parte superior desses formatos de *pizza* é aproximadamente:

a) 5 cm²

b) 17 cm²

c) 23 cm²

d) 45 cm² Alternativa **d**.

6. Qual alternativa apresenta uma forma simplificada da expressão $\frac{\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{2}}{\sqrt{\sqrt[3]{4}}}$? Alternativa **b**.

a) $\sqrt{2}$ **b)** $\sqrt[3]{2}$ **c)** 2 **d)** $\sqrt[3]{4}$

7. A potência $5^{\frac{2}{3}}$ corresponde a: Alternativa **c**.

a) $5 \cdot \frac{2}{3}$

b) $\sqrt[2]{5^3}$

c) $\sqrt[3]{25}$

d) $\sqrt[5]{3^2}$

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

RevEJA

Atividade 1

O objetivo desta atividade é verificar a compreensão dos estudantes quanto à relação entre as formas decimal e fracionária de um número racional.

Ao assinalar uma alternativa incorreta, o estudante pode demonstrar não compreender como transformar a representação de um número racional na forma decimal, como dízima periódica, para a forma fracionária, ou não ter relacionado a fração obtida a uma divisão.

Atividade 2

O objetivo desta atividade é verificar a compreensão dos estudantes quanto à representação de números racionais na reta numérica.

Ao assinalar uma alternativa incorreta, o estudante pode demonstrar não compreender como ordenar números racionais em uma reta numérica.

Atividade 3

O objetivo desta atividade é verificar se os estudantes classificam números reais de acordo com suas características e se compreendem a representação de conjuntos numéricos por meio de diagrama.

Ao assinalar uma alternativa incorreta, o estudante pode demonstrar não compreender características dos números naturais, inteiros, racionais, irracionais ou reais, bem como a representação de conjuntos numéricos em um diagrama.

Atividade 4

O objetivo desta atividade é verificar se os estudantes associam a razão entre as medidas do comprimento e do diâmetro de uma circunferência ao número irracional π.

Ao assinalar uma alternativa incorreta, o estudante pode demonstrar não associar o número π à razão entre as medidas do comprimento e do diâmetro de uma circunferência, ou não identificar esse número como irracional.

Atividade 5

O objetivo desta atividade é verificar a compreensão dos estudantes sobre o cálculo da área de círculo e de retângulo.

Atividade 6

O objetivo desta atividade é verificar a compreensão dos estudantes quanto à realização de cálculo com raízes, utilizando propriedades operatórias da radiciação.

Ao assinalar uma alternativa incorreta, o estudante pode demonstrar não compreender as propriedades operatórias da radiciação.

Atividade 7

O objetivo desta atividade é verificar se os estudantes relacionam adequadamente uma potência de expoente fracionário à raiz correspondente. Ao assinalar uma alternativa incorreta, o estudante pode não associar adequadamente os termos de uma potência de expoente fracionário (base e expoente) aos termos de uma raiz (radicando e índice).

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

INTRODUÇÃO

Nesta Unidade, serão abordados os campos Geometria, Estatística e Álgebra. Os estudantes vão trabalhar com arcos de circunferência, polígonos regulares, além de fluxogramas, gráficos de setores, sequências e expressões algébricas. Esses conteúdos podem ser explorados de maneira articulada, como a construção de gráficos de setores, que envolve a determinação da medida de ângulos centrais e uso de incógnita para representar a medida desconhecida, e o uso de fluxograma para descrever etapas de construção de polígonos regulares.

OBJETIVOS PEDAGÓGICOS DA UNIDADE

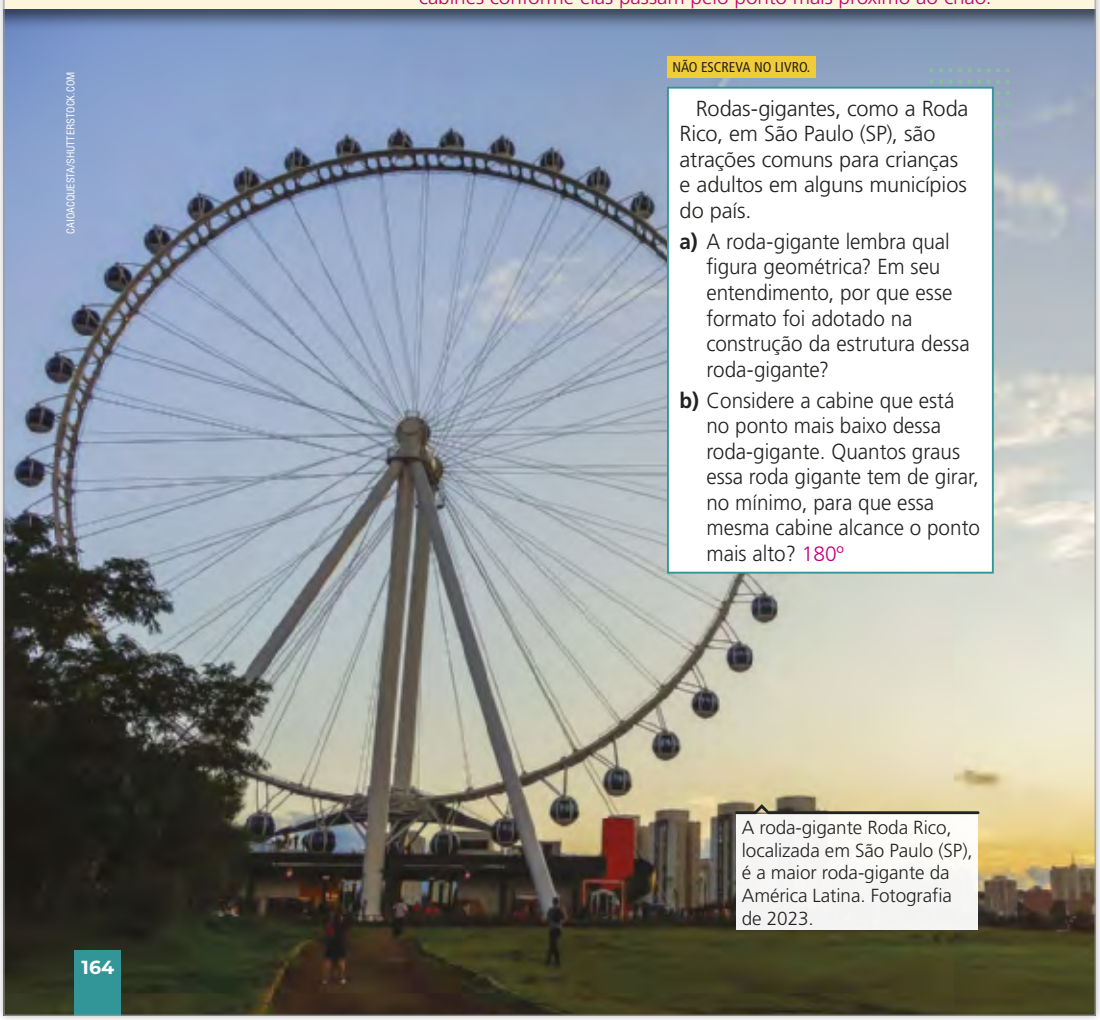
- Identificar e estabelecer relação entre os ângulos central e inscrito correspondentes a um mesmo arco de circunferência.
- Resolver problemas envolvendo o cálculo de comprimentos de arcos de circunferências.
- Ler e interpretar informações representadas em gráficos de setores.
- Identificar inadequações em gráficos de setores e analisar criticamente a influência delas na interpretação das informações representadas.
- Interpretar e elaborar fluxogramas simples.
- Construir polígonos regulares dadas as medidas de seus lados, utilizando régua e compasso.
- Classificar a regra de formação de uma sequência em recursiva ou não recursiva.
- Identificar regularidades em sequências numéricas e expressar algebricamente essas regularidades.
- Retomar e ampliar o estudo de expressões algébricas, incluindo o cálculo do valor numérico delas.
- Realizar operações com monômios.

ETAPA 8

UNIDADE 8

Circunferência, gráficos, polígonos, sequências e expressões

- Arco de circunferência
- Gráfico de setores
- Fluxograma
- Construção de polígonos regulares
- Sequências
- Expressões algébricas, monômios e polinômios



GAIDAGOUESTA/SHUTTERSTOCK.COM

NÃO ESCREVA NO LIVRO.

Rodas-gigantes, como a Roda Rico, em São Paulo (SP), são atrações comuns para crianças e adultos em alguns municípios do país.

a) A roda-gigante lembra qual figura geométrica? Em seu entendimento, por que esse formato foi adotado na construção da estrutura dessa roda-gigante?

b) Considere a cabine que está no ponto mais baixo dessa roda-gigante. Quantos graus essa roda gigante tem de girar, no mínimo, para que essa mesma cabine alcance o ponto mais alto? 180°

A roda-gigante Roda Rico, localizada em São Paulo (SP), é a maior roda-gigante da América Latina. Fotografia de 2023.

a) Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes identifiquem que a roda-gigante lembra uma circunferência e que expressem que a simetria desse formato facilita o acesso às cabines conforme elas passam pelo ponto mais próximo ao chão.

JUSTIFICATIVAS DOS OBJETIVOS

No estudo de arcos de circunferência, ângulos centrais e inscritos correspondentes a um mesmo arco de circunferência, incluindo o uso de *software*, espera-se que os estudantes avancem no estudo sobre circunferência, compreendendo como determinar as medidas desses arcos e explorando as características e a relação entre as medidas desses ângulos, de maneira que possam aplicar esses conhecimentos em situações representadas por essas figuras.

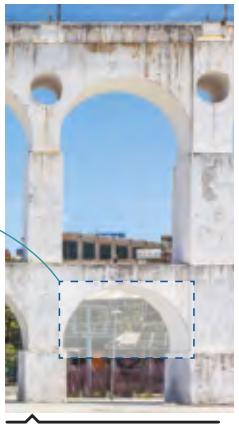
O trabalho com gráfico de setores é retomado e ampliado para que os estudantes compreendam como construir esses gráficos, leiam e analisem os dados representados em gráficos de setores divulgados em diferentes meios de comunicação, identificando, quando houver, inadequações que podem levar a uma interpretação equivocada das informações apresentadas, contribuindo para uma atuação crítica na sociedade. Também é explorada a interpretação e representação de informações em fluxogramas, o que contribui para o desenvolvimento do pensamento computacional e do raciocínio lógico dos estudantes.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

1. Arco de circunferência

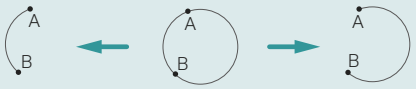
Os Arcos da Lapa são um dos cartões-postais do município do Rio de Janeiro (RJ). Na parte superior de cada vão dessa construção, é possível perceber um contorno que nos dá a ideia de um **arco de circunferência**. Observe.




LUIS WAR/SHUTTERSTOCK.COM

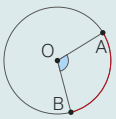
Os Arcos da Lapa, no Rio de Janeiro (RJ), foram construídos durante o Período Colonial no Brasil. Fotografia de 2020.

Dois pontos distintos de uma circunferência dividem-na em duas partes, chamadas **arcos de circunferência**.



arco de circunferência menor — arco de circunferência maior

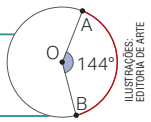
Podemos associar um arco de circunferência ao ângulo central correspondente. Observe a figura.



O ângulo central AOB define o arco de circunferência em vermelho, que pode ser indicado por $\overset{\frown}{AB}$.

Agora, acompanhe a questão a seguir.

Na circunferência de raio 2 m representada nesta figura, qual é o comprimento do arco AB definido pelo ângulo central AOB de 144°?



ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

Para resolver essa questão, é importante compreender que a medida do ângulo central e o comprimento do arco de circunferência correspondente são grandezas diretamente proporcionais. Nesse caso, podemos escrever a seguinte proporção.

Medida do ângulo central (em grau)	Comprimento do arco (em metro)
360	$2 \cdot \pi \cdot 2$
144	x

Considerando 3,14 como aproximação de π, temos:

$$x \simeq 1{,}6 \cdot 3{,}14 \simeq 5{,}024$$

Assim, o arco AB tem aproximadamente 5,024 m de comprimento.

$$\frac{360}{144} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 2}{x}$$
$$360x = 576\pi$$
$$\frac{360x}{360} = \frac{576\pi}{360}$$
$$x = 1{,}6\pi$$

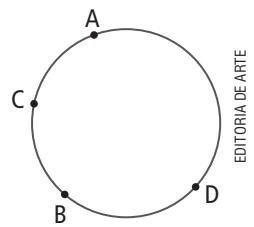
DICA

Lembre-se de que o perímetro de uma circunferência de raio **r** é dado por: $P = 2 \cdot \pi \cdot r$.

A ideia de arco de circunferência é abordada a partir da imagem de uma obra arquitetônica que faz parte da história do Rio de Janeiro: os Arcos da Lapa. Ao tratar desse tema e indicar partes da construção que remetem à ideia de arcos de circunferência, propicia-se explorar o conhecimento prévio dos estudantes no que se refere a construções arquitetônicas. Nesse sentido, pedir a eles que comentem construções que já tenham visitado e em que seja possível identificar arcos de circunferência.

Em relação à indicação de um arco de circunferência, explicar que é possível fazê-la de outra maneira: marcando um ponto entre as extremidades desse arco. Por exemplo, na primeira circunferência apresentada no Livro do estudante, pode-se marcar os pontos **C** e **D** e nomear os arcos da seguinte maneira.

- Arco de circunferência menor: $\overset{\frown}{ACB}$
- Arco de circunferência maior: $\overset{\frown}{ADB}$



EDITORIA DE ARTE

É importante enfatizar que a medida do ângulo, em grau, que determina um arco de circunferência é igual à medida do ângulo central correspondente.

A construção de polígonos regulares utilizando instrumentos de desenho e de medida contribui para a compreensão de propriedades geométricas e para a aplicação de conceitos estudados anteriormente, como arcos de circunferência.

A identificação e a descrição de regularidades em sequências, o trabalho com expressões algébricas e a realização de operações com monômios permitem aos estudantes ampliarem o pensamento algébrico e a autonomia para identificar, modelar, validar resultados e resolver problemas em diferentes contextos que envolvem valores desconhecidos ou que podem variar.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Em relação à **Página de abertura** da Unidade, comentar com os estudantes que a Roda Rico foi construída e começou a operar em 2022 e é a maior roda-gigante da América Latina.

No item **a**, discutir com os estudantes sobre características que eles podem observar nas rodas-gigantes em relação a formato, disposição das cabines etc.

Aproveitar o item **b** para verificar os conhecimentos prévios dos estudantes quanto ao estudo de circunferências e ângulos.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

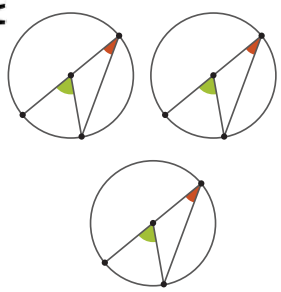
ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Na primeira circunferência de centro **O** dos exemplos apresentados, é importante destacar as seguintes características:

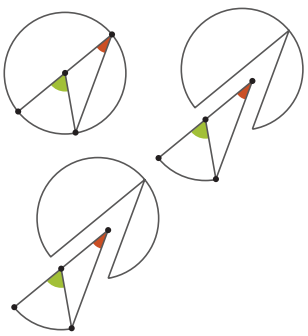
- o vértice **B** é um ponto da circunferência;
- os lados de $A\hat{B}C$ determinam duas cordas na circunferência ($\overline{BA}$ e $\overline{BC}$);
- o arco $\overset{\frown}{AC}$ correspondente a $A\hat{B}C$ não contém o vértice desse ângulo.

No boxe **Pensar e Praticar**, propor um experimento prático para os estudantes a fim de auxiliá-los na verificação da regularidade entre as medidas dos ângulos central e inscrito correspondentes a um mesmo arco de circunferência. Para isso, providenciar folhas de papel sulfite, réguas, transferidores e compassos e apresentar as seguintes etapas.

1ª) Construir três figuras de circunferência idênticas, representando um ângulo central com certa medida e um ângulo inscrito correspondente ao mesmo arco determinado pelo ângulo central.

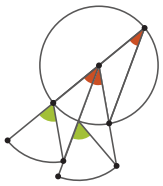


2ª) Recortar o ângulo inscrito de duas dessas figuras de circunferência.



ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

3ª) Sobrepor à outra figura de circunferência os ângulos recortados, como indicado a seguir, e verificar que a medida do ângulo central é igual ao dobro da medida de um ângulo inscrito correspondente a um mesmo arco de circunferência.



Comentar com os estudantes que a relação entre o ângulo central e um ângulo inscrito correspondentes a um mesmo arco de circunferência pode ser demonstrada, o que não será apresentado nesta coleção.

Ângulo inscrito em uma circunferência

Chamamos de **ângulo inscrito** todo ângulo cujo vértice está sobre a circunferência e cujos lados passam por outros dois pontos distintos dessa circunferência. Por exemplo, na circunferência de centro **O** da figura **1**, $A\hat{B}C$ é um ângulo inscrito.

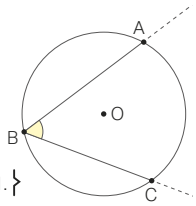
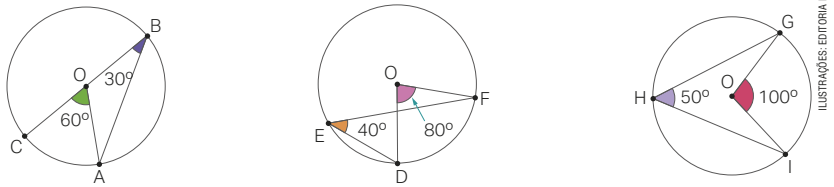


Figura **1**.

Em cada figura a seguir, estão indicados o ângulo central e um ângulo inscrito correspondentes a um mesmo arco de circunferência. Observe.



ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

PENSAR E PRATICAR

Em cada figura, compare a medida do ângulo central com a medida do ângulo inscrito correspondentes a um mesmo arco de circunferência. Que regularidade você percebeu?

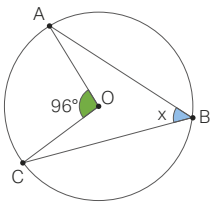
Resposta esperada: A medida do ângulo central é o dobro da medida de um ângulo inscrito correspondentes a um mesmo arco de circunferência.

Relação entre o ângulo central e um ângulo inscrito correspondentes a um mesmo arco de circunferência

Leia a propriedade destacada a seguir.

Em uma circunferência, quando um ângulo central e um ângulo inscrito correspondem a um mesmo arco, a medida do ângulo central é o dobro da medida do ângulo inscrito.

Com base nessa propriedade, podemos determinar a medida **x** do ângulo inscrito ABC na circunferência representada na figura a seguir.



$$2x = 96$$
$$\frac{2x}{2} = \frac{96}{2}$$
$$x = 48$$

Portanto, a medida **x** do ângulo inscrito ABC na circunferência representada é 48°.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

ATIVIDADES

NÃO ESCREVA NO LIVRO.

Imagens fora de proporção.

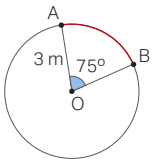
Resoluções a partir da **p. 305**.

1. Em cada item, calcule o comprimento aproximado do arco de circunferência em **vermelho** determinado pelo ângulo central indicado. Nas circunferências, o ponto **O** é o centro, e a medida do raio está indicada.

DICA

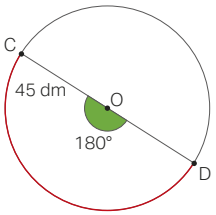
Nas atividades desta página, utilize 3,14 como uma aproximação de π.

a)



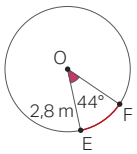
3,9 m

b)



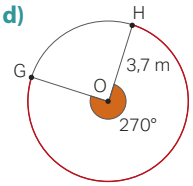
141,3 dm

c)



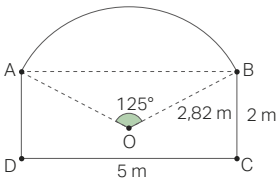
2,1 m

d)



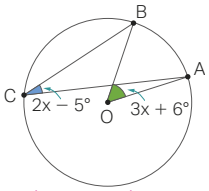
17,4 m

2. Um edifício teve sua entrada construída conforme o croqui apresentado. Nele, a figura ABCD corresponde ao contorno de um retângulo, e **O**, ao centro da circunferência em que o arco AB é determinado pelo ângulo central AOB de 125°. Com base nisso, calcule quantos metros, aproximadamente, tem o contorno da entrada desse edifício. 15,15 m



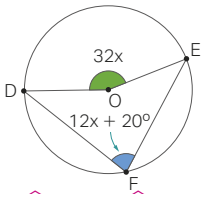
3. Em cada circunferência representada a seguir, os ângulos central e inscrito em destaque correspondem ao mesmo arco de circunferência. Determine, em grau, as medidas desses ângulos.

a)



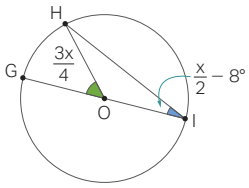
$A\hat{O}B$: 54°; $A\hat{C}B$: 27°.

b)



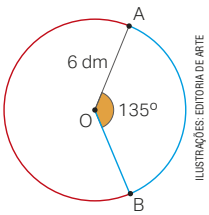
$D\hat{O}E$: 160°; $D\hat{F}E$: 80°.

c)



$G\hat{O}H$: 48°; $G\hat{I}H$: 24°.

4. Na circunferência de centro **O** representada a seguir, suponha que uma formiga vá percorrer, de uma só vez, o caminho em **vermelho**, partindo de **B** e chegando a **A**. Suponha também que outra formiga vá percorrer, de uma só vez, o caminho em **azul**, partindo de **O** e chegando a **A**. Considerando que a velocidade das formigas é igual, qual delas vai chegar primeiro a **A**? A formiga que vai percorrer o caminho em azul.



ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Atividades

Atividade 1

Esta atividade trabalha o cálculo do comprimento de arcos de circunferências determinados pelos ângulos centrais correspondentes. Caso os estudantes tenham dificuldades, destacar que a medida do ângulo central e o comprimento do arco de circunferência correspondente são grandezas diretamente proporcionais.

Para complementar, levar para a aula réguas, compassos e transferidores, ou pedir aos estudantes que providenciem esse material. Em uma atividade prática, propor que representem, em uma folha de papel sulfite, uma figura de circunferência, indicando um ângulo central e destacando o arco correspondente determinado por ele. Em seguida, pedir que troquem com um colega a representação que fizeram para que ele calcule o comprimento do arco de circunferência destacado. Ao término, eles devem conferir se as respostas estão corretas.

Atividade 2

Esta atividade trabalha a resolução de um problema envolvendo o cálculo do comprimento de um arco de circunferência determinado por um ângulo central. Explicar aos estudantes que croqui corresponde a um esboço ou rascunho de planta arquitetônica.

Atividade 3

Esta atividade trabalha a relação entre ângulos centrais e ângulos inscritos correspondentes a um mesmo arco de circunferência. Caso os estudantes tenham dificuldade, sugerir que identifiquem, inicialmente, qual dos ângulos indicados é o ângulo central e qual é o ângulo inscrito.

Atividade 4

Esta atividade trabalha a resolução de problema envolvendo o cálculo do comprimento de arcos de circunferência determinados por um ângulo central. Antes de os estudantes resolverem esta atividade, pedir que estimem qual formiga deve chegar primeiro em **A**. Para auxiliá-los nos cálculos, questionar qual é a medida do ângulo central determinado pelo arco de circunferência em vermelho (225°, pois 360° − 135° = 225°).

ATIVIDADE COMPLEMENTAR

A soma das medidas de um ângulo central e de um ângulo inscrito correspondentes a um mesmo arco de circunferência é igual a 168°. Quais são as medidas de cada um desses ângulos? Resposta: Ângulo central: 112°; ângulo inscrito: 56°.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Informar aos estudantes que o gráfico de setores também é conhecido como gráfico de *pizza*.

De maneira prática, para determinar a medida do ângulo central de um setor circular de um gráfico de setores, basta multiplicar o número decimal correspondente à proporção de cada categoria por 360°. Por exemplo, para determinar a medida do ângulo central do setor circular que representa o continente americano (30% = 0,3), calcula-se $0,3 \cdot 360° = 108°$.

Explicar que **x** é a medida do ângulo central (em grau) do setor que corresponde à extensão territorial do continente americano no cálculo apresentado na página do Livro do estudante.

Para auxiliar os estudantes na interpretação e na análise do gráfico, propor o seguinte questionamento.

Qual é a extensão territorial aproximada dos cinco continentes, juntos, sabendo que a América ocupa aproximadamente 39 028 200 km² desse total?
Resposta: 130 094 000 km².

SAIBA MAIS

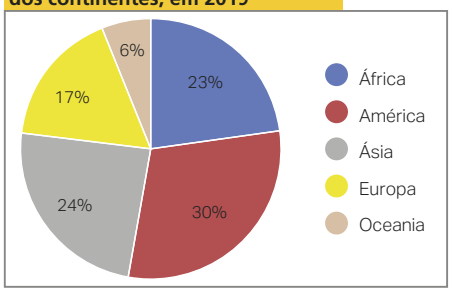
Sugerir aos estudantes que assistam a este vídeo para obter mais informações sobre os gráficos de setores.

- O GRÁFICO de setores. 2018. Vídeo (10 min). Publicado pelo canal Portal da Matemática OBMEP. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=wqEIpnxk9NE. Acesso em: 30 maio 2024.

2. Gráfico de setores

Quando queremos comparar as partes de um conjunto de dados de uma pesquisa umas com as outras e com o todo, podemos utilizar o **gráfico de setores**. Isso porque o setor correspondente a cada parte do conjunto de dados é proporcional aos valores por ele representados, e o círculo corresponde ao valor total desse conjunto de dados. Observe o exemplo.

Distribuição da extensão territorial dos continentes, em 2019



EDITORIA DE ARTE

PENSAR E PRATICAR

Observe e compare os **setores** desse gráfico. Entre os cinco continentes considerados no gráfico, quais deles possuem extensão territorial maior que a da África?

América e Ásia.

Fonte dos dados: UNITED NATIONS. Department of Economic and Social Affairs. Statistics Division. **Statistical yearbook 2021 edition**: sixty-fourth issue. Nova York: United Nations, 2021. p. 13-31. Disponível em: https://unstats.un.org/unsd/publications/statistical-yearbook/files/syb64/syb64.pdf. Acesso em: 6 maio 2024.

Nesse gráfico, o setor **azul** representa o porcentual ocupado pelo continente africano em relação à extensão territorial dos cinco continentes. Como no gráfico a medida do ângulo central e o porcentual correspondente a cada setor são diretamente proporcionais, temos que o ângulo central do arco que corresponde aos 23% pode ser calculado da seguinte maneira.

Porcentual	Medida do ângulo central (em grau)
23	x
100	360

$$\frac{23}{100} = \frac{x}{360}$$

$$100x = 8\,280$$

$$\frac{100x}{100} = \frac{8\,280}{100}$$

$x = 82,8$, ou seja, 82,8°.

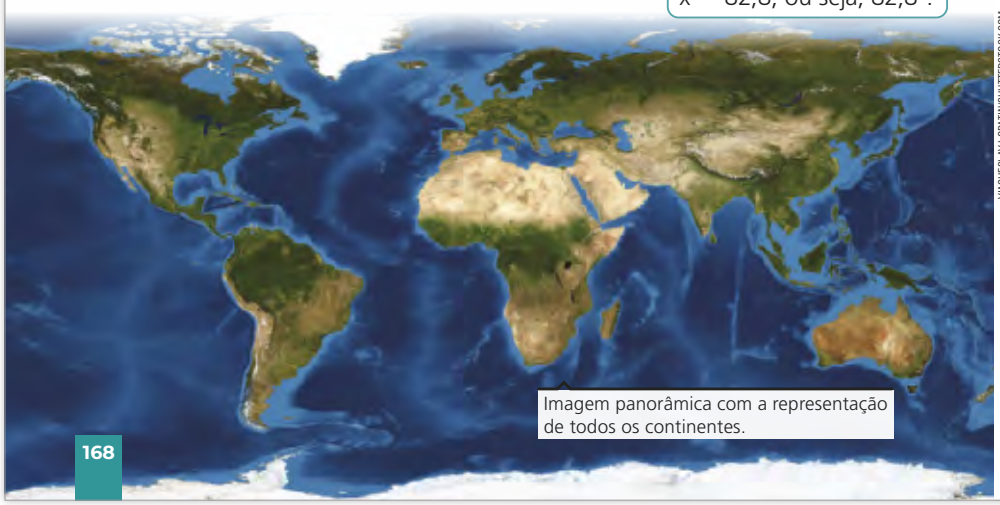


Imagem panorâmica com a representação de todos os continentes.

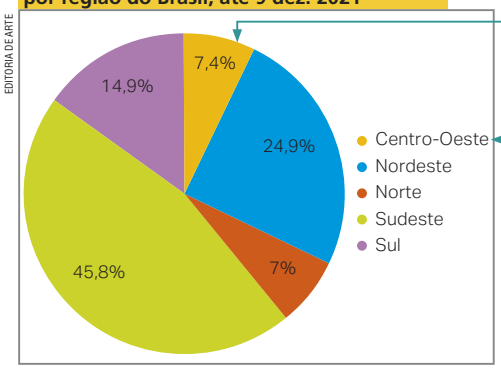
VIACHESLAV LOPATIN/SHUTTERSTOCK.COM

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

Na construção do gráfico de setores, é importante criar uma legenda que indique a que setor cada dado corresponde. Além disso, é essencial garantir que a soma das partes corresponda ao todo, ou seja, ao adicionar as porcentagens, deve-se obter 100%. Observe o gráfico de setores a seguir.

Doses aplicadas de vacina contra a covid-19, por região do Brasil, até 9 dez. 2021



Fonte dos dados: BRASIL. Ministério da Saúde. **Vacinômetro COVID-19**. Brasília, DF: MS, 2024. Disponível em: https://infoms.saude.gov.br/extensions/SEIDIGI_DEMAS_Vacina_C19/SEIDIGI_DEMAS_Vacina_C19.html. Acesso em: 18 maio 2024.

Este setor e este elemento da legenda indicam o porcentual de doses da vacina aplicadas em pessoas na Região Centro-Oeste.



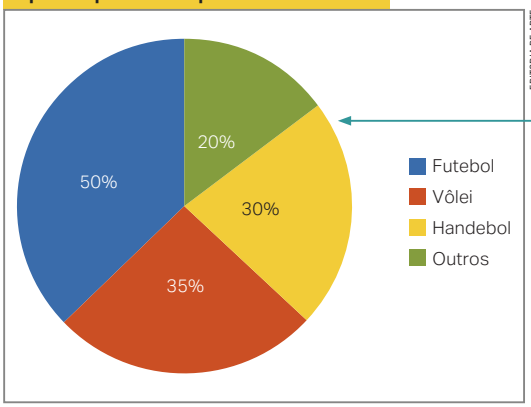
CESAR DINIZ/PULSAR IMAGENS

As campanhas de vacinação, organizadas pelo Ministério da Saúde, são iniciativas governamentais para imunizar a população contra diversas doenças, com o objetivo de prevenir a disseminação de doenças e proteger a saúde pública. São Paulo (SP), 2024.

Agora, vamos considerar uma pesquisa realizada com pessoas em um parque em que foi feita a seguinte pergunta: Que esportes você pratica?

Observe um gráfico construído de maneira incorreta com os dados obtidos nessa pesquisa.

Esportes praticados pelos entrevistados



Fonte: Dados da pesquisa.

Note que, ao adicionarmos os porcentuais correspondentes a cada setor, não obtemos 100%, como é esperado em um gráfico de setores. Nesse caso, isso ocorreu porque, na pesquisa, cada pessoa entrevistada poderia indicar mais de um esporte. O setor azul, por exemplo, indica que 50% das pessoas entrevistadas responderam praticar futebol, e, dessas, algumas podem também ter indicado outro esporte.

PENSAR E PRATICAR

Para representar esses mesmos dados da pesquisa sobre os esportes praticados pelas pessoas entrevistadas, que tipo de gráfico você acredita ser o mais adequado? Justifique.

Em situações como essa, o gráfico de setores não é o mais indicado para representar os dados, pois prejudica a comparação de cada parte de um conjunto de dados com o todo.

Resposta esperada: Gráfico de colunas ou gráfico de barras, pois esses tipos de gráfico têm como uma de suas características a possibilidade de comparar, entre si, os dados da pesquisa.

O termo "atividade física" não deve ser confundido com "exercício", que é uma subcategoria da atividade física e é planejada, estruturada, repetitiva e tem como objetivo melhorar ou manter um ou mais componentes do condicionamento físico. A atividade física moderada e intensa traz benefícios para a saúde.

Em todo o mundo, um em cada cinco adultos e quatro em cada cinco adolescentes (com idade entre 11 e 17 anos) não praticam atividade física suficiente. Alguns grupos populacionais têm menos oportunidades de terem uma vida mais ativa, entre eles meninas, mulheres, pessoas idosas, com menos recursos financeiros, com deficiências e doenças crônicas, populações marginalizadas e povos indígenas.

SOCIEDADE BRASILEIRA DE CARDIOLOGIA. **SBC conscientiza sobre importância da atividade física, especialmente durante a pandemia**. [*S. l.*]: SBC, 21 dez. 2023. Disponível em: https://www.portal.cardiol.br/br/post/sbc-conscientiza-sobre-import%C3%A2ncia-da-atividade-f%C3%ADsica-especialmente-durante-a-pandemia. Acesso em: 30 maio 2024.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Aproveitar o tema tratado no segundo gráfico de setores para fazer uma roda de conversa com os estudantes sobre a importância da prática de atividade física e/ou esportes. Deve-se promover um ambiente de escuta respeitosa que caminhe para reflexões relacionadas à temática **Saúde e bem-estar**. Para auxiliar nessa conversa, ler para os estudantes trechos de algumas orientações propostas pela Sociedade Brasileira de Cardiologia (SBC) sobre a prática de atividades físicas.

Em 6 de abril comemora-se o Dia Mundial da Atividade Física, data instituída pela Organização Mundial da Saúde (OMS) para a prevenção do sedentarismo, que é uma das principais causas de doenças cardiovasculares, além de diabetes, obesidade, câncer de mama e de colo do útero e outras doenças crônicas não transmissíveis (DCNTs). [...]

A OMS define atividade física como sendo qualquer movimento corporal produzido pelos músculos esqueléticos que requeiram gasto de energia – incluindo atividades físicas praticadas durante o trabalho, jogos, execução de tarefas domésticas, viagens e em atividades de lazer.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Explicar aos estudantes que também é possível representar os dados de um gráfico de setores em valores absolutos, frações etc.

Na 2ª etapa da construção do gráfico, lembrar aos estudantes que o círculo completo corresponde a um ângulo central de 360° e representa, nesse caso, o total de votos (100%). Além disso, o ângulo central correspondente a cada setor é proporcional à parte do todo que cada informação representa. Assim, pode-se utilizar a propriedade fundamental das proporções e estabelecer uma relação para determinar a medida de cada ângulo central. Por exemplo, para determinar a medida do ângulo central do setor circular correspondente à porcentagem de votos obtidos por André, tem-se:

Porcentagem (%)	Medida do ângulo (em grau)
30	x
100	360

$\frac{30}{100} = \frac{x}{360}$

$100x = 10\,800$

$\frac{100x}{100} = \frac{10\,800}{100}$

$x = 108$, ou seja, 108°.

Explicar que, em algumas situações, as medidas dos ângulos podem ser arredondadas para facilitar nas medições durante a construção do gráfico de setores com instrumentos de desenho. Porém, é importante que compreendam que, mesmo com os arredondamentos, a soma das medidas dos ângulos centrais deve ser 360°.

Para complementar, uma proposta é trabalhar a construção de gráfico de setores em uma planilha eletrônica. As etapas a seguir podem ser realizadas para construir o gráfico de setores apresentado na planilha eletrônica **Calc**.

1ª) Na planilha eletrônica, digitar os dados apresentados na tabela, selecionar os intervalos de células **A2:A6** e **B2:B6** e clicar na opção do *menu* **Inserir gráfico**.

2ª) Em seguida, ao abrir a caixa de diálogo **Assistente de gráficos**, na opção **1. Tipo de gráfico**, selecionar as opções ***Pizza*** e **Normal**. Por fim, clicar em **Finalizar** e obter o gráfico de setores.

Construindo um gráfico de setores

Para eleger o síndico, os moradores de um condomínio realizaram uma votação. Observe a tabela com o resultado dessa votação, na qual 180 moradores votaram, e cada um indicou apenas um dos candidatos.

Resultado da eleição para síndico

Candidato	Quantidade de votos
André	54
Bianca	81
Cláudio	36
Danieli	9

Fonte: Súmula da votação.



MONKEY BUSINESS IMAGES/SHUTTERSTOCK.COM

A escolha do síndico de um condomínio costuma ser realizada em uma assembleia de moradores.

Com base nos dados dessa tabela, podemos construir um gráfico de setores. Acompanhe as etapas.

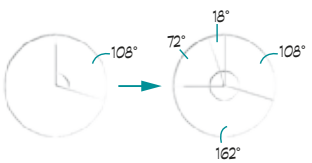
1ª Calculamos o porcentual de votos que cada candidato recebeu, considerando um total de 180 votos.

- André: $\frac{54}{180} = 0{,}3 = 30\%$
- Bianca: $\frac{81}{180} = 0{,}45 = 45\%$
- Cláudio: $\frac{36}{180} = 0{,}2 = 20\%$
- Danieli: $\frac{9}{180} = 0{,}05 = 5\%$

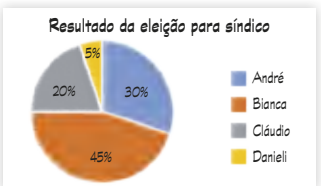
2ª Calculamos a medida do ângulo central de cada setor circular correspondente às porcentagens obtidas.

- André: 30% de 360° $\rightarrow \frac{30}{100} \cdot 360° = 108°$
- Bianca: 45% de 360° $\rightarrow \frac{45}{100} \cdot 360° = 162°$
- Cláudio: 20% de 360° $\rightarrow \frac{20}{100} \cdot 360° = 72°$
- Danieli: 5% de 360° $\rightarrow \frac{5}{100} \cdot 360° = 18°$

3ª Para desenhar o gráfico, traçamos uma circunferência com um compasso. Depois, com um transferidor e uma régua, marcamos um ângulo central de 108°, correspondente aos votos recebidos por André. De maneira análoga, a partir desse ângulo central, traçamos os ângulos correspondentes aos votos de cada um dos demais candidatos.



4ª Por fim, colorimos cada setor do gráfico, construímos a legenda correspondente e indicamos o título e a fonte.



Fonte: Súmula da votação.

ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

170

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

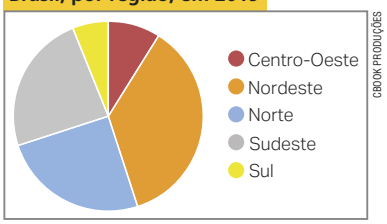
ATIVIDADES

NÃO ESCREVA NO LIVRO.

Resoluções a partir da **p. 305**.

1. No Brasil, a quantidade de indígenas em universidades públicas e privadas vem aumentando nos últimos anos. Observe o gráfico e a tabela a seguir e resolva as questões.

Indígenas matriculados em cursos de graduação no Brasil, por região, em 2019



CIBOOK PRODUÇÕES

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. **Sinopse estatística da educação superior 2019**. Brasília, DF: Inep, 2023. Disponível em: https://www.gov.br/inep/pt-br/acesso-a-informacao/dados-abertos/sinopses-estatisticas/educacao-superior-graduacao. Acesso em: 5 maio 2024.



CESAR DINIZ/PULSAR IMAGENS

Professor indígena durante aula da Universidade da Maturidade (UMA), do curso de extensão da Universidade Federal do Tocantins para indígenas idosos, no polo Aldeia Salto, em Tocantínia (TO). Fotografia de 2022.

Indígenas matriculados em cursos de graduação no Brasil, por região, em 2019

Região	Quantidade de indígenas
Centro-Oeste	5305
Nordeste	20068
Norte	13970
Sudeste	13289
Sul	3621

Fonte dos dados: BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. **Sinopse estatística da educação superior 2019**. Brasília, DF: Inep, 2023. Disponível em: https://www.gov.br/inep/pt-br/acesso-a-informacao/dados-abertos/sinopses-estatisticas/educacao-superior-graduacao. Acesso em: 5 maio 2024.

a) Em qual região do Brasil havia a maior quantidade de indígenas matriculados em cursos de graduação em 2019? No gráfico, qual setor representa essa região?

b) Qual é o total de indígenas matriculados em cursos de graduação em 2019? Você consultou o gráfico ou a tabela para responder a essa questão?

c) Calcule o porcentual aproximado correspondente a cada setor do gráfico apresentado. Se necessário, use uma calculadora. Azul: 25%; alaranjado: 36%; cinza: 24%; amarelo: 6%; vermelho: 9%.

d) Em 2019, havia 8603824 estudantes matriculados em cursos de graduação no Brasil. Que porcentual desses estudantes era indígena? Com base nessa resposta e nas informações apresentadas anteriormente, elabore, no caderno, um texto sobre a participação dos indígenas em cursos de graduação no Brasil. Se necessário, faça também uma pesquisa. Aproximadamente 0,654%. Resposta pessoal.

SAIBA MAIS

Sugerir aos estudantes que acessem o *site* a seguir para obter mais dados estatísticos sobre os povos indígenas brasileiros.

- INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. **Indígenas**. Rio de Janeiro: IBGE, c2024. Disponível em: https://indigenas.ibge.gov.br/. Acesso em: 30 maio 2024.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Atividades

Atividade 1

Esta atividade trabalha a compreensão da estrutura de um gráfico de setores, bem como a leitura e a interpretação de dados representados nesse tipo de gráfico. Aproveitar o tema proposto nesta atividade e promover uma conversa sobre a importância das políticas de inclusão de pessoas indígenas no ensino superior. Para fomentar essa conversa, ler para os estudantes o trecho a seguir.

Entre 2011 e 2021, a quantidade de matrículas de alunos autodeclarados indígenas no ensino superior aumentou 374%. De acordo com o centro de inteligência analítica criado pela entidade que representa as instituições de ensino superior no Brasil (Semesp), a rede privada respondeu pela maioria delas (63,7%), no período.

[...]

Apesar do crescimento expressivo, o contingente de estudantes indígenas, no ano de 2021, era de pouco mais de 46 mil pessoas, o equivalente a 0,5% do total de alunos do ensino superior. Outro dado que o instituto realça é que o gênero feminino predomina entre os alunos indígenas, correspondendo a 55,6%.

[...]

Até chegar à condição de egresso, porém, há percalços que atingem especificamente os alunos indígenas, como o idioma, o que, além de levar muitos a abandonar a graduação, faz com que outra parte nem mesmo consiga iniciá-la. [...]

BOND, Letycia. Matrículas de indígenas em universidades subiram 374% de 2011 a 2021. **Agência Brasil**, São Paulo, 18 abr. 2023. Disponível em: https://agenciabrasil.ebc.com.br/educacao/noticia/2023-04/matriculas-de-indigenas-em-universidades-subiram-374-de-2011-a-2021. Acesso em: 30 maio 2024.

No item **d**, explicar aos estudantes que, apesar de a quantidade de indígenas nas universidades estar aumentando no decorrer dos anos, ainda é uma quantidade pequena em relação ao total de estudantes matriculados.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Atividades

Atividade 2

Esta atividade trabalha a análise de dados estatísticos representados em uma tabela e em um gráfico de setores, bem como a identificação de inadequações nesse gráfico. Além disso, o contexto relacionado à inclusão no ensino regular de estudantes com deficiência propicia uma discussão acerca dos Direitos da Criança e do Adolescente.

Sugerir aos estudantes que leiam e conheçam o Estatuto da Criança e do Adolescente (ECA), nesta publicação: BRASIL. Ministério dos Direitos Humanos e da Cidadania. **Estatuto da Criança e do Adolescente**: Lei nº 8.069, de 13 de julho de 1990. Brasília, DF: MDHC, 2024. Disponível em: https://www.gov.br/mdh/pt-br/navegue-por-temas/crianca-e-adolescente/publicacoes/eca_mdhc_2024.pdf. Acesso em: 10 jun. 2024.

Ainda sobre o ECA, ler para os estudantes o trecho a seguir.

> O Estatuto da Criança e do Adolescente, Lei Federal nº 8.069, de 13 de julho de 1990, que regulamenta o artigo 227 da Constituição Federal, define as crianças e os adolescentes como sujeitos de direitos, em condição peculiar de desenvolvimento, que demandam proteção integral e prioritária por parte da família, sociedade e do Estado.
>
> Como consequência da doutrina de proteção integral à criança e ao adolescente, o ECA prevê a integração operacional dos órgãos e instituições públicas e entidades da sociedade civil, visando à proteção, à responsabilização por ação ou omissão de violação dos direitos, à aplicação dos instrumentos postulados pelo sistema e à interação entre os atores desse sistema.
>
> BRASIL. Ministério dos Direitos Humanos e da Cidadania. **O Estatuto da Criança e do Adolescente – ECA**. Brasília, DF: MDHC, 13 maio 2024. Disponível em: https://www.gov.br/mdh/pt-br/navegue-por-temas/crianca-e-adolescente/publicacoes/o-estatuto-da-crianca-e-do-adolescente. Acesso em: 30 maio 2024.

2. Para realizar um estudo sobre a educação inclusiva no Brasil, Márcio selecionou a seguinte informação.

A inclusão de estudantes com deficiência no ensino regular

Em 2020, nos Anos Finais do Ensino Fundamental no Brasil, 380 472 estudantes com deficiência estavam incluídos nas classes comuns. Mais de $\frac{1}{3}$ desses estudantes estudava em escolas da Região Sudeste.

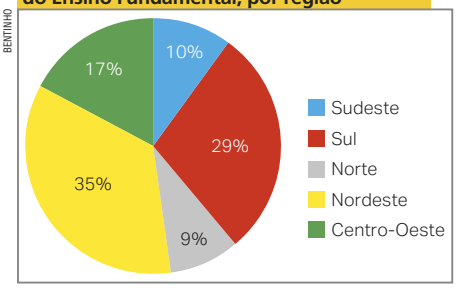
Distribuição dos estudantes com deficiência incluídos em classes comuns dos Anos Finais do Ensino Fundamental no Brasil, por região, em 2020

Região	Porcentagem
Norte	10%
Nordeste	29%
Centro-Oeste	9%
Sudeste	35%
Sul	17%

Fonte dos dados: BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. **Sinopse estatística da educação básica 2020**. Brasília, DF: Inep, 2021. Disponível em: https://download.inep.gov.br/dados_abertos/sinopses_estatisticas/sinopses_estatisticas_censo_escolar_2020.zip. Acesso em: 6 maio 2024.

Com base nessa tabela, Márcio construiu o gráfico a seguir. Porém, nessa construção, ele cometeu alguns erros. Observe.

Distribuição dos estudantes com deficiência incluídos em classes comuns dos Anos Finais do Ensino Fundamental, por região




GROUND PICTURE/SHUTTERSTOCK.COM

Pessoa com Síndrome de Down realizando atividade no computador.

a) Identifique, no gráfico construído por Márcio, os erros que ele cometeu. Depois, explique o que pode ser feito para corrigir esses erros. Respostas nas **Orientações para o professor**.

b) Você conhece pessoas com deficiência que frequentam a escola? Como é a rotina escolar dessas pessoas em relação à acessibilidade? Resposta pessoal.

c) Junte-se a um colega, e pesquisem na internet os recursos que uma escola deve ter para se tornar um ambiente acessível e inclusivo para pessoas com deficiência. Façam uma apresentação para a turma com os resultados da pesquisa e debatam sobre a realidade da escola em que vocês estudam. Resposta pessoal.

172

SAIBA MAIS

Acessar este *site* para ler sobre educação inclusiva.

- DIVERSA. **O que é educação inclusiva?** [São Paulo]: Instituto Rodrigo Mendes, c2024. Disponível em: https://diversa.org.br/educacao-inclusiva/o-que-e-educacao-inclusiva/. Acesso em: 30 maio 2024.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

CONEXÕES

Diversidade de gênero

O respeito à diversidade de **gênero** tem sido amplamente discutido nos últimos anos em todo o mundo. Entretanto, ainda há muitos desafios na busca pela garantia dos direitos humanos e da tolerância à diversidade. Leia o texto a seguir com os colegas e o professor.

GLOSSÁRIO

Gênero: conjunto de indivíduos, objetos e ideias que apresentam características em comum.

> O percentual de brasileiros adultos que se declaram assexuais, lésbicas, *gays*, bissexuais e transgênero é de 12%, ou cerca de 19 milhões de pessoas, levando-se em conta os dados populacionais do IBGE. É o que mostra um levantamento inédito conduzido por pesquisadores da Unesp e da USP. [...].
>
> [...]
>
> [...] a importância do estudo está em tirar grupos ALGBT da invisibilidade e permitir a elaboração de políticas públicas direcionadas às necessidades específicas dessas pessoas. [...]

STARIOLO, Malena. Levantamento quantitativo pioneiro na América Latina mapeia comunidade ALGBT no Brasil. **Jornal da Unesp**, São Paulo, 24 out. 2022. Disponível em: https://jornal.unesp.br/2022/10/24/levantamento-quantitativo-pioneiro-na-america-latina-mapeia-comunidade-algbt-no-brasil/. Acesso em: 5 maio 2024.

MÃOS À OBRA

Resoluções a partir da **p. 305**.

NÃO ESCREVA NO LIVRO.

1. Você já presenciou algum tipo de violência ou discriminação de gênero? Se sim, conte o fato para os colegas. Resposta pessoal.
2. De acordo com os dados do texto, para construir um gráfico de setores que represente o total de pessoas que se declaram integrantes da comunidade Assexuais, Lésbicas, *Gays*, Bissexuais e Transgênero (ALGBT) em relação ao todo, qual seria o ângulo correspondente ao setor que representa esse grupo. Explique aos colegas como você pensou para responder.
43,2°. Resposta nas **Orientações para o professor**.



O respeito à diversidade é fundamental para uma sociedade mais justa.

DAVIDE ANGELINI/SHUTTERSTOCK.COM

VETOR ARCHIVE/SHUTTERSTOCK.COM

Mãos à obra

Atividade 1

Nesta atividade, é importante orientar os estudantes para que participem de maneira adequada, falando e ouvindo os colegas com respeito e atenção.

Atividade 2

Nesta atividade, verificar se os estudantes compreenderam que o "todo" (100%), nesse caso, corresponde ao total da população adulta brasileira.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Conexões

O tema proposto nesta seção possibilita realizar com os estudantes discussões sobre vários aspectos relacionados à diversidade de gênero, como respeito, tolerância e combate à violência. Nesse sentido, incentivar os estudantes a compartilharem suas experiências sobre esse tema, promovendo reflexões relacionadas ao tema **Identidade e cultura**.

Para subsidiar a conversa, ler para os estudantes o trecho a seguir, que trata do Dia Internacional de Combate a Homofobia.

O dia 17 de maio é conhecido mundialmente como o Dia Internacional de Combate a Homofobia. É nessa data que se comemora o momento histórico para o Movimento LGBT, quando no ano de 1990, a Organização Mundial de Saúde (OMS) retirou o termo homossexualismo da lista de distúrbios mentais do Código Internacional de Doenças. A partir deste momento, a homossexualidade perde o seu antigo sufixo "ismo", o que caracterizava a orientação enquanto doença, deixando de ser considerada um desvio ou uma condição relacionada a alguma forma de patologia. Desde então, o movimento zela e se mantém sempre alerta na utilização do termo "homossexualidade" em detrimento ao termo "homossexualismo".

BRASIL. Ministério do Desenvolvimento Social e Agrário. Secretaria Nacional de Assistência Social. Departamento de Proteção Social Especial. Departamento de Proteção Social Básica. **O dia 17 de maio e o papel do SUAS no combate à LGBTfobia no Brasil**: a luta contra a LGBTfobia é de todas(os) nós! Brasília, DF: Ministério do Desenvolvimento Social e Agrário, 2017. p. 1. Disponível em: https://www.mds.gov.br/webarquivos/publicacao/assistencia_social/informe/O%20Dia%2017%20de%20maio%20e%20o%20papel%20do%20suas%20no%20combate%20à%20lgbtfOBIA%20NO%20BRASIL%20(1).pdf. Acesso em: 30 maio 2024.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Perguntar aos estudantes o que eles sabem sobre fluxogramas. Se necessário, explicar que os fluxogramas têm como finalidade representar a sequência das etapas de um processo e contribuem para o desenvolvimento do pensamento computacional.

Podem ser utilizados em empresas no setor de planejamento, controle de qualidade, finanças e *marketing*. Profissionais da computação também costumam utilizar fluxogramas na programação de *softwares*. Esse contexto pode ser mote para uma pesquisa sobre fluxogramas utilizado em algumas profissões e com a temática **Mundo do trabalho.**

Ao trabalhar o exemplo desta página, é possível realizar com os estudantes uma atividade prática. Para isso, sugerir a eles que encenem um atendimento em que um estudante pode ser o cliente e o outro o atendente Alisson. A seguir, é apresentado um exemplo de conversa.

Alisson: Boa noite.
Cliente: Boa noite. Gostaria de pedir uma *pizza*.
Alisson: O senhor possui cadastro?
Cliente: Sim.
Alisson: Qual seria o tamanho da *pizza*? E o sabor?
Cliente: Uma *pizza* grande. Sabor queijo.
Alisson: O senhor tem alguma observação?
Cliente: Não.
Alisson: Tudo bem. Ficou em R$ 53,00. Qual vai ser a forma de pagamento?
Cliente: Em dinheiro.
Alisson: Anotado. Em 30 minutos entregaremos sua *pizza*. Obrigado.

Ler para os estudantes esse exemplo e pedir que associem as falas correspondentes a cada etapa do fluxograma. Incentivá-los a descrever com a maior exatidão possível as etapas que compõem o algoritmo representado pelo fluxograma.

É importante que eles compreendam o significado de cada figura que compõe um fluxograma. Destacar que, em geral, pode haver variações no formato e na cor dessas figuras.

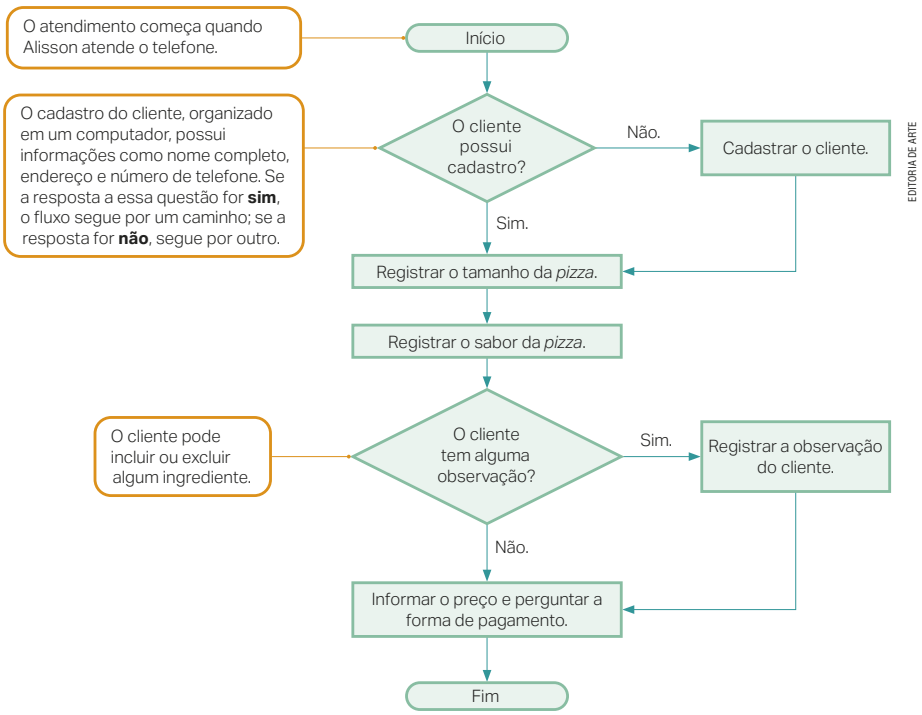
3. Fluxograma

A pizzaria onde Alisson trabalha recebe, todas as noites, muitas ligações telefônicas com pedidos de entrega. Ele é responsável por anotar esses pedidos e encaminhá-los para o preparo. Em cada pedido, Alisson não pode esquecer nenhuma informação. Assim, ele elaborou um esquema a ser seguido em cada atendimento. Observe.



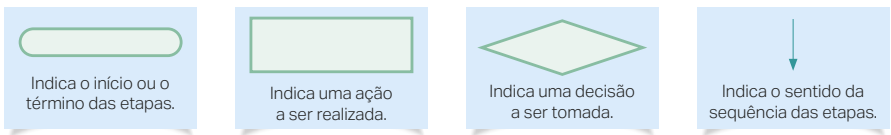
WAVEBREAKMEDIA/SHUTTERSTOCK.COM

Atendente de pizzaria anotando pedidos.



EDITORIA DE ARTE

Esse esquema é um exemplo de **fluxograma**, um tipo de diagrama gráfico que pode ser utilizado para representar, de maneira resumida, a sequência de etapas de um procedimento. Observe o significado das figuras no fluxograma apresentado anteriormente.



174

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

ATIVIDADES

NÃO ESCREVA NO LIVRO.

Resoluções a partir da **p. 305**.

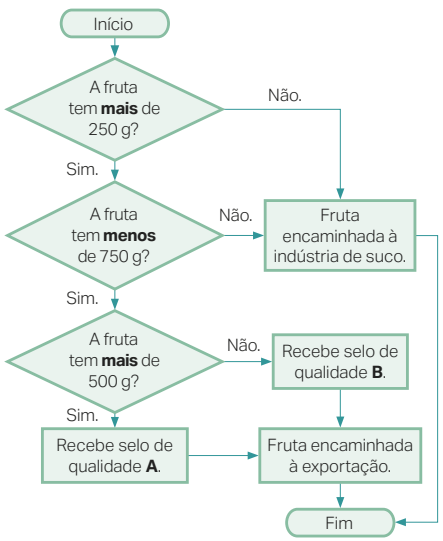
1. Em relação à situação apresentada na página anterior, responda às questões.

a) O que Alisson faz quando o cliente não está cadastrado?

b) Qual informação Alisson identifica primeiro: o tamanho ou o sabor da *pizza*?

c) Um cliente informou que deseja sua *pizza* sem cebola. Em que etapa Alisson pode ter anotado essa informação?

2. No sítio de Ivone, as mangas produzidas são encaminhadas para a indústria de suco ou para a exportação, de acordo com critérios como cor, polpa e massa. Observe o fluxograma de avaliação das mangas em relação à massa, após os outros critérios para a exportação serem atendidos.



ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

Uma manga de 430 g, de acordo com esse fluxograma, deve ser encaminhada: Alternativa **b**.

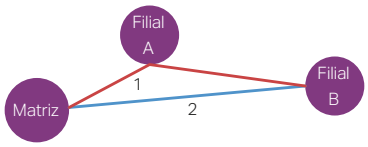
a) à indústria de suco.

b) à exportação com o selo de qualidade **B**.

c) à exportação com o selo de qualidade **A**.

d) ao descarte.

3. Uma rede de loja de móveis é composta de uma matriz e duas filiais, **A** e **B**. O único depósito da rede fica na matriz, de onde os móveis são transportados para as filiais por um caminhão. Observe o esquema com os trajetos (**1** e **2**) que esse caminhão pode realizar de acordo com os critérios indicados a seguir.



Critérios de transporte.
- O caminhão parte sempre da matriz e tem como último destino a filial **B**.
- Se houver entrega na filial **A**, o caminhão faz o trajeto **1** (em vermelho).
- Se não houver entrega na filial **A**, o caminhão faz o trajeto **2** (em azul).

Com base nessas informações, desenhe um fluxograma para representar os possíveis trajetos do caminhão de acordo com as entregas que ele pode fazer. Resposta nas **Orientações para o professor**.

4. Junte-se a dois colegas, e escolham alguma atividade que costumam realizar no dia a dia e que possa ser dividida em etapas. Depois, no caderno, representem essas etapas por meio de um fluxograma. Resposta pessoal.

175

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Atividades

Atividade 1

Esta atividade trabalha a interpretação de um fluxograma, buscando identificar relações entre os objetos representados e as etapas descritas. Para complementar, propor aos estudantes as seguintes questões.

- Qual é o primeiro passo de Alisson após atender o telefone? Resposta: Verificar se o cliente possui cadastro.
- Qual é a última informação que o atendente apresenta ao cliente? Resposta: O preço.

Atividade 2

Esta atividade trabalha a interpretação de um fluxograma, buscando identificar relações entre os objetos representados e as etapas descritas. Dizer aos estudantes que, para serem submetidas a esse fluxograma, pressupõe-se que as frutas atendam aos demais critérios de exportação. Para complementar, pedir que citem exemplos de massas de frutas que podem ser encaminhadas à indústria de sucos (100 g; 170 g; 200 g; 800 g); à exportação com selo de qualidade **A** (600 g; 650 g; 700 g; 710 g); e à exportação com selo de qualidade **B** (260 g; 350 g; 400 g; 480 g).

Atividade 3

Esta atividade trabalha o desenvolvimento de um fluxograma para expressar relações entre os objetos e as etapas descritas em um processo. Para auxiliar os estudantes no desenho do fluxograma, propor os seguintes questionamentos.

- É preciso que em toda entrega o caminhão passe pela filial **A**? Resposta: Não.
- Em qual situação o caminhão faz o trajeto **2**? Resposta: Quando não há entrega na filial **A**.
- Qual é o último destino do caminhão? Resposta: Filial **B**.

Ao final, propor que compartilhem o fluxograma com os colegas da turma.

Atividade 4

Esta atividade trabalha o desenvolvimento de um fluxograma para expressar relações entre os objetos e as etapas descritas em um processo. Verificar se as atividades escolhidas pelos estudantes envolvem etapas ordenadas a serem realizadas e/ou tomadas de decisões, como procedimentos que realizam após chegar da escola e antes de sair para trabalhar, no preparo do café da manhã e antes de sair para uma viagem com a família.

Uma possibilidade é, antes de os estudantes trocarem o fluxograma com um colega, propor que elaborem uma questão de interpretação sobre o fluxograma que representaram para que o outro responda.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

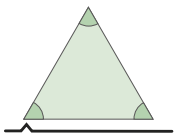
Nesta página, inicia-se o trabalho com a construção de polígonos regulares dada a medida de seus lados, recorrendo às características da circunferência para validar as estratégias utilizadas, bem como à descrição dos procedimentos e à utilização de instrumentos como régua e compasso para essa construção. Esse conteúdo é abordado nesta Unidade, pois, nos procedimentos para as construções dos polígonos regulares, são construídas circunferências ou arcos de circunferência com o compasso.

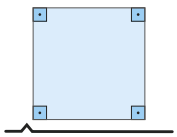
Após apresentar os exemplos de polígonos regulares, propor aos estudantes que calculem a soma **S** das medidas dos ângulos internos de cada um deles. Para isso, os estudantes podem utilizar a expressão $S = (n - 2) \cdot 180°$, em que n é um número natural maior que 2 e corresponde à quantidade de lados do polígono. Esse estudo será apresentado na Unidade **3** deste Volume. Em seguida, pedir que calculem a medida de cada ângulo interno desses polígonos regulares (triângulo equilátero: 60°; quadrado: 90°; pentágono regular: 108°; hexágono regular: 120°).

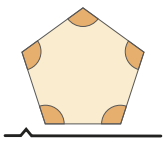
Na construção do triângulo equilátero foi utilizada a ideia de circunferência como lugar geométrico. É importante que os estudantes percebam que, após realizar as três primeiras etapas para obter o terceiro vértice do triângulo, indicaram um dos pontos em que as duas circunferências de centro **A** e **B** e com mesmo raio $\overline{AB}$ se cruzam. Destacar que, como se trata de um triângulo equilátero, cada vértice deve ser equidistante aos outros dois vértices para que os lados possuam a mesma medida, neste caso, 3 cm. Em outras palavras, considerando cada vértice do triângulo equilátero como o centro de uma circunferência, os outros dois vértices devem ser pontos dessa mesma circunferência.

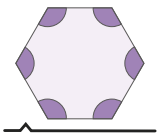
4. Construindo polígonos regulares

Os polígonos regulares são aqueles que possuem os ângulos internos com medidas iguais e os lados com a mesma medida de comprimento. Observe as representações de polígonos a seguir.


Triângulo regular ou triângulo equilátero.


Quadrilátero regular ou quadrado.

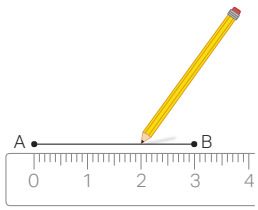

Pentágono regular.


Hexágono regular.

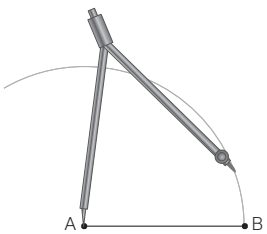
Com régua e compasso, e utilizando a propriedade de que a distância de um ponto qualquer da circunferência ao seu centro é a mesma, podemos construir a representação de alguns polígonos regulares, se a medida do lado for conhecida. Observe o exemplo a seguir.

- **Triângulo equilátero com lado medindo 3 cm**.

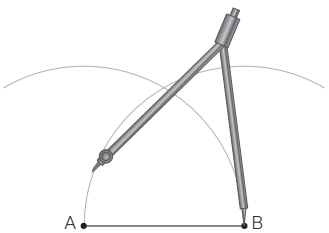
1ª Traçamos um segmento de reta AB com 3 cm.



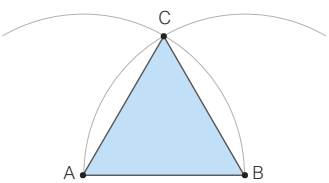
2ª Abrimos o compasso com 3 cm, fixamos a ponta-seca em **A** e traçamos um arco.



3ª Com a mesma abertura do compasso, fixamos a ponta-seca em **B** e traçamos outro arco, cruzando aquele traçado anteriormente.



4ª Marcamos o ponto **C** no encontro dos arcos e, com a régua, traçamos $\overline{AC}$ e $\overline{BC}$. Por fim, colorimos a região interna da figura obtida.



ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

176

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

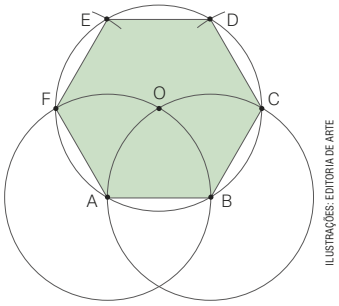
MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

ATIVIDADES

NÃO ESCREVA NO LIVRO.

Resoluções a partir da **p. 305**.

1. Para construir a representação de um hexágono regular utilizando régua e compasso, Paola traçou um segmento de reta AB, abriu o compasso com medida AB e traçou duas circunferências, de centros **A** e **B**, obtendo o ponto **O**. Depois, Paola fixou o compasso em **O** e, com a mesma abertura, traçou outra circunferência, obtendo os pontos **C** e **F**. Mantendo a mesma abertura e fixando o compasso nesses pontos, marcou dois arcos e obteve os pontos **D** e **E**. Por fim, traçou os segmentos de reta BC, CD, DE, EF e FA e coloriu a região interna da figura.



ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

Junte-se a um colega, e, no caderno, resolvam os itens a seguir.

a) Nessa construção, o que garante que os lados do hexágono tenham medidas de comprimento iguais?

b) Construam a representação de um hexágono regular do mesmo modo que Paola fez. Atividade de construção geométrica.

c) Montem um fluxograma para indicar as etapas que vocês realizaram na construção da representação do hexágono regular no item anterior.

Resposta nas **Orientações para o professor**.

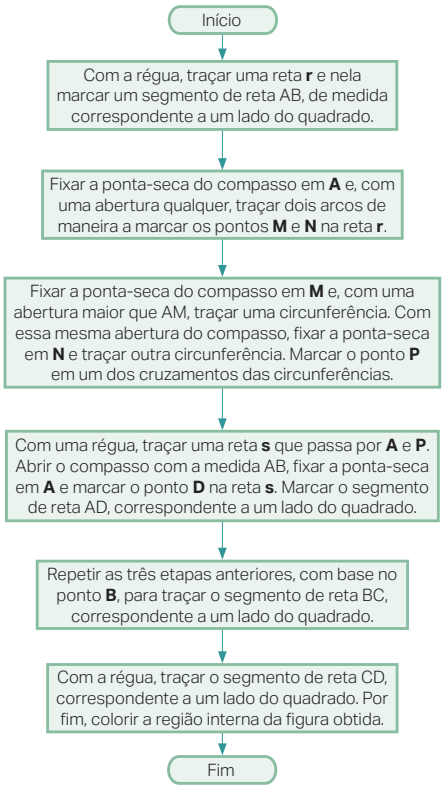
1. a) Resposta esperada: As medidas dos lados do hexágono construído correspondem a raios de circunferências congruentes, ou seja, raios de mesma medida de comprimento.

2. Utilizando régua e compasso, construa, no caderno, a representação de:

a) um triângulo equilátero com lado medindo 4,5 cm. Atividade de construção geométrica.

b) um hexágono regular com lado medindo 3 cm. Atividade de construção geométrica.

3. Para representar um quadrado com régua e compasso, conhecida a medida do lado, podemos realizar as etapas indicadas no fluxograma a seguir.



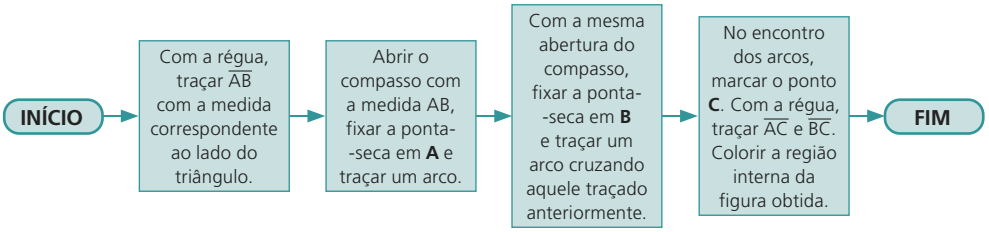
Com base nesse fluxograma, no caderno, construa a figura de um quadrado com lado medindo 4 cm.

Atividade de construção geométrica.

177

ATIVIDADE COMPLEMENTAR

Junte-se a um colega, e construam um fluxograma para indicar as etapas necessárias na representação de um triângulo equilátero, com régua e compasso, conhecida a medida do lado.



ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Atividades

Atividade 1

Esta atividade trabalha a construção de um hexágono regular, utilizando régua e compasso, bem como a descrição, por meio de fluxograma, das etapas necessárias para essa construção. No item **b**, verificar se os estudantes notaram que a medida que escolherem para o segmento de reta AB corresponde à medida de cada lado do hexágono regular a ser construído.

Atividade 2

Esta atividade trabalha a construção de polígonos regulares utilizando régua e compasso. Ao término, propor aos estudantes que escolham um dos polígonos regulares que construíram e escrevam, no caderno, um texto descrevendo as etapas que realizaram.

Atividade 3

Esta atividade trabalha a construção de um quadrado utilizando régua e compasso com base nas etapas descritas em um fluxograma. Nessa construção, pode ser utilizada a ideia de circunferência como lugar geométrico. Comentar com os estudantes que, por se tratar de um quadrado, cada vértice deve ser equidistante aos outros dois vértices não opostos a ele para que os lados possuam a mesma medida. Assim, se considerarmos um vértice do quadrado como o centro de uma circunferência, os dois vértices não opostos a ele devem ser pontos dessa mesma circunferência.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Você Conectado

É possível realizar o trabalho desta seção com a turma neste momento ou antes de abordar a relação entre o ângulo central e um ângulo inscrito correspondentes a um mesmo arco de circunferência, na página **166** desta Unidade. Com isso, os estudantes podem estabelecer hipóteses e realizar inferências sobre essa relação antes de formalizá-la.

Na 1ª etapa, relembrá-los de que, ao utilizar a ferramenta  , inicialmente, devem clicar em um ponto correspondente ao centro da circunferência e, depois, em um ponto qualquer por onde essa circunferência vai passar.

Na 2ª etapa, para construir o arco de circunferência CD, verificar se os estudantes clicaram inicialmente no centro da circunferência e, depois, marcaram os pontos **C** e **D** sobre ela. Explicar que, ao utilizar a ferramenta  , o arco será indicado na circunferência, no sentido anti-horário a partir do primeiro ponto marcado.

Na 3ª etapa, orientá-los para que não marquem o ponto **E** sobre o arco CD.

Na 4ª etapa, os estudantes devem selecionar a ferramenta 
e clicar nos pontos **C** e **E** e nos pontos **D** e **E** para representar o ângulo inscrito CED e proceder de maneira análoga para representar o ângulo central CAD.

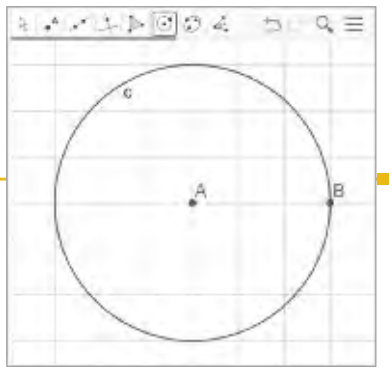
VOCÊ CONECTADO

É possível consultar informações sobre as ferramentas e opções do *software* utilizado nesta seção nas **Orientações para o professor**.

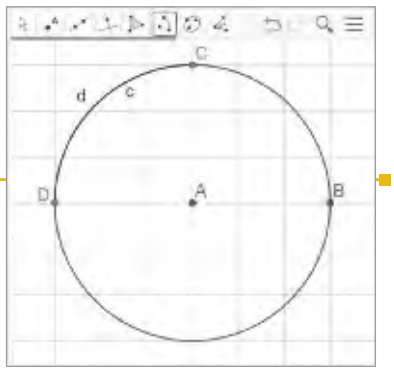
Medindo ângulo central e ângulo inscrito de um arco

No **GeoGebra**, vamos construir um arco de circunferência e estudar a relação entre as medidas do ângulo central e de um ângulo inscrito correspondentes a esse arco. Para isso, observe as etapas apresentadas a seguir.

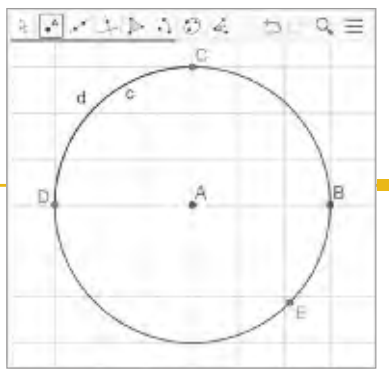
1ª Utilizando a ferramenta  , construímos a representação de uma circunferência de centro **A** que passa por **B**.



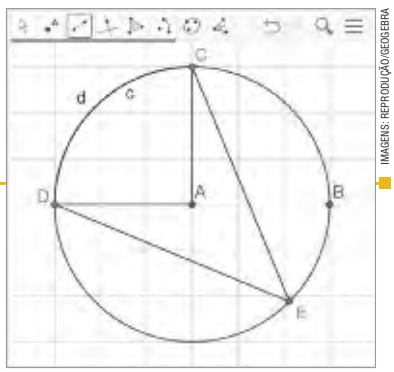
2ª Com a ferramenta  , determinamos o arco CD sobre a circunferência de centro **A**.



3ª Com a ferramenta  , marcamos o ponto **E** sobre a circunferência.



4ª Selecionamos a ferramenta  e representamos os ângulos CED e CAD.



IMAGENS: REPRODUÇÃO/GEOGEBRA

Para realizar a medição do ângulo central CAD na 5ª etapa, na página **179**, após selecionar a ferramenta  , eles devem clicar sobre os pontos **C**, **A** e **D**, nessa ordem. De maneira análoga, eles devem medir o ângulo inscrito CED. Explicar que a ordem estabelecida para clicar nos pontos ao medir os ângulos se deve a dois motivos:

- Ao utilizar a ferramenta  , o segundo ponto em que se deve clicar é o vértice do ângulo.
- O ângulo é medido no sentido anti-horário. Assim, de acordo com a ordem dos pontos em que se clica, é obtida a medida de um dos ângulos.

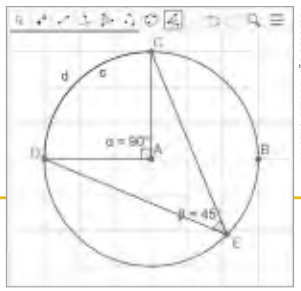
Se julgar necessário, propor que realizem a medição seguindo a ordem inversa da apresentada para observarem que será medido o ângulo replementar ao ângulo medido anteriormente.

IMAGENS: REPRODUÇÃO/GEOGEBRA

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

5ª

Com a ferramenta , medimos os ângulos CED e CAD.



IMAGENS: REPRODUÇÃO/GEOGEBRA

1. a) Ângulo central: $C\hat{A}D$. Ângulo inscrito: $C\hat{E}D$.

Resoluções a partir da **p. 305**.

MÃOS À OBRA

NÃO ESCREVA NO LIVRO.

1 Em relação às etapas de construção apresentadas, resolva os itens a seguir.

a) Qual é o ângulo central dessa circunferência representada? E o ângulo inscrito?

b) Qual é a medida destes ângulos: central e inscrito? $C\hat{A}D$: 90°; $C\hat{E}D$: 45°.

2 Nesta Unidade, estudamos uma relação entre as medidas do ângulo central e de um ângulo inscrito correspondentes a um mesmo arco de circunferência. Que relação é essa? Essa relação se mantém no exemplo apresentado? Justifique. Resposta nas **Orientações para o professor**.

3 No **GeoGebra**, reproduza a construção realizada no exemplo apresentado e responda: ao movimentar o ponto **E** sobre a circunferência, de maneira que ele não fique sobre o arco CD, a medida de $C\hat{E}D$ é modificada? Justifique. Resposta nas **Orientações para o professor**.

4 Ainda no **GeoGebra**, na reprodução da construção realizada no exemplo apresentado:

a) com a ferramenta , obtenha a medida do arco CD. A resposta depende da construção do estudante.

b) com a ferramenta , movimente o ponto **B**, reduzindo e ampliando a circunferência. O que acontece com a medida do:

- arco CD? Ajusta-se automaticamente de acordo com a posição do ponto **B**.
- ângulo CAD? Não se alteram, independentemente da posição de **B**.
- ângulo CED? Não se alteram, independentemente da posição de **B**.

5 Dizemos que um triângulo está inscrito em uma semicircunferência quando um vértice dele está sobre a semicircunferência e os outros dois vértices são extremidades de um diâmetro.

Com base nisso e utilizando o **GeoGebra**, junte-se a um colega, e construam um triângulo BCD inscrito em uma semicircunferência de centro **A** e diâmetro BC e meçam os ângulos internos desse triângulo. Em seguida, utilizando a ferramenta , movimentem o vértice **D** e identifiquem uma característica desse triângulo em relação à classificação de acordo com as medidas dos ângulos internos dele. Por fim, utilizem a relação entre o ângulo central e um ângulo inscrito correspondentes a um mesmo arco de circunferência para justificar a conclusão de vocês. Respostas nas **Orientações para o professor**.

Mãos à obra

Atividade 1

Para responder aos itens desta atividade, os estudantes podem apenas observar e analisar as imagens apresentadas nas etapas da construção.

Atividade 2

Esta atividade retoma a relação entre os ângulos central e inscrito vista anteriormente, conectando com a construção feita na seção. Caso a seção seja apresentada antes do tema, questionar os estudantes que regularidade eles percebem entre as medidas dos ângulos CAD e CED, levantando hipóteses que serão confirmadas ou refutadas posteriormente.

Atividade 3

Após os estudantes resolverem esta atividade, promover um momento para que eles exponham as respostas aos colegas. É importante que eles percebam que, mesmo reposicionando o ponto **E** sobre a circunferência, o arco CD permanece o mesmo e, por consequência, os ângulos central e inscrito correspondentes a esse arco mantêm suas medidas.

Atividade 4

Para complementar esta atividade, propor aos estudantes que, com a ferramenta , movimentem o ponto **C** e perguntar a eles o que acontece com as medidas dos ângulos CAD e CED e se a relação entre as medidas desses ângulos, observada nas atividades anteriores, se mantém. Espera-se que os estudantes respondam que as medidas dos ângulos CAD e CED ajustam-se automaticamente de acordo com a posição do ponto **C** e que a relação observada se mantém. Após os estudantes realizarem esse complemento, verificar se eles percebem que, ao movimentar o ponto **C**, modifica-se o arco de circunferência CD e que, por consequência, os ângulos central e inscrito correspondentes a ele também se alteram. No entanto, a relação observada entre esses dois ângulos se mantém.

Atividade 5

Esta atividade propõe aos estudantes explorarem uma propriedade relacionada a um triângulo inscrito em uma semicircunferência.

Na construção proposta no Livro do estudante, os estudantes podem ativar a exibição dos eixos cartesianos na **Janela de visualização** do **GeoGebra** e, sobre o eixo **x**, indicar o centro **A** e o ponto **B** da circunferência usando a ferramenta . Com isso, pode-se representar com a ferramenta o triângulo BCD, de maneira que o lado BC passe por **A** e, por consequência, também fique sobre o eixo **x** e corresponda ao diâmetro da circunferência.

IMAGENS: REPRODUÇÃO/GEOGEBRA

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Informar aos estudantes que usualmente os termos de uma sequência são indicados com uma letra minúscula acompanhada de um índice que indica sua posição na sequência. Desse modo, a_1 corresponde ao primeiro termo de uma sequência, a_2 corresponde ao segundo termo, a_3 corresponde ao terceiro termo, e assim sucessivamente. Seguindo esse raciocínio, para indicar o termo de uma posição genérica **n**, isto é, de uma posição qualquer, utiliza-se a notação a_n. Como **n** indica uma posição qualquer, **n** tem de corresponder a um número natural maior ou igual a 1.

Caso os estudantes tenham dificuldade em compreender a localização do termo a_{n-1}, na página **181**, apresentar a eles alguns exemplos, como os indicados a seguir.

- O termo que antecede a_4 é o termo a_3.
- O termo que antecede a_7 é o termo a_6.
- O termo que antecede a_{13} é o termo a_{12}.

A intenção é que eles percebam que, para determinar o termo que antecede um termo qualquer, pode-se subtrair uma unidade de seu índice. Por exemplo, para determinar o termo que antecede a_4, subtrai-se uma unidade de seu índice (a_{4-1}) e obtém-se o termo a_3; de maneira análoga, pode-se obter a_6, que antecede a_7 ($a_6 = a_{7-1}$), e a_{12}, que antecede a_{13} ($a_{12} = a_{13-1}$). Seguindo esse raciocínio, para determinar o termo que antecede a_n, subtrai-se uma unidade de seu índice, obtendo a_{n-1}.

Para complementar, realizar os seguintes questionamentos.

- Qual é o termo que antecede a_{30}? Resposta: a_{29}.
- Qual é o termo que antecede a_{99}? Resposta: a_{98}.
- Qual é o termo que antecede a_{n+1}? Resposta: a_n.
- Se **n** é igual a 450, a qual número corresponde n − 1? Resposta: 449.

5. Sequências

Considere a seguinte situação: a prefeitura de um município decide implementar uma nova rede de postes de luz para iluminação pública ao longo de uma via retilínea. A partir da praça principal, o primeiro poste é colocado a 40 metros da praça, o segundo a 60 metros, o terceiro a 80 metros, e assim sucessivamente, sempre mantendo uma distância de vinte metros, até o último, que é o trigésimo segundo poste e está a 660 metros da praça.



ANDRE DIB/PULSAR IMAGENS

A iluminação pública aumenta a visibilidade nas ruas, o que contribui para a redução da criminalidade. Pelotas (RS), 2023.

A distância de cada poste em relação à praça, em metro, pode ser expressa por uma **sequência numérica**. Nessa sequência numérica, podemos indicar o primeiro termo por a_1, o segundo por a_2, o terceiro por a_3, e assim por diante, até o trigésimo segundo, que será denotado por a_{32}.

$$\underbrace{(40}_{a_1},\ \underbrace{60}_{a_2},\ \underbrace{80}_{a_3},\ \ldots,\ \underbrace{660)}_{a_{32}}$$

Note que, a partir do primeiro termo dessa sequência, podemos obter o termo seguinte adicionando 20 ao termo anterior.

- $a_1 = 40$
- $a_2 = a_1 + 20$
- $a_3 = a_2 + 20$

DICA

Quando não é necessário listar todos os números entre dois termos de uma sequência, utiliza-se "...". Quando os "..." são colocados no final da representação da sequência, como em (3, 5, 7, ...), isso significa que a sequência possui infinitos termos.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

Podemos generalizar essa situação para um termo de posição qualquer. Chamando de **n** essa posição qualquer, nessa sequência, podemos obter o valor do termo a_n adicionando 20 ao termo anterior a_{n-1}. Observe.

$$a_n = a_{n-1} + 20$$

Observamos que, com a expressão apresentada, é possível obter um termo qualquer da sequência a partir do termo anterior. Assim, dizemos que essa expressão define a sequência de maneira **recursiva**.

Agora, observe os cálculos que podemos desenvolver com base nessa sequência.

$a_1 = 40$

$a_2 = a_1 + 20 = 40 + 20 \rightarrow a_2 = 40 + 1 \cdot 20$

$a_3 = a_2 + 20 = 40 + 20 + 20 \rightarrow a_3 = 40 + 2 \cdot 20$

$a_4 = a_3 + 20 = 40 + 20 + 20 + 20 \rightarrow a_4 = 40 + 3 \cdot 20$

⋮

PENSAR E PRATICAR

Em cada igualdade desenvolvida, que relação podemos estabelecer entre os números em destaque?

Resposta esperada: O número que multiplica o 20 é uma unidade menor que o número que indica a posição do termo na sequência.

Observando a relação entre os números em destaque em cada igualdade, podemos obter um termo que ocupa uma posição **n** qualquer nessa sequência da seguinte maneira.

$$a_n = 40 + (n - 1) \cdot 20$$

Desenvolvendo essa expressão, obtemos o seguinte resultado.

$$a_n = 40 + (n - 1) \cdot 20$$
$$a_n = 40 + 20n - 20$$
$$a_n = 20n + 20$$

Por meio da expressão $a_n = 20n + 20$, podemos obter, por exemplo, o termo a_5 sem conhecer o valor de a_4. Observe.

$$a_5 = 20 \cdot 5 + 20 = 100 + 20 = 120$$

PENSAR E PRATICAR

No contexto da instalação dos postes, o que representa o resultado $a_5 = 120$?

Representa que o quinto poste foi instalado a 120 metros da praça.

Podemos usar a expressão $a_n = 20n + 20$ para obter um termo qualquer da sequência numérica (40, 60, 80, ..., 660) sem necessariamente conhecermos o termo anterior. Assim, dizemos que essa expressão define a sequência de maneira **não recursiva**.

ATIVIDADE COMPLEMENTAR

Considere a sequência (1, 3, ...) e resolva as questões.

a) Escreva os próximos três termos dessa sequência.

Algumas respostas possíveis: (1, 3, 5, 7, 9, ...); (1, 3, 9, 27, 81, ...).

b) Indique uma expressão que possa definir a sequência que você escreveu no item anterior.

Algumas respostas possíveis: Para (1, 3, 5, 7, 9, ...): $a_1 = 1$ e $a_n = a_{n-1} + 2$ ou $a_n = 2n - 1$; para (1, 3, 9, 27, 81, ...): $a_1 = 1$ e $a_n = 3a_{n-1}$ ou $a_n = 3^{(n-1)}$.

c) Compare a sequência que você escreveu com as de dois colegas. Elas são iguais? E as expressões são iguais?

Respostas pessoais.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

É importante verificar se os estudantes compreenderam o que indica a palavra **recursiva**. Explicar que essa palavra sugere algo que pode ser repetido em um processo que envolve a si mesmo. Neste caso, como está se referindo a uma sequência, informá-los de que, de maneira geral, em uma sequência recursiva para determinar o valor de um termo qualquer, é necessário conhecer o valor de um ou mais termos que o antecedem.

Apresentar alguns exemplos de sequências para os estudantes e pedir a eles que determinem os próximos três termos.

- 1, 3, 5, 7, ...

Resposta esperada: 9, 11 e 13.

- 2, 4, 6, 8, ...

Resposta esperada: 10, 12 e 14.

- 3, 7, 11, 15, ...

Resposta esperada: 19, 23 e 27.

É possível que os estudantes apresentem respostas diferentes das sugeridas, uma vez que as sequências não estão definidas. Nesse caso, pedir a eles que justifiquem essas respostas.

No boxe **Pensar e Praticar**, verificar se os estudantes perceberam que, em cada igualdade, o número que multiplica o 20 é uma unidade menor do que o índice do termo em questão. Assim, se o índice do termo em questão for **n**, o fator que multiplica o 20 deve ser $n - 1$.

Destacar para os estudantes que as expressões $a_n = 40 + (n - 1) \cdot 20$ e $a_n = 20n + 20$ obtidas para descrever a regularidade da sequência numérica (40, 60, 80, ..., 660) são equivalentes, conforme observado no desenvolvimento algébrico apresentado nesta página.

Reforçar a ideia de que a expressão que define a sequência dada por $a_n = 20n + 20$ está na forma não recursiva, porque permite determinar qualquer termo da sequência sem que seja necessário conhecer algum termo que o antecede.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Atividades

Atividade 1

Esta atividade trabalha a identificação de regularidades em sequências. Caso os estudantes apresentem diferentes respostas, pedir que justifiquem as escolhas explicando o padrão considerado. É importante avaliar se as respostas e as respectivas justificativas estão corretas.

Atividade 2

Esta atividade trabalha a identificação de uma sequência numérica com base em uma expressão algébrica. Verificar se os estudantes perceberam que, neste caso, a expressão que determine a sequência está na forma não recursiva.

Atividade 3

Esta atividade trabalha o uso de simbologia algébrica para expressar regularidades em sequências numéricas. Além disso, possibilita identificar quais expressões algébricas determinam uma mesma sequência numérica, propiciando o trabalho com expressões algébricas equivalentes. Uma estratégia é substituir os valores indicados por Cássio nas expressões e conferir se o valor obtido é verdadeiro. Por exemplo, na sequência, tem-se que: $a_2 = a_{2-1} + 3 = a_1 + 3 = 1 + 3 = 4$. Logo, a resposta indicada por Cássio está incorreta.

Atividade 4

Esta atividade trabalha a classificação de sequências numéricas definidas de maneira recursiva ou não recursiva. Antes de resolver a última questão proposta, verificar se os estudantes entenderam o que é uma sequência definida de maneira recursiva.

Atividade 5

Esta atividade trabalha o uso de simbologia algébrica para expressar regularidades em sequências e a classificação dessas sequências definidas de maneira recursiva ou não recursiva. Ao término da atividade, ressaltar que as duas expressões algébricas obtidas para representar uma mesma sequência numérica são equivalentes.

Atividade 6

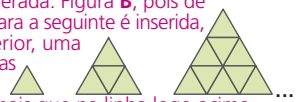
Esta atividade trabalha a identificação de regularidades em uma sequência numérica e o uso de simbologia algébrica para expressar essa sequência de duas maneiras, recursiva e não recursiva. No item **a**, os estudantes devem analisar como a sequência varia de um termo para o seguinte. Já no item **b**, a relação deve ser feita com a posição do termo.

ATIVIDADES

NÃO ESCREVA NO LIVRO.

Resoluções a partir da **p. 305**.

1. Observe a sequência de figuras.



Resposta esperada: Figura **B**, pois de uma figura para a seguinte é inserida, na parte inferior, uma linha com duas figuras de triângulo a mais que na linha logo acima.

Qual figura a seguir é a próxima dessa sequência? Justifique.

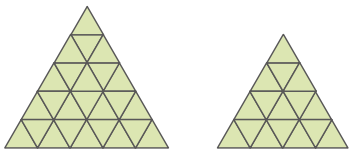


Figura **A** Figura **B**

2. Qual das sequências apresentadas a seguir pode ser obtida a partir da expressão $a_n = 3n - 5$? Alternativa **c**.

a) (2, 3, 4, 5, ...)
b) (8, 11, 14, ...)
c) (−2, 1, 4, 7, ...)

3. A professora de Cássio definiu algumas sequências para que os estudantes determinassem os quatro primeiros termos de cada uma delas. Observe.

I. $a_1 = 1$ e $a_n = a_{n-1} + 3$

II. $a_n = 3n - 2$

III. $a_1 = -3$ e $a_n = a_{n-1} + 3$

IV. $a_n = 8 - 2n$

a) Observe as respostas dadas por Cássio e identifique quais estão corretas. **II** e **III**.

I. (1, 3, 6, 9, ...) III. (−3, 0, 3, 6, ...)
II. (1, 4, 7, 10, ...) IV. (6, 12, 14, 16, ...)

b) Agora, corrija os termos das sequências que Cássio errou. **I**: (1, 4, 7, 10, ...); **IV**: (6, 4, 2, 0, ...).

c) Quais indicações da professora determinam sequências numéricas compostas dos mesmos termos? **I** e **II**.

4. Escreva os cinco primeiros termos da sequência definida em cada item.

a) $a_1 = 5$ e $a_n = a_{n-1} + 3$ (5, 8, 11, 14, 17, ...)
b) $a_n = 7n + 3$ (10, 17, 24, 31, 38, ...)
c) $a_n = 2n - 2$ (0, 2, 4, 6, 8, ...)
d) $a_1 = 5$ e $a_n = 4 - a_{n-1}$ (5, −1, 5, −1, 5, ...)

- Quais dessas sequências estão definidas de maneira recursiva? **a** e **d**.

5. Para representar a primeira figura de uma sequência, Vítor desenhou quatro círculos. A partir daí, para obter a próxima figura, desenhou dois círculos a mais que na figura anterior. Observe as primeiras figuras dessa sequência.



Figura **1** Figura **2** Figura **3** ...

ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

a) Quantos círculos devem ser desenhados na próxima figura dessa sequência?
b) Quais expressões a seguir são equivalentes e definem a sequência formada pela quantidade de círculos desenhados por Vítor em cada figura, a partir da figura **1**? **I** e **IV**.

5. a) 10 círculos.

I. $a_n = 2(n + 1)$

II. $a_n = n + 2$

III. $a_n = 2n$

IV. $a_n = 2n + 2$

- As expressões que você indicou definem a sequência de maneira recursiva? Justifique.

Resposta esperada: Não, pois, para obter um termo qualquer dessa sequência, não é necessário conhecer outros termos dela.

6. Junte-se a um colega, e observem a sequência apresentada a seguir.

(0, 5, 10, 15, 20, 25, ...)

Definam essa sequência de maneira:

a) recursiva.
b) não recursiva.

6. a) Resposta esperada: $a_1 = 0$ e $a_n = a_{n-1} + 5$.

6. b) Resposta esperada: $a_n = 5(n - 1)$ ou $a_n = 5n - 5$.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

6. Expressões algébricas, monômios e polinômios

No Brasil, desde 2015, está em vigor o Sistema de Bandeiras Tarifárias, que define acréscimos à tarifa de energia elétrica cobrada do consumidor de acordo com as condições de custo de geração. Esse sistema é sinalizado por meio de bandeiras: verde, amarela e vermelha (patamares 1 e 2). Por exemplo, em dezembro de 2021, estava em vigor a bandeira vermelha (patamar 2), que indicava um acréscimo de aproximadamente R$ 0,09 por quilowatt-hora (kWh) consumido.

Podemos representar, nessa situação, o valor do acréscimo na tarifa de acordo com o consumo de energia elétrica por meio de uma **expressão algébrica**.

$$\underbrace{0{,}09}_{\text{acréscimo por quilowatt-hora (R\$)}} \cdot \underbrace{c}_{\text{consumo de energia (kWh)}}$$

SAIBA MAIS

- COMO são definidas as bandeiras tarifárias? 2021. Vídeo (4 min). Publicado pelo canal Agência Nacional de Energia Elétrica. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=4b0wyRcrPcs. Acesso em: 10 abr. 2024.

  Assista a esse vídeo para obter mais informações sobre o Sistema de Bandeiras Tarifárias.

Em uma expressão algébrica, as letras representam números e são chamadas de **variáveis**. Em 0,09c temos que **c** é a **variável**.

Como exemplo, considere que, em dezembro de 2021, foram consumidos, em uma residência, 86 kWh de energia elétrica. Para determinar quantos reais de acréscimo na tarifa serão pagos, temos de calcular o **valor numérico** da expressão algébrica para $c = 86$. Observe.

$$0{,}09c \rightarrow 0{,}09 \cdot 86 = 7{,}74$$

Assim, nessa residência, serão pagos R$ 7,74 de acréscimo na tarifa.

No Brasil, as usinas hidrelétricas são uma importante fonte de geração de energia. Quando os níveis dos reservatórios estão baixos, a geração de energia é afetada, podendo resultar em um aumento das tarifas de energia. Palmital (SP), 2022.



LUCIANO QUEIROZ/PULSAR IMAGENS

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Neste tópico, será feita uma ampliação do estudo de expressões algébricas. Para isso, é apresentada inicialmente uma situação cotidiana envolvendo bandeiras tarifárias a fim de, em seguida, indicar uma expressão algébrica que represente o valor do acréscimo cobrado em uma fatura de energia elétrica, propiciando uma abordagem do tema Educação financeira.

Relembrar que o valor numérico de uma expressão algébrica é o resultado obtido quando cada variável é substituída por um número e realizam-se os cálculos indicados.

Para calcular o valor numérico de uma expressão algébrica, como o da expressão 0,09c para $c = 86$, é preciso indicar o sinal de multiplicação entre os dois fatores, por exemplo, $0{,}09 \cdot 86$. É importante que os estudantes compreendam que, ao calcular o valor numérico para determinado número **c**, o resultado obtido corresponde a quanto a mais é cobrado na fatura. Para complementar, pedir que calculem o valor do acréscimo nessa fatura caso fossem consumidos 122 kWh de energia elétrica (R$ 10,98).

Aproveitar o tema abordado nesta página e conversar sobre a principal fonte de energia no Brasil. Explicar que, quando o nível de água fica baixo, é necessário utilizar fontes alternativas de geração de energia, como as usinas termelétricas, que são mais poluentes e têm o custo de geração de energia maior que o das hidrelétricas. Para compensar esse aumento de custo, foi criado no país o Sistema de Bandeiras Tarifárias, que define acréscimos à tarifa cobrada do consumidor.

Questioná-los a respeito dos possíveis motivos pelos quais alguns reservatórios ficam com pouca água em determinados períodos do ano (falta de chuva, aumento no consumo em diferentes setores etc.) e quais atitudes podem ser tomadas, principalmente nessas épocas de crise hídrica para economizar energia elétrica.

SAIBA MAIS

Sugerir aos estudantes que assistam ao vídeo a seguir para obter mais informações sobre as bandeiras tarifárias.

- O QUE são bandeiras tarifárias? 2019. Vídeo (3 min). Publicado pelo canal Agência Nacional de Energia Elétrica. Disponível em: www.youtube.com/watch?v=w1rS7_tGSvM. Acesso em: 30 maio 2024.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Após apresentar a definição de monômios, pedir aos estudantes que justifiquem por que as expressões algébricas indicadas nos itens **b**, **c**, **d** e **e** no início da página **184** não representam monômios. Espera-se que eles percebam que, no item **b**, a expressão algébrica possui uma variável no denominador; no item **c**, o expoente da variável não é um número natural; no item **d**, há uma variável no radical; no item **e**, o expoente da variável não é um número natural. Mostrar que é possível reescrever a expressão algébrica do item **c** de maneira que a variável fique no radical $\left(5m^{\frac{5}{2}} \rightarrow \sqrt{m^5}\right)$ e a do item **e** de maneira que a variável fique no denominador $\left(7y^{-3} \rightarrow \frac{1}{y^3}\right)$.

Apresentar na lousa outros exemplos de expressões algébricas que não são monômios.

- $b^{\frac{3}{4}}$
- m^7n^{-2}
- $\sqrt{ac}$
- $\frac{1}{\sqrt[4]{9x}}$

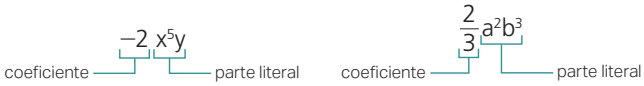
Ao trabalhar a adição e subtração com monômios, destacar para os estudantes que é possível adicionar ou subtrair monômios apenas quando eles são semelhantes. Nos exemplos apresentados, explicar que se coloca a parte literal comum em evidência para, em seguida, realizar a operação apenas com os coeficientes. No entanto, não é necessário realizar sempre esse procedimento na prática, podendo fazer a adição ou a subtração com monômios semelhantes. É importante destacar que, na adição e subtração de monômios, a parte literal deve ser mantida.

Observe outros exemplos de expressões algébricas.

a) $-2x^5y$ **c)** $5m^{\frac{5}{2}}$ **e)** $7y^{-3}$

b) $\frac{3}{a}$ **d)** $\sqrt[3]{b}$ **f)** $\frac{2}{3}a^2b^3$

Note que as expressões algébricas $\mathbf{-2x^5y}$ e $\mathbf{\frac{2}{3}a^2b^3}$ têm apenas variáveis em que os expoentes são números naturais, de maneira que não possuem variáveis no radical ou no denominador de uma fração. Expressões algébricas como essas são chamadas de **monômios**. Em um monômio, podemos destacar uma parte numérica, chamada de **coeficiente**, e uma **parte literal**. Observe.



Quando dois ou mais monômios apresentam a mesma parte literal, dizemos que são **monômios semelhantes**.

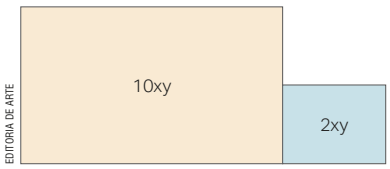
Em cada item a seguir, por exemplo, os monômios são semelhantes.

a) $5x^3y^4$ e $-x^3y^4$ **b)** $\frac{1}{3}ab^2$ e $\sqrt{2}ab^2$

Adição e subtração com monômios

Quando uma expressão algébrica apresenta monômios semelhantes, podemos simplificá-la, adicionando ou subtraindo os coeficientes desses monômios.

Considere, por exemplo, a figura representada a seguir, decomposta em dois retângulos, com a indicação da área de cada um deles.



EDITORIA DE ARTE

Note que a área de cada retângulo é representada por monômios semelhantes. Assim, podemos obter a área total dessa figura adicionando esses monômios.

$$10xy + 2xy = (10 + 2)xy = 12xy$$

Também podemos calcular a diferença entre as áreas dos dois retângulos efetuando uma subtração de monômios.

$$10xy - 2xy = (10 - 2)xy = 8xy$$

184

Caso julgar necessário, comentar com os estudantes que se pode indicar o grau de um monômio, que corresponde à soma dos expoentes das variáveis. Apresentar para eles os exemplos a seguir.

- O monômio $7a^3b^5c^2$ possui grau 10, pois $3 + 5 + 2 = 10$.
- O monômio x^5y possui grau 6, pois $5 + 1 = 6$.
- O monômio 2 possui grau 0, pois podemos escrevê-lo como $2x^0$, em que a variável possui expoente zero.

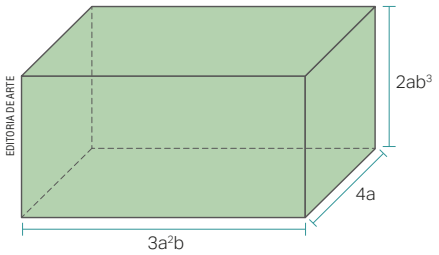
MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

Multiplicação com monômios

Outra operação que podemos efetuar com monômios é a multiplicação. Para determinar o produto de dois monômios, multiplicamos os coeficientes deles e multiplicamos as variáveis da parte literal.

Observe como podemos indicar o volume do bloco retangular representado a seguir.



$3a^2b \cdot 4a \cdot 2ab^3 = 3 \cdot 4 \cdot 2 \cdot a^2 \cdot a \cdot a \cdot b \cdot b^3 = 24a^4b^4$

PENSAR E PRATICAR

Qual das propriedades de potências estudadas na Unidade 2 foi utilizada no cálculo do volume do bloco retangular?

A propriedade $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$, em que **a** é um número real, com $a \neq 0$, e **m** e **n** são números inteiros.

A seguir, observe outros exemplos de multiplicação de monômios.

a) $3x^3y^2 \cdot 8x^2y = 24x^5y^3$

b) $8a^2b^5 \cdot \frac{1}{2}a^4 = 4a^6b^5$

c) $3b^2c \cdot (-a^3c^5) = -3a^3b^2c^6$

Divisão com monômios

Para determinar o quociente de monômios, dividimos os coeficientes e dividimos as variáveis da parte literal. Observe os exemplos.

a) $15x^5 : 3x^2 = \frac{15x^5}{3x^2} = \frac{15}{3} \cdot \frac{x^5}{x^2} = 5 \cdot x^{5-2} = 5x^3$

b) $9x^2y^9 : 4xy^7 = \frac{9x^2y^9}{4xy^7} = \frac{9}{4} \cdot \frac{x^2y^9}{xy^7} = \frac{9}{4} \cdot x^{2-1} \cdot y^{9-7} = \frac{9}{4}xy^2$

c) $12x^3y^8 : 2x^3y^2 = \frac{12x^3y^8}{2x^3y^2} = \frac{12}{2} \cdot \frac{x^3y^8}{x^3y^2} = 6 \cdot x^{3-3} \cdot y^{8-2} = 6y^6$

PENSAR E PRATICAR

Qual das propriedades de potências estudadas na Unidade **2** foi utilizada nos cálculos dos exemplos anteriores?

A propriedade $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$, em que **a** é um número real, com $a \neq 0$, e **m** e **n** são números inteiros.

ATIVIDADES COMPLEMENTARES

1. Determine a área de um retângulo que possui dimensões medindo:
   a) $10ab^3c^2$ e $6a^5c^6$. Resposta: $60a^6b^3c^8$.
   b) $1{,}5x^8y^3$ e $2x^2y^4$. Resposta: $3x^{10}y^7$.
2. Determine a largura de um retângulo cujas medidas:
   a) da área é $24m^7n^4$ e do comprimento, $4m^6n^2$. Resposta: $6mn^2$.
   b) da área é $81p^5q^2r^3$ e do comprimento, $9p^3q^2r$. Resposta: $9p^2r^2$.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

No caso da multiplicação, explicar para os estudantes que os monômios que correspondem aos fatores não necessitam ser semelhantes, como ocorre na adição e na subtração.

Nos boxes **Pensar e Praticar**, caso julgar necessário, retomar as propriedades de potências abordadas na Unidade **2** deste Volume. É importante enfatizar que, para adicionar os expoentes, as bases devem ser iguais.

Nos exemplos de multiplicação com monômios, detalhar na lousa os cálculos efetuados, como apresentado a seguir.

a) $3x^3y^2 \cdot 8x^2y = 3 \cdot 8 \cdot x^3 \cdot x^2 \cdot y^2 \cdot y = 24x^{3+2} \cdot y^{2+1} = 24x^5y^3$

b) $8a^2b^5 \cdot \frac{1}{2}a^4 = 8 \cdot \frac{1}{2} \cdot a^2 \cdot a^4 \cdot b^5 = 4 \cdot a^{2+4} \cdot b^5 = 4a^6b^5$

c) $3b^2c \cdot (-a^3c^5) = 3 \cdot (-1) \cdot b^2 \cdot c \cdot c^5 \cdot a^3 = -3 \cdot b^2 \cdot c^{1+5} \cdot a^3 = -3a^3b^2c^6$

Verificar se os estudantes perceberam que a estratégia utilizada na divisão com monômios é parecida com a que foi utilizada na multiplicação. É importante enfatizar que, para subtrair os expoentes, as bases devem ser iguais.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Relembrar aos estudantes que para determinar a área de um retângulo multiplicam-se as medidas do comprimento e da largura; para determinar a área de um quadrado, multiplica-se a medida de um lado por ela mesma; e, para determinar a área de um triângulo, multiplica-se a medida da base pela medida da altura e divide-se o resultado por 2.

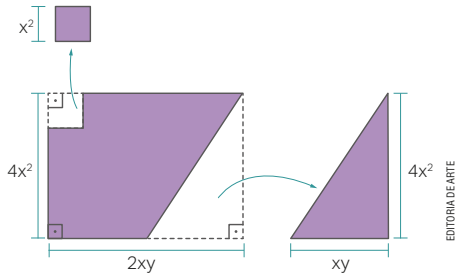
Detalhar na lousa como foram obtidas as áreas das figuras:

- $A_r = 2xy \cdot 4x^2 = 2 \cdot 4 \cdot x \cdot x^2 \cdot y = 8 \cdot x^{1+2} \cdot y = 8x^3y$
- $A_t = \frac{xy \cdot 4x^2}{2} = \frac{4 \cdot x \cdot x^2 \cdot y}{2} = \frac{4 \cdot x^{1+2} \cdot y}{2} = \frac{4x^3y}{2} = \frac{4}{2}x^3y = 2x^3y$
- $A_q = x^2 \cdot x^2 = x^{2+2} = x^4$

Polinômios

Considere a seguinte situação.

De uma folha de papel retangular, foram recortados um pedaço quadrado e outro triangular, conforme a figura a seguir. Como podemos calcular a área restante dessa folha de papel?



Para calcular a área restante da folha de papel após os recortes, podemos obter a expressão algébrica correspondente à área inicial dessa folha e subtrair do resultado a soma das áreas dos pedaços recortados. Observe.

Área inicial da folha de papel:

$$A_r = 2xy \cdot 4x^2 = 8x^3y$$

Área do pedaço triangular:

$$A_t = \frac{xy \cdot 4x^2}{2} = 2x^3y$$

Área do pedaço quadrado:

$$A_q = x^2 \cdot x^2 = x^4$$

Calculando $A_r - A_t - A_q$, temos:

$$8x^3y - 2x^3y - x^4 = (8 - 2)x^3y - x^4 = 6x^3y - x^4$$

A expressão $6x^3y - x^4$ é denominada **polinômio**, pois corresponde a uma adição algébrica de monômios. Cada um desses monômios é um termo do polinômio. De acordo com a quantidade de termos, um polinômio pode receber uma nomenclatura em particular. Acompanhe os exemplos.

a) $5a^3b$ O **monômio** é um polinômio de um único termo.

b) $3m^9n - 2m$ O **binômio** é um polinômio de dois termos.

c) $\frac{1}{2}x^2y^3 + y^3 - 5$ O **trinômio** é um polinômio de três termos.

d) $a^4 - b^2c + 5ac^4 + b^6$ Esse **polinômio** tem quatro termos.

SAIBA MAIS

- PHET - INTERACTIVE SIMULATIONS. **Modelo de área**: álgebra. Boulder: Universidade do Colorado, c2002-2024. Disponível em: https://phet.colorado.edu/sims/html/area-model-algebra/latest/area-model-algebra_all.html?locale=pt_BR. Acesso em: 3 maio 2024.

Na seção **Jogo**, há atividades com diferentes níveis de dificuldade que trabalham a ideia de área envolvendo cálculos com polinômios.

DICA

Os prefixos **mono-**, **bi-** e **tri-** indicam, nas palavras, "um", "dois" e "três", respectivamente. Já o prefixo **poli-** indica "vários" na palavra.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

186

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

ATIVIDADES

NÃO ESCREVA NO LIVRO. Resoluções a partir da **p. 305**.

1. Para economizar no valor da fatura de energia elétrica, Ricardo reduziu o tempo de uso do chuveiro, pois identificou que o chuveiro consome 5,5 kWh de energia por hora de uso no modo inverno.

a) Qual destes monômios indica o consumo de energia elétrica desse chuveiro (em kWh) em **t** horas de uso no modo inverno? $5{,}5t$

55t | 5,5t | 0,55t

b) Calcule o valor numérico do monômio que você indicou no item **a** para $t = 2$. O que esse resultado significa no contexto apresentado? 11. Resposta esperada: Significa que, em duas horas de funcionamento, esse chuveiro consome 11 kWh de energia elétrica.

2. Uma empresa realiza entrega de encomendas com motocicletas. Para calcular o preço cobrado em cada entrega, são considerados um valor fixo de R$ 3,00, um valor de R$ 0,50 por quilômetro percorrido e um valor de R$ 0,15 por minuto de percurso.

a) Represente, por meio de uma expressão algébrica, o preço a ser cobrado por uma entrega em que serão percorridos **x** quilômetros em **y** minutos. $3 + 0{,}5x + 0{,}15y$

b) Calcule o preço cobrado por uma entrega em que são percorridos:

- 10 km em 20 min. R$ 11,00
- 19 km em 38 min. R$ 18,20
- 6 km em 720s. R$ 7,80
- 13 000 m em 28 min. R$ 13,70

3. Observe o cálculo envolvendo potenciação com monômio.

$$(6x^2y)^3 = 6^3 \cdot (x^2)^3 \cdot y^3 = 216 \cdot x^{2 \cdot 3} \cdot y^3 = 216x^6y^3$$

Agora, efetue as potenciações a seguir.

a) $(3ab)^2$ $9a^2b^2$

b) $(10m^3)^2$ $100m^6$

c) $(-2xy^2)^4$ $16x^4y^8$

d) $(3m^2n^3)^3$ $27m^6n^9$

4. Considere os monômios a seguir.

A: $2x^2y$ | B: $5x^2y$ | C: $-5x$ | D: $4y^3$

Agora, calcule.

I. $A \cdot B$ $10x^4y^2$

II. $A : B$ $\frac{2}{5}$

III. $A - B + C - D$ $-3x^2y - 5x - 4y^3$

IV. $(B - C) \cdot D$ $20x^2y^4 + 20xy^3$

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Atividades

Atividade 1

Esta atividade trabalha a identificação e a utilização de um monômio para representar uma situação relacionada ao tempo de uso de um chuveiro. Esse conhecimento matemático, no cotidiano, pode-se traduzir em ações que podem ser desenvolvidas para reduzir o consumo de energia elétrica e, consequentemente, o valor cobrado na fatura.

Para complementar, questionar quantos quilowatts-hora Ricardo consome no uso do chuveiro a cada dia. É importante destacar para eles como o conteúdo matemático estudado nesta Unidade auxilia na capacidade de avaliar contextos como esse da atividade, com os quais a maioria de nós se depara diariamente.

Atividade 2

Esta atividade trabalha a representação de uma situação por meio de uma expressão algébrica e o cálculo do valor numérico dessa expressão.

No item **a**, é importante chamar a atenção dos estudantes para que o valor total cobrado pela distância percorrida e o total cobrado pelo tempo de percurso podem variar, ao contrário do valor inicial, que é fixo.

Para resolver o item **b**, verificar se eles perceberam que devem determinar o valor numérico da expressão algébrica que escreveram no item **a**.

Atividade 3

Esta atividade trabalha potenciação com monômios. Apresentar as propriedades de potências utilizadas no cálculo do exemplo, sendo **a** e **b** números reais, com $a \neq 0$ e $b \neq 0$, e **m** e **n** números inteiros, tem-se:

$(6x^2y)^3 = 6^3 \cdot (x^2)^3 \cdot y^3$

Propriedade: $(a \cdot b)^m = a^m \cdot b^m$

- $6^3 \cdot (x^2)^3 \cdot y^3 = 216 \cdot x^{2 \cdot 3} \cdot y^3$

Propriedade: $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$

Atividade 4

Esta atividade trabalha adição, subtração, multiplicação e divisão com monômios. Verificar se os estudantes substituíram de maneira correta, antes de realizar os cálculos necessários, as letras **A**, **B**, **C** e **D** pelos monômios correspondentes.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Atividades

Atividade 5

Esta atividade trabalha a simplificação de polinômios. Explicar para os estudantes que termos semelhantes correspondem a monômios semelhantes e que Raquel fez associações considerando esses termos para simplificar o polinômio.

Atividade 6

Esta atividade trabalha a representação da área de um quadrado por meio de um monômio. Para complementar, propor aos estudantes que determinem um monômio que representa a área de um quadrado cujo lado mede $6x^3y^3$ ($36x^{10}y^6$). Resposta: $1\,296x^{30}y^{18}$.

Atividade 7

Esta atividade trabalha a representação da área total da superfície e do volume de um bloco retangular por meio de um polinômio e de um monômio, respectivamente. Se necessário, relembrar aos estudantes que o volume de um bloco retangular é dado pela multiplicação das medidas das três dimensões.

Atividade 8

Esta atividade trabalha, de maneira contextualizada, a divisão com monômios. Conversar com os estudantes sobre as estratégias que utilizaram para resolvê-la. Uma delas é determinar a área da superfície da folha de papel retangular e dividir o resultado obtido por $4x^2y^2$, uma vez que não há sobras de papel.

Atividade 9

Esta atividade trabalha potenciação com polinômios. Comentar com os estudantes que, no exemplo, foram utilizadas a propriedade distributiva da multiplicação e a propriedade de potência $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$, sendo **a** e **b** números reais, com $a \neq 0$ e $b \neq 0$, e **m** e **n** números inteiros.

5. Para simplificar um polinômio, Raquel efetuou adições e subtrações com os termos semelhantes. Acompanhe.

$$5x^2y + 2x + 3x^2y - 5x =$$
$$= (5 + 3)x^2y + (2 - 5)x =$$
$$= 8x^2y - 3x$$

Agora, simplifique os polinômios a seguir.

a) $2a - 9ab^2 + 5a + 2ab^2 - 10$ $7a - 7ab^2 - 10$

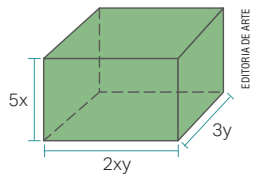
b) $m^3n + 5mn - 3m^3n + mn$ $-2m^3n + 6mn$

c) $ac^3 - 3ac + 8ac + 10ac^3$ $11ac^3 + 5ac$

d) $-\frac{1}{2}xzy^2 + 3xz^2 - 2xzy^2 - 7xy + \frac{1}{3}xz^2$ $-\frac{5}{2}xzy^2 - 7xy + \frac{10}{3}xz^2$

6. Escreva uma potência de monômio que represente a área de um quadrado cujo lado mede $4x^2y$. Em seguida, efetue essa potência e determine o monômio que representa essa área. $(4x^2y)^2$; $16x^4y^2$.

7. Analise o bloco retangular representado a seguir e responda aos itens propostos.



EDITORIA DE ARTE

a) Sabendo que a área total da superfície de uma figura geométrica espacial corresponde à soma da área de cada face, determine o polinômio que corresponde à área total da superfície desse bloco retangular. $20x^2y + 12xy^2 + 30xy$

b) Calcule o monômio que indica o volume desse bloco retangular. $30x^2y^2$

c) Determine a área total da superfície e o volume desse bloco retangular para $x = 2$ e $y = 5$. 1 300 u. a.; 3 000 u. v.

8. Uma folha de papel retangular, com as medidas dos comprimentos dos lados expressas por $5xy^2$ e $20x$, para indicar, respectivamente, o lado menor e o lado maior, foi dividida, sem sobra, em pedaços cuja área pode ser expressa por $4x^2y^2$. Em quantos pedaços essa folha foi dividida? 25 pedaços.

9. Acompanhe o cálculo a seguir.

$$(5x^2 + 2y)^2 = (5x^2 + 2y) \cdot (5x^2 + 2y) =$$
$$= 5x^2 \cdot 5x^2 + 5x^2 \cdot 2y + 2y \cdot 5x^2 + 2y \cdot 2y =$$
$$= 25x^4 + 10x^2y + 10x^2y + 4y^2 =$$
$$= 25x^4 + 20x^2y + 4y^2$$

Agora, calcule.

a) $(3m^2 + n)^2$ $9m^4 + 6m^2n + n^2$

b) $(4p - 2q^2)^2$ $16p^2 - 16pq^2 + 4q^4$

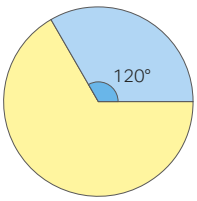
MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

RevEJA

NÃO ESCREVA NO LIVRO. Resoluções a partir da **p. 305**.

Resolva as atividades para retomar o que foi estudado nesta Unidade.

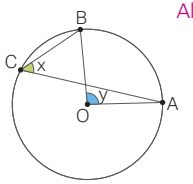
1. Alana está construindo um gráfico de setores. Antes de indicar o título, a fonte e a legenda, Alana traçou uma circunferência de 4 cm de raio e marcou dois arcos de circunferência. Em seguida, ela coloriu de **azul** uma parte e de **amarelo** a outra, obtendo um círculo dividido em dois setores, conforme representado a seguir.



Podemos afirmar que a razão entre o comprimento do menor arco de circunferência e o comprimento do maior arco é: Alternativa **c**.

a) $\frac{1}{4}$ **b)** $\frac{2}{1}$ **c)** $\frac{1}{2}$ **d)** $\frac{1}{3}$

2. Na figura a seguir, os ângulos central e inscrito correspondem a um mesmo arco da circunferência de centro **O**. Alternativa **d**.

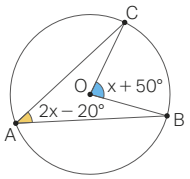


Sobre a relação entre as medidas **y** e **x** desses ângulos, podemos afirmar que:

a) $x = y$ **c)** $y = \frac{x}{2}$

b) $x = 3y$ **d)** $x = \frac{y}{2}$

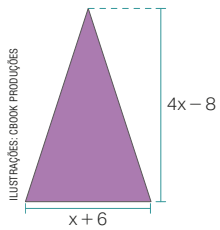
3. Na circunferência representada a seguir, os ângulos central e inscrito em destaque correspondem a um mesmo arco de circunferência. A quantos graus corresponde a medida indicada por **x**? Alternativa **a**.



a) 30° **c)** 70°

b) 50° **d)** 18°

4. Na figura a seguir, as medidas da altura e da base de um triângulo estão representadas por expressões algébricas. Nesse caso, a área desse triângulo pode ser expressa por: Alternativa **a**.



ILUSTRAÇÕES: CBOOK PRODUÇÕES

a) $2x^2 + 8x - 24$ **c)** $4x^2 + 16x - 48$

b) $x^2 - 4x - 12$ **d)** $5x - 2$

5. Em relação à situação descrita na atividade anterior, ao considerar $x = 7$, em centímetro, a área desse triângulo será: Alternativa **b**.

a) 9 cm^2 **c)** 49 cm^2

b) 130 cm^2 **d)** 33 cm^2

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

RevEJA

Atividade 1

O objetivo desta atividade é verificar a compreensão dos estudantes sobre a relação entre as medidas do ângulo central e do comprimento do arco correspondentes em uma circunferência.

Ao assinalar uma alternativa incorreta, o estudante pode demonstrar incompreensão da relação entre as medidas do ângulo central e do comprimento do arco correspondentes em uma circunferência ou não compreender o conceito de razão.

Atividade 2

O objetivo desta atividade é verificar se os estudantes compreendem a relação entre as medidas de um ângulo central e de um ângulo inscrito correspondentes a um mesmo arco de circunferência.

Ao assinalar uma alternativa incorreta, eles podem demonstrar não compreender os conceitos de arco, ângulo central ou ângulo inscrito de uma circunferência ou não relacionar adequadamente suas medidas.

Atividade 3

O objetivo desta atividade é verificar se os estudantes calculam a medida de um ângulo com base na relação entre as medidas de um ângulo central e de um ângulo inscrito correspondentes a um mesmo arco de circunferência.

Ao assinalar uma alternativa incorreta, o estudante pode demonstrar não ter compreendido como elaborar uma equação para expressar essa relação ou não resolver corretamente tal equação.

Atividade 4

O objetivo desta atividade é verificar se os estudantes representam uma situação por meio de uma expressão algébrica.

Ao assinalar uma alternativa incorreta, o estudante pode demonstrar que não determina a expressão algébrica que representa a situação descrita ou que não compreendeu como calcular a área de um triângulo dadas a medida do comprimento de sua base e a medida da altura.

Atividade 5

O objetivo desta atividade é verificar se os estudantes calculam corretamente o valor numérico de uma expressão algébrica.

Ao assinalar uma alternativa incorreta, o estudante pode demonstrar que se equivocou ao calcular, ou não compreendeu como calcular corretamente o valor numérico de uma expressão algébrica, ou que não possui o conhecimento prévio de como calcular a área de um triângulo dadas a medida do comprimento de sua base e a medida da altura.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

ETAPA 8

UNIDADE 9

Segmentos proporcionais, cálculo de volume e produtos notáveis

- Segmentos proporcionais
- Teorema de Tales
- Volume de um bloco retangular
- Volume de prismas
- Volume de cilindros
- Produtos notáveis



NÃO ESCREVA NO LIVRO.

A compostagem é um processo biológico em que a matéria orgânica se transforma em um composto para adubar a terra de hortas, jardins etc. Para isso, podem ser utilizadas composteiras domésticas, como mostra a imagem.

a) Você conhece uma composteira? Seria viável construir uma composteira comunitária em algum lugar no bairro em que você vive ou na escola?

b) Em sua opinião, qual figura geométrica espacial lembra o formato da região interna da composteira que aparece na fotografia? Como você faria para determinar a capacidade de armazenamento dessa composteira?

NIERIKS/SHUTTERSTOCK.COM

Na fotografia, uma pessoa adiciona restos de alimento em uma composteira doméstica.

a) Respostas pessoais.

b) Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes respondam que a região interna da composteira retratada na fotografia lembra o formato de bloco retangular, cuja capacidade de armazenamento pode ser calculada multiplicando-se as medidas das suas dimensões internas: comprimento, largura e altura.

INTRODUÇÃO

Nesta Unidade, serão abordados com maior ênfase os campos Geometria, Grandezas e medidas e Álgebra. Os estudantes irão trabalhar com segmentos proporcionais e o teorema de Tales, avançar no estudo de medidas de volume, calcular o volume de prismas quaisquer e de cilindros, e explorar alguns produtos notáveis, com o auxílio da representação geométrica. Para o planejamento desta Unidade, os conteúdos podem ser explorados de maneira articulada, como estabelecer relações entre os campos Álgebra e Geometria.

OBJETIVOS PEDAGÓGICOS DA UNIDADE

- Realizar cálculos envolvendo proporcionalidade entre segmentos de reta.
- Compreender e utilizar o teorema de Tales para resolver e elaborar problemas.
- Utilizar expressões para o cálculo da medida do volume de bloco retangular, de prismas quaisquer e de cilindro.
- Resolver e elaborar problemas envolvendo o cálculo da medida do volume de bloco retangular, de prismas quaisquer e de cilindro.
- Reconhecer e desenvolver, algebricamente e geometricamente, produtos notáveis.

JUSTIFICATIVAS DOS OBJETIVOS

O estudo de segmentos proporcionais, bem como a exploração do teorema de Tales, possibilita aos estudantes desenvolverem o pensamento geométrico e avançarem na compreensão de relações de proporcionalidade, de modo que reconheçam a importância desses conhecimentos ao utilizar o teorema de Tales na resolução de problemas envolvendo contextos cotidianos, como aqueles em que é necessário determinar medidas de lados de partes de terrenos, por exemplo.

O trabalho com as medidas de volume se mostra importante, uma vez que permite aos estudantes desenvolverem diferentes estratégias de resolução de problemas envolvendo o cálculo da medida de volume de prismas e cilindros, a fim de que eles possam eleger e aplicar a que avaliarem mais adequada para cada situação.

Já a abordagem com os produtos notáveis é realizada a partir da articulação entre os campos Geometria e Álgebra, o que possibilita que eles reconheçam essas possíveis relações dentro da própria **Matemática**.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

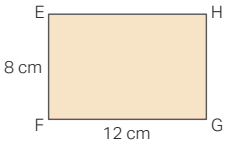
1. Proporcionalidade entre segmentos de reta

Vamos estudar a razão entre segmentos de reta, que corresponde ao quociente de suas medidas. Observe o exemplo.

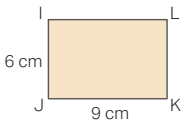


- Razão entre $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$: $\frac{AB}{CD} = \frac{4}{2} = 2$
- Razão entre $\overline{CD}$ e $\overline{AB}$: $\frac{CD}{AB} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

Vamos considerar os retângulos representados a seguir e calcular as razões entre $\overline{EF}$ e $\overline{FG}$ e entre $\overline{IJ}$ e $\overline{JK}$. Observe.



$\frac{EF}{FG} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$



$\frac{IJ}{JK} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$

ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

Note que essas duas razões formam uma proporção, pois $\frac{EF}{FG} = \frac{IJ}{JK}$. Nesse caso, dizemos que os segmentos de reta EF e FG são proporcionais aos segmentos de reta IJ e JK.

Considere a seguinte situação.

Uma costureira dispõe de quatro pedaços de tecido com formato quadrado, cujas medidas dos lados são:

Tecido **A**: 15 cm
Tecido **B**: 3 cm
Tecido **C**: 20 cm
Tecido **D**: 4 cm

Para compor determinada peça, a costureira precisa verificar quais são os pedaços que, dois a dois, têm lados proporcionais.

Mulher utilizando máquina de costura.



ANDRE LUIZ MOREIRA/SHUTTERSTOCK.COM

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Ao abordar a **Página de abertura**, comentar com os estudantes que a composteira é destinada a decomposição de material orgânico, ou seja, resíduos que tenham origem animal ou vegetal, como restos de alimentos e resíduos de jardins. A composteira é utilizada na compostagem, que consiste em um processo que transforma matéria orgânica em adubo natural. A compostagem pode ser definida como a reciclagem de matéria orgânica e tem como um dos objetivos reduzir a presença de lixo orgânico nos aterros sanitários.

No item **a**, comentar com eles que pode ocorrer de surgir cheiro forte ou a presença de animais indesejados na composteira. Por isso, é preciso seguir algumas dicas, como mantê-la sempre tampada e evitar colocar alguns tipos de alimentos, como carnes e ossos, apesar de serem de origem animal.

No item **b**, verificar se os estudantes associam o formato da composteira ao de um bloco retangular. Para determinar a capacidade dessa composteira, eles podem sugerir, por exemplo, que seja calculado o volume de um bloco retangular cujas dimensões sejam iguais às dimensões internas da composteira.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Na comparação entre os segmentos de reta AB e CD, explicar que, nesse tipo de comparação, as medidas dos segmentos de reta devem ser expressas na mesma unidade de medida de comprimento.

Ao explorar a razão entre os lados de cada retângulo representado, chamar a atenção dos estudantes para a ordem em que ela foi estabelecida: a razão entre a medida do menor e do maior lado. Enfatizar a necessidade de manter essa ordem em relação aos dois retângulos para formar uma proporção.

Aproveitar a temática explorada para promover uma roda de conversa sobre a importância das costureiras para a moda e para a sociedade. Perguntar se eles conhecem alguma costureira ou se já trabalharam nesse ramo. Em caso afirmativo, propor que comentem o que sabem a respeito.

Dizer aos estudantes que os profissionais da costura são majoritariamente mulheres e que, muitas vezes, essas mulheres ajudam no complemento da renda familiar com suas costuras.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

No trabalho com as razões entre os lados dos pedaços quadrados de tecido, destacar para os estudantes que a comparação dos lados é feita de dois em dois, ou seja, o pedaço de tecido **A** com os pedaços de tecido **B**, **C** e **D**; o pedaço de tecido **B** com os pedaços de tecido **C** e **D**; e o pedaço de tecido **C** com o pedaço de tecido **D**. Em seguida, foram comparadas as razões obtidas, verificando quais são iguais.

Lembrar os estudantes que, quando a razão entre os números não nulos **a** e **b**, nessa ordem, e a razão entre os números não nulos **c** e **d**, nessa ordem, são iguais, elas formam uma proporção.

Se julgar pertinente, retomar a propriedade fundamental das proporções e diz que, em uma proporção, o produto dos extremos é igual ao produto dos meios. Propor aos estudantes que, utilizando a propriedade fundamental das proporções, verifiquem que as razões $\frac{15}{3}$ e $\frac{20}{4}$ são proporcionais, assim como as razões $\frac{15}{20}$ e $\frac{3}{4}$.

- $\frac{15}{3} = \frac{20}{4}$
  $15 \cdot 4 = 3 \cdot 20$
  $60 = 60$
- $\frac{15}{20} = \frac{3}{4}$
  $15 \cdot 4 = 20 \cdot 3$
  $60 = 60$

Na situação em que Bruna quer ampliar uma fotografia 3×4, comentar com os estudantes que, quando se reduz ou amplia uma fotografia, a ideia é que a imagem seja mantida com a mesma proporção. Por isso, utiliza-se como estratégia a escrita de uma proporção para determinar a medida desconhecida, considerando a razão entre o comprimento e a largura, tanto na fotografia quanto na representação da ampliação.

Para verificar se algumas razões entre as medidas dos lados dos pedaços quadrados de tecido são proporcionais, devemos calcular a razão entre as medidas de dois lados de diferentes pedaços e compará-la com a razão entre as medidas dos lados dos outros dois pedaços de tecido.

I. A razão entre as medidas dos lados dos tecidos **A** e **B** é: $\frac{15}{3} = 5$.

II. A razão entre as medidas dos lados dos tecidos **A** e **C** é: $\frac{15}{20} = \frac{3}{4}$.

III. A razão entre as medidas dos lados dos tecidos **A** e **D** é: $\frac{15}{4}$.

IV. A razão entre as medidas dos lados dos tecidos **B** e **C** é: $\frac{3}{20}$.

V. A razão entre as medidas dos lados dos tecidos **B** e **D** é: $\frac{3}{4}$.

VI. A razão entre as medidas dos lados dos tecidos **C** e **D** é: $\frac{20}{4} = 5$.

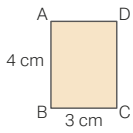
Assim, temos, por exemplo, que os lados dos pedaços de tecidos **A** e **B** são proporcionais aos lados dos pedaços **C** e **D**. Também verificamos que os lados dos pedaços de tecidos **A** e **C** são proporcionais aos lados dos pedaços **B** e **D**.

Considere, agora, a seguinte situação.

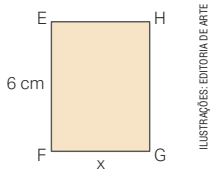
> Bruna quer ampliar uma fotografia 3×4 (3 cm de largura por 4 cm de comprimento), de maneira que as razões entre as medidas do maior e do menor lado da fotografia e da ampliação sejam iguais. Qual deve ser a medida do menor lado dessa ampliação, sabendo que o maior lado deve ter 6 cm?

Podemos representar essa situação por meio de figuras de retângulos e escrever uma proporção. Observe.

- Representação da fotografia:



- Representação da ampliação:



ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

$$\frac{AB}{BC} = \frac{EF}{FG} \Rightarrow \frac{4}{3} = \frac{6}{x} \Rightarrow 4x = 3 \cdot 6 \Rightarrow \frac{4x}{4} = \frac{18}{4} \Rightarrow x = 4{,}5$$

Assim, o menor lado da ampliação da fotografia deve ter 4,5 cm.

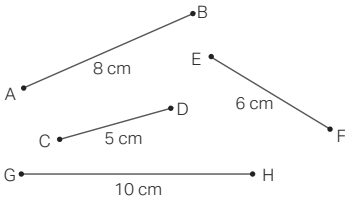
MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

ATIVIDADES

NÃO ESCREVA NO LIVRO. Resoluções a partir da **p. 305**.

1. Observe os segmentos de reta representados a seguir.



ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

Agora, determine a razão entre:

a) $\overline{EF}$ e $\overline{CD}$ $\frac{6}{5}$

b) $\overline{CD}$ e $\overline{GH}$ $\frac{1}{2}$

c) $\overline{CD}$ e $\overline{AB}$ $\frac{5}{8}$

d) $\overline{AB}$ e $\overline{EF}$ $\frac{4}{3}$

e) $\overline{EF}$ e $\overline{AB}$ $\frac{3}{4}$

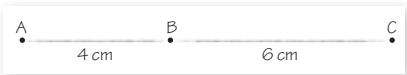
f) $\overline{GH}$ e $\overline{CD}$ 2

g) $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$ $\frac{8}{5}$

h) $\overline{GH}$ e $\overline{EF}$ $\frac{5}{3}$

2. No caderno, trace um segmento de reta AB medindo 8 cm. Sobre esse segmento, marque um ponto **C** de maneira que $\frac{AC}{AB} = \frac{2}{5}$. A que distância do ponto **A** você marcou o ponto **C**? 3,2 cm

3. Felipe traçou em uma folha de papel sulfite os segmentos de reta a seguir.



Qual deve ser a medida de um segmento de reta DE que Felipe precisa traçar para obter a proporção:

a) $\frac{BC}{AB} = \frac{12}{DE}$? 8 cm

b) $\frac{DE}{3} = \frac{AB}{BC}$? 2 cm

c) $\frac{AC}{DE} = \frac{5}{2}$? 4 cm

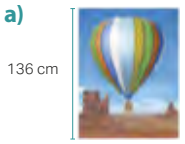
d) $\frac{DE}{BC} = \frac{AC}{AB}$? 15 cm

4. Em um evento, foi projetada a imagem de um balão. Com uma trena, verificou-se que a imagem na parede tinha 160 cm de altura e 120 cm de largura.

Em seguida, o técnico que opera o projetor mudou a posição do equipamento algumas vezes, mantendo a proporção entre os lados da figura.

Observe algumas das imagens obtidas e determine a medida da dimensão que não está indicada.

a)



Imagens fora de proporção.

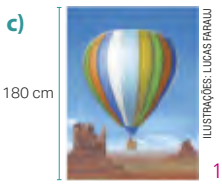
102 cm

b)



120 cm

c)



ILUSTRAÇÕES: LUCAS FARAIJ

135 cm

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Atividades

Atividade 1

Esta atividade trabalha a determinação da razão entre segmentos de reta. Para complementar, propor aos estudantes que desenhem em uma folha de papel dois segmentos de reta AB e CD sem indicar as medidas e troquem com um colega para que ele meça cada segmento de reta e determine a razão entre $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$ e a razão entre $\overline{CD}$ e $\overline{AB}$. É importante que, ao final, eles confiram juntos as respostas.

Atividade 2

Esta atividade trabalha a determinação de uma medida conhecendo a razão entre segmentos de reta. Conversar sobre as estratégias utilizadas pelos estudantes para determinar a localização do ponto **C**. Enfatizar que é dada a razão entre o comprimento de parte do segmento de reta pelo comprimento total do segmento de reta.

Atividade 3

Esta atividade trabalha cálculos de obtenção de medida de um segmento por meio de razões entre segmentos de reta que devem ser proporcionais.

Atividade 4

Esta atividade trabalha, de maneira contextualizada, cálculos de medida do lado de uma imagem por meio da razão entre os lados proporcionais de outra imagem. Enfatizar que, nos itens **a** e **c**, deseja-se determinar a medida da largura da projeção, enquanto, no item **b**, a medida da altura. É importante que os estudantes fiquem atentos à ordem para a escrita das razões. Para complementar, se possível, realizar com eles uma atividade prática similar a essa. Para isso, providenciar previamente projetores (ou retroprojetores) e trenas ou fitas métricas. Primeiramente, projetar uma imagem inicial e realizar a medição das dimensões dela. Em seguida, mudar a posição do projetor, afastando-o ou aproximando-o da parede na qual a imagem é projetada. Em cada mudança, realizar as medições e verificar se são proporcionais às obtidas na primeira medição. É importante ressaltar que as imagens podem não estar proporcionais devido às configurações do projetor ou à maneira como ele é deslocado.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Os chamados sete sábios da Antiguidade viveram entre os séculos VII a.C. e VI a.C., na Grécia Antiga, e são reconhecidos por possuírem notória sabedoria. A lista dos sete sábios sofreu algumas variações no decorrer do tempo, porém a que se tornou conhecida cita: Tales de Mileto (624 a.C.-556 a.C.), Periandro de Corinto (627 a.C.-585 a.C.), Pítaco de Mitilene (640 a.C.-568 a.C.), Brias de Priene (século VI a.C.), Cleóbulo de Lindos (por volta de 600 a.C.), Sólon de Atenas (640 a.C.-558 a.C.) e Quílon de Esparta (século VI a.C.).

Elaborado com base em: GODOY, Paulo R. Teixeira de (org.). **História do pensamento geográfico e epistemologia em geografia**. São Paulo: Editora Unesp: Cultura Acadêmica, 2010. p. 17-18. Disponível em: https://static.scielo.org/scielobooks/pmw5/pdf/godoy-9788579831270.pdf. Acesso em: 7 maio 2024.

Para complementar, ler para os estudantes o trecho a seguir, sobre quando começou a ser usada a denominação teorema de Tales.

A questão da proporcionalidade era de grande importância para os gregos, principalmente na arquitetura e agrimensura. Por isso, conjectura-se que a primeira sistematização da geometria pode ter sido em torno da questão da proporcionalidade de segmentos determinados por um feixe de retas paralelas e outro de retas transversais. Essa questão durante muitos séculos foi denominada de teorema dos segmentos proporcionais. No final do século XIX, na França, alguns autores denominaram esse resultado de teorema de Tales, denominação que persiste até hoje.

BONGIOVANNI, Vincenzo. O teorema de Tales: uma ligação entre o geométrico e o numérico. **Revemat**: Revista Eletrônica de Educação Matemática, Florianópolis, v. 2, n. 1, p. 94-106, 2007. Disponível em: https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/12993/. Acesso em: 7 maio 2024.

Teorema de Tales

Leia o texto a seguir, que contém algumas informações a respeito de Tales de Mileto.

Segundo a tradição a geometria demonstrativa começou com Tales de Mileto, um dos "sete sábios" da Antiguidade, durante a primeira metade do sexto século a.C. [...]

Segundo parece, Tales começou sua vida como mercador, tornando-se rico o bastante para dedicar a parte final de sua vida ao estudo e a algumas viagens. Diz-se que ele viveu por algum tempo no Egito, e que despertou admiração ao calcular a altura de uma pirâmide por meio da sombra [...]. De volta a Mileto ganhou reputação, graças a seu gênio versátil, de estadista, conselheiro, engenheiro, homem de negócios, filósofo, matemático e astrônomo. Tales é o primeiro personagem conhecido a quem se associam descobertas matemáticas.

EVES, Howard. **Introdução à história da matemática**. Tradução: Hygino Hugueros Domingues. 5. ed. Campinas: Editora da Unicamp, 2011. p. 94-95.



DEAGOSTINI PICTURE LIBRARY/GETTY IMAGES

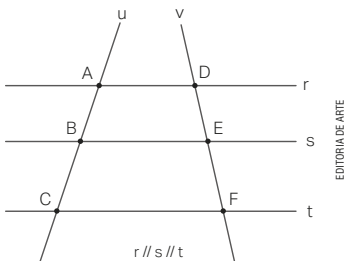
RADOS, Luigi. **Retrato de Tales de Mileto**. 1773-1844. Gravura.

Uma das contribuições de Tales à Geometria é o teorema que recebeu o seu nome e está enunciado a seguir.

> Um feixe de retas paralelas determina, em duas retas transversais, segmentos de reta ordenadamente proporcionais entre si.

Com base nesse teorema, considerando um feixe de retas paralelas **r**, **s** e **t** e duas retas **u** e **v** transversais a esse feixe, podemos escrever as seguintes proporções.

- $\frac{AB}{BC} = \frac{DE}{EF}$
- $\frac{AC}{BC} = \frac{DF}{EF}$
- $\frac{AC}{AB} = \frac{DF}{DE}$



EDITORIA DE ARTE

No estudo do teorema de Tales, explicar aos estudantes que um feixe de retas paralelas corresponde a um conjunto de retas de um mesmo plano e paralelas entre si.

Pode-se propor aos estudantes que façam uma pesquisa relacionada à História da Matemática. É importante ressaltar algumas noções de ordem prática na realização de uma pesquisa, como: selecionar informações em materiais com fontes de autores confiáveis; pesquisar em mais de uma fonte de modo a se deparar com pluralismo de ideias e estabelecer contrapontos; interpretar as informações pesquisadas e redigir texto autoral (texto próprio).

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

Agora, leia com atenção a situação a seguir.

Um terreno foi dividido em dois lotes (**I** e **II**) por um muro construído paralelamente à Rua Faisão e à Rua Tucanos, conforme representado no esquema. Do lote **II**, qual é a medida **x** de frente para a Rua das Araras?



ROBERTO ZOELLNER

Utilizando o teorema de Tales, observe como podemos determinar a medida **x**.

$$\frac{14}{7} = \frac{16}{x} \Rightarrow 14x = 7 \cdot 16 \Rightarrow \frac{14x}{14} = \frac{112}{14} \Rightarrow x = 8$$

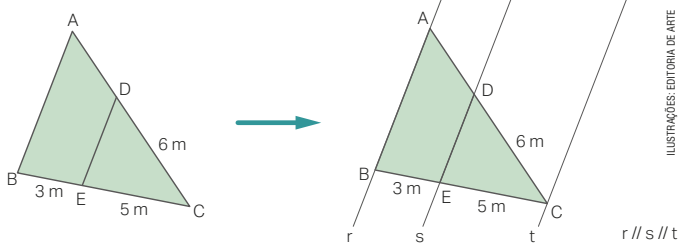
Portanto, a medida **x** é igual a 8 metros.

Teorema de Tales e os triângulos

Uma das aplicações do teorema de Tales pode ser observada nos triângulos por meio da propriedade indicada a seguir.

Em um triângulo, qualquer reta paralela a um dos lados divide os outros dois lados em segmentos de reta proporcionais.

Com base nessa propriedade, é possível determinar a medida do segmento de reta AD na figura a seguir, cujas medidas estão indicadas em metro, sabendo que $\overline{DE}$ é paralelo a $\overline{AB}$. Para isso, podemos traçar as retas paralelas **r**, **s** e **t** passando por $\overline{AB}$, $\overline{DE}$ e **C**, respectivamente.



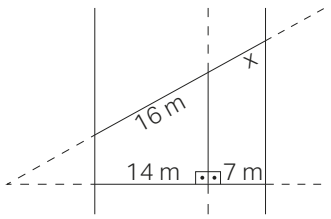
ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

Assim, utilizando o teorema de Tales, temos:

$$\frac{AD}{CD} = \frac{BE}{CE} \Rightarrow \frac{AD}{6} = \frac{3}{5} \Rightarrow 5 \cdot AD = 6 \cdot 3 \Rightarrow \frac{5AD}{5} = \frac{18}{5} \Rightarrow AD = 3{,}6$$

Portanto, a medida do segmento de reta AD é 3,6 metros.

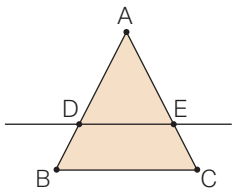
Ao abordar a situação do início desta página, se julgar necessário, construir na lousa uma representação do terreno para que os estudantes identifiquem as retas paralelas e as retas transversais.



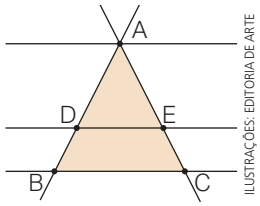
Relacionar o teorema de Tales com o que foi estudado sobre proporções anteriormente. Lembrar aos estudantes que é possível escrever uma igualdade de frações quando se tem uma proporção, conforme apresentado na resolução da situação-problema.

No trabalho com o teorema de Tales e os triângulos, sugere-se apresentar outros exemplos, para que compreendam melhor a propriedade apresentada.

Observe a seguir um exemplo, considerando a representação de um triângulo ABC e a reta em que está determinado o segmento de reta DE paralelo ao lado $\overline{BC}$.



Nesse exemplo, explicar aos estudantes que, traçando duas retas paralelas à reta em que está determinado o segmento de reta DE (uma reta contendo o lado $\overline{BC}$ e a outra passando pelo ponto **A**, que indica o vértice do triângulo) e traçando retas sobre os lados $\overline{AB}$ e $\overline{AC}$, pode-se utilizar o teorema de Tales e mostrar que os segmentos de reta são proporcionais, conforme indicado a seguir.



ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

$$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$$

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Atividades

Atividade 1

Esta atividade trabalha a resolução de situações envolvendo o teorema de Tales. Ressaltar aos estudantes a importância da ordem ao escrever as razões entre as medidas dos segmentos de reta. Por exemplo, no item **a**, para determinar a medida **x**, é possível escrever as seguintes proporções:

- $\frac{3,5}{7} = \frac{x}{8}$
- $\frac{7}{3,5} = \frac{8}{x}$

Atividade 2

Esta atividade trabalha a resolução de situação envolvendo o teorema de Tales. Propor aos estudantes que observem as figuras apresentadas e verifiquem que, em cada item, as medidas são dadas na mesma unidade de medida de comprimento.

Atividade 3

Esta atividade trabalha a resolução de uma situação envolvendo o teorema de Tales. Verificar as estratégias utilizadas pelos estudantes para resolver esta atividade, uma vez que foi dada a medida DF, que corresponde à soma das medidas DE e EF. A partir disso, é possível estabelecer as seguintes proporções:

- $\frac{AB}{AC} = \frac{DE}{DF}$
- $\frac{BC}{AC} = \frac{EF}{DF}$

Atividade 4

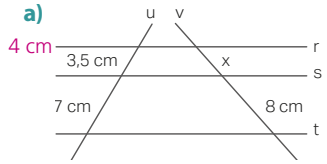
Esta atividade trabalha a resolução de uma situação envolvendo o teorema de Tales. Questionar com os estudantes sobre qual é a proporção que pode ser estabelecida para determinar a medida **x**. É importante que eles percebam que devem relacionar, em uma mesma razão, a medida de segmentos de reta que estão contidos numa mesma reta. Neste caso, de $\overline{AB}$ e $\overline{BC}$, contidos em **u**, e de $\overline{BD}$ e $\overline{BE}$, contidos em **v**.

ATIVIDADES

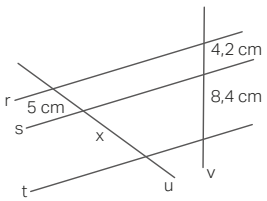
NÃO ESCREVA NO LIVRO. Resoluções a partir da **p. 305**.

1. Determine a medida **x** em cada item a seguir, em que as retas **r**, **s** e **t** são paralelas.

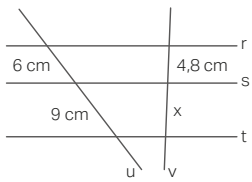
a)



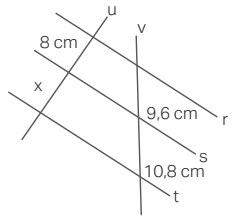
b)



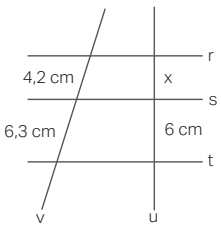
c)



d)

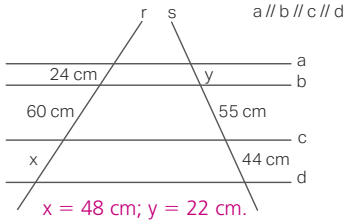


e)



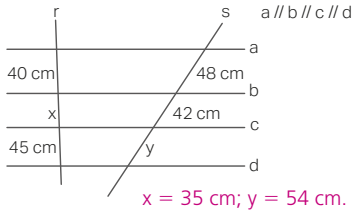
2. Determine as medidas **x** e **y** em cada item.

a)



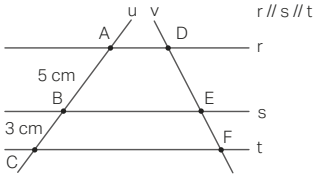
x = 48 cm; y = 22 cm.

b)



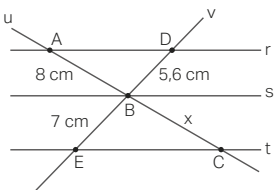
x = 35 cm; y = 54 cm.

3. Calcule a medida dos segmentos de reta DE e EF na figura a seguir, sabendo que DF = 7,2 cm.



DE = 4,5 cm; EF = 2,7 cm.

4. Observe a figura a seguir, em que as retas **r**, **s** e **t** são paralelas entre si.



ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

Qual é a medida do segmento de reta BC? 10 cm

196

SAIBA MAIS

Sugerir aos estudantes que acessem este *site* e realizem simulações a fim de verificar o teorema de Tales.

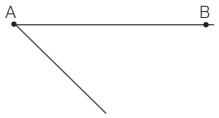
- OBMEP_srdg. Teorema de Tales. **GeoGebra**. [*S. l.*], 2015. Disponível em: www.geogebra.org/m/NhsyABTB. Acesso em: 8 maio 2024.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

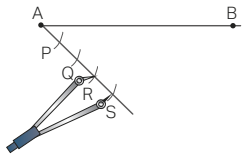
MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

5. Observe as etapas que Luana realizou para dividir um segmento de reta em quatro partes de mesma medida.

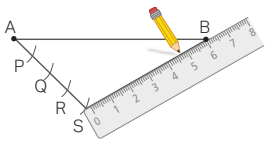
1ª Traçou um segmento de reta AB com uma medida qualquer. Em seguida, com origem em **A**, traçou uma semirreta auxiliar.



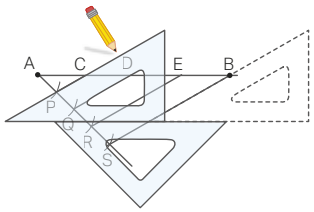
2ª Utilizando um compasso com uma mesma abertura qualquer, marcou, a partir de **A**, os pontos **P**, **Q**, **R** e **S** sobre a semirreta auxiliar, obtendo pontos equidistantes.



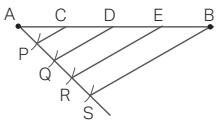
3ª Com uma régua, traçou o segmento de reta SB.



4ª Por fim, com um jogo de esquadros, traçou retas paralelas a $\overline{SB}$, passando por **P**, **Q** e **R**, que determinaram em $\overline{AB}$, respectivamente, os pontos **C**, **D** e **E**.



Os pontos **C**, **D** e **E** dividem esse segmento de reta em quatro partes de mesma medida.



ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

Agora, utilizando procedimentos como os de Luana, trace, no caderno, um segmento de reta de: Atividade de construção geométrica.

a) 8 cm e divida-o em três partes de mesma medida.

b) 11 cm e divida-o em cinco partes de mesma medida.

Respostas nas **Orientações para o professor**.

Atividade 5

Esta atividade trabalha a divisão de um segmento de reta em partes de mesma medida com base no teorema de Tales. Providenciar previamente esquadros e compassos. Na 2ª etapa, explicar aos estudantes que, com a ponta-seca do compasso em **A**, foi marcado um ponto **P** sobre a semirreta auxiliar. Em seguida, com a mesma abertura do compasso, foi posicionada a ponta-seca em **P** e obteve-se o ponto **Q**. De maneira análoga, foram marcados os pontos **R** e **S**. Na 4ª etapa, orientá-los sobre como traçar segmentos de reta paralelos utilizando esquadros.

Para finalizar, propor que verifiquem, com uso de régua, se as medidas dos comprimentos de cada parte obtida no segmento de reta AB são iguais. No item **a**, cada parte deverá ter comprimento medindo aproximadamente 2,7 cm e, no item **b**, 2,2 cm.

SAIBA MAIS

Sugere-se a leitura do artigo indicado a seguir para enriquecer sua formação continuada em relação ao trabalho com elaboração de problemas.

- POSSAMAI, Janaína Poffo; ALLEVATO, Norma Suely Gomes. Elaboração/Formulação/Proposição de problemas em matemática: percepções a partir de pesquisas envolvendo práticas de ensino. **Educação Matemática Debate**, Montes Claros, v. 6, n. 12, p. 1-28, 2022. Disponível em: https://www.periodicos.unimontes.br/index.php/emd/article/view/4726/5133. Acesso em: 8 maio 2024.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Atividades

Atividade 6

Esta atividade trabalha a resolução de uma situação contextualizada envolvendo o teorema de Tales. Verificar as estratégias utilizadas pelos estudantes para resolvê-la. Espera-se que eles determinem, inicialmente, a medida da altura da figura de trapézio correspondente à parte da região para plantar couve. Em seguida, para obter a área total da região, os estudantes podem calcular a área da figura de trapézio de bases 8 m e 17 m ou calcular a área de cada parte da região, separadamente, e depois adicionar os resultados. Lembrar aos estudantes que a área de um trapézio é dada por $A = \frac{(B + b) \cdot h}{2}$, em que **B** corresponde à medida da base maior, **b**, à medida da base menor e **h**, à medida da altura.

Atividade 7

Esta atividade trabalha a resolução de situação contextualizada envolvendo o teorema de Tales e a elaboração pelo estudante de um problema envolvendo esse teorema. No item **a**, verificar se os estudantes compreenderam que, primeiramente, precisam obter a medida de **x** utilizando o teorema de Tales. Para isso, pode-se utilizar a medida AD com base na soma das medidas AB, BC e CD, desse modo:

$4x + 60 + 7x = 60 + 11x$.

Em seguida, estabelecer a proporção:

$$\frac{4x}{60 + 11x} = \frac{52}{208}$$

No item **c**, é importante avaliar se os problemas elaborados pelos estudantes contemplam as ideias relacionadas ao conceito proposto.

Atividades 8 e 9

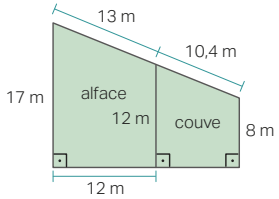
Estas atividades trabalham a resolução de situações envolvendo o teorema de Tales em triângulos. Na atividade **9**, os itens **b** e **c** exploram a ideia de semelhança de triângulos, conteúdo que será abordado na próxima Unidade deste Volume. No item **b**, uma sugestão é propor aos estudantes que desenhem separadamente as figuras de triângulos.

Atividade 10

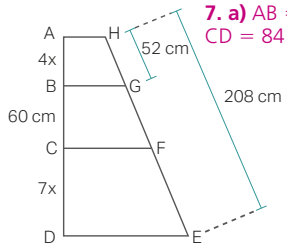
Esta atividade trabalha a elaboração pelo estudante de um problema envolvendo o teorema de Tales. É importante avaliar se os problemas elaborados pelos estudantes contemplam as ideias relacionadas ao conceito proposto. Uma sugestão é que alguns dos problemas elaborados sejam reproduzidos na lousa e discutidos com a turma. Nos problemas elaborados, pode-se propor a determinação das medidas dos comprimentos dos segmentos de reta AE ou CE, que correspondem a 12,75 cm e 4,25 cm, respectivamente.

Imagens fora de proporção.

6. Em uma horta urbana, uma área com formato de trapézio foi reservada para o cultivo de alface e de couve. Com uma cerca, dividiu-se essa região em duas, conforme representado a seguir. Qual é a área total da região reservada para a horta? 270 m²



7. Observe o projeto de uma estante cujas prateleiras são paralelas.



7. a) AB = 48 cm; CD = 84 cm.

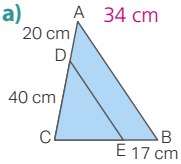
a) Calcule as distâncias AB e CD entre as prateleiras representadas por $\overline{AH}$ e $\overline{BG}$ e por $\overline{CF}$ e $\overline{DE}$, respectivamente.

b) Dessa estante, determine a altura representada pelo segmento de reta AD. 192 cm

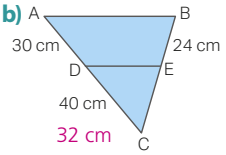
c) Elabore um problema, considerando o projeto representado anteriormente, cuja resolução envolva o teorema de Tales. Depois, troque com um colega para que um resolva o problema elaborado pelo outro. Por fim, confiram juntos as resoluções. Resposta pessoal.

8. Determine a medida do segmento de reta CE em cada figura, sabendo que $\overline{AB} \parallel \overline{DE}$.

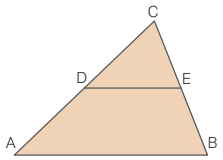
a)



b)



9. A partir da representação de um triângulo ABC, Maria traçou um segmento de reta DE paralelo ao lado $\overline{AB}$, de maneira que **D** e **E** estivessem sobre um dos lados do triângulo. Observe.



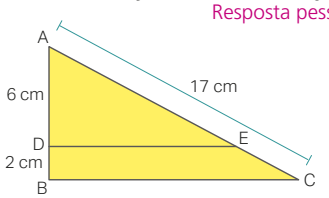
ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

a) Com uma régua, determine a medida dos lados dos triângulos ABC e DEC.

b) Utilizando o teorema de Tales, que relação podemos indicar entre as medidas dos lados $\overline{CA}$ e $\overline{CD}$ e dos lados $\overline{CB}$ e $\overline{CE}$ dos triângulos ABC e DEC? $\frac{CA}{CD} = \frac{CB}{CE}$

c) O que podemos concluir sobre as medidas dos ângulos internos dos triângulos ABC e DEC? Justifique.

10. No triângulo representado a seguir, $\overline{DE}$ é paralelo a $\overline{BC}$. Elabore um problema, a partir dessa figura, cuja resolução envolva o teorema de Tales. Troque o problema com um colega para que um resolva o do outro. Depois, confiram juntos as resoluções. Resposta pessoal.



CIBOOK PRODUÇÕES

9. a) AB = 4 cm; BC = 3 cm; CA = 4 cm; DE = 2 cm; EC = 1,5 cm e CD = 2 cm.
9. c) Respostas nas **Orientações para o professor**.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

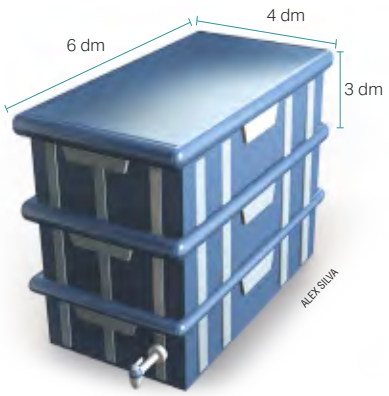
2. Volume

Volume de um bloco retangular

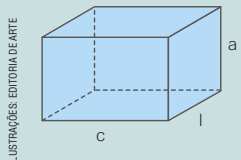
Uma das maneiras de reaproveitar resíduos orgânicos (restos de alimentos, borra de café, grãos etc.) é por meio da compostagem. Nesse processo natural, microrganismos, como fungos e bactérias, são responsáveis pela decomposição da matéria orgânica, transformando-a em um composto orgânico que pode ser utilizado para adubar a terra.

A composteira representada é formada por três caixas idênticas com formato de blocos retangulares, cujas dimensões internas estão indicadas.

Para determinar a capacidade de cada uma dessas caixas, vamos relembrar como podemos calcular o volume de um bloco retangular.



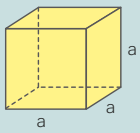
Para calcular o volume de um bloco retangular, podemos multiplicar as medidas das três dimensões: comprimento (**c**), largura (**l**) e altura (**a**). Como em um bloco retangular a base é um retângulo, também podemos calcular o volume multiplicando a área da base do bloco retangular ($\mathbf{A_b}$) pela sua altura (**a**).



ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

$V = c \cdot l \cdot a$ ou $V = A_b \cdot a$

Como o cubo é um caso particular de bloco retangular, em que as arestas têm medidas iguais, podemos calcular seu volume da mesma maneira.



$V = a \cdot a \cdot a$ ou $V = a^3$



JEROME ROMME/SHUTTERSTOCK.COM

Pessoa realizando a manutenção de uma composteira.

PENSAR E PRATICAR

Qual é a capacidade de cada caixa que compõe a composteira apresentada nesta página? 72 dm³

SAIBA MAIS

Acessar este *site* para mais informações sobre como confeccionar uma composteira caseira.

- INSTITUTO AKATU. **Aprenda a fazer uma composteira caseira**. São Paulo: Akatu, 28 set. 2016. Disponível em: https://akatu.org.br/aprenda-a-fazer-uma-composteira-caseira/. Acesso em: 8 maio 2024.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

O trabalho com volume de um bloco retangular pode ser realizado a partir da retomada de alguns conteúdos matemáticos, como os estudos das figuras de prismas, a área de polígonos e de círculos e expressões algébricas.

Verificar se os estudantes compreenderam que as fórmulas de volume do bloco retangular apresentadas são equivalentes, uma vez que a base do bloco retangular corresponde a um retângulo de lados com medidas **c** e **l** e, portanto, tem área igual a **c** · **l**. Essa compreensão auxiliará no cálculo do volume do cilindro, que será trabalhado mais adiante nesta Unidade.

Ao término do trabalho com esta página, pode-se propor a realização de um projeto no qual seja proposto aos estudantes confeccionar composteiras para serem utilizadas na escola, bem como sensibilizar a comunidade escolar sobre a importância da destinação correta dos resíduos orgânicos gerados pelas pessoas, considerando o conceito de volume de bloco retangular estudado. O adubo produzido por essas composteiras pode ser destinado a uma horta da escola ou a hortas comunitárias do município.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Atividades

Atividade 1

Esta atividade trabalha o cálculo do volume de blocos retangulares. As figuras representadas não estão em verdadeira grandeza.

Atividade 2

Esta atividade trabalha o cálculo do volume de um sólido por meio da decomposição dele em blocos retangulares. Espera-se que os estudantes decomponham primeiramente o sólido em blocos retangulares, calculem, separadamente, o volume de cada um desses blocos e, por fim, adicionem os resultados obtidos.

Atividade 3

Esta atividade trabalha uma situação contextualizada envolvendo o cálculo do volume de blocos retangulares. Para resolver a atividade, caso necessário, relembrar aos estudantes algumas relações:

- $1\ cm^3 = 1\ mL$
- $1\ mL = 0{,}001\ L$
- $1\ L = 1\,000\ cm^3$
- $1\ L = 1\ dm^3$

No item **d**, questioná-los sobre o parâmetro que é necessário para a escolha da composteira. Neste caso, a quantidade de moradores da residência.

Atividade 4

Esta atividade trabalha, em uma situação contextualizada, a determinação das medidas das dimensões da base de um bloco retangular de acordo com sua altura e seu volume. Conversar com os estudantes sobre quais estratégias eles utilizaram na resolução. Uma estratégia é determinar, inicialmente, a área da base desse bloco retangular.

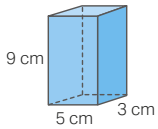
Imagens fora de proporção.

ATIVIDADES

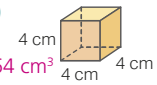
NÃO ESCREVA NO LIVRO. Resoluções a partir da **p. 305**.

1. Determine o volume dos blocos retangulares representados a seguir.

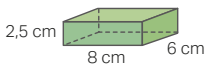
a) 135 cm³



c) 64 cm³

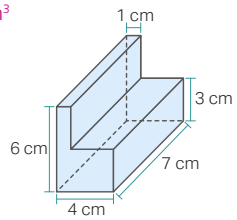


b) 120 cm³



2. Calcule o volume do sólido representado a seguir, que pode ser decomposto em dois blocos retangulares.

105 cm³

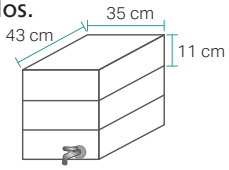


3. Marcos pretende comprar uma composteira doméstica formada por três caixas idênticas. Ele foi informado de que a capacidade de cada caixa deve ser adequada à quantidade de pessoas que moram na residência:

- 1 ou 2 moradores: caixa de pelo menos 15 L.
- 3 ou 4 moradores: caixa de pelo menos 40 L.
- 5 ou 6 moradores: caixa de pelo menos 60 L.

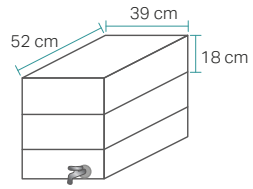
Em certa loja, ele encontrou composteiras feitas de caixas com formato de blocos retangulares nos seguintes modelos.

- Modelo **P**

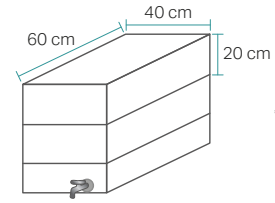


3. b) Modelo **P**: 16,555 L; modelo **M**: 36,504 L; modelo **G**: 48 L.

- Modelo **M**



- Modelo **G**



ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

3. c) Modelo **G**.

Sabendo que na casa de Marcos moram quatro pessoas, responda às questões.

a) Cada caixa da composteira que Marcos precisa escolher deve ter capacidade de pelo menos quantos litros?

40 L

b) Qual é a capacidade de cada caixa dos modelos de composteira indicados anteriormente, em litro?

c) Qual desses modelos de composteira Marcos pode comprar, de maneira a atender às informações que recebeu?

d) Se você fosse comprar uma dessas composteiras para a residência onde você mora, quais modelos poderia escolher para atender às informações apresentadas? Justifique.

Resposta pessoal.

4. Cássia separou uma peça de sabão em barra que possui formato de bloco retangular. Ela fez medições com a régua e realizou cálculos, determinando que essa barra de sabão tem 240 cm³ de volume e 4 cm de altura. Quais itens apresentam medidas de dimensões de retângulos que podem corresponder à base dessa barra de sabão?

a) 6 cm e 10 cm.
b) 5 cm e 8 cm.
c) 5 cm e 12 cm.
d) 3 cm e 8 cm.

Itens **a** e **c**.

$V = A_b \cdot a$
$240 = A_b \cdot 4$
$A_b = 60$, ou seja, $60\ cm^2$

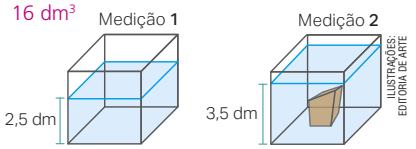
Em seguida, identificar em quais alternativas estão indicadas medidas de dimensões que resultam nessa área.

Um dos objetivos desta atividade é que os estudantes percebam que blocos retangulares com dimensões de diferentes medidas podem ter um mesmo volume. Na situação apresentada, as medidas das dimensões da base do bloco retangular podem ser diferentes, porém a medida da altura é a mesma.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

Imagens fora de proporção.

5. Para determinar o volume de um enfeite de metal, Sílvia fez o seguinte procedimento: colocou água em um recipiente transparente com formato de cubo e capacidade para 64 dm³. Em seguida, mediu a altura da água nesse recipiente. Colocou, então, o enfeite dentro do recipiente de modo a ficar completamente coberto por água e, na sequência, mediu novamente a altura da água. Observe os valores obtidos nas medições que Sílvia fez e calcule o volume do enfeite.



6. Leia a situação a seguir.

> Para reduzir o valor a ser pago na fatura de água e, além disso, consumir esse recurso de maneira mais consciente, Paolo reutiliza água da máquina de lavar roupas para lavar a calçada. Para isso, ele transporta essa água em uma lata com formato de bloco retangular.

Agora, copie esse trecho, no caderno, e complete-o para elaborar um problema cuja resolução envolva o cálculo de volume. Represente também, por meio de uma ilustração, a lata utilizada por Paolo. Depois, troque o problema com um colega para que um resolva o problema do outro. Por fim, confiram juntos as resoluções.

7. Utilizando um recipiente transparente com formato de bloco retangular, realize um experimento parecido com o descrito na atividade **5**. Para isso, siga as etapas indicadas e faça anotações. Resposta pessoal.

1ª) Medimos as dimensões da base do recipiente.

2ª) Despejamos água no recipiente até que ocupe aproximadamente metade de sua capacidade. Com um pincel e tinta, marcamos o nível da água.

3ª) No recipiente, colocamos um objeto qualquer de maneira que fique totalmente submerso. Novamente, marcamos o nível da água.

4ª) Com a régua, medimos, em centímetro, o deslocamento da água no recipiente.

5ª) Por fim, com base nas medições realizadas, calculamos o volume aproximado do objeto.

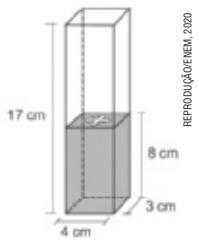
Agora, elabore e escreva, no caderno, um relatório desse experimento. Nele, indique o objetivo do experimento, os materiais utilizados, os resultados e a conclusão. Resposta pessoal.

8. (Enem/MEC) Num recipiente com a forma de paralelepípedo reto-retângulo, colocou-se água até a altura de 8 cm e um objeto, que ficou flutuando na superfície da água.

Para retirar o objeto de dentro do recipiente, a altura da coluna de água deve ser de, pelo menos, 15 cm. Para a coluna de água chegar até essa altura, é necessário colocar dentro do recipiente bolinhas de volume igual a 6 cm³ cada, que ficarão totalmente submersas.

O número mínimo de bolinhas necessárias para que se possa retirar o objeto que flutua na água, seguindo as instruções dadas, é de:

a) 14. **d)** 30.
b) 16. **e)** 34.
c) 18. Alternativa **a**.



Atividade 5

Esta atividade trabalha uma situação contextualizada envolvendo o cálculo do volume de blocos retangulares. Dizer aos estudantes que o enfeite de metal tem formato irregular e, nesse caso, não é simples determinar o volume dele a partir de fórmulas preestabelecidas. A partir disso, é importante que eles compreendam que o volume do enfeite corresponde ao volume de água deslocada, ou seja, o volume de um bloco retangular com arestas da base medindo 4 dm e altura medindo 1 dm.

Atividade 6

Esta atividade trabalha a elaboração pelo estudante de um problema envolvendo o cálculo do volume de bloco retangular. Na elaboração, por exemplo, os estudantes podem descrever no enunciado as medidas das dimensões internas da lata e indicar quantas vezes Paolo encheu de água essa lata para lavar a calçada em certa ocasião e, com base nessas informações, questionar quantos litros de água Paolo usou para a lavagem da calçada.

Atividade 7

Esta atividade trabalha um experimento envolvendo o cálculo do volume de blocos retangulares. Além disso, propõe a elaboração de um relatório. Para isso, uma sugestão é levar para a aula diferentes objetos para que os estudantes explorem e formulem suas próprias conjecturas. Observe a seguir alguns questionamentos que podem ser realizados.

- O "maior" objeto apresenta o maior volume?
- O objeto de menor massa apresenta o menor volume?
- Ao inserir o objeto de maior volume no recipiente com água, é possível concluir que a quantidade de água deslocada também será a maior?

Para a elaboração do relatório, pode ser sugerido um trabalho integrado com **Língua Portuguesa**, estabelecendo, assim, relações interdisciplinares com base nas características desse gênero textual.

Atividade 8

Esta atividade trabalha uma situação envolvendo o cálculo do volume de blocos retangulares.

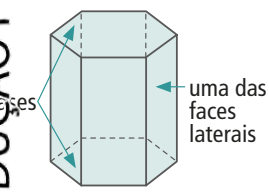
MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

O contexto abordado nesta página diz respeito ao mundo do trabalho, ao tratar da confecção de sabonetes artesanais. Comentar com os estudantes que, para a confecção desses sabonetes, são utilizados diferentes ingredientes, como glicerina, óleos, essências e corantes, além de algumas ferramentas como moldes e varetas de bambu.

Se necessário, relembrar os conceitos de prismas e cilindros.

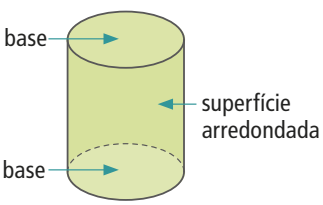
- Os prismas são figuras geométricas espaciais que possuem duas faces opostas idênticas e paralelas chamadas bases, que podem ser um polígono qualquer. As demais faces são paralelogramos e são chamadas de faces laterais.



Prisma de base hexagonal.

ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

- Os cilindros são figuras geométricas espaciais que possuem uma superfície arredondada e duas faces opostas idênticas e paralelas chamadas de bases, que têm formato de círculo.



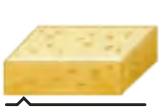
Cilindro.

Após o trabalho com o enunciado do princípio de Cavalieri, se julgar conveniente, ler para os estudantes o texto a seguir.

Sabonete com formato de bloco retangular: retângulo; sabonete com formato de prisma de base triangular: triângulo; sabonete com formato de cilindro: círculo.

Volume de um prisma e de um cilindro

Jorge trabalha em uma saboaria artesanal. Ele produziu, em certo dia, sabonetes com formatos representando figuras geométricas espaciais, de mesma altura e mesmo volume. Observe.


Sabonete com formato de bloco retangular.

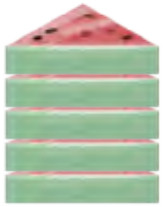

Sabonete com formato de prisma de base triangular.


Sabonete com formato de cilindro.

PENSAR E PRATICAR

Esses sabonetes têm formato de figuras geométricas espaciais. Quais figuras correspondem à base de cada uma dessas figuras geométricas espaciais?

Para embalar os sabonetes desses modelos, Jorge fez empilhamentos com cinco unidades cada, conforme segue. O que podemos afirmar sobre o volume de sabonete nesses empilhamentos?

ILUSTRAÇÕES: DAYANE RAVEN

Note que esses empilhamentos são formados pela mesma quantidade de sabonetes e, como esses sabonetes têm o mesmo volume e a mesma altura, podemos afirmar que os empilhamentos possuem volumes iguais e alturas iguais.

Essa comparação entre os volumes dos empilhamentos de sabonetes envolve ideias do chamado **princípio de Cavalieri**. Com esse princípio, podemos afirmar que o volume de um prisma qualquer ou de um cilindro pode ser calculado de maneira análoga à do bloco retangular: multiplicando a área da base do sólido pela sua altura.


MT-R/SHUTTERSTOCK.COM

A biodiversidade da flora brasileira oferece uma ampla gama de matérias-primas para a produção de sabonetes.

PENSAR E PRATICAR

Analisando a situação que envolve os sabonetes artesanais, a que conclusão podemos chegar sobre a área da base de cada peça de sabonete?

Resposta esperada: As bases das peças de sabonete possuem a mesma área.

O princípio de Cavalieri

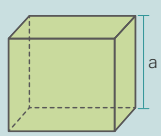
O italiano Bonaventura Cavalieri nasceu em 1598, em Milão. Aos quinze anos de idade, foi aluno de Galileu Galilei (1564-1642); anos mais tarde atuou como professor de Matemática da Universidade de Bolonha. Cavalieri escreveu várias obras com temas matemáticos, da óptica e da astronomia. Uma de suas grandes contribuições é uma publicação de 1635, **Geometria indivisibilibus**, na qual apresenta um estudo sobre o cálculo de volume de figuras geométricas espaciais, que ficou conhecido como o princípio de Cavalieri.

Elaborado com base em: EVES, Howard. **Introdução à história da matemática**. Tradução: Hygino Hugueros Domingues. 5. ed. Campinas: Editora da Unicamp, 2011. p. 425-426.

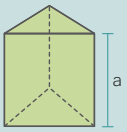
MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

O volume de um prisma qualquer ou de um cilindro pode ser calculado multiplicando a área da base ($\mathbf{A_b}$) pela altura do sólido.

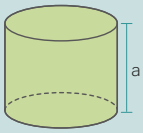
$$V = A_b \cdot a$$



Nesse caso, temos a representação de um prisma cuja base é um retângulo, ou seja, é a representação de um bloco retangular.



Nesse caso, temos a representação de um prisma cuja base é um triângulo, ou seja, é a representação de um prisma de base triangular.



ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

Nesse caso, temos a representação de um cilindro em que a base é um círculo. Como a área de um círculo de raio **r** é dada por πr^2, também podemos indicar o volume de um cilindro por:

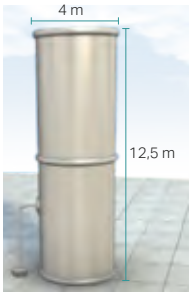
$$V = \pi r^2 \cdot a$$

Agora, vamos resolver os exemplos a seguir.

Imagens fora de proporção.

Exemplo 1

O reservatório de água de uma indústria tem o formato cilíndrico e suas medidas internas estão indicadas na figura. Qual é a capacidade de armazenamento aproximada, em litro, desse reservatório?



ALEX SILVA

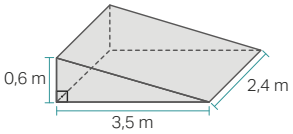
Para resolver essa questão, identificamos na figura que o reservatório tem 12,5 m de altura e o raio da base tem 2 m, correspondente à metade do diâmetro indicado. Considerando $\pi \simeq 3{,}14$, realizamos os cálculos.

$V = \pi r^2 \cdot a \simeq 3{,}14 \cdot 2^2 \cdot 12{,}5 = 3{,}14 \cdot 4 \cdot 12{,}5 = 157$, ou seja, 157 m³.

Como 1 m³ = 1 000 L, temos que a capacidade máxima de armazenamento desse reservatório é aproximadamente 157 000 L.

Exemplo 2

A figura representa uma rampa de acesso que será construída de concreto maciço e terá o formato parecido com o de um prisma de base triangular. Quantos metros cúbicos de concreto serão necessários para essa construção?



EDITORIA DE ARTE

Para resolver essa questão, podemos inicialmente calcular a área da base do prisma, que corresponde a um triângulo retângulo.

medida da base do triângulo — medida da altura do triângulo

$$A_b = \frac{3{,}5 \cdot 0{,}6}{2} = \frac{2{,}1}{2} = 1{,}05, \text{ ou seja, } 1{,}05 \text{ m}^2.$$

Agora, determinamos o volume do prisma de base triangular.

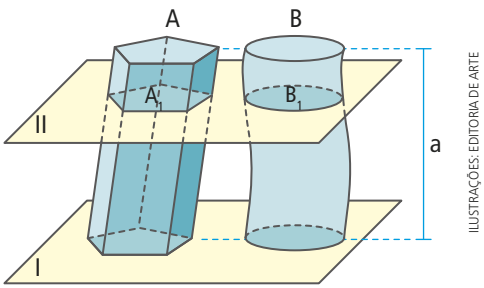
$$V = A_b \cdot a = 1{,}05 \cdot 2{,}4 = 2{,}52, \text{ ou seja, } 2{,}52 \text{ m}^3.$$

Portanto, serão necessários 2,52 m³ de concreto para a construção dessa rampa.

Antes de explorar o exemplo **1**, apresentar para os estudantes o enunciado do princípio de Cavalieri.

- Considere os sólidos **A** e **B** de mesma altura e apoiados em um plano horizontal **I**. Se qualquer plano horizontal **II**, paralelo ao plano **I**, determina duas regiões planas de áreas iguais nesses sólidos, então o volume de **A** é igual ao volume de **B**.

Nesse caso, qualquer que seja o plano **II** paralelo ao plano **I**, as figuras $\mathbf{A_1}$ e $\mathbf{B_1}$, determinadas respectivamente nos sólidos **A** e **B**, têm áreas iguais. Dessa forma, podemos afirmar que esses sólidos têm volumes iguais.



ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

Uma sugestão é realizar o experimento a seguir, que apresenta ideias intuitivas desse princípio. Para isso, providenciar previamente fichas retangulares idênticas e organizá-las em dois empilhamentos com formatos diferentes, porém, cada um com a mesma quantidade de fichas.

Explicar que o volume de cada empilhamento corresponde à soma dos volumes de cada ficha e, como as fichas são idênticas e os empilhamentos são formados pela mesma quantidade de fichas, pode-se afirmar que os empilhamentos têm o mesmo volume, independentemente de como as fichas foram empilhadas.

No exemplo **2**, explicar que foram desconsiderados os volumes das ferragens (que servem de sustentação) utilizadas na construção da rampa. Além disso, destacar que essa rampa tem formato de um prisma de base triangular. Os estudantes podem não ter percebido isso, pois nessa situação uma das partes correspondente às bases desse prisma não está apoiada em um plano horizontal (chão).

No cálculo da área da base do prisma, se julgar necessário, relembrar aos estudantes que é possível calcular a área do triângulo usando a fórmula $\frac{b \cdot h}{2}$, em que **b** corresponde à medida da base do triângulo, e **h**, à medida da altura.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Para resolver o boxe **Pensar e praticar**, propor aos estudantes que realizem o cálculo aproximado da capacidade máxima de armazenamento da embalagem utilizando 1,7 como uma aproximação de $\sqrt{3}$.
$288 \cdot 1{,}7 = 489{,}6$, ou seja, 489,6 cm³.

Atividades

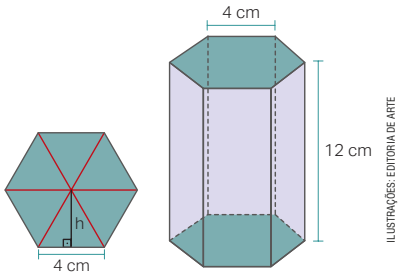
Atividade 1

Esta atividade trabalha o cálculo do volume de cilindros. Dizer aos estudantes que nas figuras de cilindro estão indicadas as medidas da altura e do diâmetro da base. Dessa maneira, antes de calcular o volume, é necessário determinar o raio da base de cada cilindro. Para auxiliar na resolução, levar algumas calculadoras para a sala de aula e, caso não haja calculadoras suficientes, organizar os estudantes em grupos. Em relação aos itens **e** e **f**, verificar se eles identificam corretamente as medidas do diâmetro da base e da altura dos cilindros representados, uma vez que as bases desses cilindros não estão apoiadas em um plano horizontal (chão).

Imagens fora de proporção.

Exemplo 3

Uma fábrica de embalagens deverá produzir um modelo com formato parecido ao de um prisma, cuja base representa um hexágono regular, que pode ser decomposto em seis triângulos equiláteros de altura $h = 2\sqrt{3}$, conforme mostra a figura. Qual é a capacidade máxima de armazenamento dessa embalagem?



ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

Para resolver essa questão, inicialmente vamos calcular a área da base desse prisma, ou seja, do hexágono regular de lado 4 cm. Para isso, multiplicamos por 6 a área do triângulo equilátero cuja altura é $h = 2\sqrt{3}$.

quantidade de triângulos

$$A_b = 6 \cdot \frac{4 \cdot 2\sqrt{3}}{2} = 6 \cdot 4\sqrt{3} = 24\sqrt{3}, \text{ ou seja, } 24\sqrt{3} \text{ cm}^2.$$

área de cada triângulo

Agora, calculamos o volume do prisma de base hexagonal.
$V = A_b \cdot a = 24\sqrt{3} \cdot 12 = 288\sqrt{3}$, ou seja, $288\sqrt{3}$ cm³.

Portanto, a capacidade máxima de armazenamento dessa embalagem é $288\sqrt{3}$ cm³.

PENSAR E PRATICAR

A capacidade máxima dessa embalagem é maior ou é menor que 400 mL? Explique.

Resposta esperada: A capacidade máxima do recipiente é maior que 400 mL, pois 1 cm³ = 1 mL e $288\sqrt{3} \simeq 288 \cdot 1{,}7 = 489{,}6$.

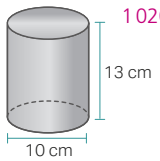
DICA

Nas atividades das páginas **204** a **207**, utilize 3,14 como uma aproximação de π.

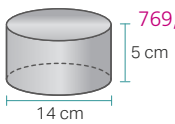
ATIVIDADES NÃO ESCREVA NO LIVRO. Resoluções a partir da **p. 305**.

1. Com o auxílio de uma calculadora, determine o volume aproximado dos cilindros representados a seguir.

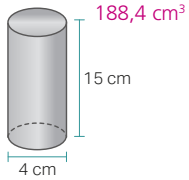
a) 1 020,5 cm³



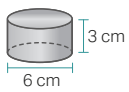
b) 769,3 cm³



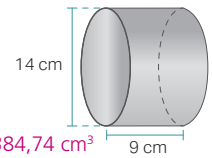
c) 188,4 cm³



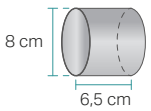
d) 84,78 cm³



e) 1 384,74 cm³



f) 326,56 cm³



ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

SAIBA MAIS

Sugere-se aos estudantes a leitura do livro a seguir, que apresenta informações sobre cálculo de volume.

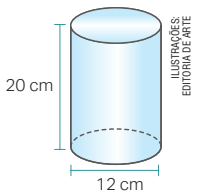
- POSKITT, Kjartan. **Medidas desesperadas**: comprimento, área e volume. São Paulo: Melhoramentos, 2006.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

Imagens fora de proporção.

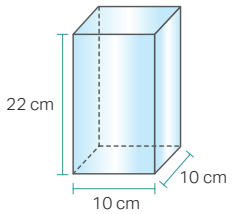
2. Eliseu separou para um experimento os dois recipientes representados a seguir. O recipiente **I** tem formato parecido com um cilindro e o recipiente **II**, com um bloco retangular.

Recipiente **I**



ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

Recipiente **II**



Durante o experimento, Eliseu encheu completamente de água o recipiente **I** e despejou todo o conteúdo no recipiente **II**. Ao final desse experimento, podemos afirmar que o recipiente **II**: Alternativa **c**.

a) não ficou completamente cheio.

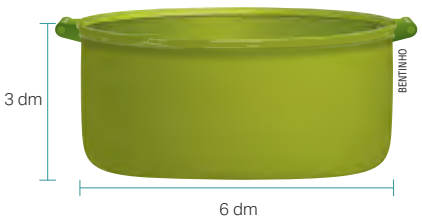
b) ficou completamente cheio, e a água não transbordou.

c) ficou completamente cheio, e transbordaram menos de 100 mL de água.

d) ficou completamente cheio, e transbordaram mais de 200 mL de água.

3. Ao comprar um produto no mercado, é importante fazer uma higienização antes de manipulá-lo a fim de prevenir o contágio de doenças. Para higienizar frutas, hortaliças e vegetais, por exemplo, pode-se colocar 1 colher de sopa de água sanitária sem alvejante em 1 L de água e deixá-los de molho por 15 min.

Para higienizar algumas frutas, será colocada água até a metade da capacidade de uma bacia com o formato interno que se parece com um cilindro, cujas dimensões estão indicadas a seguir. Aproximadamente, quanto de água sanitária sem alvejante deve ser colocado nessa bacia com água? 40 colheres de água sanitária.



BENTINHO



DEAN DROBOT/SHUTTERSTOCK.COM

Pessoa lavando vegetais.

4. Elabore um problema envolvendo o cálculo do volume de um objeto cujo formato se parece com um prisma e cuja resposta seja 1 200 cm³. Depois, troque com um colega para que um resolva o problema elaborado pelo outro. Ao final, confiram juntos as resoluções. Resposta pessoal.

Atividade 2

Esta atividade trabalha a comparação do volume de um bloco retangular e de um cilindro. Antes de resolvê-la, sugerir aos estudantes que estimem qual dos recipientes tem a maior capacidade de armazenamento. Após a resolução, pedir a eles que analisem se a estimativa estava correta. É importante que eles percebam que, mesmo a medida da altura do recipiente **II** sendo maior, este não é o recipiente com maior capacidade. Isso ocorre porque, além da medida da altura, é necessário também considerar a medida da área de sua base.

Para complementar, propor um experimento parecido com o apresentado nesta atividade. Para isso, providenciar objetos com formato de bloco retangular e de cilindro, com diferentes capacidades, e organizar os estudantes em grupos. Cada grupo deve escolher dois recipientes, encher completamente de água um deles e despejar todo o conteúdo no outro recipiente. Porém, antes de transferir o líquido de um recipiente para outro, eles devem estimar qual deles tem a maior capacidade. Ao término, propor que classifiquem os objetos em ordem crescente de acordo com a capacidade de armazenamento.

Atividade 3

Esta atividade trabalha, o cálculo do volume de cilindro. Na apresentação da mistura de água sanitária sem alvejante e água, pode-se retomar o estudo sobre proporção, apresentado na Unidade **4** deste Volume. Para complementar a atividade, os estudantes podem ser organizados em grupos a fim de desenvolver uma campanha com o objetivo de informar a comunidade escolar sobre essa mistura utilizada na higienização de produtos. Para a campanha, podem ser elaborados cartazes, panfletos, vídeos, imagens para serem divulgadas em rede social da escola, entre outros recursos.

Atividade 4

Esta atividade trabalha a elaboração pelo estudante de um problema envolvendo o cálculo do volume de um prisma. Na elaboração, espera-se que os estudantes descrevam no enunciado as medidas que possibilitem a determinação do volume de um prisma com 1 200 cm³. Por exemplo, os estudantes podem descrever um prisma cuja medida da área da base seja 100 cm² e a medida da altura, 12 cm.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Atividades

Atividade 5

Esta atividade trabalha, em uma situação contextualizada, o cálculo do volume de um cilindro. Além disso, possibilita ao estudante perceber que cilindros com alturas e/ou raio da base com medidas diferentes podem ter o mesmo volume. Conversar com os estudantes sobre quais estratégias eles utilizaram para resolver o item **b**. Considerando $\pi = 3{,}14$, como as medidas dos volumes dos cilindros devem ser iguais ($339{,}12\ cm^3$), uma estratégia é atribuir um valor para o raio, por exemplo, 2 cm, e determinar a altura **a**:

$339{,}12 = 3{,}14 \cdot 2^2 \cdot a$

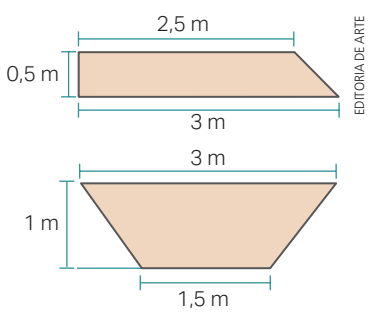
Portanto, nesse caso, **a** é igual a 27 cm.

Atividade 6

Esta atividade trabalha o cálculo do volume de um cilindro. Na resolução desta atividade, verificar se os estudantes, para determinar o volume mínimo de água que o reservatório deve armazenar, consideram a quantidade de habitantes do povoado, o consumo médio diário de água por habitante e o tempo que essa água deve suprir o povoado.

Atividade 7

Esta atividade trabalha, em uma situação contextualizada, o cálculo do volume de um prisma. Verificar se os estudantes perceberam que o formato da caçamba lembra um prisma cuja base é um hexágono representado na imagem correspondente à vista lateral. Para calcular a área da base, sugerir aos estudantes que decomponham a figura do hexágono em dois trapézios, como indicado a seguir.



5. b) Algumas respostas possíveis: Raio da base igual a 4 cm e altura igual a 6,75 cm; raio da base igual a 5 cm e altura igual a 4,32 cm.

5. A professora de Matemática de Helena solicitou aos estudantes que indicassem as medidas do raio (**r**) e da altura (**a**) de um cilindro diferente do desenhado por ela na lousa, mas que apresentasse o mesmo volume. Observe a seguir o cilindro desenhado pela professora e as respostas de três estudantes. **5. a)** João e Taís.



a) Quem respondeu corretamente?

b) Indique valores para o raio da base e para a altura de outro cilindro, diferentes dos apresentados, mas com volume igual ao desenhado pela professora.

6. (Enem/MEC) Um povoado com 100 habitantes está passando por uma situação de seca prolongada e os responsáveis pela administração pública local decidem contratar a construção de um reservatório. Ele deverá ter a forma de um cilindro circular reto, cuja base tenha 5 metros de diâmetro interno, e atender à demanda de água da população por um período de exatamente sete dias consecutivos. No oitavo dia, o reservatório vazio é completamente abastecido por carros-pipa.

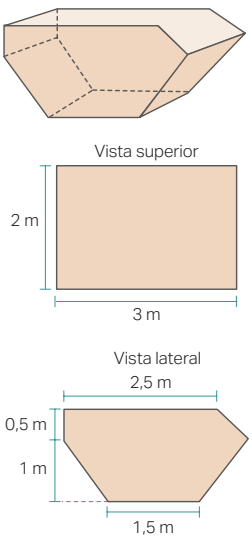
Considere que o consumo médio diário por habitante é de 120 litros de água. Use 3 como aproximação para π. Nas condições apresentadas, o reservatório deverá ser construído com uma altura interna mínima, em metro, igual a: Alternativa **d**.

a) 1,12. **c)** 4,35. **e)** 5,60.

b) 3,10. **d)** 4,48.

7. Taís é engenheira em uma empresa de coleta de resíduos de construção civil. Ela projetou caçambas com formatos parecidos com o de um prisma. Observe as dimensões internas de uma delas.

Imagens fora de proporção.



ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

Calcule o volume máximo de resíduo que pode ser colocado nessa caçamba, sabendo que não pode haver resíduos ultrapassando suas bordas. $7{,}25\ m^3$



KZENON/ALAMY/FOTOARENA

Pessoas descartando entulho em uma caçamba.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

10. c) Modelo **I**: 2 304 cm³; modelo **II**: 2 304 cm³; modelo **III**: 2 304 cm³. Todos os modelos têm a mesma capacidade.

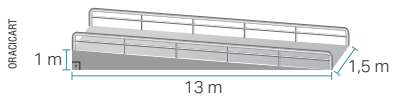
10. d) Resposta esperada: Modelo **II**, pois, entre as opções, é o que utiliza menos papelão.

8. Sob certas condições, ao congelar, a água aumenta seu volume em cerca de 9% em relação ao da sua forma líquida. Em um experimento, determinada quantidade de água foi colocada em um recipiente transparente e cilíndrico de 8 cm de diâmetro de base que, em seguida, foi colocado em um *freezer* até que a água congelasse e atingisse 16 cm de altura nesse recipiente.

a) Qual é o volume do bloco de gelo formado? 803,84 cm³

b) Quanta água, aproximadamente, foi utilizada no experimento para formar esse bloco de gelo? 737,47 cm³

9. A rampa de acessibilidade é um dos meios que permitem o acesso de pessoas com deficiência ou mobilidade reduzida a diversos lugares, e sua construção deve estar de acordo com algumas normas estabelecidas por lei. Para atender às condições de acessibilidade de certo edifício, um arquiteto projetou uma rampa de acessibilidade que será construída com concreto maciço, cujo formato, desconsiderando os corrimões, é parecido com o de um prisma de base triangular, conforme representado a seguir.



ORADICART

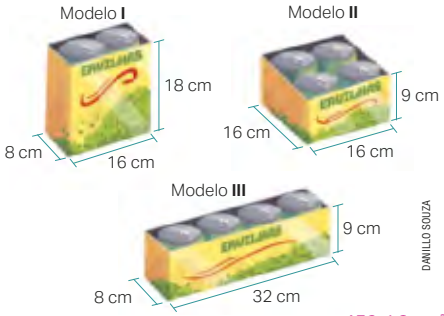
Quantos metros cúbicos de concreto serão necessários para a construção dessa rampa? 9,75 m³


XAVIERPRODUCTIONSHUTTERSTOCK.COM

Pessoa em cadeira de rodas utilizando rampa de acessibilidade.

10. Em um mercado atacadista, as latas de ervilhas são vendidas em embalagens com quatro latas cada uma. Para diminuir os custos, está sendo feito um estudo sobre um modelo de embalagem que utiliza menos papelão, com formato parecido ao de um bloco retangular. Observe as dimensões internas dos modelos de embalagem em estudo.

Imagens fora de proporção.



DANILLO SOUZA

452,16 cm³

a) Calcule o volume da lata de ervilhas.

b) Considerando que todos os modelos de caixa terão tampa e desprezando as sobreposições do papelão, calcule a área de papelão utilizada em cada modelo de caixa.

c) Calcule a capacidade das caixas de cada modelo. Qual desses modelos tem a maior capacidade?

d) De acordo com o objetivo do estudo realizado pelo mercado atacadista, qual deve ser o modelo de caixa adotado? Justifique.

11. Elabore um problema envolvendo o cálculo do volume de um cilindro e de um prisma cuja base é um hexágono regular. Depois, junte-se a um colega, e troquem os problemas para que um resolva o do outro. Ao final, confiram juntos as resoluções.

Resposta pessoal.

10. b) Modelo **I**: 1 120 cm²; modelo **II**: 1 088 cm²; modelo **III**: 1 232 cm².

Atividade 8

Esta atividade trabalha, em uma situação contextualizada, o cálculo do volume de um cilindro. Se possível, realizar um trabalho integrado com **Ciências** sobre a propriedade da água se expandir ao congelar.

No item **a**, é importante que os estudantes percebam que o bloco de gelo tem formato cilíndrico, assim como o recipiente, com uma altura de 16 cm. No item **b**, discutir o fato de que calcular 9% do volume do bloco de gelo e subtrair esse valor de 803,84 cm³ não está correto. É necessário considerar que o volume determinado no item **a** corresponde a 109% da quantidade de água utilizada no experimento antes de ela se expandir. Caso os estudantes tenham dificuldade, propor a eles que escrevam e resolvam a seguinte equação: $1{,}09 \cdot v = 803{,}84$, em que **v** corresponde à quantidade aproximada de água que foi colocada no recipiente.

Atividade 9

Esta atividade trabalha, em uma situação contextualizada, o cálculo do volume de um prisma. Verificar se os estudantes percebem que o prisma de base triangular que pode ser associado à rampa tem 1,5 m de altura.

Atividade 10

Esta atividade trabalha, em uma situação contextualizada, os cálculos do volume de bloco retangular e de cilindro. Verificar se os estudantes consideraram, para a resolução do item **d**, as respostas obtidas no item **b**.

Atividade 11

Esta atividade trabalha a elaboração de um problema envolvendo o cálculo do volume de um cilindro e de um prisma. É importante avaliar se os problemas elaborados pelos estudantes contemplam ideias relacionadas aos conceitos propostos. Existem diversas abordagens que podem ser tratadas nesse problema, como a comparação do volume desses sólidos. Ao término, uma sugestão é que alguns desses problemas sejam reproduzidos na lousa e discutidos com a turma.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Antes de iniciar o trabalho com estas páginas, pedir aos estudantes que pesquisem, em um dicionário de língua portuguesa, o significado da palavra **notável**. Destacar que os produtos notáveis apresentados neste tópico são apenas alguns deles. Esses casos de produtos notáveis são desenvolvidos algebricamente e por meio de figuras geométricas a fim de contribuir para a compreensão dos processos de fatoração de polinômios, estudo proposto na próxima Unidade deste Volume.

Ao abordar o quadrado da soma de dois termos, comentar com os estudantes que, para obter o quadrado da soma de dois termos utilizando a propriedade distributiva da multiplicação, são realizadas a adição e a multiplicação de monômios. Propor que verifiquem a igualdade $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ utilizando exemplos numéricos. Por exemplo, considerando $a = 2$ e $b = 3$, tem-se:

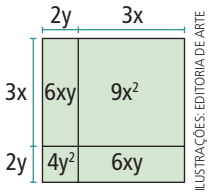
$(2 + 3)^2 = 2^2 + 2 \cdot 2 \cdot 3 + 3^2$

$5^2 = 4 + 12 + 9$

$25 = 25$

Após o trabalho com os exemplos apresentados no Livro do estudante, resolvê-los também por meio de figuras, com os estudantes, calculando a área de cada parte que compõe a figura e adicionando-as.

a) $(3x + 2y)^2$

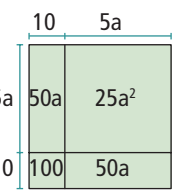


ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

$9x^2 + 6xy + 6xy + 4y^2 =$

$= 9x^2 + 12xy + 4y^2$

b) $(5a + 10)^2$



$25a^2 + 50a + 50a + 100 =$

$= 25a^2 + 100a + 100$

É importante que fique evidente que o quadrado da soma de dois termos é dado por $a^2 + 2ab + b^2$ e que, de maneira geral, $(a + b)^2 \neq a^2 + b^2$. Caso algum estudante apresente essa dificuldade, sugere-se resolver com ele o seguinte exemplo numérico, considerando $a = 1$ e $b = 5$.

$(a + b)^2 \neq a^2 + b^2$

$(1 + 5)^2 \neq 1^2 + 5^2$

$6^2 \neq 1 + 25$

$36 \neq 26$

3. Produtos notáveis

Em Matemática, certos produtos de polinômios, por apresentarem características particulares ou aplicações importantes, são chamados de **produtos notáveis**. Acompanhe.

Quadrado da soma de dois termos

O quadrado da soma de dois termos pode ser indicado da seguinte maneira.

$(a + b)^2$ ou $(a + b) \cdot (a + b)$

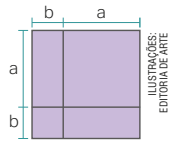
1º termo — 2º termo

Utilizando a propriedade distributiva da multiplicação, temos:

$(a + b)^2 = (a + b) \cdot (a + b) = a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$

A expressão obtida possui três termos e é chamada de **trinômio quadrado perfeito**.

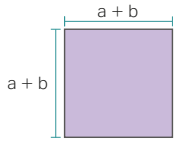
É possível justificar, por meio de figuras, a igualdade anterior para **a** e **b** positivos. Para isso, inicialmente, consideramos uma figura de quadrado, cujos lados medem **a + b**, decomposto em quatro partes: duas quadradas e duas retangulares.



ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

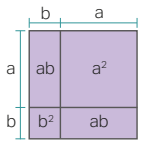
Podemos calcular a área dessa figura de duas maneiras.

1ª) Considerando o quadrado de lado **a + b**.



$(a + b)^2 = (a + b) \cdot (a + b)$

2ª) Adicionando a área de cada parte.



$a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$

Como, nessas duas maneiras, as expressões obtidas correspondem à área de uma mesma figura, justificamos a igualdade.

$(a + b)^2 = (a + b) \cdot (a + b) = a^2 + 2ab + b^2$

Exemplos

a) $(3x + 2y)^2 = (3x + 2y) \cdot (3x + 2y) = 9x^2 + 6xy + 6xy + 4y^2 = 9x^2 + 12xy + 4y^2$

1º termo — 2º termo

b) $(5a + 10)^2 = (5a + 10) \cdot (5a + 10) = 25a^2 + 50a + 50a + 100 = 25a^2 + 100a + 100$

1º termo — 2º termo

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

Quadrado da diferença de dois termos

O quadrado da diferença de dois termos pode ser indicado da seguinte maneira.

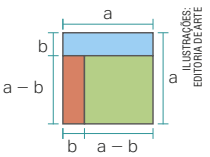
$$\underbrace{(a - b)}_{1^{a}\text{ termo}}^{2} \text{ ou } \underbrace{(a - b)}_{1^{a}\text{ termo}} \cdot \underbrace{(a - b)}_{2^{a}\text{ termo}}$$

Utilizando a propriedade distributiva da multiplicação, temos:

$$(a - b)^2 = (a - b) \cdot (a - b) = a^2 - ab - ab + b^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

A expressão obtida também é chamada de **trinômio quadrado perfeito**.

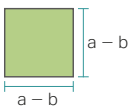
Vamos justificar, por meio de figuras, a igualdade anterior para **a** e **b** positivos e a > b. Para isso, inicialmente, consideramos uma figura de quadrado, cujos lados medem **a**, decomposta em três partes: uma quadrada e duas retangulares.



ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

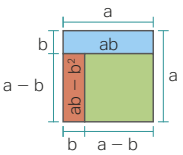
Podemos calcular a área da parte quadrada em **verde** de duas maneiras.

1ª) Considerando a parte quadrada em **verde**.



$$(a - b)^2 = (a - b) \cdot (a - b)$$

2ª) Calculando a área total da figura e subtraindo dela a área das partes retangulares.



área da parte retangular em **vermelho**

$$a^2 - (ab + ab - b^2) = a^2 - 2ab + b^2$$

área total da figura — área da parte retangular em **azul**

Como, nessas duas maneiras, as expressões obtidas correspondem à área de uma mesma figura, justificamos a igualdade.

$$(a - b)^2 = (a - b) \cdot (a - b) = a^2 - 2ab + b^2$$

Exemplos

a) $\underbrace{(2a - 10b)}_{1^{a}\text{ termo}}^{2} = \underbrace{(2a - 10b)}_{1^{a}\text{ termo}} \cdot \underbrace{(2a - 10b)}_{2^{a}\text{ termo}} = 4a^2 - 20ab - 20ab + 100b^2 = 4a^2 - 40ab + 100b^2$

b) $\underbrace{(8 - x)}_{1^{a}\text{ termo}}^{2} = \underbrace{(8 - x)}_{1^{a}\text{ termo}} \cdot \underbrace{(8 - x)}_{2^{a}\text{ termo}} = 64 - 8x - 8x + x^2 = 64 - 16x + x^2$

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

No trabalho com o quadrado da diferença de dois termos, comentar com os estudantes que, para obter o quadrado da diferença de dois termos utilizando a propriedade distributiva da multiplicação, são realizadas a subtração e a multiplicação com monômios.

Verificar junto com eles a igualdade $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ utilizando exemplos numéricos. Por exemplo, considerando a = 7 e b = 4, tem-se:

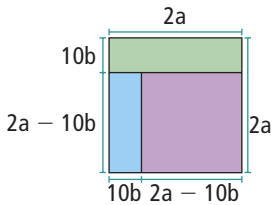
$(7 - 4)^2 = 7^2 - 2 \cdot 7 \cdot 4 + 4^2$

$3^2 = 49 - 56 + 16$

$9 = 9$

Após o trabalho com os exemplos apresentados no Livro do estudante, resolvê-los também por meio de figuras, com os estudantes, calculando a área total da figura e subtraindo dela a área das partes retangulares (não quadradas).

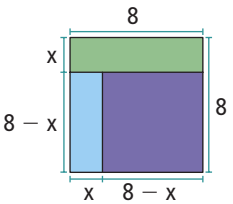
a) $(2a - 10b)^2$



$4a^2 - (20ab + 20ab - 100b^2) =$

$= 4a^2 - 40ab + 100b^2$

b) $(8 - x)^2$



ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

$64 - (8x + 8x - x^2) =$

$= 64 - 16x + x^2$

É importante que fique evidente para os estudantes que o quadrado da diferença de dois termos é dado por $\mathbf{a^2 - 2ab + b^2}$ e que, de maneira geral, $(a - b)^2 \neq a^2 - b^2$. Caso algum deles apresente esta dificuldade, sugere-se resolver com ele o seguinte exemplo numérico, considerando a = 6 e b = 2.

$(a - b)^2 \neq a^2 - b^2$

$(6 - 2)^2 \neq 6^2 - 2^2$

$4^2 \neq 36 - 4$

$16 \neq 32$

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Ao trabalhar com o produto da soma pela diferença de dois termos, propor aos estudantes que verifiquem a igualdade $(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$ utilizando exemplos numéricos. Por exemplo, considerando $a = 2$ e $b = 5$, tem-se:

$(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$

$(2 + 5) \cdot (2 - 5) = 2^2 - 5^2$

$7 \cdot (-3) = 4 - 25$

$-21 = -21$

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

Produto da soma pela diferença de dois termos

O produto da soma pela diferença de dois termos pode ser indicado da maneira a seguir.

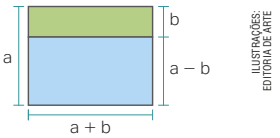
$$\underbrace{(a + b)}_{\text{soma de dois termos}} \cdot \underbrace{(a - b)}_{\text{diferença de dois termos}}$$

Utilizando a propriedade distributiva da multiplicação, temos:

$$(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - ab + ab - b^2 = a^2 - b^2$$

Chamamos a expressão obtida de **diferença de quadrados**.

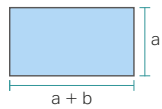
Vamos justificar, por meio de figuras, essa igualdade para **a** e **b** positivos e $a > b$. Para isso, consideramos, inicialmente, uma figura de retângulo, cujos lados medem **a** e **a + b**, decomposta em duas partes retangulares.



ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

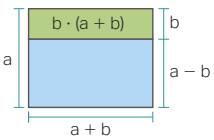
Podemos calcular a área da parte retangular em **azul** de duas maneiras.

1ª) Considerando a parte retangular em **azul**.



$(a + b) \cdot (a - b)$

2ª) Calculando a área total da figura e subtraindo dela a área da parte retangular em **verde**.



$$\underbrace{a \cdot (a + b)}_{\text{área total da figura}} - \underbrace{b \cdot (a + b)}_{\text{área da parte retangular em } \textbf{verde}} = a^2 + ab - ab - b^2 = a^2 - b^2$$

Como, nessas duas maneiras, as expressões obtidas correspondem à área de uma mesma figura, justificamos a igualdade.

$$(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$$

Exemplos

a) $(8x + 4y) \cdot (8x - 4y) = 64x^2 - 32xy + 32xy - 16y^2 = 64x^2 - 16y^2$

b) $(3a + 5) \cdot (3a - 5) = 9a^2 - 15a + 15a - 25 = 9a^2 - 25$

SAIBA MAIS

Para complementar o trabalho com estas páginas, sugerir aos estudantes que acessem o *site* a seguir para explorar os produtos notáveis por meio de exemplos numéricos, com o auxílio de representações geométricas.

- BENTO, Helom. Produtos Notáveis. **GeoGebra**. [*S. l.*], 2017. Disponível em: https://www.geogebra.org/m/C5rAMAQh. Acesso em: 9 maio 2024.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

ATIVIDADES

NÃO ESCREVA NO LIVRO. Resoluções a partir da **p. 305**.

1. Em cada item, indique qual dos polinômios corresponde ao desenvolvimento do produto notável.

a) $(6m - 7n)^2$ **II**

I. $36m^2 + 84mn + 49n^2$ | II. $36m^2 - 84mn + 49n^2$ | III. $36m^2 - 49n^2$

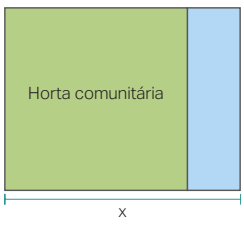
b) $(5a + 4b)^2$ **I**

I. $25a^2 + 40ab + 16b^2$ | II. $25a^2 - 40ab + 16b^2$ | III. $25a^2 - 16b^2$

c) $(3x - 2y^3) \cdot (3x + 2y^3)$ **III**

I. $9x^2 + 12xy^3 + 4y^6$ | II. $9x^2 - 12xy^3 + 4y^6$ | III. $9x^2 - 4y^6$

2. Em um terreno com o formato retangular, cuja largura é 20 metros menor que o comprimento, será construída uma horta comunitária ocupando uma região quadrada, conforme indicado a seguir.




TINT MEDIA/SHUTTERSTOCK.COM

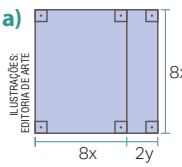
Horta comunitária.

a) Escreva a expressão que representa a largura desse terreno. $x - 20$

b) Escreva um produto notável para representar a área do terreno que será ocupada pela horta comunitária. Como esse produto notável costuma ser chamado?
$(x - 20) \cdot (x - 20)$; quadrado da diferença de dois termos.

3. Em cada item a seguir, determine o trinômio quadrado perfeito que representa a área da figura de quadrado em lilás.

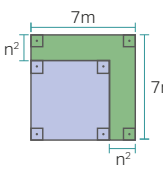
a)



ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

$64x^2 + 32xy + 4y^2$

b)



$49m^2 - 14mn^2 + n^4$

4. Desenvolva os produtos notáveis a seguir e obtenha um trinômio quadrado perfeito ou uma diferença de quadrados.

a) $(5x^2 - 8y)^2$ $25x^4 - 80x^2y + 64y^2$

b) $(4a + 2b^3)^2$ $16a^2 + 16ab^3 + 4b^6$

c) $(3m - n^2) \cdot (3m + n^2)$ $9m^2 - n^4$

d) $(a^2 - 3ab)^2$ $a^4 - 6a^3b + 9a^2b^2$

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Atividades

Atividade 1

Esta atividade trabalha o desenvolvimento de diferentes produtos notáveis. Sugerir aos estudantes que, inicialmente, identifiquem o tipo de produto notável em cada item e quais características deve ter o polinômio correspondente ao seu desenvolvimento.

Atividade 2

Esta atividade trabalha, em uma situação contextualizada, a representação das dimensões e da área de uma figura geométrica plana por meio de expressões algébricas. Lembrar os estudantes que a área do retângulo é dada pelo produto do comprimento e da largura. Para complementar, ler para eles o trecho a seguir sobre hortas urbanas comunitárias.

[...]

Hortas urbanas são hortas localizadas em áreas urbanas ou ao seu redor, em áreas periurbanas, que se destinam a produção para consumo ou venda em pequena escala e podem se localizar em quintais, terraços, pátios, espaços ajardinados comunitários e espaços públicos não ocupados por edificações. [...]

As hortas urbanas podem pertencer a um núcleo familiar, a um único indivíduo ou a um grupo que se une para cultivar motivados por um objetivo comum. Aquelas que se incluem neste último caso podem ser classificadas como hortas urbanas comunitárias. [...].

[...]

MEDEIROS, Camila Bezerra Nobre de. **Desafios para a implementação de hortas urbanas comunitárias em Natal/RN**: perspectivas e diretrizes. Trabalho de Conclusão de Curso (Arquitetura e Urbanismo) – Centro de Tecnologia, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2014. Disponível em: https://repositorio.ufrn.br/bitstream/123456789/36908/3/HortasUrbanasComunitarias_Medeiros_2014.pdf. Acesso em: 9 maio 2024.

Atividade 3

Esta atividade trabalha a representação de trinômios quadrados perfeitos por meio de figuras geométricas planas. Verificar se os estudantes perceberam que, no item **a**, eles devem calcular o quadrado da soma de dois termos e, no item **b**, o quadrado da diferença de dois termos.

Atividade 4

Esta atividade trabalha o desenvolvimento de diferentes produtos notáveis. Verificar como os estudantes resolveram esta atividade. Caso tenham utilizado propriedades de potências e a propriedade distributiva da multiplicação, propor que também resolvam utilizando as igualdades estudadas em cada produto notável.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Atividades

Atividade 5

Esta atividade trabalha a ideia do quadrado da soma de dois termos como estratégia de cálculo mental com números naturais. Ao término, propor aos estudantes que comparem e expliquem para um colega em qual produto notável pensaram, visto que eles podem escolher diferentes produtos na realização dos cálculos mentais nos itens desta atividade. No item **b**, por exemplo, os estudantes podem decompor 107 em 100 + 7 ou em 105 + 2 e, neste último caso, usar o resultado do exemplo referente aos cálculos feitos por Flávio.

Atividade 6

Esta atividade trabalha a ideia do quadrado da diferença de dois termos como estratégia de cálculo mental com números naturais. Ao propor que os estudantes se inspirem em uma estratégia que já foi apresentada na atividade anterior para determinar outra parecida, espera-se estimular e trabalhar o caráter investigativo deles.

Atividade 7

Esta atividade trabalha uma situação envolvendo produtos notáveis. Caso os estudantes tenham dificuldades, sugere-se realizar os seguintes questionamentos.

- Em qual dos produtos notáveis estudados há, em seu desenvolvimento, a expressão algébrica $a^2 + b^2$. Resposta: Nos trinômios quadrados perfeitos.
- Das expressões algébricas apresentadas, existe alguma que elevada ao quadrado resulte em um trinômio quadrado perfeito? Em caso afirmativo, qual? Respostas: Sim. $a - b$.
- Qual é o trinômio quadrado perfeito correspondente ao desenvolvimento de $(a - b)^2$? Resposta: $a^2 - 2ab + b^2$.
- Qual é o valor numérico de $(a - b)^2$? Resposta: 1.

Espera-se que os estudantes estabeleçam a seguinte relação:

$1 = (a - b)^2 = a^2 - \underbrace{2ab}_{2 \cdot 1} + b^2$

Atividade 8

Esta atividade trabalha a representação da área de uma figura geométrica plana por meio de um polinômio e a simplificação desse polinômio por meio de produtos notáveis.

Atividade 9

Esta atividade trabalha a associação de diferentes polinômios a sua respectiva forma fatorada. Esse conteúdo será tratado com mais detalhes na próxima Unidade deste Volume.

---

5. Observe como Flávio calculou mentalmente 105^2 utilizando a ideia de quadrado da soma de dois termos.

$105^2 = (100 + 5)^2 = 100^2 + 2 \cdot 100 \cdot 5 + 5^2 = 10\,000 + 1\,000 + 25 = 11\,025$

Calcule mentalmente as potências a seguir.

a) 102^2 10404 **b)** 107^2 11449 **c)** 101^2 10201

6. Junte-se a um colega, e elaborem um procedimento que seja parecido com o apresentado na atividade anterior para calcular mentalmente potências utilizando o quadrado da diferença de dois termos.

a) Utilizando esse procedimento, expliquem como pode ser calculado 99^2.

b) Agora, calculem mentalmente as potências a seguir.

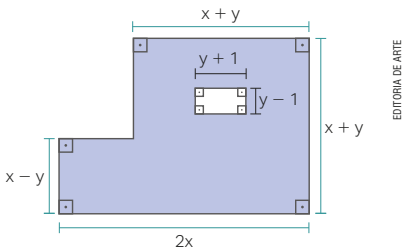
- 98^2 9604
- 93^2 8649
- 95^2 9025

7. (OBMEP) Se $a - b = 1$ e $ab = 1$, qual é o valor de $a^2 + b^2$? Alternativa **c**.

a) 1 **c)** 3 **e)** 5

b) 2 **d)** 4

8. Escreva e simplifique um polinômio que represente a área da parte em lilás da figura a seguir. $2x^2 + y^2 + 1$



9. Associe os polinômios da 1ª coluna aos seus correspondentes, na **forma fatorada**, da 2ª coluna. **I**-B; **II**-A; **III**-D; **IV**-C

GLOSSÁRIO
Forma fatorada: é a representação de um polinômio como um produto de fatores irredutíveis.

I. $2x^2 + 2x\sqrt{2} + 1$

II. $2x^2 - 4$

III. $2x^3\sqrt{2} - 6x^2 - 9x\sqrt{2} + 27$

IV. $2x^3\sqrt{2} + 6x^2 - 9x\sqrt{2} - 27$

A) $(\sqrt{2}x + 2) \cdot (\sqrt{2}x - 2)$

B) $(\sqrt{2}x + 1)^2$

C) $(\sqrt{2}x + 3) \cdot (\sqrt{2}x + 3) \cdot (\sqrt{2}x - 3)$

D) $(\sqrt{2}x - 3) \cdot (\sqrt{2}x - 3) \cdot (\sqrt{2}x + 3)$

6. a) Resposta esperada: 99, que é a base da potência, pode ser escrito por meio da diferença $100 - 1$. A partir disso, utiliza-se o quadrado da diferença de dois termos para a realização do cálculo mental: $99^2 = (100 - 1)^2 = 100^2 - 200 + 1 = 9\,801$.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

Reveja

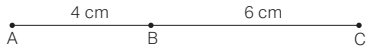
NÃO ESCREVA NO LIVRO.

Resoluções a partir da **p. 305**.

Imagens fora de proporção.

Resolva as atividades para retomar o que foi estudado nesta Unidade.

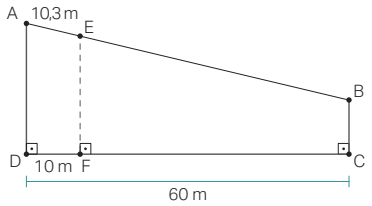
1. Letícia traçou um segmento de reta AC e marcou nele um ponto **B**, conforme representado a seguir.



Ela quer marcar um ponto **D** sobre $\overline{BC}$ de maneira a obter a proporção $\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{BC}$. Nessas condições, a distância entre os pontos **B** e **D** deve ser:

a) 2 cm Alternativa **b**.
b) 2,4 cm
c) 3,6 cm
d) 4 cm

2. Em um parque, há uma tirolesa com um cabo de aço bem esticado. No esquema a seguir: **A** e **B** representam, respectivamente, os pontos de partida e chegada dessa tirolesa; **E** representa a posição de uma pessoa em certo momento na descida. Observe.



Quantos metros de comprimento tem o percurso total dessa tirolesa?

a) 51,5 m
b) 58,3 m
c) 61,8 m Alternativa **c**.
d) 70,3 m

3. O reservatório de água de um condomínio tem formato parecido com o de um cilindro com 12 m de altura e 9,2 m de diâmetro da base. Esse reservatório tem uma bomba de água programada para ligar sempre que o nível da água chega a $\frac{4}{5}$ da altura desse reservatório, evitando que ele fique vazio.

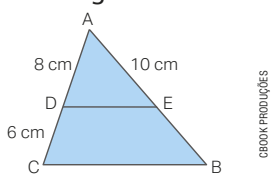
No momento em que a bomba de água é ligada, o volume de água no reservatório é: Alternativa **b**.

a) menor que 600 m³.
b) maior que 600 m³ e menor que 700 m³.
c) maior que 700 m³ e menor que 800 m³.
d) maior que 800 m³.

DICA

Considere $\pi \simeq 3{,}14$.

4. No triângulo representado a seguir, os segmentos de reta BC e DE são paralelos. Qual é a medida do lado AB desse triângulo? Alternativa **a**.



CBOOK PRODUÇÕES

a) 17,5 cm
b) 14,8 cm
c) 14 cm
d) 7,5 cm

5. Observe o desenvolvimento do produto notável a seguir.

$$(Ax + 3)^2 = 25x^2 + 30x + B$$

Podemos afirmar que os números substituídos pelas letras **A** e **B** são, respectivamente: Alternativa **c**.

a) 5 e 3.
b) 9 e 5.
c) 5 e 9.
d) 25 e 30.

ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

RevEJA

O trabalho com esta página permite verificar se os estudantes compreenderam conceitos trabalhados na Unidade. Uma sugestão de desenvolvimento é solicitar que justifiquem a alternativa que assinalaram como resposta correta. Assim, é possível obter indícios das estratégias e procedimentos utilizados, para poder intervir, regulando o processo de ensino e de aprendizagem.

Atividade 1

Esta atividade tem como objetivo verificar se os estudantes reconhecem a proporcionalidade entre segmentos de reta. Verificar se os estudantes compreenderam que o ponto **D** será marcado entre os pontos **B** e **C** e que, para obter a alternativa correta, é preciso considerar a seguinte proporção: $\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{BC}$.

Atividade 2

Esta atividade tem como objetivo verificar a compreensão dos estudantes quanto às ideias do teorema de Tales. Verificar se os estudantes estabelecem a seguinte proporção para resolver o problema: $\frac{DF}{DC} = \frac{AE}{AB}$.

Atividade 3

Esta atividade tem como objetivo verificar a compreensão dos estudantes quanto ao cálculo da medida do volume de líquido (água) em um reservatório com formato de cilindro. Verificar as estratégias utilizadas pelos estudantes para resolver o problema. Destacar que uma estratégia é determinar a capacidade total do reservatório e, depois, determinar que medida corresponde a $\frac{4}{5}$ desse total. Chamar a atenção dos estudantes para o fato de que o diâmetro corresponde ao dobro do raio e que, para o cálculo do volume do cilindro, é necessário considerar a medida do raio.

Atividade 4

Esta atividade tem como objetivo verificar a compreensão dos estudantes em relação ao teorema de Tales aplicado em um triângulo. Verificar se os estudantes perceberam que é preciso, primeiro, determinar a medida do segmento de reta EB, para depois obter a medida do lado $\overline{AB}$ do triângulo.

Atividade 5

Esta atividade tem como objetivo verificar a compreensão dos estudantes em relação ao desenvolvimento de produtos notáveis. Verificar as estratégias utilizadas pelos estudantes para determinar os valores de **A** e **B**.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

INTRODUÇÃO

Nesta Unidade, serão abordados os campos Geometria, Estatística e Álgebra. Os estudantes vão trabalhar com semelhança de polígonos e, em particular, semelhança de triângulos, avançar no estudo de estatística, explorando distribuição de frequências e a leitura de infográficos, e retomar o estudo de polinômios, compreendendo o conceito de fatoração. Para o planejamento desta Unidade, os conteúdos podem ser explorados de maneira articulada, estabelecendo, por exemplo, relações entre os campos Álgebra e Geometria.

OBJETIVOS PEDAGÓGICOS DA UNIDADE

- Reconhecer características de figuras semelhantes, bem como compreender o conceito de polígonos semelhantes.
- Compreender e reconhecer casos de semelhança de triângulos e utilizar esse conhecimento para resolver problemas.
- Classificar as frequências de variáveis de uma pesquisa estatística e organizar os dados em uma tabela de frequências.
- Ler e interpretar informações divulgadas em infográficos.
- Compreender o processo de fatoração de polinômios colocando um fator comum em evidência e por agrupamento.
- Compreender o processo de fatoração de polinômios: trinômio quadrado perfeito e diferença de quadrados.

ETAPA 8

UNIDADE 10

Semelhança de polígonos, estatística e fatoração de polinômios

- Semelhança de polígonos
- Semelhança de triângulos
- Distribuição de frequência
- Intervalos de classe
- Infográficos
- Fatoração de polinômios

NÃO ESCREVA NO LIVRO.

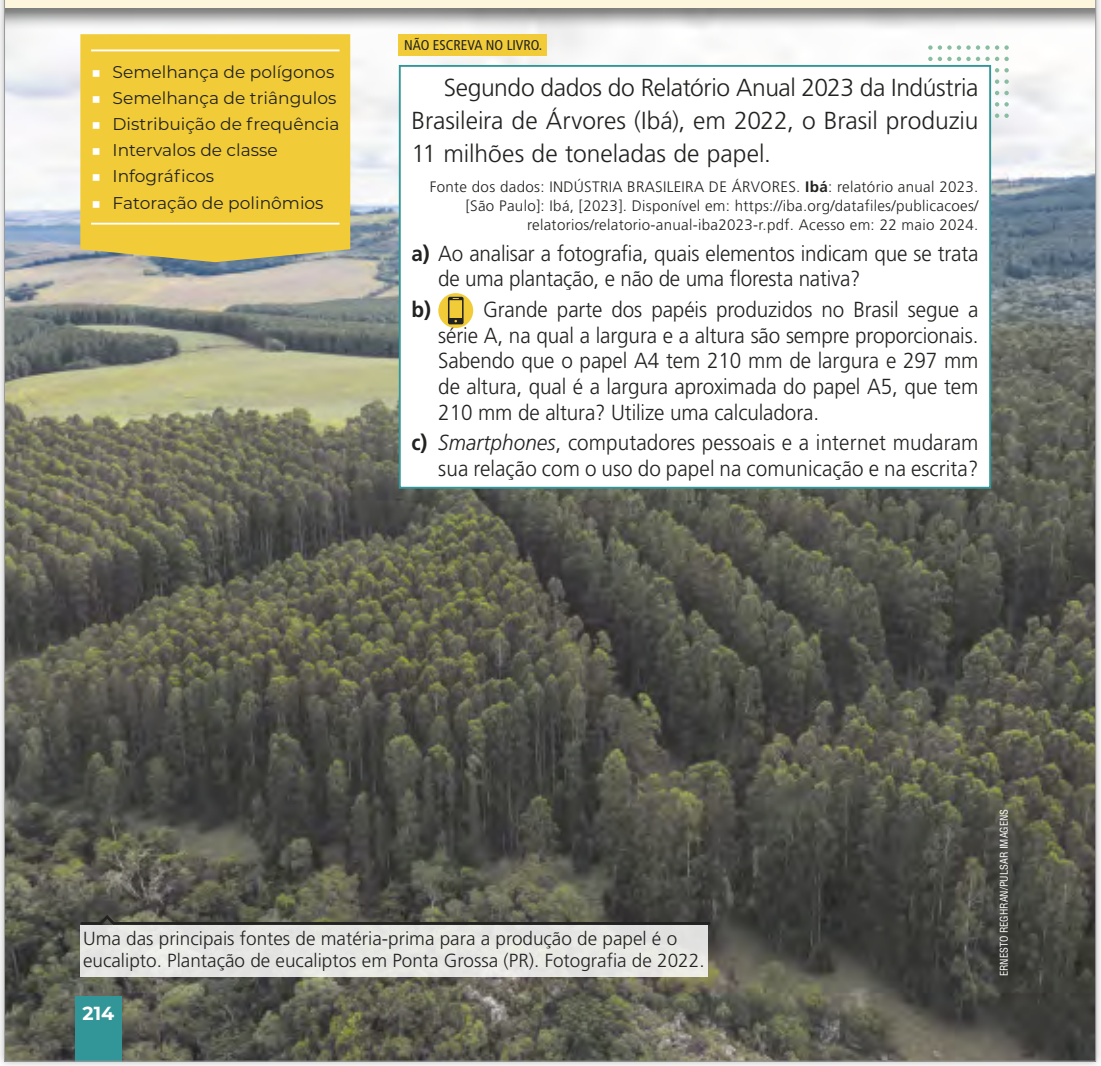
Segundo dados do Relatório Anual 2023 da Indústria Brasileira de Árvores (Ibá), em 2022, o Brasil produziu 11 milhões de toneladas de papel.

Fonte dos dados: INDÚSTRIA BRASILEIRA DE ÁRVORES. **Ibá**: relatório anual 2023. [São Paulo]: Ibá, [2023]. Disponível em: https://iba.org/datafiles/publicacoes/relatorios/relatorio-anual-iba2023-r.pdf. Acesso em: 22 maio 2024.

a) Ao analisar a fotografia, quais elementos indicam que se trata de uma plantação, e não de uma floresta nativa?

b) Grande parte dos papéis produzidos no Brasil segue a série A, na qual a largura e a altura são sempre proporcionais. Sabendo que o papel A4 tem 210 mm de largura e 297 mm de altura, qual é a largura aproximada do papel A5, que tem 210 mm de altura? Utilize uma calculadora.

c) *Smartphones*, computadores pessoais e a internet mudaram sua relação com o uso do papel na comunicação e na escrita?



ERNESTO REGHRAN/PULSAR IMAGENS

Uma das principais fontes de matéria-prima para a produção de papel é o eucalipto. Plantação de eucaliptos em Ponta Grossa (PR). Fotografia de 2022.

214

a) Espera-se que os estudantes identifiquem que, na fotografia, as árvores têm alturas quase uniformes e estão dispostas de maneira linear, elementos que indicam que foram plantadas e, assim, que não se trata de uma floresta nativa.

b) Sendo **x** a medida da largura do papel A5, vale: $\frac{x}{210} = \frac{210}{297} \Rightarrow x \simeq 148$ mm.

c) Resposta pessoal.

JUSTIFICATIVAS DOS OBJETIVOS

O estudo de semelhança de polígonos e semelhança de triângulos se mostra relevante, uma vez que as ideias envolvidas possibilitam propor e testar conjecturas, desenvolver o pensamento geométrico e avançar na compreensão de relações de proporcionalidade.

O trabalho em Estatística se mostra importante ao possibilitar que os estudantes desenvolvam a leitura crítica de dados estatísticos apresentados em tabelas de frequências e percebam como as diferentes estratégias envolvidas na organização e apresentação desses dados podem interferir no propósito a que se destinam e, assim, impactar na confiabilidade da mensagem que se pretende transmitir.

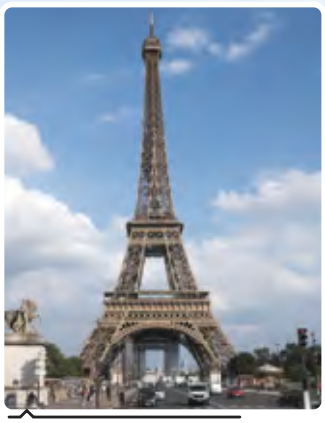
MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

1. Semelhança de polígonos

Um dos monumentos mais conhecidos e visitados do mundo é a torre Eiffel, que fica no município de Paris, na França. Projetada pelo engenheiro francês Gustave Eiffel (1832-1923), essa torre foi inaugurada em 1889. No município brasileiro de Umuarama (PR), foi construída uma réplica da torre Eiffel em uma escala de 1 : 10.

Fontes dos dados: THE TOWER. Paris: Toureiffel.Paris, [2024]. Disponível em: www.toureiffel.paris/en/the-monument. UMUARAMA. Prefeitura de Umuarama. **O que fazer**: pontos turísticos, culturais e de lazer. Umuarama: Prefeitura de Umuarama, [2024]. Localizável em: Turismo. Disponível em: https://www.umuarama.pr.gov.br/umuarama. Acessos em: 17 maio 2024.

Imagens fora de proporção.



HAYK_SHALUNTS/SHUTTERSTOCK.COM

Torre Eiffel, em Paris (França). Fotografia de 2021.



DIRCEU PORTUGAL/FOTOARENA

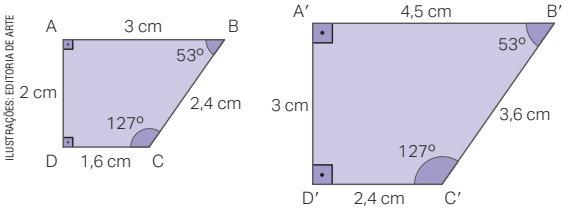
ROMAN SIGAEV/SHUTTERSTOCK.COM

Réplica da torre Eiffel, em Umuarama (PR). Fotografia de 2021.

Assim como acontece com as torres de Paris e de Umuarama, também podemos construir representações de polígonos com o mesmo formato e que se diferenciam apenas pelas medidas. Polígonos com essa característica são chamados **polígonos semelhantes**.

Dois polígonos são semelhantes se os ângulos internos correspondentes são congruentes, e os lados correspondentes são proporcionais entre si. A razão entre lados correspondentes desses polígonos é chamada de **razão de semelhança**.

Analise, por exemplo, os polígonos semelhantes representados a seguir.



ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

SAIBA MAIS

- IMENES, Luiz M. P.; JAKUBO, José; LELLIS, Marcelo. **Semelhança**. 14. ed. São Paulo: Atual, 2012. (Para que serve Matemática?).

Consulte esse livro, que apresenta informações sobre semelhanças de figuras.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Ao iniciar o trabalho com a **Página de abertura**, questionar os estudantes se eles já tiveram a oportunidade de ver uma plantação de eucaliptos. Comentar que o eucalipto tem grande importância comercial, sendo utilizado em diferentes finalidades, como em lenha e estacas, na obtenção de carvão vegetal e de celulose, utilizada na produção de papel e de tecidos, na movelaria, entre outras. Mencionar ainda que plantações dessas árvores podem ser observadas ao percorrer algumas estradas brasileiras.

Caso os estudantes tenham dificuldade em responder ao item **a**, dizer que essas plantações se destacam em relação ao resto do cenário pelo fato de as árvores serem uniformemente distribuídas e com alturas aproximadamente iguais.

No item **b**, retomar as ideias de razão e de proporção. Verificar se eles representam a situação por meio de uma equação, após igualar as razões entre largura e altura dos formatos de papel A4 e A5.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Solicitar aos estudantes que observem as fotografias apresentadas e leiam as informações disponíveis nas legendas. Após observarem as imagens das torres, ler para eles o trecho a seguir sobre a réplica da torre Eiffel, localizada em Umuarama (PR).

> Depois de visitar três vezes a França, [um] empresário de Umuarama (PR) [...] construiu uma réplica da Torre Eiffel na cidade onde mora. O sonho do empresário custou R$ 180 mil. A réplica tem 30 toneladas de ferro e mais de 2 mil peças, todas em tamanhos diferentes. A torre brasileira, localizada na BR-323, entre os municípios de Umuarama e Guaíra (PR), equivale a 10% da francesa, com a altura de um prédio de 11 andares. A visitação da réplica é gratuita, mas, por medidas de segurança, não é aberta para todos.

EMPRESÁRIO constrói réplica de Torre Eiffel no Paraná. **G1**, São Paulo, 29 jul. 2008. Disponível em: https://g1.globo.com/Noticias/Brasil/0,,MUL703942-5598,00-EMPRESARIO+CONSTROI+REPLICA+DE+TORRE+EIFFEL+NO+PARANA.html. Acesso em: 2 jun. 2024.

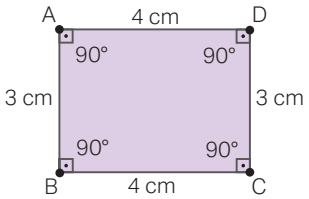
Após a leitura, comentar com os estudantes que a torre Eiffel tem cerca de 300 metros de altura, enquanto a réplica dela, de Umuarama, tem aproximadamente 33 metros.

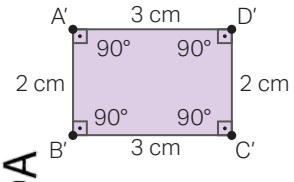
Explicar aos estudantes que a expressão "mesmo formato" significa que as proporções são mantidas, diferenciando apenas pelas medidas e pela posição.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA
ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

É interessante mostrar aos estudantes alguns polígonos que não são semelhantes. Uma sugestão é representar na lousa os retângulos a seguir e estabelecer algumas relações.





a) Em relação aos ângulos internos correspondentes:
- $D\hat{A}B \equiv D'\hat{A}'B'$
- $A\hat{B}C \equiv A'\hat{B}'C'$
- $B\hat{C}D \equiv B'\hat{C}'D'$
- $C\hat{D}A \equiv C'\hat{D}'A'$

b) Em relação aos lados correspondentes:
- $\frac{AB}{A'B'} = \frac{3}{2}$
- $\frac{BC}{B'C'} = \frac{4}{3}$
- $\frac{CD}{C'D'} = \frac{3}{2}$
- $\frac{AD}{A'D'} = \frac{4}{3}$

Chamar a atenção deles para o fato de que, nesse caso, não existe uma razão de semelhança entre os retângulos representados, uma vez que são obtidos dois valores diferentes. Ressaltar para os estudantes que é necessário que a razão entre os lados correspondentes seja a mesma. Portanto, apesar de os ângulos correspondentes serem congruentes, os retângulos não são semelhantes.

Em relação aos ângulos internos correspondentes, temos:
- $D\hat{A}B \equiv D'\hat{A}'B'$
- $A\hat{B}C \equiv A'\hat{B}'C'$
- $B\hat{C}D \equiv B'\hat{C}'D'$
- $C\hat{D}A \equiv C'\hat{D}'A'$

Em relação aos lados correspondentes, temos:
- $\frac{AB}{A'B'} = \frac{3}{4{,}5} = \frac{2}{3}$
- $\frac{BC}{B'C'} = \frac{2{,}4}{3{,}6} = \frac{2}{3}$
- $\frac{CD}{C'D'} = \frac{1{,}6}{2{,}4} = \frac{2}{3}$
- $\frac{AD}{A'D'} = \frac{2}{3}$

Note que a razão entre os lados correspondentes é sempre a mesma. Esse valor é a razão de semelhança definida anteriormente. Nesse caso, a razão de semelhança entre os polígonos ABCD e A'B'C'D' é $\frac{2}{3}$.

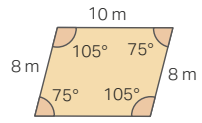
ATIVIDADES

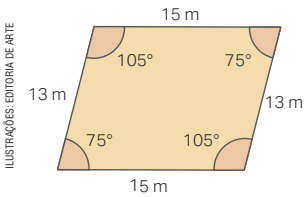
NÃO ESCREVA NO LIVRO. Resoluções a partir da **p. 305**.

Imagem fora de proporção.

1. Verifique em qual dos itens a seguir é apresentado um par de figuras semelhantes. Em seguida, determine para esse item a razão de semelhança entre a maior e a menor figura.

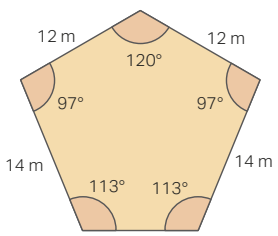
a) Item **b**. 2.

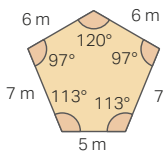




ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

b)





2. José utilizou uma máquina copiadora para obter uma imagem retangular reduzida em 25% em suas dimensões. Observe a representação da imagem original a seguir e responda aos itens propostos.



DREAMSTIME/EASYPIX BRASIL

a) Quais são as dimensões da imagem retangular obtida por José? 12 cm e 9 cm.

b) Determine a razão de semelhança entre a imagem retangular original e a imagem reduzida obtida por José. $\frac{4}{3}$

c) Considerando a imagem retangular original e a imagem reduzida, respectivamente, determine a razão entre as medidas de:
- seus perímetros. $\frac{4}{3}$
- suas áreas. $\frac{16}{9}$

d) A razão que você obteve no item **b** é igual a cada uma das razões que obteve no item **c**? Explique.

2. d) Resposta esperada: A razão obtida no item **b** é igual à obtida entre os perímetros das imagens e diferente daquela obtida entre as áreas das imagens, no item **c**.

Atividades

Atividade 1

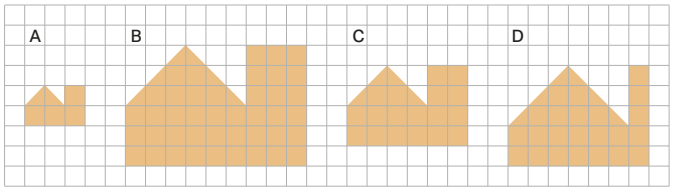
Esta atividade trabalha a identificação de figuras semelhantes e a determinação da razão de semelhança entre elas. Propor aos estudantes que expliquem por que no item **a** as figuras não são semelhantes. Nesse caso, é importante eles perceberem que, apesar de os ângulos internos correspondentes serem congruentes, os lados correspondentes não são proporcionais.

Atividade 2

Esta atividade trabalha uma situação envolvendo a razão de semelhança entre figuras. No item **d**, o objetivo é que os estudantes compreendam que a razão de semelhança entre as medidas dos lados de figuras é igual à razão entre os perímetros dessas figuras, mas não é igual à razão entre as áreas delas.

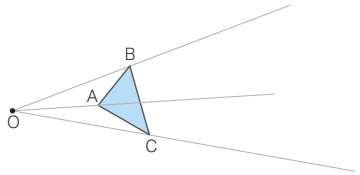
MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

3. Qual das figuras a seguir é semelhante à figura **A**? Figuras **B** e **C**.

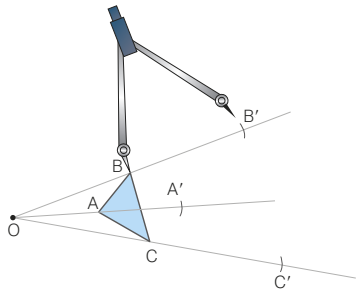


4. Para ampliar ou reduzir uma figura, podemos utilizar uma transformação chamada de **homotetia**. A seguir, é apresentado como podemos ampliar um triângulo ABC na razão de 1 para 2 por homotetia.

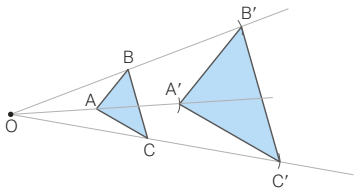
1º Marcamos um ponto **O** externo ao triângulo e, com origem nesse ponto, traçamos semirretas passando pelos vértices **A**, **B** e **C**.



2º Com o compasso, marcamos sobre as semirretas os pontos A′, B′ e C′, de maneira que: $OA' = 2 \cdot OA$, $OB' = 2 \cdot OB$ e $OC' = 2 \cdot OC$.



3º Por fim, traçamos e pintamos o interior do triângulo A′B′C′, que é semelhante ao triângulo ABC.



ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

a) Considerando que os lados do triângulo ABC medem 1,5 m, 2,5 m e 2 m, determine a medida dos lados do triângulo A′B′C′. 3 m, 5 m e 4 m.

b) Desenhe um polígono qualquer em uma folha de papel avulsa. Depois, troque seu desenho com um colega e obtenha uma ampliação da representação de polígono que você recebeu na razão de 1 para 3 utilizando homotetia, enquanto o colega faz o mesmo com o seu desenho. Ao final, confiram juntos as respostas.
Atividade de construção geométrica. Resposta pessoal.

Atividade 3

Esta atividade trabalha a identificação de figuras semelhantes. Para complementar, pedir aos estudantes que determinem a razão de semelhança entre as figuras **A** e **B** e entre as figuras **A** e **C**, que, neste caso, é 3 e 2, respectivamente.

Atividade 4

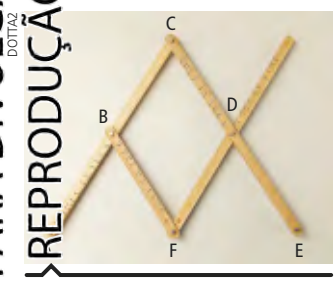
Esta atividade trabalha a ampliação de figuras por homotetia. No 2º passo, explicar aos estudantes que, com o compasso com abertura OB e com a ponta-seca em **B**, marca-se o ponto **B′** sobre a semirreta OB. De maneira análoga, marcam-se os pontos **A′** e **C′**. No item **b**, os passos a serem realizados pelos estudantes são parecidos com os do exemplo apresentado na atividade, porém, no 2º passo, eles devem marcar sobre as semirretas de origem em **O** e passando pelos vértices do polígono os pontos correspondentes a cada um desses vértices, respectivamente, de maneira que a distância de **O** até cada um desses pontos seja o triplo daquela entre **O** e os vértices correspondentes desse polígono.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Conversar com os estudantes sobre o pantógrafo. Informar a eles que o pantógrafo foi desenvolvido no início do século XVII pelo matemático e astrônomo alemão Christoph Scheiner (1573-1650), e o conceito de semelhança de triângulos serve de base para o funcionamento dele. Questionar os estudantes se já conhecem e/ou sabem para que serve esse instrumento. Além disso, verificar a possibilidade de levar um pantógrafo para a sala de aula a fim de que eles explorem as características e funcionalidade desse instrumento.

Explicar que ampliações e reduções de figuras podem ser obtidas manualmente, por exemplo, com auxílio de um pantógrafo, conforme descrição a seguir.



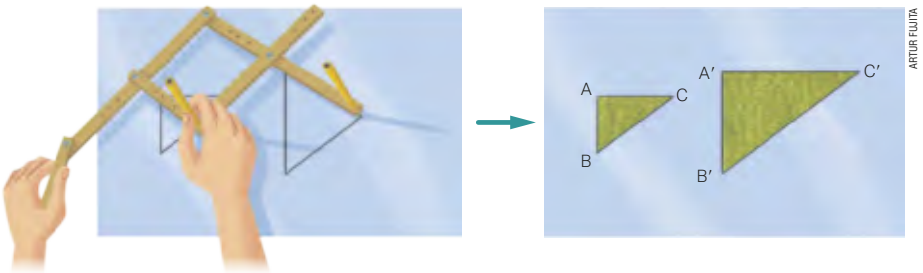
DOTTA2

Pantógrafo, instrumento utilizado para ampliar ou reduzir desenhos de figuras.

- As hastes que compõem o pantógrafo são mantidas paralelas duas a duas.
- Inicialmente, o ponto **A** deve ser fixado sobre a mesa ou outro local externo à figura original.
- Nos pontos **E** e **F**, devem ser colocados o lápis e a ponta-seca. A ponta-seca é utilizada para contornar a figura original. O lápis é utilizado para traçar a figura ampliada ou reduzida.

Semelhança de triângulos

Um dos instrumentos utilizados para realizar ampliações e reduções de figuras é o pantógrafo, que pode ser feito de madeira ou de metal. Carlos utilizou um pantógrafo para construir um triângulo A'B'C' a partir do triângulo ABC. Observe.



ARTUR FUJITA

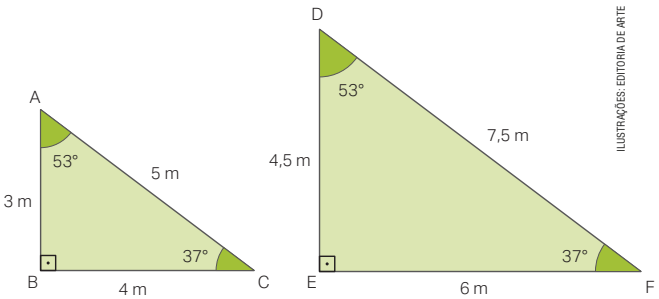
Esses triângulos possuem os ângulos internos correspondentes congruentes e os lados correspondentes proporcionais. Assim, de acordo com a definição de polígonos semelhantes que estudamos anteriormente, podemos afirmar que esses dois triângulos são semelhantes.

Podemos generalizar da seguinte maneira.

Dois triângulos são semelhantes quando seus lados **homólogos** são proporcionais e seus ângulos correspondentes são congruentes.

GLOSSÁRIO
Homólogo: em Geometria, trata-se de elemento correspondente a outro.

Analise os triângulos ABC e DEF a seguir.



ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

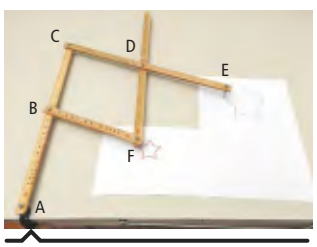
DICA
Os ângulos internos correspondentes desses dois triângulos são congruentes e as medidas indicadas são aproximadas.

Note que os ângulos correspondentes são congruentes e os lados homólogos são proporcionais, ou seja, a razão entre as medidas desses lados é um valor constante. Acompanhe.

- $\frac{DE}{AB} = \frac{4,5}{3} = \frac{\frac{45}{10}}{3} = \frac{45}{30} = \frac{3}{2} = 1,5$
- $\frac{DF}{AC} = \frac{7,5}{5} = \frac{\frac{75}{10}}{5} = \frac{75}{50} = \frac{3}{2} = 1,5$
- $\frac{EF}{BC} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2} = 1,5$

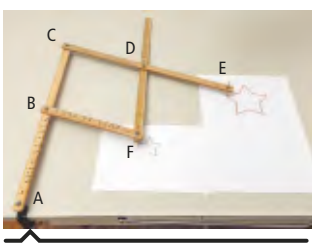
Portanto, a razão de semelhança entre os triângulos DEF e ABC é $\frac{3}{2}$ ou 1,5.

- Se o lápis for colocado em **E**, a figura obtida será uma **ampliação** da figura original e, se for colocado em **F**, será uma **redução**.
- Os ajustes nas posições dos pontos **B** e **D** determinam a razão de semelhança entre a figura original e a figura ampliada ou reduzida.



DOTTA2

Exemplo de utilização de um pantógrafo para uma ampliação.



DOTTA2

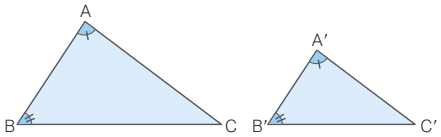
Exemplo de utilização de um pantógrafo para uma redução.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

No entanto, para garantir a semelhança de triângulos, existem alguns casos particulares para que não seja necessário verificar a congruência de todos os ângulos e a proporcionalidade de todos os lados. Acompanhe.

- **1º caso (AA)**

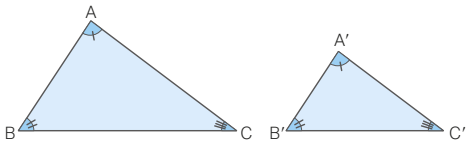
Dois triângulos são semelhantes se possuem dois ângulos correspondentes congruentes.



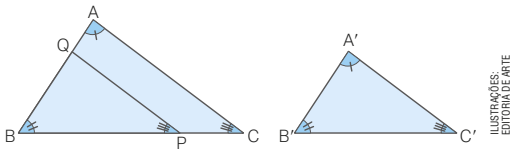
Como $C\hat{A}B$ é congruente a $C'\hat{A}'B'$ e $A\hat{B}C$ é congruente a $A'\hat{B}'C'$, temos que os triângulos ABC e A′B′C′ são semelhantes.

Observe uma maneira de verificar a validade desse caso de semelhança de triângulos.

Temos que $C\hat{A}B \equiv C'\hat{A}'B'$ e $A\hat{B}C \equiv A'\hat{B}'C'$. Como a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é 180°, a medida de $B\hat{C}A$ deve ser igual à medida de $B'\hat{C}'A'$, ou seja, $B\hat{C}A \equiv B'\hat{C}'A'$.



Sobre o lado $\overline{BC}$, marcamos um ponto **P** de maneira que $BP = B'C'$ e, com uma extremidade nesse ponto, traçamos um segmento de reta paralelo a $\overline{AC}$, obtendo o ponto **Q** sobre o lado $\overline{AB}$. Como $\overline{AC} \parallel \overline{QP}$, temos que $A\hat{C}B \equiv Q\hat{P}B$. Assim, pelo caso **ALA**, os triângulos QBP e A′B′C′ são congruentes.



ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

Além disso, utilizando o teorema de Tales no triângulo ABC, temos que $\frac{AB}{QB} = \frac{BC}{BP}$.

Como o triângulo QBP é congruente ao triângulo A′B′C′, segue que $QB = A'B'$ e $BP = B'C'$.

Logo, $\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'}$.

Procedendo de maneira análoga, podemos obter que $\frac{AB}{A'B'} = \frac{CA}{C'A'}$.

Consequentemente, $\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{CA}{C'A'}$.

Portanto, como os ângulos internos correspondentes dos triângulos ABC e A′B′C′ são congruentes e os lados correspondentes são proporcionais entre si, temos que esses dois triângulos são semelhantes.

SAIBA MAIS

Para obter mais informações sobre o funcionamento de um pantógrafo, sugerir aos estudantes que assistam ao vídeo a seguir, no qual também se ensina a fazer o instrumento.

- AMPLIADOR de desenhos (PANTÓGRAFO). 2013. Vídeo (8 min). Publicado pelo canal Manual do Mundo. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=Ji7YorM_t_0. Acesso em: 2 jun. 2024.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Ao explorar o 1º caso de semelhança de triângulos, comentar com os estudantes que a sigla AA indica "ângulo-ângulo", uma maneira simplificada de se referir a esse caso.

Na verificação do 1º caso (AA), explicar que, após concluir que todos os pares de ângulos correspondentes são congruentes, de acordo com a definição de polígonos semelhantes, é preciso verificar se os lados correspondentes são proporcionais. Além disso, pode-se concluir que $A\hat{C}B \equiv Q\hat{P}B$, pois esses ângulos são correspondentes, uma vez que são formados pelas retas paralelas nas quais estão determinados os segmentos de reta AC e QP e pela reta transversal que contém o lado $\overline{BC}$ do triângulo ABC.

Comentar com os estudantes que, antes de demonstrar que os triângulos ABC e A′B′C′ são semelhantes, é preciso demonstrar a congruência dos triângulos QBP e A′B′C′. Explicar que o caso ALA se refere a "ângulo, lado, ângulo" e que têm-se as seguintes congruências:

$Q\hat{B}P \equiv A'\hat{B}'C'$ (ângulo),

$\overline{BP} \equiv \overline{B'C'}$ (lado) e

$Q\hat{P}B \equiv A'\hat{C}'B'$ (ângulo).

Ao utilizar o teorema de Tales, destacar aos estudantes que estão sendo consideradas as retas paralelas nas quais estão determinados os segmentos de reta $\overline{AC}$ e $\overline{QP}$.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

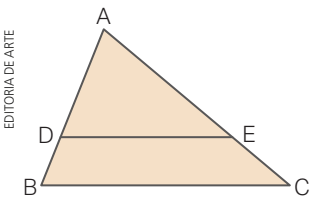
Optou-se por apenas enunciar o 2º caso (LAL) e o 3º caso (LLL) de semelhança de triângulos, porém estes também podem ser verificados, assim como o 1º caso apresentado. No 2º caso, explicar aos estudantes que a sigla LAL indica "lado, ângulo, lado" e, no 3º caso, a sigla LLL indica "lado, lado, lado"; estas são maneiras simplificadas de se referir a esses casos de semelhança de triângulos.

Para complementar o trabalho com os casos de semelhança de triângulos, propor aos estudantes que verifiquem se a seguinte afirmação, que costuma ser indicada como propriedade fundamental de semelhança de triângulos, é verdadeira.

> Ao traçar um segmento de reta paralelo a qualquer um dos lados de um triângulo de modo a determinar outro triângulo, este será semelhante ao primeiro.

Caso julgar necessário, auxiliar os estudantes nessa verificação. Para isso, apresentar a eles as seguintes etapas.

1ª) Considere o triângulo ABC representado a seguir, no qual foi traçado um segmento de reta DE paralelo ao lado $\overline{BC}$, determinando o triângulo ADE.



EDITORIA DE ARTE

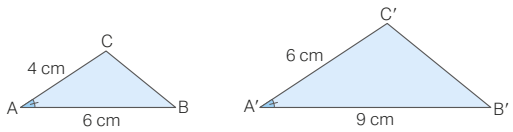
2ª) Como $\overline{BC} // \overline{DE}$, tem-se que $A\hat{B}C \equiv A\hat{D}E$ e $A\hat{C}B \equiv A\hat{E}D$, uma vez que esses pares de ângulos são correspondentes. Portanto, pelo 1º caso de semelhança de triângulos (AA), tem-se que os triângulos ABC e ADE são semelhantes. De maneira análoga, pode-se traçar os segmentos de reta paralelos aos outros dois lados do triângulo ABC e verificar que essa afirmação também é verdadeira.

Agora, acompanhe o enunciado de outros dois casos de semelhança de triângulos.

- **2º caso (LAL)**

Dois triângulos são semelhantes se possuem dois lados correspondentes proporcionais e os ângulos internos formados por eles congruentes.

Analise o exemplo.

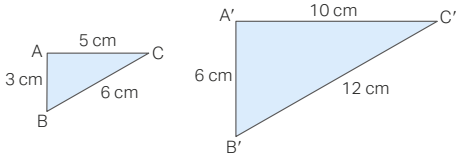


Imagens fora de proporção.

Como $\frac{CA}{C'A'} = \frac{AB}{A'B'} = \frac{2}{3}$ e $C\hat{A}B$ é congruente a $C'\hat{A}'B'$, temos que os triângulos ABC e A′B′C′ são semelhantes.

- **3º caso (LLL)**

Dois triângulos são semelhantes se possuem os três lados correspondentes proporcionais.

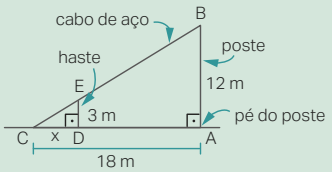


Analise o exemplo.

Como $\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{CA}{C'A'} = \frac{1}{2}$, temos que os triângulos ABC e A′B′C′ são semelhantes.

Considere agora a seguinte situação.

Um poste com 12 m de altura, perpendicular ao solo, é sustentado por um cabo de aço esticado, com uma extremidade fixa no topo do poste e a outra no solo, a 18 m do pé do poste. Para reforçar essa sustentação, uma haste de 3 m de altura será instalada perpendicular ao solo, como indica o esquema.



ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

A quantos metros de distância do local onde o cabo de aço está fixado no solo essa haste deve ser instalada?

Note que podemos garantir pelo caso **AA** que os triângulos ABC e DEC são semelhantes, pois os ângulos correspondentes $B\hat{C}A$ e $E\hat{C}D$ são congruentes (ângulo comum) e $C\hat{A}B$ e $C\hat{D}E$ também são congruentes (ângulos retos). Assim, podemos estabelecer a seguinte proporção:

$$\frac{CA}{CD} = \frac{AB}{DE} \Rightarrow \frac{18}{x} = \frac{12}{3} \Rightarrow 12x = 3 \cdot 18 \Rightarrow \frac{12x}{12} = \frac{54}{12} \Rightarrow x = 4{,}5$$

Portanto, a haste deve ser instalada a 4,5 m do local onde o cabo de aço está fixado no solo.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

ATIVIDADES

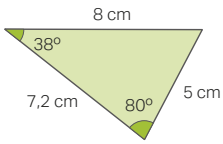
NÃO ESCREVA NO LIVRO. Resoluções a partir da **p. 305**.

Imagens fora de proporção.

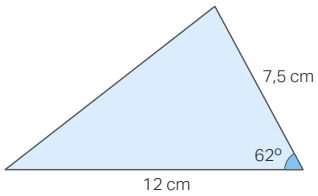
1. Identifique os pares de triângulos representados que são semelhantes entre si. Depois, indique o caso de semelhança que utilizou para identificá-los.

a e **c**: caso LAL; **b** e **d**: caso AA.

a)

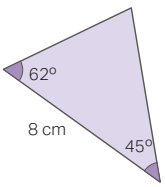


c)

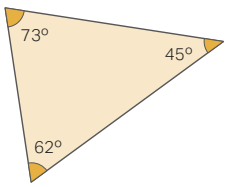


ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

b)

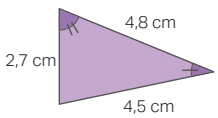


d)

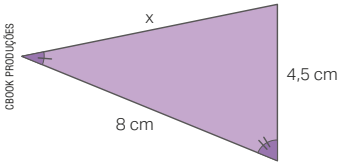


2. Em cada item, determine a medida **x** sabendo que o par de triângulos representados é semelhante entre si.

a)

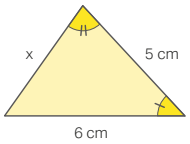


7,5 cm

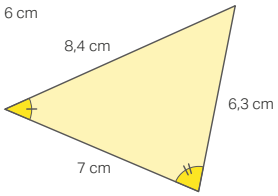


CBOOK PRODUÇÕES

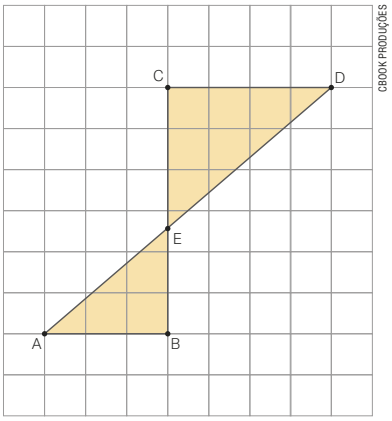
b)



4,5 cm



3. Considerando o que estudou até aqui, responda: os triângulos ABE e DCE representados a seguir são semelhantes? Justifique.



CBOOK PRODUÇÕES

4. Determine as medidas dos lados de um triângulo semelhante a outro triângulo cujos lados medem 8 cm, 10 cm e 12 cm, sabendo que o perímetro do primeiro triângulo é 9 cm.

3. Resposta esperada: Os triângulos ABE e DCE são semelhantes pelo caso de semelhança de triângulos **AA**, pois $A\hat{B}E \equiv D\hat{C}E$ (ângulos retos) e $A\hat{E}B \equiv D\hat{E}C$ (ângulos opostos pelo vértice).

4. 2,4 cm, 3 cm e 3,6 cm.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Atividade 1

Esta atividade trabalha a identificação de triângulos semelhantes com base nos casos de semelhança estudados. Verificar quais estratégias os estudantes utilizaram para resolver esta atividade. Promover um momento da aula para que eles possam compartilhá-las com os colegas.

Atividade 2

Esta atividade trabalha a determinação de medidas de lados em triângulos semelhantes. Discutir com os estudantes as estratégias que eles utilizaram para determinar quais são os lados correspondentes. Eles podem relacionar diferentes lados correspondentes para determinar a medida **x**, por exemplo, estabelecendo as seguintes relações:

$\frac{2,7}{4,5} = \frac{4,5}{x}$ ou $\frac{4,8}{8} = \frac{4,5}{x}$.

Atividade 3

Esta atividade trabalha a identificação de triângulos semelhantes com base nos casos de semelhança estudados. Na resolução, verificar se os estudantes identificaram que os ângulos DCE e ABE medem 90°, pois coincidem com um ângulo interno dos quadrinhos da malha.

Atividade 4

Esta atividade trabalha a resolução de uma situação com base na semelhança de triângulos. Explicar para os estudantes que a razão de semelhança entre os perímetros de dois polígonos semelhantes, nesse caso de dois triângulos semelhantes, é igual à razão de semelhança entre as medidas dos lados, como visto na atividade **2** da página **216** desta Unidade.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Atividades

Atividade 5

Esta atividade trabalha a resolução de uma situação com base na identificação de triângulos semelhantes. Para a resolução desta atividade, é importante que os estudantes percebam que os triângulos BOC e GOD são semelhantes pelo caso AA, uma vez que $B\hat{O}C \equiv G\hat{O}D$ (ângulo comum) e $O\hat{C}B \equiv O\hat{D}G$ (ângulos retos).

Atividade 6

Esta atividade trabalha a resolução de uma situação contextualizada com base na identificação de triângulos semelhantes. Conversar com os estudantes para que percebam que a medida pedida corresponde a 12,5 m menos a medida de $\overline{CD}$, que é um dos lados do triângulo CDE, semelhante ao triângulo CAB, pelo caso AA.

Atividade 7

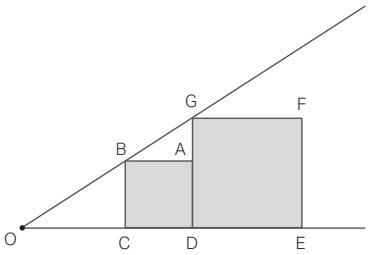
Esta atividade trabalha a resolução de uma situação contextualizada com base na identificação de triângulos semelhantes. Verificar se os estudantes compreenderam que $D\hat{C}E \equiv B\hat{C}A$, uma vez que eles são ângulos opostos pelo vértice.

Atividade 8

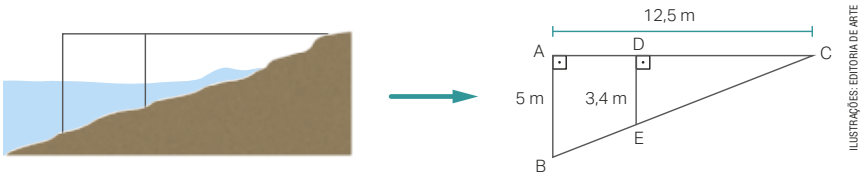
Esta atividade trabalha a elaboração de um problema pelos estudantes envolvendo semelhança de triângulos. É importante avaliar se os problemas elaborados contemplam as ideias relacionadas ao conceito proposto. Ao término, se julgar conveniente, pedir a eles que compartilhem com toda a turma essas produções, visto que esses problemas podem apresentar diferentes estruturas.

5. Duas semirretas, com origem no ponto **O**, passam por alguns vértices dos quadrados ABCD e DEFG, conforme representado a seguir. Considerando que OC = 27 cm e CD = 18 cm, determine a medida do lado do quadrado maior. 30 cm

Imagens fora de proporção.

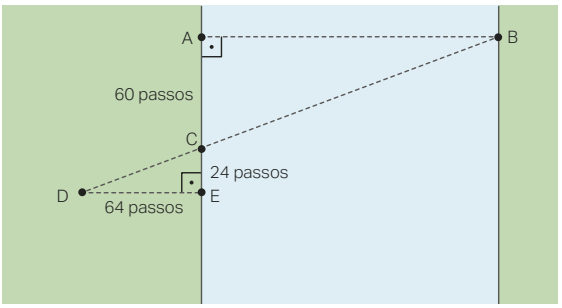


6. Perto do sítio onde Danilo mora há um lago e, às margens dele, há uma pequena plataforma que é sustentada por duas colunas de madeira paralelas entre si. Observe um modelo matemático que representa essa situação e determine a distância (indicada por $\overline{AD}$) entre as duas colunas. 4 m



ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

7. Para estimar a largura de um rio, representado no esquema a seguir por $\overline{AB}$, Roseli realizou algumas medições. Se a medida de cada passo de Roseli é de cerca de 75 cm, qual é a largura aproximada desse rio, em metro? 120 m



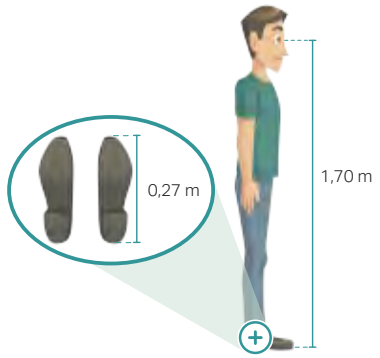
8. No caderno, elabore um problema envolvendo semelhança de triângulos. Em seguida, junte-se a um colega, e troquem os problemas para que um resolva o do outro. Juntos, verifiquem se as respostas estão corretas. Resposta pessoal.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

9. Junte-se a um colega para resolver esta atividade.

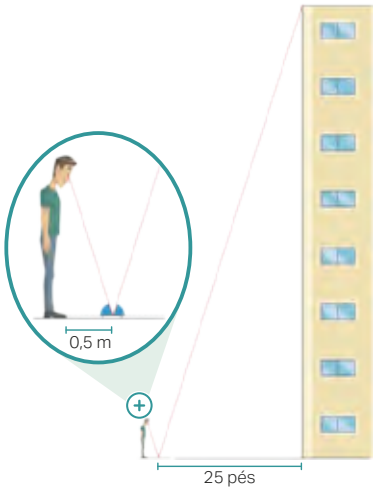
Vocês sabiam que é possível determinar a altura aproximada de um edifício utilizando apenas um espelho plano e uma fita métrica? Observem, por exemplo, alguns procedimentos com o auxílio desses dois objetos e anotações que Elton realizou para obter algumas medidas em relação ao edifício onde mora.

1º Primeiro, ele mediu a altura de seus olhos até o chão e o comprimento da sola do calçado que estava utilizando.



2º Depois, deixou o espelho no chão entre o local em que estava e o prédio, de maneira que conseguisse enxergar o topo do prédio no centro do espelho.

3º Por fim, com uma fita métrica, mediu a distância entre o centro do espelho e a ponta do pé e, em seguida, mediu, com os pés, a distância entre o centro do espelho e a parede do prédio.



ILUSTRAÇÕES: ARTUR FUJITA

Imagens fora de proporção.

Agora, respondam às questões a seguir.

a) Qual é a distância entre o centro do espelho e a parede do edifício, em metro? 6,75 m

b) Com base nas anotações de Elton, qual é a altura aproximada do edifício em que ele mora? Registrem no caderno os procedimentos que vocês utilizaram. 22,95 metros. Resposta pessoal.

10. Uma estratégia comum para calcular a altura de um objeto que não podemos medir diretamente é utilizar a semelhança de triângulos, considerando os objetos e suas sombras projetadas. Para aplicar esse método, represente a situação a seguir, no caderno, e determine a altura da torre: a sombra de uma torre mede 5,2 metros, enquanto, no mesmo momento, um poste de 4 metros projeta uma sombra de 0,16 metro. 130 m

SAIBA MAIS

Sugerir aos estudantes que acessem o *site* a seguir e assistam ao vídeo para mais informações sobre como medir prédios utilizando um prato.

- MEDINDO prédios com prato (EXPERIMENTOS de FÍSICA): *How to measure a building with a plate.* 2013. Vídeo (7 min). Publicado pelo canal Manual do Mundo. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=eB7NCwY-7Us. Acesso em: 2 jun. 2024.

Atividade 10

Esta atividade trabalha a resolução de uma situação com base na identificação de triângulos semelhantes. Verificar se os estudantes perceberam que os ângulos formados pela sombra e o topo da torre correspondente, e pela sombra e o topo do poste correspondente, são congruentes. Além disso, eles devem considerar que tanto a torre como o poste formam um ângulo reto com o solo. Assim, pelo caso AA, têm-se dois triângulos semelhantes. Para determinar a altura da torre, os estudantes podem estabelecer a seguinte proporção: $\frac{5,2}{x} = \frac{0,16}{4}$.

Atividade 9

Esta atividade trabalha a resolução de uma situação com base na identificação de triângulos semelhantes. Discutir os procedimentos utilizados por Elton para determinar a altura do prédio onde ele mora. Comentar que Elton poderia ter medido a distância do espelho até a parede do prédio utilizando uma fita métrica ou, dependendo da situação, poderia ter medido com os passos dele ou outra unidade de medida que julgasse mais conveniente. No 3º passo dos procedimentos, dizer aos estudantes que os ângulos destacados têm medidas iguais em virtude das leis da reflexão da óptica na Física. No item **b**, conversar com os estudantes sobre os registros realizados no caderno. É importante que eles identifiquem e anotem que os dois triângulos, que podem ser identificados por ABC e DEC, são semelhantes pelo caso AA, pois $A\hat{C}B \equiv D\hat{C}E$ (são congruentes em razão das leis de reflexão) e $A\hat{B}C \equiv D\hat{E}C$ (ângulos retos).

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Conexões

Esta seção tem como objetivos a compreensão pelos estudantes de ideias relacionadas ao desenvolvimento do teorema de Tales e de aspectos da Etnomatemática e a relação dela com a História da Matemática.

Uma possibilidade é realizar um trabalho integrado com **Geografia**, de modo que as discussões no item **b** da atividade **1** do boxe **Mãos à obra** sejam enriquecidas pelos aspectos geográficos em relação ao tema.

Para começar o trabalho com esta seção, promover um momento inicial para que os estudantes façam a leitura do texto e da imagem apresentados. Em seguida, aprofundar com os estudantes o vínculo entre a História da Matemática e a Etnomatemática. Para realizar a condução desse aprofundamento, sugere-se assistir, previamente, ao vídeo indicado no boxe **Saiba Mais** apresentado a seguir.

SAIBA MAIS

Assistir ao vídeo para conhecer mais sobre as relações entre História da Matemática e Etnomatemática.

- UBIRATAN D'Ambrosio: etnomatemática. 2020. Vídeo (12 min). Publicado pelo canal History of Science. Disponível em: www.youtube.com/watch?v=kUCNDK7DeKs. Acesso em: 2 jun. 2024.

CONEXÕES

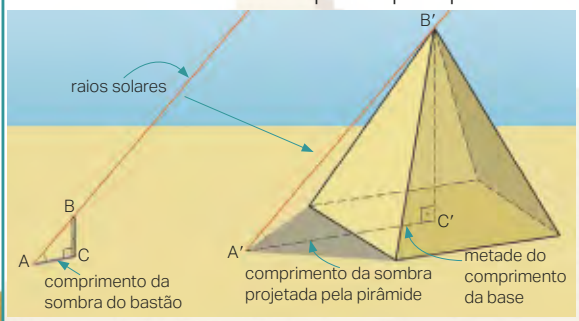
História da Matemática e Etnomatemática

Acredita-se que o filósofo e matemático Tales de Mileto (c. 624-620 a.C.-c. 548-545 a.C.) calculou a altura de uma pirâmide egípcia por meio do comprimento da sombra dela utilizando o conceito de semelhança de triângulos. Existem duas versões para explicar como Tales calculou essa altura, já sabendo que os raios solares que atingem a Terra são paralelos entre si.

DICA

As dimensões do bastão e da pirâmide não estão proporcionais entre si.

A versão mais antiga da história conta que Tales fincou um bastão verticalmente no chão e esperou que o comprimento da sombra fosse igual à altura desse bastão que a projetava. Nesse momento, Tales solicitou que medissem o comprimento da sombra projetada pela pirâmide no chão, pois sabia que também seria igual à altura dessa pirâmide. Porém, precisava adicionar metade da medida do comprimento da base dessa pirâmide, visto que coincidia com parte do comprimento da sombra. Observe um esquema que representa esse fato.



ARTUR FUJITA

Após realizar esses procedimentos, Tales utilizou as medidas obtidas e os conhecimentos acerca de semelhança de triângulos para calcular a altura da pirâmide.

Fonte dos dados: EVES, Howard. **Introdução à história da matemática**. Tradução: Hygino Hugueros Domingues. 5. ed. Campinas: Editora da Unicamp, 2011. p. 95, 115.

A geometria envolvida nas ideias que Tales de Mileto utilizou nesse cálculo é um exemplo de Etnomatemática vinculada ao sistema de engenharia da época, pois representa uma resposta a uma necessidade: determinar a medida de distâncias consideradas inatingíveis, como a altura de uma pirâmide.

A Etnomatemática é atualmente considerada uma subárea da História da Matemática. Isso porque a Etnomatemática corresponde à Matemática realizada por determinados grupos culturais, sejam urbanos, sejam rurais, com base na inter-relação contínua entre práticas (fazer) e teorias (saber) que caracterizam certa cultura em determinada época, produzindo conhecimentos que são compartilhados e difundidos de geração a geração, possibilitando a continuidade dessa sociedade. A exemplo desse fato histórico que Tales de Mileto protagonizou.

Fonte dos dados: D'AMBROSIO, Ubiratan. **Etnomatemática**: elo entre as tradições e a modernidade. 6. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2019. p. 9-23.

ORANGE.VECTOR/SHUTTERSTOCK.COM

224

Refletir com os estudantes sobre aspectos do compartilhamento e da construção coletiva do conhecimento que ocorrem nas aulas com base nas trocas e fazer analogias com a História da Matemática, que revela personalidades, como Tales de Mileto, cujos estudos compartilhados garantem a essa ciência a característica de uma construção humana atendendo a necessidades sociais.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

1. b) Uma resposta possível: O processo de colonialismo europeu pelo mundo influenciou descobertas, universidades e academias, além de intercâmbios culturais e econômicos, incorporando entendimentos europeus na Ciência moderna.

MÃOS À OBRA

Resoluções a partir da **p. 305**.

NÃO ESCREVA NO LIVRO.

1 Com base em relatos da História da Matemática, podemos dizer que a Matemática está ligada à evolução da civilização, pois muitas descobertas dessa área são direcionadas para resolver problemas envolvendo situações específicas que visam atender às necessidades práticas dos povos em atividades relacionadas, principalmente, à Agricultura e à Engenharia, por exemplo.

a) Em seu entendimento, qual é a relação da Matemática com a Etnomatemática?
Resposta pessoal.

b) A Matemática que costumamos estudar na História da Matemática é aquela que teve sua origem na bacia do Mediterrâneo, por meio dos egípcios, gregos, babilônicos e, depois, se espalhou por toda a Europa. Atualmente, essa trajetória causa a impressão de que a Matemática é fruto exclusivamente da região ocidental europeia, visão que a Etnomatemática desfaz.

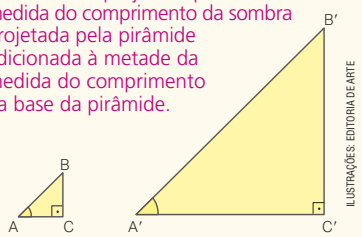
- Com base nas informações apresentadas sobre Etnomatemática e em seus conhecimentos responda: qual seria o motivo para que a Matemática que estudamos hoje seja quase totalmente fundamentada em reflexões realizadas por pensadores europeus?

2 Com base na leitura do texto da página anterior, responda às questões.

a) Quais foram os recursos utilizados por Tales de Mileto para calcular a altura de uma pirâmide? Resposta nas **Orientações para o professor**.

b) A altura de uma pirâmide era o que Tales buscava determinar. Na estrutura organizada por ele, quais medidas precisariam ser conhecidas para realizar o cálculo? Resposta esperada: Precisariam ser conhecidas a medida da altura do bastão, a medida do comprimento da sombra projetada pelo bastão e a medida do comprimento da sombra projetada pela pirâmide adicionada à metade da medida do comprimento da base da pirâmide.

3 Na página anterior, está representada esquematicamente a estratégia utilizada por Tales para determinar a altura de uma pirâmide. Dessa imagem, podem ser destacados os dois triângulos retângulos representados.



ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

a) O que representa o segmento de reta BC? E o segmento de reta B′C′?
A altura do bastão. A altura da pirâmide.

b) Esses dois triângulos são semelhantes? Por quê?
Sim, como $C\hat{A}B \equiv C'\hat{A}'B'$ e $B\hat{C}A \equiv B'\hat{C}'A'$, pelo caso **AA** de semelhança de triângulos, podemos afirmar que esses triângulos são semelhantes entre si.

225

Mãos à obra

Atividade 1

No item **a**, é interessante que todos os estudantes participem e exponham suas percepções e relatem como lidam com os estudos de **Matemática**. Incentivá-los a falar sobre experiências em que os conhecimentos matemáticos que possuem os auxiliaram em alguma situação é uma maneira de levá-los a valorizar e reconhecer a importância da **Matemática**. No item **b**, espera-se que os estudantes mobilizem conhecimentos da área de **Ciências Humanas** para compreender que a cultura europeia se difundiu pelo mundo exercendo certo domínio por conta de descobertas e conquistas em virtude das Grandes Navegações, entre outros aspectos.

Atividade 2

No item **a**, os estudantes descrevem por escrito os recursos utilizados por Tales de Mileto e, no item **b**, identificam as medidas que precisam ser conhecidas para realizar o cálculo.

Atividade 3

Esta atividade requer dos estudantes a aplicação de conhecimentos estudados até agora na Unidade e refletidos na seção. No item **b**, ressaltar aos estudantes que $C\hat{A}B \equiv C'\hat{A}'B'$ dado que se considerou que os raios solares incidentes são paralelos. Além disso, $B\hat{C}A \equiv B'\hat{C}'A'$, pois são ângulos retos, uma vez que correspondem à altura do bastão e à altura da pirâmide, respectivamente.

ATIVIDADE COMPLEMENTAR

Com base no que você estudou até o momento nesta Unidade e nas reflexões propostas nesta seção, junte-se a dois ou três colegas, escolham uma edificação (pode ser qualquer obra arquitetônica) e calculem a altura dela utilizando a mesma estratégia que Tales de Mileto utilizou para calcular a altura de uma pirâmide. No lugar do bastão, vocês podem utilizar outras referências, como a altura de um de vocês. Em seguida, produzam um material audiovisual ou um material impresso, como um cartaz, contendo as seguintes informações:

- uma imagem da situação real (pode ser uma fotografia ou um desenho com um esquema);
- uma representação das figuras dos triângulos semelhantes que podem ser destacados na imagem da situação real;
- as medidas obtidas;
- os cálculos realizados para determinar a altura da edificação;
- a resposta final.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Comentar com os estudantes que, as informações da empresa são fictícias. Explicar que, quando a variável da pesquisa estatística permite a ordenação dos dados obtidos, é possível determinar a frequência acumulada e, consequentemente, a frequência acumulada relativa. No exemplo apresentado, a ordem está nos níveis de conhecimento em língua inglesa dos funcionários de uma empresa. Essa característica da variável pode ser compreendida de acordo com uma classificação que é possível realizar entre os tipos de variável. Leia o trecho a seguir.

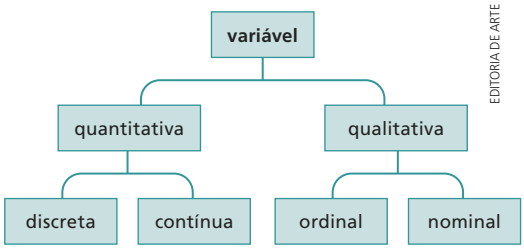
Algumas variáveis, como sexo, educação, estado civil, apresentam como possíveis realizações uma qualidade (ou atributo) do indivíduo pesquisado, ao passo que outras, como número de filhos, salário, idade, apresentam como possíveis realizações números resultantes de uma contagem ou mensuração. As variáveis do primeiro tipo são chamadas *qualitativas*, e as do segundo tipo, *quantitativas*.

Dentre as variáveis qualitativas, ainda podemos fazer uma distinção entre dois tipos: variável qualitativa *nominal*, para a qual não existe nenhuma ordenação nas possíveis realizações, e variável qualitativa *ordinal*, para a qual existe uma ordem nos seus resultados. [...]

De modo análogo, as variáveis quantitativas podem sofrer uma classificação dicotômica: (a) variáveis quantitativas *discretas*, cujos possíveis valores formam um conjunto finito ou enumerável de números, e que resultam, frequentemente, de uma contagem, como número de filhos (0, 1, 2, ...); (b) variáveis quantitativas *contínuas*, cujos possíveis valores pertencem a um intervalo de números reais e que resultam de uma mensuração, como por exemplo estatura e peso (melhor seria dizer massa) de um indivíduo.

MORETTIN, Pedro Alberto; BUSSAB, Wilton de Oliveira. **Estatística básica**. 9. ed. São Paulo: Saraiva, 2017. p. 12-13.

De maneira geral, essa classificação, apresentada nesse texto para variáveis estatísticas, pode ser representada pelo esquema a seguir.



EDITORIA DE ARTE

2. Estatística

Distribuição de frequência

Certa empresa organizou seus funcionários de acordo com os níveis de conhecimento em língua inglesa, dividindo-os em quatro categorias: iniciante, básico, intermediário e avançado. O gestor de um dos departamentos realizou um levantamento de quantos funcionários estavam em cada nível. Observe.



ILUSTRAÇÕES: ROBERTO ZOELLNER

Agora, considere as seguintes questões: quantos funcionários possuem o nível intermediário ou um nível inferior a ele? Que porcentagem dos funcionários possuem nível básico em língua inglesa?

Para responder a questões como essas, podemos organizar os dados em uma tabela com a distribuição de frequências. Acompanhe as etapas a seguir.

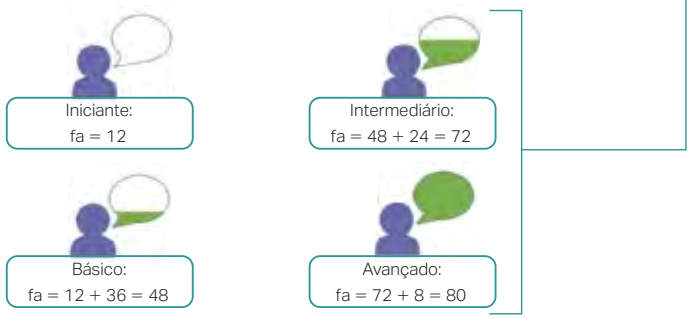
Indicamos a **frequência** (f), ou seja, quantos funcionários estão em cada nível. Depois, indicamos a **frequência acumulada** (fa), que corresponde à quantidade de funcionários em cada nível ou em um nível inferior a ele.

Nível de conhecimento dos funcionários em língua inglesa

Nível de conhecimento	Frequência (f)	Frequência acumulada (fa)
Iniciante	12	12
Básico	36	48
Intermediário	24	72
Avançado	8	80
Total	80	

Fonte: Setor de gestão de pessoas da empresa.

1ª



MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

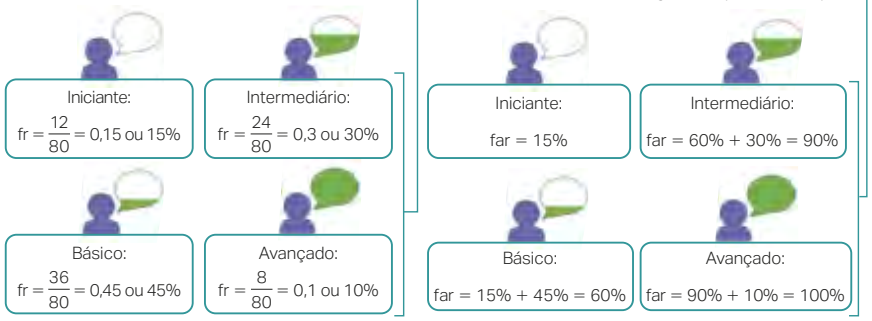
Indicamos a **frequência relativa** (fr), ou seja, a porcentagem de funcionários em cada nível. Depois, indicamos a **frequência acumulada relativa** (far), que corresponde à porcentagem de funcionários em cada nível ou em um nível inferior a ele.

Nível de conhecimento dos funcionários em língua inglesa

Nível de conhecimento	Frequência (f)	Frequência acumulada (fa)	Frequência relativa (fr)	Frequência acumulada relativa (far)
Iniciante	12	12	15%	15%
Básico	36	48	45%	60%
Intermediário	24	72	30%	90%
Avançado	8	80	10%	100%
Total	80		100%	

Fonte: Setor de gestão de pessoas da empresa.

2ª

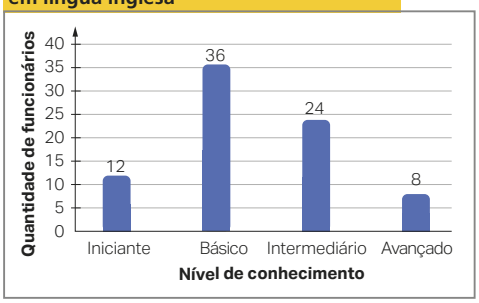


ILUSTRAÇÕES: ROBERTO ZOELLNER

Com base nessa tabela, ao observarmos a frequência acumulada, podemos dizer que 72 funcionários possuem nível intermediário ou um nível inferior a ele. Já ao observarmos a frequência relativa, identificamos que 45% dos funcionários possuem nível básico.

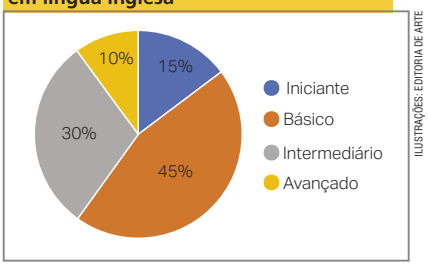
Também podemos utilizar os dados organizados nessa tabela com as distribuições de frequência para construir gráficos, conforme apresentado a seguir.

Nível de conhecimento dos funcionários em língua inglesa



Fonte: Setor de gestão de pessoas da empresa.

Nível de conhecimento dos funcionários em língua inglesa



ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

Fonte: Setor de gestão de pessoas da empresa.

A frequência acumulada também pode ser entendida como a soma das frequências absolutas até determinado dado. Em relação à situação apresentada no Livro do estudante, têm-se:

- Iniciante:
  $fa = 12$
- Básico:
  $fa = 12 + 36 = 48$
- Intermediário:
  $fa = 12 + 36 + 24 = 72$
- Avançado:
  $fa = 12 + 36 + 24 + 8 = 80$

É importante notar também que a última frequência acumulada corresponde ao total da frequência absoluta.

Verificar se os estudantes percebem que, para calcular a frequência relativa, basta determinar o porcentual que a frequência correspondente representa em relação ao total. Se julgar necessário, retomar o estudo do cálculo de porcentagem.

Enfatizar que a soma das frequências relativas sempre resulta em 100%, caso não ocorram arredondamentos.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Caso julgar necessário, ler para os estudantes o trecho a seguir, que apresenta algumas informações a respeito do estado de Sergipe.

História

Em 8 de julho de 1820, o Rei do Brasil e Portugal, Dom João VI, assinava a Carta Régia elevando Sergipe à categoria de Capitania Independente. A independência do território de Sergipe da Bahia foi marcada por conturbadas lutas políticas e contestada na época pelos líderes baianos e senhores de engenho. Tanto que essa data entra em conflito com outra. A data de emancipação considerada até a década de 1990, foi 24 de outubro, quando se comemora a [illegible]peração da Independência de Sergipe. No fim dos anos de 1990, a Assembleia Legislativa cancela a data, e a mesma passa a ser considerada como Dia da Sergipanidade.

O território sergipano foi conquistado em 1590 por Cristóvão de Barros e, desde essa época, ficou sob a tutela da Bahia. Cristóvão de Barros conseguiu vencer os índios e dividiu as terras em sesmarias.

Sergipe, durante quase dois séculos e meio, foi de capitania subalterna, dedicada a abastecer Bahia com sua produção agropecuária. Dela, recebia as famílias dos dominantes, os encargos, autoridades e os produtos de seu comércio.

Sergipe é um dos estados do Nordeste brasileiro. Tem como limites o Oceano Atlântico, os estados da Bahia a oeste e ao sul e Alagoas ao norte.

É o menor estado brasileiro em extensão, com 21.918.443 km². Possui 75 municípios.

INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. **Sergipe**: história. Rio de Janeiro: IBGE, c2023. Disponível em: https://cidades.ibge.gov.br/brasil/se/historico. Acesso em: 2 jun. 2024.

Intervalo de classes

Na aula de Geografia, o professor organizou os estudantes de uma turma em grupos para que pesquisassem informações sobre o estado de Sergipe.

O grupo de Alisson fez a pesquisa na internet e identificou que Sergipe é o estado brasileiro com a menor extensão territorial. Os estudantes desse grupo registraram em um quadro a extensão territorial aproximada, em quilômetro quadrado, de cada um dos 75 municípios desse estado.

36	360	182	199	148	92	206	141	201	172	934	442	639	46	84
229	128	90	647	183	399	657	20	243	53	316	337	502	183	740
366	402	969	162	138	63	102	96	95	387	74	271	341	758	482
84	155	381	82	33	156	209	1 220	441	878	96	531	78	259	103
248	325	68	44	237	438	102	84	145	560	168	48	1 025	305	118

Em seguida, o grupo de Alisson organizou esses dados em ordem crescente, ou seja, da menor para a maior extensão territorial.

20	33	36	44	46	48	53	63	68	74	78	82	84	84	84
90	92	95	96	96	102	102	103	118	128	138	141	145	148	155
156	162	168	172	182	183	183	199	201	206	209	229	237	243	248
259	271	305	316	325	337	341	360	366	381	387	399	402	438	441
442	482	502	531	560	639	647	657	740	758	878	934	969	1 025	1 220



DELFIM MARTINS/PULSAR IMAGENS

Vista de *drone* de um trecho do Rio Poxim, em Aracaju (SE). Fotografia de 2018.

Informar aos estudantes que, no Livro do estudante, a organização dos dados relacionados à extensão territorial dos municípios também pode ser feita em ordem decrescente. Comentar também que os dados apresentados são aproximados.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

Para analisar melhor a extensão territorial desses 75 municípios, Alisson e os colegas de seu grupo vão construir uma tabela de distribuição de frequência. Entretanto, eles perceberam que poucos municípios de Sergipe possuem a mesma extensão territorial. Assim, optaram por agrupar esses dados por faixas, chamadas **intervalos de classe**. Acompanhe as etapas para a organização dos dados em intervalos de classe.

1ª Definiram os intervalos de classe, de maneira que a extensão territorial de cada município fosse representada em um único intervalo de classe.

Extensão territorial (km^2)
$0 \vdash 250$
$250 \vdash 500$
$500 \vdash 750$
$750 \vdash 1\,000$
$1\,000 \vdash 1\,250$

A notação $250 \vdash 500$ indica que esse intervalo de classe corresponde aos municípios cuja extensão territorial é igual ou maior que 250 km^2 e menor que 500 km^2. A diferença entre as extremidades do intervalo de classe é chamada **amplitude** desse intervalo, que, nesse caso, é dada por: $500 - 250 = 250$, ou seja, 250 km^2.

2ª Identificaram a frequência de cada intervalo de classe.

Extensão territorial (km^2)	Frequência (f)
$0 \vdash 250$	45
$250 \vdash 500$	17
$500 \vdash 750$	7
$750 \vdash 1\,000$	4
$1\,000 \vdash 1\,250$	2
Total	75

Essa frequência indica que 17 municípios têm a extensão territorial igual ou maior que 250 km^2 e menor que 500 km^2.

3ª Com base nas frequências dos intervalos de classe, determinaram a frequência acumulada, a frequência relativa e a frequência acumulada relativa. Por fim, definiram o título e informaram a fonte dos dados.

Extensão territorial dos municípios de Sergipe, em 2021

Extensão territorial (km^2)	Frequência (f)	Frequência acumulada (fa)	Frequência relativa (fr)	Frequência acumulada relativa (far)
$0 \vdash 250$	45	45	60%	60%
$250 \vdash 500$	17	62	22,7%	82,7%
$500 \vdash 750$	7	69	9,3%	92%
$750 \vdash 1\,000$	4	73	5,3%	97,3%
$1\,000 \vdash 1\,250$	2	75	2,7%	100%
Total	75		100%	

Fonte: INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. **Sergipe**. Rio de Janeiro: IBGE, [2021]. Disponível em: https://cidades.ibge.gov.br/brasil/sintese/se?indicadores=29167. Acesso em: 19 abr. 2024.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

As tabelas de distribuição de frequências em intervalos de classe são úteis, principalmente, para organizar de maneira resumida um conjunto de dados de modo a fornecer um comportamento geral desses dados.

Porém, ao organizar os dados em intervalos, limita-se o acesso a algumas informações. Por exemplo, não é possível determinar a extensão territorial de cada um dos sete municípios da classe $500 \vdash 750$ apenas observando os intervalos de classe. A escolha da quantidade de intervalos de classe pode variar de acordo com os dados. Mas, se houver poucos intervalos de classe, perdem-se informações, e, se houver muitos intervalos de classe, a ideia de resumir os dados pode ficar prejudicada. Geralmente, utilizam-se entre 5 a 15 intervalos de classe com a mesma amplitude.

Fonte dos dados: MORETTIN, Pedro Alberto; BUSSAB, Wilton de Oliveira. **Estatística básica**. 9. ed. São Paulo: Saraiva, 2017. p. 16.

Verificar se os estudantes perceberam que os valores extremos do primeiro e do último intervalo, 0 e 1 250, não precisam necessariamente fazer parte do conjunto de dados. Entretanto, é necessário que todos os dados estejam considerados no intervalo definido.

Dizer a eles que, na tabela na 3ª etapa, os valores 22,7%, 9,3%, 5,3% e 2,7% da coluna "frequência relativa (fr)" e os valores 82,7% a 97,3% da coluna "frequência relativa acumulada (far)" são aproximados.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Atividades

Atividade 1

Esta atividade trabalha a interpretação de dados organizados em uma tabela com a distribuição de frequências. Em cada item, perguntar aos estudantes qual coluna da tabela ou qual gráfico consultaram para responder à questão. Por exemplo, no item **a**, pode-se determinar a resposta da questão consultando a coluna "frequência (f)" da tabela ou qualquer um dos dois gráficos apresentados na página **227** do Livro do estudante.

Atividade 2

Esta atividade trabalha a organização de dados em uma tabela com a distribuição de frequências e a interpretação desses dados. Informar aos estudantes que usualmente a classificação em júnior, pleno e sênior é realizada de acordo com alguns critérios, como qualificação, experiência e desenvolvimento, e funções específicas.

Atividade 3

Esta atividade trabalha a organização de dados em uma tabela com a distribuição de frequências e a interpretação desses dados. No item **a**, pode-se sugerir o uso da calculadora.

A seguir, são apresentados exemplos de questões que podem ser elaboradas pelos estudantes para compor os problemas indicados no item **c** da página **231**.

- Em qual dia da semana compareceu a menor quantidade de visitantes ao museu? Que porcentagem do total essa quantidade representa? Respostas: Terça-feira. 12,5%.
- Quantos visitantes compareceram ao museu até quinta-feira? Resposta: 837 visitantes.
- Ao final de quarta-feira já haviam comparecido ao museu mais da metade do total de visitantes? Justifique. Resposta esperada: Sim, pois haviam comparecido à feira 62,5% dos visitantes, mais da metade do total (50%).

Resoluções a partir da **p. 305**.

ATIVIDADES

NÃO ESCREVA NO LIVRO.

1. Em relação à tabela com a distribuição de frequências apresentada na página **227**, responda.

a) Qual é o nível que tem a maior quantidade de funcionários? E a menor quantidade? Nível básico. Nível avançado.

b) Qual é o porcentual de funcionários que apresentam nível iniciante? 15%

c) Quantos funcionários apresentam nível básico ou um nível inferior a ele? 48 funcionários.

d) Qual é o porcentual de funcionários que apresentam o nível intermediário ou um nível inferior a ele? 90%

2. Em uma empresa, os funcionários de cada cargo de atendente são classificados em júnior, pleno ou sênior. Um atendente sênior, por exemplo, já passou pelos níveis júnior e pleno, nessa ordem. O departamento de gestão de pessoas dessa empresa listou os funcionários que ocupam o cargo de atendente de acordo com essa classificação. Observe.

J: júnior
P: pleno
S: sênior

J	J	P	S	P	P
J	J	S	P	J	J
P	P	J	J	J	J
S	P	S	J	J	J
P	S	J	P	S	J

ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

a) Ao todo, essa empresa tem quantos atendentes? 30 atendentes.

b) Construa uma tabela e indique a frequência, a frequência acumulada, a frequência relativa e a frequência acumulada relativa da classificação dos atendentes dessa empresa.

Resposta nas **Orientações para o professor**.

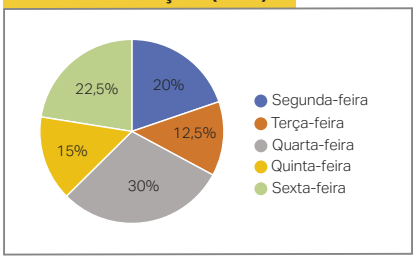
c) Os atendentes com classificação pleno ou inferior receberão um treinamento. Quantos atendentes realizarão esse treinamento? Que porcentual do total de atendentes eles representam? 24 atendentes. 80%.

3. O Museu das Reduções, localizado em Ouro Preto (MG), explora a história por meio de miniaturas construídas em escala referencial 1:25, utilizando os mesmos materiais das construções originais. Em 2023, o espaço expôs o projeto educativo **Educação Patrimonial é Fundamental**.

Fonte dos dados: MINAS GERAIS. Secretaria de Estado de Cultura e Turismo. **Museu das Reduções**. Belo Horizonte: Secult, [202-]. Disponível em: https://www.minasgerais.com.br/pt/atracoes/ouro-preto/museu-das-reducoes. Acesso em: 17 maio 2024.

Suponha que o museu recebeu 1080 visitantes em cinco dias de certa semana, como representado no gráfico a seguir.

Visitantes da exposição no Museu das Reduções (2023)



Fonte: Dados fictícios.

a) Quantos visitantes o museu recebeu em cada dia da semana?

b) Construa uma tabela e indique a frequência, a frequência acumulada, a frequência relativa e a frequência acumulada relativa da quantidade de visitantes do museu em cada dia da semana.

Resposta nas **Orientações para o professor**.

SAIBA MAIS

Sugerir aos estudantes que acessem o *site* a seguir para obter mais informações sobre o Museu das Reduções.

- MINAS GERAIS. Secretaria de Estado de Cultura e Turismo. **Museu das Reduções**. [Belo Horizonte]: Secult, [202-]. Disponível em: www.minasgerais.com.br/pt/atracoes/ouro-preto/museu-das-reducoes. Acesso em: 2 jun. 2024.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

c) Com base na tabela construída no item **b**, elabore um problema e troque-o com um colega para que ele o resolva, enquanto você resolve o problema que ele elaborou. Ao final, confiram juntos as resoluções.

Resposta pessoal.

4. De acordo com a tabela de distribuição de frequência apresentada na terceira etapa, na página **229**, resolva as questões.

a) Aracaju, capital de Sergipe, tem aproximadamente 182 km² de extensão territorial. Em qual intervalo de classe essa extensão territorial foi representada?

0 ⊢ 250

b) Quantos municípios apresentam extensão territorial menor que 500 km²?

62 municípios.

c) Qual é o porcentual de municípios que apresentam extensão territorial:

- igual ou maior que 1 000 km²?
- menor que 750 km²?

Aproximadamente 2,7%.
92%

d) Observando apenas essa tabela de distribuição de frequência, é possível listar a extensão territorial de todos os municípios de Sergipe? Justifique.

4. d) Resposta esperada: Não, pois nessa tabela de distribuição de frequências os dados estão agrupados em intervalos de classe, não apresentando a extensão territorial de cada município.

5. Junte-se a um colega, leiam o texto a seguir e resolvam esta atividade.

A vitamina D é considerada um pré-hormônio essencial para uma boa saúde óssea. A principal fonte de produção dessa vitamina é a pele, por meio de exposição solar. O déficit de vitamina D no organismo pode ser comprovado por meio de exames específicos de sangue.

Fonte dos dados: FERREIRA, Carlos Eduardo dos Santos *et al.* **Posicionamento oficial da Sociedade Brasileira de Patologia Clínica/Medicina Laboratorial e da Sociedade Brasileira de Endocrinologia e Metabologia**: intervalos de referência da vitamina D – 25(OH)D. Rio de Janeiro: SBPC/ML: SBEM, [201-]. Disponível em: https://www.endocrino.org.br/media/uploads/PDFs/posicionamentooficial_sbpcml_sbem_-_final_(1).pdf. Acesso em: 17 maio 2024.

Pesquisadores de uma universidade realizaram exames para verificar a concentração de vitamina D em uma amostra de 30 pessoas adultas. A seguir estão organizados os resultados obtidos, em **nanograma** por mililitro (ng/mL).

16	25	30	20	19	17
33	28	43	10	12	35
24	13	14	22	45	51
15	18	21	31	25	37
9	23	28	16	23	29

GLOSSÁRIO

Nanograma: unidade de medida de massa, indicada por ng, cuja relação com o grama é dada por 1 ng = 10^{-9} g.

a) Com base nesses resultados, construam uma tabela de distribuição de frequência com dados agrupados em intervalos de classe. Para isso, sigam estas etapas.

Resposta nas **Orientações para o professor**.

1ª Organizem os resultados dos exames em ordem crescente.

2ª Distribuam esses resultados em intervalos de classe com a mesma amplitude, sendo o primeiro 0 ⊢ 20 e o último 40 ⊢ 60.

3ª Para cada intervalo de classe, determinem a frequência, a frequência acumulada, a frequência relativa e a frequência acumulada relativa dos resultados dos exames.

b) Esses pesquisadores consideram que as pessoas adultas com a concentração de vitamina D igual ou menor que 20 ng/mL devem receber certo tratamento médico, que inclui a reposição por meio de suplementação.

- Quantas pessoas dessa amostra precisam receber esse tratamento?
- Que porcentual elas representam do total de pessoas da amostra?

12 pessoas.
40%

c) Com base nos itens **a** e **b**, elaborem, no caderno, um texto e três questões. Depois, troquem essas questões com outra dupla para que as resolvam, enquanto vocês resolvem aquelas que receberam. Ao final, confiram juntos as resoluções.

Resposta pessoal.

Atividade 4

Esta atividade trabalha a leitura e interpretação de dados organizados em uma tabela com a distribuição de frequências para dados agrupados em intervalos de classes. Nos itens **a**, **b** e **c**, perguntar aos estudantes qual coluna da tabela consultaram para responder às questões. No item **b**, por exemplo, pode-se determinar a resposta da questão consultando a coluna "frequência acumulada (fa)" da tabela da página **229**.

Atividade 5

Esta atividade trabalha a construção de uma tabela com a distribuição de frequências para dados agrupados em intervalos de classe. Além disso, propõe a elaboração de questões de leitura e interpretação dos dados com o objetivo de tomar decisões.

Explicar que nanograma é uma unidade de medida de massa, submúltiplo do grama, e 1 nanograma (ng) equivale a 10^{-9} grama ou, ainda, 0,000000001 g.

No item **a**, na 2ª etapa, reforçar a ideia de que a notação 40 ⊢ 60, por exemplo, indica que esse intervalo de classe corresponde aos dados cuja concentração de vitamina D é igual ou maior que 40 ng/mL e menor que 60 ng/mL.

A seguir, são apresentados exemplos de questões que podem ser elaboradas pelos estudantes no item **c**.

- Quantas pessoas desta amostra têm a concentração de vitamina D menor que 40 ng/mL? Resposta: 27 pessoas.
- Apenas observando a tabela de distribuição de frequência, é possível afirmar que a mediana da concentração de vitamina D nessas pessoas está no intervalo 20 ⊢ 40? Justifique. Resposta esperada: Sim, porque, como na amostra há 30 elementos, a mediana equivale à média aritmética entre o 15º e o 16º elementos, organizados em ordem crescente ou decrescente, e esses termos estão no intervalo 20 ⊢ 40, como pode ser observado na frequência acumulada.

SAIBA MAIS

Sugerir aos estudantes que assistam ao vídeo para obter mais informações sobre a vitamina D.

- LIGADO em saúde: vitamina D. 2017. Vídeo (27 min). Publicado pelo canal Saúde Oficial. Disponível em: https://portal.fiocruz.br/video/ligado-em-saude-vitamina-d. Acesso em: 2 jun. 2024.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Comentar com os estudantes que os infográficos comumente são apresentados em revistas e páginas de internet e podem utilizar outros elementos da Estatística para transmitir uma informação, como gráficos e tabelas, já estudados anteriormente. Perguntar se eles já tiveram contato com algum infográfico e, em caso afirmativo, pedir que falem qual era a temática. Se possível, apresentar alguns infográficos à turma e explorar as informações presentes. A seguir, estão alguns questionamentos que podem ser propostos com o intuito de abordar os infográficos.

- Qual é o tema do infográfico?
- Quais informações são apresentadas?
- Que recursos visuais são utilizados?
- Qual é a fonte de dados?
- O que mais chama atenção no infográfico?

Aproveitar a temática apresentada nesta página para conversar sobre a presença da mulher na sociedade. No infográfico, são exploradas diferentes informações das condições de vida das mulheres, nomeadamente: a taxa de participação na força de trabalho e o nível de ocupação de mulheres com ou sem crianças; a taxa de frequência escolar líquida no ensino superior e as mulheres entre os docentes de ensino superior; as mulheres entre vereadores eleitos em 2020 e nos cargos gerenciais; a taxa de mortalidade de meninas com menos de 5 anos de idade; e a taxa de fecundidade adolescente.

Conversar com os estudantes e perguntar quais informações chamaram mais a atenção deles. A partir do infográfico, é possível destacar vários pontos em relação à mulher na sociedade. A seguir, estão algumas sugestões de pontos que podem ser discutidos.

- A taxa de ocupação de mulheres com crianças com até 3 anos de idade, vivendo no domicílio, é menor do que a taxa de mulheres sem crianças.
- A porcentagem de mulheres entre os docentes do ensino superior aumentou com o decorrer do tempo.
- As mulheres ocupam cerca de 25% menos cargos gerenciais em comparação aos homens.
- A taxa de mortalidade de meninas com menos de 5 anos de idade tem diminuído com o decorrer do tempo.
- As mulheres ocupam menos de um quinto das cadeiras destinadas a vereadores no Brasil.

No boxe **Pensar e Praticar**, verificar se os estudantes identificaram que é necessário calcular 16% de 58 208.

Infográficos

Os infográficos são um tipo de representação muito utilizado para divulgar informações de pesquisas de maneira prática e de fácil entendimento. Esses recursos consistem em gráficos, tabelas, imagens (fotografias e ilustrações) e textos explicativos, que, juntos, compõem uma representação esquemática dos dados e das informações. Um infográfico deve ser graficamente criativo e atrativo para o leitor, com elementos escolhidos de modo a facilitar o entendimento do conteúdo apresentado.

A seguir, apresentamos um infográfico produzido pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) na segunda edição do estudo **Estatísticas de gênero: indicadores sociais das mulheres no Brasil**. Esse estudo fornece informações fundamentais para a análise das condições de vida das mulheres no país.



Fonte: INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. **Estatísticas de gênero**: indicadores sociais das mulheres no Brasil. 2. ed. Rio de Janeiro: IBGE, c2021. p. 1. Disponível em: https://biblioteca.ibge.gov.br/visualizacao/livros/liv101784_informativo.pdf. Acesso em: 17 maio 2024.

PENSAR E PRATICAR

Sabendo que em 2020 foram eleitos 58 208 vereadores, de acordo com as informações presentes no infográfico, quantos desses vereadores eram mulheres?

Fonte dos dados: BRASIL. Tribunal Superior Eleitoral. **Eleições 2020**: 58.208 vagas de vereadores estarão em disputa neste domingo (15). Brasília, DF: TSE, 24 nov. 2022. Disponível em: https://www.tse.jus.br/comunicacao/noticias/2020/Novembro/eleicoes-2020-58-208-vagas-de-vereadores-estarao-em-disputa-neste-domingo-15. Acesso em: 17 maio 2024.

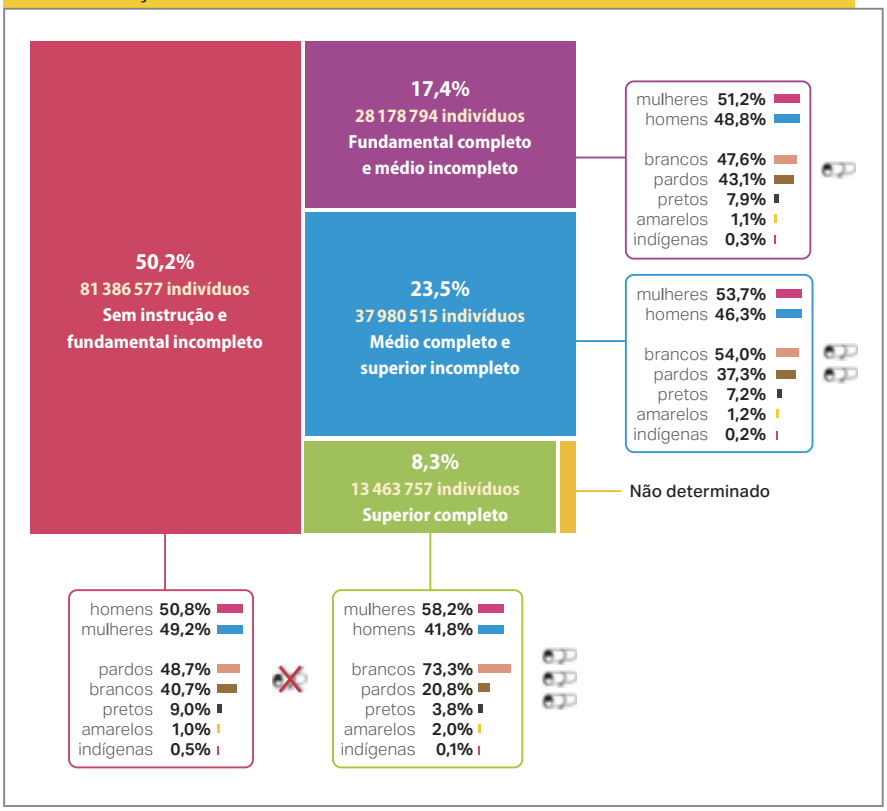
Aproximadamente 9 313 vereadores.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

ATIVIDADE NÃO ESCREVA NO LIVRO. Resoluções a partir da **p. 305**.

1. (UFRGS-RS) Observe o infográfico sobre o nível de instrução dos brasileiros com 10 anos ou mais. Alternativa **b**.

Nível de instrução dos 161 981 299 habitantes do Brasil com 10 anos ou mais de idade em 2010



Fonte: <http://biblioteca.ibge.gov.br/visualizacao/periodicos/295/fala_2013_n4_jan_mar.pdf>. Acesso em: 14 set. 2014.

Com base no infográfico, é **correto** afirmar que

a) os brancos predominam no grupo de pessoas sem instrução e ensino fundamental incompleto.

b) as mulheres são maioria entre aqueles que possuem nível superior completo.

c) o número de pardos e pretos que têm o ensino fundamental completo é menor do que aqueles que têm o ensino médio completo.

d) mais da metade da população brasileira tem o ensino fundamental completo.

e) mulheres são minoria entre os indivíduos com ensino fundamental completo.

SAIBA MAIS

Sugerir aos estudantes que acessem o site para obter novas informações sobre a educação no Brasil.

- CONHEÇA o Brasil: população: alfabetização. Rio de Janeiro: IBGE Educa, c2024. Disponível em: https://educa.ibge.gov.br/jovens/conheca-o-brasil/populacao/22321-alfabetizacao.html. Acesso em: 2 jun. 2024.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Atividade

Atividade 1

Esta atividade trabalha a leitura e a interpretação de um infográfico. Sugerir aos estudantes que, antes de indicar a alternativa correta, leiam o infográfico e anotem as informações que chamaram mais atenção. A partir das informações anotadas, uma sugestão é realizar um trabalho integrado com **História** e **Geografia** para discutir como os dados apresentados refletem a sociedade brasileira e como ela foi se desenvolvendo no decorrer dos séculos. Um exemplo é sobre a porcentagem de brasileiros pretos nos diferentes níveis de instrução, em que, conforme o nível de ensino fica mais elevado, a porcentagem de brasileiros pretos diminui.

Outra informação que pode ser explorada com os estudantes é que cerca de metade da população brasileira se enquadra na categoria sem instrução ou ensino fundamental incompleto. Promover uma roda de conversa com eles sobre os possíveis motivos que levam uma pessoa a não seguir com os estudos. Esse pode ser um momento de discussões enriquecedoras em que os estudantes podem compartilhar as vivências e opiniões deles. Para que isso ocorra, propiciar um ambiente acolhedor, de modo que os estudantes se sintam à vontade para falar.

Na leitura do infográfico, destacar que as figuras apresentadas, ao lado das informações, são representações de canudos de formatura. Os canudos de formatura simbolizam a entrega do diploma ao recém-formado.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Conexões

Esta seção propicia a realização de um trabalho integrado com **Língua Portuguesa**. A partir dessa proposta, pode-se ampliar a discussão sobre **Tecnologia e segurança digital**, uma vez que as *fake news* podem representar um risco para a segurança de usuários de celulares e de computadores. Além do compartilhamento de uma notícia que não é verdadeira, ao clicar em um *link* não confiável, o leitor pode instalar vírus ou cair em armadilhas de *phishing*, uma maneira que cibercriminosos utilizam para fazer as pessoas informarem dados pessoais voluntariamente.

O estudo de estatística, aliado ao combate às *fake news*, tem como objetivo instigar os estudantes a refletir sobre aspectos de como o conhecimento de estatística pode contribuir no processo de formação e no despertar de um comportamento crítico e reflexivo na vida em sociedade.

Antes da leitura do texto e da imagem apresentados, os estudantes devem compreender a relevância de discutir o tema proposto. É importante que eles compreendam que a disseminação de notícias falsas e boatos pode prejudicar a vida de pessoas e instituições, bem como da sociedade de modo geral.

Verificar se eles estabelecem associações entre a estrutura lógica dos fluxogramas estudados neste Volume e o modo como são apresentadas as orientações na imagem publicada em uma rede social do Supremo Tribunal de Justiça (STJ) para avaliar se uma notícia é fato ou boato. O trabalho com fluxogramas favorece o desenvolvimento do pensamento computacional denominado desplugado, pois propicia aos estudantes estruturar sequencialmente argumentos na elaboração do percurso de um pensamento.

CONEXÕES

O pensamento estatístico no combate às *fake news*

Diariamente, a maioria das pessoas interage com ambientes digitais. Nesses ambientes, muitas informações são oferecidas: algumas verdadeiras, outras falsas.

Participar desses ambientes digitais lendo, escrevendo, navegando e compartilhando com criticidade e fazendo o uso adequado, seguro, ético e responsável das informações são habilidades indispensáveis a cada um de nós.

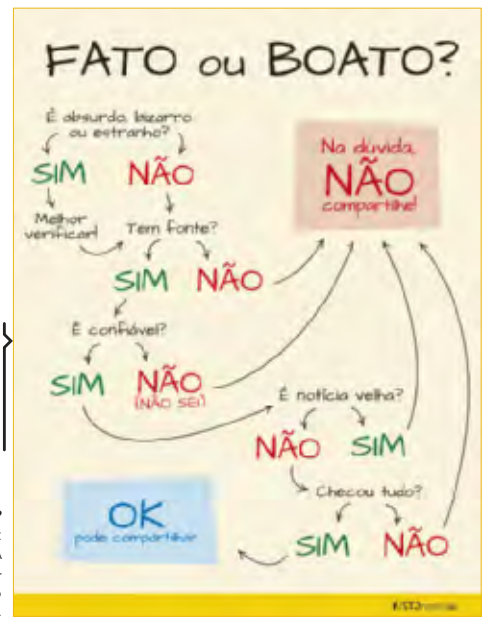
Assim, alguns recursos estatísticos costumam ser utilizados indevidamente, para dar credibilidade a uma notícia falsa, distorcendo informações para tornar uma **falácia** em um argumento aparentemente verdadeiro.

GLOSSÁRIO

Falácia: argumento que parece correto, mas não é; a palavra é originária do latim *fallere*, que significa "enganar". Em lógica, falácia corresponde a erro de raciocínio ou de argumentação. Esse termo costuma ser usado, em sentido comum, para indicar raciocínios ou argumentos enganosos, que podem parecer corretos, mas, após análise e verificação cuidadosas, identifica-se que não são.

Dessa maneira, o chamado pensamento estatístico – que inclui a capacidade de compreender adequadamente conceitos estatísticos, como tabelas, gráficos e medidas de tendência central, e de inferir dos dados representados por meio desses recursos – permite avaliar cuidadosamente algumas informações, identificando-se possíveis *fake news*.

Além de conhecimentos de Estatística, algumas ações simples que podemos incorporar em nosso dia a dia permitem avaliar a veracidade de uma notícia. Na imagem, são apresentadas algumas dessas ações.



REPRODUÇÃO/STJ NOTÍCIAS

Nesta imagem publicada em uma rede social do Superior Tribunal de Justiça (STJ), seguindo as setas, há um exemplo de estratégia para descobrir se uma informação é fato (verdadeira) ou boato (falsa).

Fonte: BRASIL. Superior Tribunal de Justiça. **Fato ou boato?** [*S. l.*], 2018. Facebook: stjnoticias. 1 cartaz. Disponível em: https://www.facebook.com/stjnoticias/photos/voc%C3%AA-certamente-j%C3%A1-recebeu-uma-not%C3%ADcia-falsa-nas-redes-sociais-mas-ser%C3%A1-que-j%C3%A1-c/10155225784946852. Acesso em: 17 maio 2024.

234

OBJETO EDUCACIONAL DIGITAL

O *podcast* ***Fake news* e Matemática** explora como os dados podem ser apresentados de forma distorcida, levando as pessoas a uma compreensão equivocada a respeito de determinada informação. Além disso, apresenta uma situação fictícia em que o conhecimento matemático pode auxiliar a identificar uma notícia falsa.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

MÃOS À OBRA

Resoluções a partir da **p. 305**.

NÃO ESCREVA NO LIVRO.

1 Ao compartilhar uma informação recebida sem antes refletir criticamente, você pode estar colaborando para propagar notícias falsas e, consequentemente, a desinformação.

a) O que você costuma fazer antes de compartilhar conteúdo em redes sociais ou por meio de aplicativo de mensagens instantâneas? Resposta pessoal.

b) Considerando os danos sociais que as *fake news* podem acarretar, reflita e responda: que motivos podem levar à criação de uma notícia falsa? Resposta pessoal.

2 Que relação você estabelece entre o texto e a imagem apresentados na página anterior desta seção com o que você estudou nesta Unidade? Resposta pessoal.

3 No caderno, construa um fluxograma para representar as etapas descritas na imagem publicada pelo STJ reproduzida nesta seção. Resposta nas **Orientações para o professor**.

4 Leia e interprete atentamente o gráfico extraído da notícia "O que moveu os dados de segurança pública do Brasil em 2020", publicada no *site* de um jornal digital. Identifique no gráfico elementos presentes que podem levar um leitor a erros de interpretação caso não seja feita uma análise mais atenta.



Fonte: VICK, Mariana. O que moveu os dados de segurança pública do Brasil em 2020. **Nexo**, [*s. l.*], 28 dez. 2023. Disponível em: https://www.nexojornal.com.br/expresso/2021/07/15/O-que-moveu-os-dados-de-seguran%C3%A7a-p%C3%BAblica-do-Brasil-em-2020. Acesso em: 23 maio 2024.

Esse gráfico foi publicado em uma notícia verídica. Agora, depois de ter identificado os elementos que levam um leitor a erros de interpretação nele, responda: como outros tipos de gráfico que você estudou podem ser usados para dar credibilidade a *fake news* propagadas? Respostas nas **Orientações para o professor**.

5 Como conhecimentos matemáticos e de Estatística podem ajudar a identificar uma notícia falsa?

Junte-se a um colega, compartilhem argumentos e elaborem um texto no caderno sintetizando as ideias da dupla para responder a essa questão. Resposta pessoal.

Mãos à obra

Atividade 1

No item **a**, incentivar os estudantes a expressar as vivências e a escutar as dos colegas acerca de como interagem com informações recebidas, enviadas, compartilhadas, lidas etc. Ao fazer com que os estudantes reflitam o próprio comportamento, o objetivo é que eles sejam sensibilizados para a importância do tema desta seção. Para conduzir a discussão de modo que seja aprofundada, sugere-se apresentar aos estudantes o quadro "As 5 perguntas essenciais para a leitura crítica de mídias", que consta do seguinte material: MIDIAMAKERS papers #2: educação para a informação. [São Paulo]: Educamídia, 2019. p. 5. Disponível em: https://educamidia.org.br/api/wp-content/uploads/2019/12/MMPapers2_Educacao-para-Informacao_V2-1.pdf. Acesso em: 2 jun. 2024.

Com base no questionamento do item **b**, os estudantes podem apresentar motivos como: pode ocorrer por brincadeira (sátira) sem a intenção de prejudicar, ou pode ocorrer com a finalidade de enganar propositalmente (conteúdo enganoso), entre outros.

Atividade 2

O objetivo desta atividade é levar os estudantes a interpretar conteúdos apresentados em textos de diferentes naturezas (escrito e imagético). Verificar se os estudantes evidenciam a percepção de que as escolhas de um autor podem alterar o sentido de informações e como, além de palavras, os gráficos podem ser utilizados para enganar. Quando o intuito de enganar é intencional, não representa uma atitude em favor do bom convívio social.

Atividade 3

Para resolver esta atividade, se necessário, retomar o estudo sobre fluxogramas proposto na Unidade **8** deste Volume.

Atividade 4

Esta atividade requer dos estudantes a aplicação de conhecimentos estudados até o momento nesta coleção e refletidos na seção, pois, para elaborar a resposta, é esperado que eles vinculem conhecimentos relacionados à **Matemática** e à **Língua Portuguesa**, exploradas de maneira interdisciplinar nesta seção.

Atividade 5

Sugere-se utilizar na condução desta atividade a metodologia ativa denominada *Peer Instruction* ou Aprendizagem entre pares.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Inicialmente, relembrar com os estudantes o que são múltiplos e divisores e como fatorar um número natural. Explicar que um número natural é múltiplo de outro caso o primeiro seja resultado da multiplicação do segundo por um número natural qualquer. Por exemplo, os números 0, 5, 10, 15, 20, 25 e 30 são alguns dos múltiplos de 5, pois podem ser obtidos multiplicando números naturais por 5. Já um número natural, diferente de zero, é divisor de outro, caso a divisão do segundo pelo primeiro seja exata. Por exemplo, os números 1, 2, 3, 6 e 12 são os divisores de 12. Esses conceitos foram estudados no Volume anterior desta coleção.

Ao apresentar os exemplos de fatoração de um número natural, reforçar que fatorar, neste caso, significa reescrever um número como um produto cujos fatores podem ser números primos ou não. Quando todos os fatores são números primos, a fatoração é chamada de fatoração completa do número ou decomposição em fatores primos. Caso julgar necessário, explorar com os estudantes a fatoração de outros números naturais.

No boxe **Pensar e Praticar**, relembrar que decompor um número natural em fatores primos significa reescrevê-lo como um produto de números primos.

Após explorar as duas maneiras de expressar a área do retângulo representado, propor aos estudantes que, utilizando a propriedade distributiva da multiplicação, calculem $a \cdot (a + b + c)$ para verificar que a igualdade $a \cdot (a + b + c) = a^2 + ab + ac$ é verdadeira. Verificar se os estudantes compreenderam que fatorar, no caso dos polinômios, significa decompor um polinômio em um produto.

Comentar que existem diferentes maneiras de fatorar um polinômio, e algumas delas serão abordadas nesta Unidade.

Explicar aos estudantes que há outras maneiras de fatorar um polinômio colocando o fator comum em evidência.

Propor a eles que, utilizando a propriedade distributiva da multiplicação, verifiquem que a igualdade $3x^2y \cdot (5y + 2x) = 15x^2y^2 + 6x^3y$ é verdadeira.

3. Fatoração de polinômios

A decomposição do número 30 em fatores primos é: $2 \cdot 3 \cdot 5$. A decomposição do número 12 em fatores primos é $2 \cdot 2 \cdot 3$.

Já estudamos que um número natural pode ser escrito na forma fatorada, ou seja, como um produto de dois ou mais números. Por exemplo, a seguir, há diferentes maneiras de escrever os números 30 e 12 na forma fatorada.

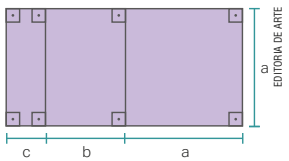
30 → $2 \cdot 15$; $3 \cdot 10$; $5 \cdot 6$; $2 \cdot 3 \cdot 5$

12 → $2 \cdot 6$; $3 \cdot 4$; $2 \cdot 2 \cdot 3 = 2^2 \cdot 3$

PENSAR E PRATICAR

Qual é a decomposição do número 30 em fatores primos? E do número 12?

Vamos estudar agora como fatorar, quando possível, um polinômio. Para exemplificar, analise as diferentes maneiras de expressar a área da figura representada.



© EDITORIA DE ARTE

1ª Considerando a figura de retângulo de lados medindo **a** e **a + b + c**.

$a \cdot (a + b + c)$

2ª Calculando a área de cada parte e adicionando-as.

$a^2 + ab + ac$

Note que essas duas expressões correspondem à área de uma mesma figura. Assim, as duas expressões são equivalentes. Podemos dizer que $\mathbf{a \cdot (a + b + c)}$, correspondente a um produto de polinômios, é uma forma fatorada de $\mathbf{a^2 + ab + ac}$.

Fatoração de polinômios: fator comum em evidência

Em alguns casos, quando os termos do polinômio possuem fator comum, podemos fatorar esse polinômio colocando em evidência tal fator.

Analise, por exemplo, as etapas para fatorar dessa maneira o polinômio $15x^2y^2 + 6x^3y$.

1ª Para cada termo desse polinômio, decompomos o coeficiente em fatores primos e decompomos a parte literal. Note que **3** e $\mathbf{x^2y}$ são fatores comuns aos dois termos.

$$\underbrace{3 \cdot 5}_{15} \cdot \underbrace{x \cdot x}_{x^2} \cdot \underbrace{y}_{y^2} \cdot y + \underbrace{2 \cdot 3}_{6} \cdot \underbrace{x \cdot x}_{x^3} \cdot \underbrace{x \cdot y}_{y}$$

2ª Usando a propriedade distributiva da multiplicação, colocamos em evidência o fator $\mathbf{3x^2y}$ no polinômio.

$$15x^2y^2 + 6x^3y =$$
$$= 3x^2y \cdot 5y + 3x^2y \cdot 2x =$$
$$= 3x^2y \cdot (5y + 2x)$$

Portanto, $3x^2y \cdot (5y + 2x)$ é uma forma fatorada do polinômio $15x^2y^2 + 6x^3y$ em que $3x^2y$ é o fator comum em evidência.

236

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

Acompanhe agora outros exemplos de fatoração de polinômios utilizando essa mesma estratégia.

a) $6a^3b^2 - 9a^4c =$

$= 2 \cdot 3 \cdot a \cdot a \cdot a \cdot b \cdot b - 3 \cdot 3 \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot c =$

$= 3a^3 \cdot 2b^2 - 3a^3 \cdot 3ac = 3a^3 \cdot (2b^2 - 3ac)$

b) $14x^2y^4 - 10x^4y^3 + 2xy^3 =$

$= 2 \cdot 7 \cdot x \cdot x \cdot y \cdot y \cdot y \cdot y - 2 \cdot 5 \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot y \cdot y \cdot y + 2 \cdot x \cdot y \cdot y \cdot y =$

$= 2xy^3 \cdot 7xy - 2xy^3 \cdot 5x^3 + 2xy^3 \cdot 1 = 2xy^3 \cdot (7xy - 5x^3 + 1)$

Resposta esperada: Não, pois o único fator comum entre os termos desse polinômio é o número 1.

PENSAR E PRATICAR

É possível fatorar o polinômio $7a^3c + 5b^2d - 8$ colocando um fator comum em evidência? Justifique.

Fatoração de polinômios: agrupamento

Outra estratégia de fatoração de polinômios é realizar agrupamentos de termos que possuem fator comum.

Observe, por exemplo, as etapas para fatorar o polinômio **$3ab + 2b^2 - 2b - 3a$** com essa estratégia.

1ª Note que não há um fator, diferente de 1, comum a todos os termos. Assim, **comutamos** e agrupamos os termos que possuem fator comum de maneira conveniente e colocamos esse fator em evidência em cada agrupamento.

$$3ab + 2b^2 - 2b - 3a =$$
$$= 3ab - 3a + 2b^2 - 2b =$$
$$= 3a(b - 1) + 2b(b - 1)$$

GLOSSÁRIO

Comutar: nesse caso, está aplicado no sentido de realizar troca.

2ª Na expressão obtida, os termos possuem **$b - 1$** como fator comum. Assim, segue que:

$$3a(b - 1) + 2b(b - 1) =$$
$$= (b - 1)(3a + 2b)$$

Portanto, $(b - 1)(3a + 2b)$ é uma forma fatorada do polinômio $3ab + 2b^2 - 2b - 3a$.

Agora, acompanhe exemplos de outros polinômios fatorados por agrupamento.

a) $7xy^2 - y^3 - 14x + 2y =$

$= 7xy^2 - 14x - y^3 + 2y =$

$= 7x(y^2 - 2) - y(y^2 - 2) =$

$= (y^2 - 2)(7x - y)$

b) $8m^4 - 3n^3 - 6mn + 4m^3n^2 =$

$= 8m^4 - 6mn + 4m^3n^2 - 3n^3 =$

$= 2m(4m^3 - 3n) + n^2(4m^3 - 3n) =$

$= (4m^3 - 3n)(2m + n^2)$

PENSAR E PRATICAR

Explique a um colega o que foi realizado em cada etapa da fatoração nos exemplos da 2ª etapa.

Resposta nas **Orientações para o professor**.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Ao abordar a fatoração de polinômios por agrupamento, explicar que, na 1ª etapa, a maneira "conveniente" consiste em agrupar os termos de modo que seja possível fatorar partes do polinômio, separadamente, colocando um fator comum em evidência. Mostrar que uma maneira "não conveniente" de agrupar os termos do polinômio dado, por exemplo, é $(3ab - 2b) + (2b^2 - 3a)$, uma vez que, apesar de ser possível fatorar $3ab - 2b$, colocando **b** em evidência, não é possível utilizar essa estratégia para $2b^2 - 3a$.

Propor aos estudantes que, utilizando a propriedade distributiva da multiplicação, na 2ª etapa, verifiquem que a igualdade $(b - 1) \cdot (3a + 2b) = 3ab + 2b^2 - 2b - 3a$ é verdadeira, ou seja, a partir da forma fatorada, é possível obter o polinômio inicial.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Ao abordar a fatoração do trinômio quadrado perfeito, evidenciar aos estudantes que $(a + b)^2$ e $(a - b)^2$ correspondem a uma forma fatorada de cada polinômio desses, uma vez que, ao reescrevê-los, têm-se $(a + b) \cdot (a + b)$ e $(a - b) \cdot (a - b)$, respectivamente.

No boxe **Pensar e Praticar**, identificar como os estudantes explicam as etapas de comutação dos termos do polinômio e sua escrita.

No boxe **Dica**, reforçar aos estudantes que podem utilizar a estratégia apresentada para confirmar se a forma fatorada do polinômio está correta. Após os exemplos apresentados, da fatoração da diferença de quadrados, verificar se os estudantes perceberam que, antes de obter o produto da soma pela diferença de dois termos, cada termo foi fatorado.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA.

Fatoração de polinômios: trinômio quadrado perfeito

Estudamos anteriormente os produtos notáveis e, em alguns deles, apareceram os polinômios chamados trinômios quadrados perfeitos. Vamos relembrar esses casos.

$\underbrace{(a + b)^2}_{\text{quadrado da soma de dois termos}} = \underbrace{a^2 + 2ab + b^2}_{\text{trinômio quadrado perfeito}}$

$\underbrace{(a - b)^2}_{\text{quadrado da diferença de dois termos}} = \underbrace{a^2 - 2ab + b^2}_{\text{trinômio quadrado perfeito}}$

Como $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ e $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$, dizemos que:

- $(a + b)^2$ é uma forma fatorada do polinômio $a^2 + 2ab + b^2$;
- $(a - b)^2$ é uma forma fatorada do polinômio $a^2 - 2ab + b^2$.

Acompanhe exemplos de fatoração de trinômios quadrados perfeitos.

a) $x^2 + y^2 - 2xy =$

$= x^2 - 2xy + y^2 =$ ← Comutamos os termos do polinômio.

$= (x - y)^2$ ← Fatoramos o polinômio escrevendo-o como um quadrado da diferença de dois termos.

b) $12xy + 4x^2 + 9y^2 =$

$= 4x^2 + 12xy + 9y^2 =$

$= (2x)^2 + 2 \cdot 2x \cdot 3y + (3y)^2 =$

$= (2x + 3y)^2$

PENSAR E PRATICAR

Explique a um colega o que foi realizado em cada etapa da fatoração no exemplo **b**.

Resposta nas **Orientações para o professor**.

DICA

Podemos verificar que $(2x + 3y)^2$ é uma forma fatorada do polinômio $12xy + 4x^2 + 9y^2$ realizando os seguintes cálculos:

$(2x + 3y)^2 = (2x + 3y)(2x + 3y) = 4x^2 + 6xy + 6xy + 9y^2 = 4x^2 + 12xy + 9y^2$

Fatoração de polinômios: diferença de quadrados

Também foi estudado em Unidades anteriores o produto notável correspondente à diferença de quadrados.

$\underbrace{(a + b)(a - b)}_{\text{produto da soma pela diferença de dois termos}} = \underbrace{a^2 - b^2}_{\text{diferença de quadrados}}$

Note que o produto $(a + b)(a - b)$ corresponde a uma forma fatorada do polinômio $a^2 - b^2$. Acompanhe alguns exemplos de fatoração da diferença de quadrados.

a) $4x^2 - 25y^2 = (2x)^2 - (5y)^2 = (2x + 5y) \cdot (2x - 5y)$

b) $9x^4 - \frac{1}{4}y^2 = (3x^2)^2 - \left(\frac{1}{2}y\right)^2 = \left(3x^2 + \frac{1}{2}y\right) \cdot \left(3x^2 - \frac{1}{2}y\right)$

c) $-81 + 16x^2y^4 = 16x^2y^4 - 81 = (4xy^2)^2 - 9^2 = (4xy^2 + 9) \cdot (4xy^2 - 9)$

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Atividades

Atividade 1

Esta atividade trabalha a associação de um polinômio a uma de suas formas fatoradas. Antes de os estudantes resolverem-nas, propor a eles que fatorem alguns números naturais, por exemplo: 500 (Algumas respostas possíveis: $2 \cdot 250$; $2 \cdot 25 \cdot 10$; $4 \cdot 5 \cdot 25$), 150 (Algumas respostas possíveis: $3 \cdot 50$; $5 \cdot 5 \cdot 6$; $2 \cdot 5 \cdot 15$) e 154 (Algumas respostas possíveis: $2 \cdot 77$; $7 \cdot 22$; $11 \cdot 14$).

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

Resoluções a partir da **p. 305**.

ATIVIDADES

NÃO ESCREVA NO LIVRO.

1. Identifique o polinômio correspondente ao produto indicado em cada item.

a) $3y(6x + 9)$ **III**

I. $18xy + 27$

II. $18x + 27y$

III. $18xy + 27y$

b) $(3a + 2b)(5 - b^2)$ **II**

I. $15a + 3ab^2 + 10b + 2b^3$

II. $15a - 3ab^2 + 10b - 2b^3$

III. $15a - 3ab^2 - 10b + 2b^3$

2. Em cada item, fatore o polinômio quando possível.

a) $8x^3y - 2xy^2$

b) $12a^2b^3c + 9a^4b^2c^2$

c) $m^4n^3p + 6m^3p^3$

d) $12p^4q - 7mn^4$

3. Identifique o item a seguir que **não** corresponde a uma forma fatorada do polinômio: Alternativa **c**.

$16x^4y + 8x^2y^2z - 12x^3y^4$

a) $4xy(4x^3 + 2xyz - 3x^2y^3)$

b) $x^2y(16x^2 + 8yz - 12xy^3)$

c) $2xy^2(4x^3 + 2z - 3x^2y^2)$

4. (UTFPR) Dados $A = x + y$, $B = x - y$ e $C = x \cdot y$, para $x \neq y$, $x \neq 0$ e $y \neq 0$. Simplificando a expressão algébrica $\frac{A^2 - B^2}{C}$, obtém-se: Alternativa **c**.

a) 0.

b) $\frac{2y}{x}$.

c) 4.

d) $-\frac{2x}{y}$.

e) $\frac{4}{xy}$.

2. a) Uma resposta possível: $2xy(4x^2 - y)$.
b) Uma resposta possível: $3a^2b^2c(4b + 3a^2c)$.
c) Uma resposta possível: $m^3p(mn^3 + 6p^2)$.
d) Não é possível fatorar.

5. A expressão indicada em cada item corresponde à área da figura de retângulo. Determine, em cada item, binômios para representar as dimensões de cada retângulo.

Respostas possíveis:

a)  $2m^3 - n^2 - 2mn + m^2n$
$(2m + n)(m^2 - n)$

b)  $6a^2 + 2ab + 3a + b$
$(2a + 1)(3a + b)$

c)  $3x^5 - 18x^2y + x^3y - 6y^2$
$(3x^2 + y)(x^3 - 6y)$

ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

6. (IFSC) Considere **x** o resultado da operação $525^2 - 523^2$. Alternativa **d**. Assinale a alternativa CORRETA, que representa a soma dos algarismos de **x**.

a) 18

b) 13

c) 02

d) 17

e) 04

7. Escreva a forma fatorada do polinômio indicado a seguir, sabendo que ela corresponde a um trinômio quadrado perfeito e que ▢ representa um número natural.

$x^2 - \square xy^2 + 9y^4$ $(x - 3y^2)^2$

8. (UTFPR) Uma indústria fabrica uma placa metálica no formato de um retângulo de lados $(ax + by)$ e $(bx + ay)$. Encontre, de forma fatorada, o perímetro deste retângulo. Alternativa **a**.

a) $2(a + b)(x + y)$.

b) $4(a + b)(x + y)$.

c) $2(a - b)(x - y)$.

d) $4(a - b)(x - y)$.

e) $(a + b)(x + y)$.

Atividade 2

Esta atividade trabalha a fatoração de polinômios. Propor aos estudantes que compartilhem com os colegas a forma fatorada obtida em cada item, uma vez que existe mais de uma resposta possível. No item **d**, conversar sobre a impossibilidade de fatorar o polinômio indicado, uma vez que não há fator comum entre os termos.

Atividade 3

Esta atividade trabalha a identificação de formas fatoradas de um mesmo polinômio. É importante verificar se os estudantes compreenderam que, em alguns casos, é possível obter diferentes formas fatoradas de um polinômio, colocando diferentes fatores em comum em evidência. Para complementar, pedir que indiquem outra maneira de fatorar o polinômio apresentado, por exemplo, colocando apenas o fator **y** em evidência.

Atividade 4

Esta atividade trabalha o desenvolvimento de produtos notáveis e a simplificação de polinômios. Destacar que, primeiro, é necessário substituir os polinômios correspondentes a **A**, **B** e **C** na expressão para, depois, realizar as operações.

Atividade 5

Esta atividade trabalha a fatoração de polinômios. Verificar se os estudantes perceberam que, em cada item, devem fatorar o polinômio indicado para obter os binômios correspondentes às medidas dos lados do retângulo.

Atividade 6

Esta atividade trabalha o processo de fatoração da diferença de quadrados. Destacar para os estudantes que a ideia é eles utilizarem o que foi estudado até o momento neste Volume para determinar o valor de **x**, ou seja, é esperado que eles não utilizem a calculadora nesse momento.

Atividade 7

Esta atividade trabalha o processo de fatoração de um trinômio quadrado perfeito. Discutir qual é a forma de um trinômio quadrado perfeito e como o coeficiente do termo central é obtido. Espera-se que os estudantes percebam que o coeficiente desconhecido é dado pelo dobro do produto das raízes quadradas dos coeficientes do primeiro e do terceiro termo:

$2 \cdot (\sqrt{1} \cdot \sqrt{9}) = 6$

Atividade 8

Essa atividade trabalha a fatoração de polinômios. Caso os estudantes tenham dificuldades, sugerir que determinem, inicialmente, o perímetro do retângulo. Depois, espera-se que eles fatorem o polinômio obtido por agrupamento.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Atividades

Atividade 9

Esta atividade trabalha a fatoração de polinômios. Caso julgar necessário, retomar com os estudantes os processos de fatoração estudados nas páginas **236** a **238** desta Unidade.

Atividade 10

Esta atividade trabalha o processo de fatoração de um polinômio. No item **d**, espera-se que os estudantes realizem a fatoração por agrupamento.

Atividade 11

Esta atividade trabalha a fatoração de polinômios. Destacar para os estudantes que é necessário substituir **y** por $4 - x$ para obter a alternativa correta. Verificar as estratégias utilizadas pelos estudantes para resolver esta atividade. Eles podem optar por, primeiro, fatorar o polinômio dado para, depois, realizar a substituição.

Atividade 12

Esta atividade trabalha o reconhecimento da fatoração de polinômios: diferença de quadrados. Lembrar aos estudantes que a área de um quadrado é dada pela multiplicação de um dos lados por ele mesmo. Destacar para eles que o fato de **a** ser maior que **b** determina que a área do quadrado de lado **b** deverá ser subtraída da área do quadrado de lado **a**.

Atividade 13

Esta atividade trabalha com o desenvolvimento do quadrado da soma de dois termos. Destacar para os estudantes que, após obter o trinômio quadrado perfeito, é necessário substituir os valores fornecidos.

10. d) $2xy^2 + 12x + 5y^2 + 30 = 2x(y^2 + 6) + 5(y^2 + 6) = (2x + 5)(y^2 + 6)$

9. Fatore os polinômios a seguir escrevendo o produto notável correspondente.

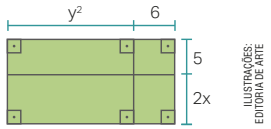
a) $4x^4 + 12x^2 + 9$ $(2x^2 + 3)^2$

b) $9a^2 - 30ab^2 + 25b^4$ $(3a - 5b^2)^2$

c) $25m^2 - n^6$ $(5m + n^3)(5m - n^3)$

d) $16p^4 + 9q^2 - 24p^2q$ $(4p^2 - 3q)^2$

10. De acordo com a figura, responda às questões a seguir.



ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

a) Quais são os binômios que representam as medidas dos lados do retângulo maior? $2x + 5$ e $y^2 + 6$.

b) Represente a área do retângulo maior como um produto de binômios. $(2x + 5)(y^2 + 6)$

c) Indique a área do retângulo maior calculando a área de cada retângulo menor e adicionando-as. $2xy^2 + 12x + 5y^2 + 30$

d) Fatore o polinômio que você escreveu no item **c** e mostre que é equivalente ao polinômio que você escreveu no item **b**.

11. (Cefet) Se $x + y = 4$, então $P = x^3 + x^2y + x^2 - y^2$ é equivalente à expressão algébrica Alternativa **d**.

a) $3x - 16$

b) $x^3 + 8x$

c) $3x^2 + 2x - 1$

d) $4x^2 + 8x - 16$

DICA

Se $x + y = 4$, então $y = 4 - x$.

12. (UTFPR) Um fazendeiro possui dois terrenos quadrados de lados **a** e **b**, sendo $a > b$. Represente na forma de um produto notável a diferença das áreas destes quadrados. Alternativa **b**.

a) $(a + b) \cdot (a + b)$ **d)** $(a + b)^2$

b) $(a + b) \cdot (a - b)$ **e)** $(a - b)^2$

c) $(a - b) \cdot (a - b)$

Imagens fora de proporção.

13. (Ifal) Determine o valor do produto $(3x + 2y)^2$, sabendo que $9x^2 + 4y^2 = 25$ e $xy = 2$. Alternativa **d**.

a) 27. **c)** 38. **e)** 54.

b) 31. **d)** 49.

14. (IFSC) Após analisar as afirmações a seguir sobre produtos notáveis e fatoração, marque com (V) o que for verdadeiro e com (F), o que for falso.

( ) $(3a^2 - 2b)^2 = 9a^4 - 12a^2b + 4b^2$

( ) $(a - b)^3 = a^3 - b^3$

( ) $64a^2 - 49b^2 = (8a - 7b)(8a + 7b)$

( ) $4a^2 - 16b^2 = (2a - 4b)^2$

( ) $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$

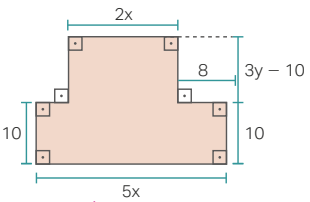
Assinale a alternativa que contém a ordem CORRETA de preenchimento dos parênteses, de cima para baixo.

a) V, F, V, F, V **d)** F, F, V, V, V

b) V, V, F, F, F **e)** F, V, F, V, V

c) V, F, V, V, F Alternativa **a**.

15. Junte-se a um colega, e elaborem um problema relacionado à figura a seguir, cuja resolução envolva fatoração de polinômios. Depois, troquem o problema com outra dupla e peçam que o resolvam, enquanto vocês resolvem aquele que receberam. Ao final, confiram juntos as resoluções.



Resposta pessoal.

Atividade 14

Esta atividade trabalha com a fatoração de polinômios. Sugerir aos estudantes que resolvam cada um dos itens separadamente, identificando quais sentenças são verdadeiras.

Atividade 15

Esta atividade trabalha a elaboração de problema envolvendo fatoração de polinômio. É importante avaliar se os problemas elaborados pelos estudantes contemplam ideias relacionadas ao conceito proposto. Ao término, pedir a eles que compartilhem entre si essas produções.

A seguir, é apresentado um exemplo de problema que pode ser elaborado pelos estudantes.

- Escreva um polinômio na forma fatorada que represente a área da figura. Uma dica: decomponha a figura em duas representações de retângulos. Uma resposta possível: $6x(y + 5)$.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

Reveja

NÃO ESCREVA NO LIVRO.

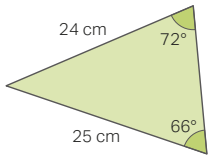
Imagens fora de proporção.

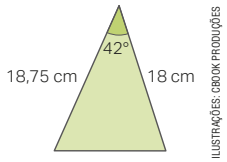
Resoluções a partir da **p. 305**.

Resolva as atividades para retomar o que foi estudado nesta Unidade.

1. Analise as medidas indicadas nos triângulos representados a seguir.

Alternativa **d**.





ILUSTRAÇÕES: CBOOK PRODUÇÕES

Sobre esses triângulos, podemos afirmar que eles:

a) não são semelhantes.
b) são semelhantes pelo caso LLL.
c) são semelhantes pelo caso AA.
d) são semelhantes pelo caso LAL.

2. Um técnico agrônomo foi contratado para investigar um tipo específico de inseto que está causando danos à lavoura de uma fazenda. Após a coleta, as amostras desse inseto foram medidas e os dados foram organizados em uma tabela, conforme mostrado a seguir.

Massa dos insetos coletados

Massa (g)	Frequência (f)	Frequência relativa (fr)
35 ⊢ 40	2	6,25%
40 ⊢ 45	6	18,75%
45 ⊢ 50	12	37,5%
50 ⊢ 55	8	25%
55 ⊢ 60	4	12,5%
Total	32	100%

Fonte: Registro das medições da massa dos insetos.

Alternativa **d**.

O porcentual de insetos coletados com massa igual ou maior que 45 g é:

a) 24%. **b)** 25%. **c)** 37,5%. **d)** 75%.

3. Uma forma fatorada do polinômio $10a^2b^4 + 8a^4b^3 - 2a^3b^3$ é: Alternativa **c**.

a) $10a^2b^4 \cdot (8a^4b^3 + 2a^3b^3)$.
b) $2a^2b^3 \cdot (5ab + 4a^3 - ab)$.
c) $2a^2b^3 \cdot (5b + 4a^2 - a)$.
d) $2a^3b^2 \cdot (5b + 4a^2 - a)$.

4. A área de certo retângulo pode ser expressa pelo polinômio $3x^2 + 2xy - y^2$.
As medidas do comprimento e da largura desse retângulo podem ser expressas por:

a) $(3x^2 + 2xy)$ e $(-y)$.
b) (xy) e $(3x + 2 - y)$.
c) $(3x + y)$ e $(x - 2y)$. Alternativa **d**.
d) $(3x - y)$ e $(x + y)$.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

RevEJA

O trabalho com esta página permite verificar se os estudantes compreenderam conceitos trabalhados na Unidade. Uma sugestão de desenvolvimento é solicitar aos estudantes que justifiquem a alternativa que assinalaram como resposta correta. Assim, é possível obter indícios das estratégias e dos procedimentos utilizados para poder intervir, regulando o processo de ensino e de aprendizagem. Caso necessário, aproveitar para retomar os conteúdos estudados na Unidade: semelhança de polígonos e semelhança de triângulos, distribuição de frequência e tabelas com intervalos de classes, infográficos e fatoração de polinômios.

Atividade 1

Esta atividade tem como objetivo verificar a compreensão dos estudantes em relação aos casos de semelhança de triângulos. Nesta atividade, os estudantes devem identificar se os triângulos são semelhantes e, em caso afirmativo, qual é o caso de semelhança.

Atividade 2

Esta atividade tem como objetivo verificar se os estudantes analisam de modo adequado uma tabela de frequências com dados agrupados em intervalos de classe. Verificar as estratégias utilizadas pelos estudantes para determinar a porcentagem solicitada. Eles podem determinar o porcentual de insetos coletados com massa menor que 45 g e descontar do total 100% ou adicionar o porcentual de insetos coletados com massa igual ou maior que 45 g.

Atividades 3 e 4

Estas atividades têm como objetivo verificar se os estudantes identificam uma forma fatorada de um polinômio. Na atividade **3**, verificar se os estudantes reconhecem que podem fatorar o polinômio colocando o fator comum em evidência. Se necessário, auxilie-os a decompor os coeficientes em fatores primos e a decompor as partes literais para obter o fator comum que deverá ser posto em evidência.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

INTRODUÇÃO

Nesta Unidade, serão abordados os campos Geometria, Álgebra e Estatística. Os estudantes vão trabalhar relações métricas no triângulo retângulo, além de equações do 1º grau com duas incógnitas, sistemas de equações do 1º grau com duas incógnitas e pesquisas estatísticas censitária e por amostra.

OBJETIVOS PEDAGÓGICOS DA UNIDADE

- Demonstrar relações métricas do triângulo retângulo, inclusive o teorema de Pitágoras.
- Resolver e elaborar problemas utilizando relações métricas no triângulo retângulo.
- Expressar uma situação por uma equação do 1º grau com duas incógnitas ou por um sistema com duas equações desse e utilizar esse conhecimento para resolver problemas por meio de diferentes estratégias.
- Compreender as ideias de pesquisa censitária e pesquisa por amostra.
- Planejar e realizar pesquisa estatística.

JUSTIFICATIVAS DOS OBJETIVOS

Explorar as relações métricas no triângulo retângulo permite aos estudantes compreender como determinar medidas dos lados de triângulos retângulos, figura que é muito utilizada na construção civil e para determinar medidas de distâncias. No trabalho com o teorema de Pitágoras, espera-se que eles explorem alguns elementos da História da Matemática e entendam a Matemática como uma ciência desenvolvida coletivamente ao longo da história, por diferentes povos.

ETAPA 8

UNIDADE 11

Triângulo retângulo, equações e pesquisa estatística

- Relações métricas no triângulo retângulo
- Teorema de Pitágoras
- Equações do 1º grau com duas incógnitas
- Sistemas de equações do 1º grau com duas incógnitas
- Pesquisa estatística



KADAGAN/SHUTTERSTOCK.COM

Monumento a Pitágoras, na Ilha de Samos, Grécia, local onde nasceu. Fotografia de 2023.

NÃO ESCREVA NO LIVRO.

O monumento da fotografia é uma homenagem ao matemático grego Pitágoras (c. 570 a.C.-500-490 a.C.) e ao teorema que leva o nome dele. Resposta pessoal.

a) O que você sabe sobre a Grécia antiga? Comente com os colegas.

b) Dependendo de como o monumento é observado, ele nos lembra uma figura geométrica. Que figura é essa? Com base nisso, a que você imagina que o teorema de Pitágoras se refere?

c) Você conhece outros matemáticos e matemáticas que tiveram destaque na história? Quem?

b) Espera-se que os estudantes identifiquem que a posição dos elementos do monumento lembra um triângulo retângulo e corretamente infiram que o teorema de Pitágoras se refere a essa figura geométrica.

c) Respostas pessoais.

O estudo de equações do 1º grau com duas incógnitas e de sistemas de duas equações desse tipo possibilita que ampliem as estratégias de resolução de problemas, realizem interpretações e façam análises críticas, de maneira que possam utilizar esses conhecimentos para modelar matematicamente situações do dia a dia.

A compreensão das ideias de pesquisa censitária e por amostra contribui para que os estudantes valorizem processos investigativos e reflexivos e, também, apliquem conceitos estatísticos para produzir argumentos.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

No item **a**, os estudantes podem fazer comentários sobre a Grécia antiga a partir de diferentes aspectos, como as contribuições para diferentes áreas do conhecimento (Arte, Arquitetura, Filosofia, Matemática etc.), dentre outros aspectos.

No item **b**, verificar se os estudantes lembram como classificar triângulos.

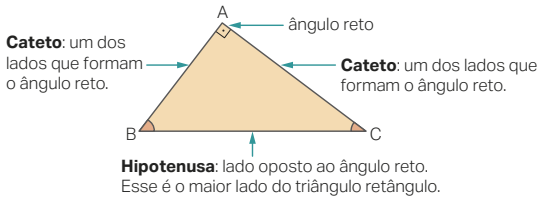
No item **c**, solicitar que pesquisem ao menos um matemático ou matemática de destaque e quais foram suas contribuições.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

1. Relações métricas no triângulo retângulo

Você se lembra do que é um triângulo retângulo?

Já estudamos que um triângulo é classificado dessa maneira quando possui um ângulo interno reto, ou seja, medindo 90°. Agora, vamos ampliar esse estudo discutindo relações em um triângulo retângulo. Para isso, inicialmente, observe como podem ser nomeados os lados de um triângulo retângulo.

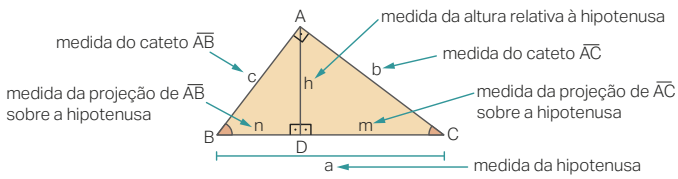


PENSAR E PRATICAR

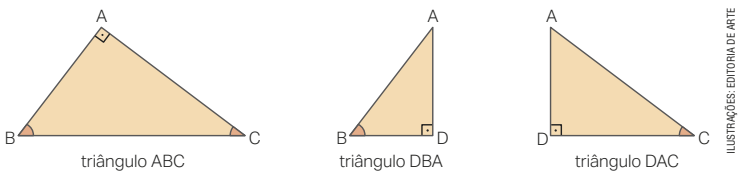
90°

Nesse triângulo, qual é a soma das medidas de $A\hat{B}C$ e $A\hat{C}B$?

Agora, vamos traçar o segmento de reta AD correspondente à altura relativa à hipotenusa desse triângulo.



Assim, podemos considerar três triângulos retângulos obtidos: ABC, DBA e DAC. Observe.

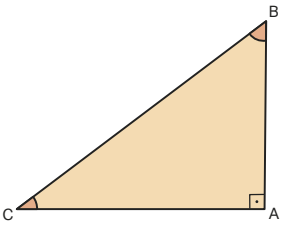


ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

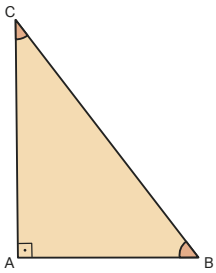
ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Lembrar aos estudantes que a altura de um triângulo corresponde à medida de um segmento de reta perpendicular a um de seus lados ou ao prolongamento dele, com uma extremidade nesse lado ou nesse prolongamento e outra extremidade no vértice oposto a ele. Assim, em um triângulo retângulo, a altura relativa à hipotenusa corresponde ao segmento de reta perpendicular ao maior lado do triângulo. Explicar que, no triângulo retângulo, cada cateto corresponde à altura do triângulo em relação ao outro cateto. Por exemplo, no triângulo ABC representado na página **243**, tem-se que:

- o cateto $\overline{AB}$ corresponde à altura do triângulo ABC em relação ao cateto $\overline{AC}$.



- o cateto $\overline{AC}$ corresponde à altura do triângulo ABC em relação ao cateto $\overline{AB}$.



ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

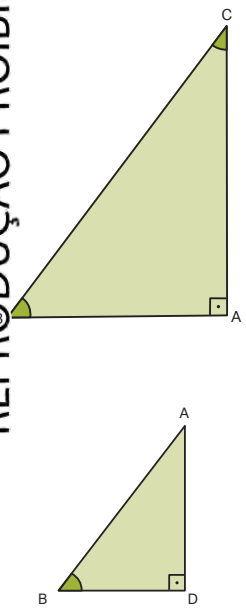
Pode-se dizer também que, em um triângulo retângulo, cada um de seus lados corresponde à projeção ortogonal dos outros dois lados. Assim, pode-se dizer que a hipotenusa corresponde à projeção ortogonal de seus catetos.

No boxe **Pensar e Praticar**, verificar se os estudantes lembram que a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo qualquer é igual a 180° e notam que, como no triângulo retângulo a medida de um de seus ângulos internos é 90°, a soma das medidas dos seus dois outros ângulos internos ($A\hat{B}C$ e $A\hat{C}B$) deve ser igual a 90° (180° − 90° = 90°).

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Verificar se os estudantes têm dúvidas em relação aos casos de semelhança de triângulos citados nesta página e fazer as retomadas necessárias.

Para auxiliá-los na identificação das proporções envolvendo as medidas dos lados dos triângulos indicados dois a dois (semelhantes entre si), na página **245**, reproduzir esses triângulos na lousa de maneira que os lados e ângulos internos correspondentes fiquem na mesma posição. Por exemplo, para o par de triângulos ABC e DBA, apresentar as seguintes figuras.

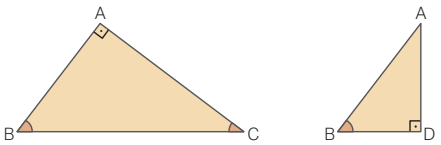


ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

Se possível, ao reproduzir cada par de triângulos na lousa, destacar os ângulos de mesma medida com cores iguais, para facilitar a visualização pelos estudantes.

Vamos verificar que esses triângulos são semelhantes, dois a dois. Acompanhe.

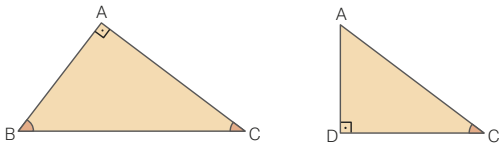
- Triângulos ABC e DBA.



Note que esses triângulos possuem dois pares de ângulos internos correspondentes congruentes: ângulos BAC e BDA e ângulos ABC e DBA.

Portanto, pelo caso **AA**, temos que os triângulos ABC e DBA são semelhantes.

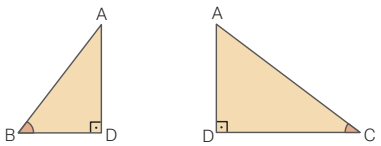
- Triângulos ABC e DAC.



Note que esses triângulos possuem dois pares de ângulos internos correspondentes congruentes: ângulos BAC e ADC e ângulos ACB e DCA.

Portanto, pelo caso **AA**, temos que os triângulos ABC e DAC são semelhantes.

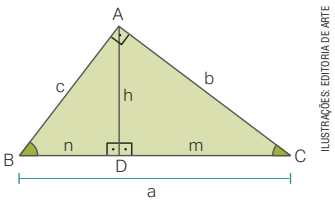
- Triângulos DBA e DAC.



Como já concluímos que cada um desses dois triângulos é semelhante ao triângulo ABC, podemos afirmar que os triângulos DBA e DAC são semelhantes entre si.

Em um triângulo retângulo ABC, quando traçamos a altura relativa à hipotenusa, obtemos dois triângulos semelhantes ao triângulo ABC e semelhantes entre si.

Agora, considere o triângulo retângulo ABC representado, cuja altura $\overline{AD}$ relativa à hipotenusa está traçada.



ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

Com base nas semelhanças de triângulos observadas anteriormente, podemos escrever proporções envolvendo as medidas dos lados dos triângulos obtidos. Acompanhe.

Verificar se os estudantes compreenderam como foram obtidas todas as proporções envolvendo as medidas dos lados dos triângulos retângulos ABC, DBA e DAC, semelhantes entre si e analisados dois a dois.

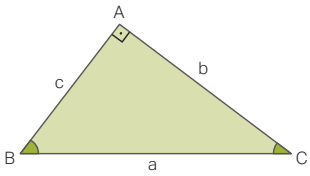
Destacar que, antes do exemplo, foram organizadas todas as relações obtidas a partir das semelhanças entre os triângulos retângulos e acrescentada a relação $a = m + n$, a qual indica que a medida da hipotenusa do triângulo ABC é igual à soma das medidas das projeções dos catetos desse triângulo sobre essa hipotenusa. E, ainda, que as relações repetidas foram consideradas apenas uma vez.

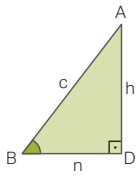
Reforçar com eles que essas demonstrações garantem, exclusivamente, que as relações obtidas são válidas para triângulos retângulos.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

- Triângulos ABC e DBA.



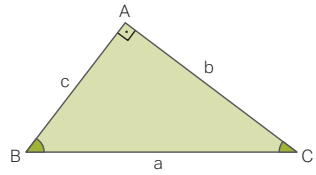


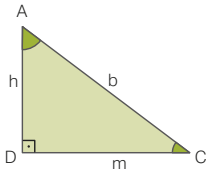
$\frac{a}{c} = \frac{b}{h} \rightarrow ah = bc$

$\frac{a}{c} = \frac{c}{n} \rightarrow c^2 = an$

$\frac{b}{h} = \frac{c}{n} \rightarrow ch = bn$

- Triângulos ABC e DAC.



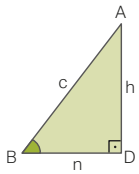


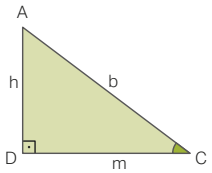
$\frac{a}{b} = \frac{c}{h} \rightarrow ah = bc$

$\frac{a}{b} = \frac{b}{m} \rightarrow b^2 = am$

$\frac{c}{h} = \frac{b}{m} \rightarrow cm = bh$

- Triângulos DBA e DAC.



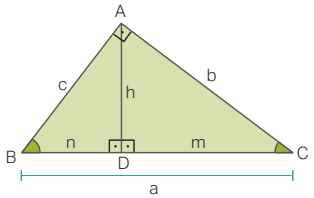


$\frac{c}{b} = \frac{h}{m} \rightarrow bh = cm$

$\frac{h}{m} = \frac{n}{h} \rightarrow h^2 = mn$

$\frac{c}{b} = \frac{n}{h} \rightarrow ch = bn$

Observando os triângulos e organizando as relações obtidas, temos:

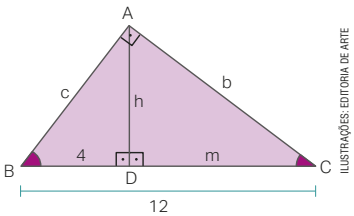


$a = m + n$ | $ah = bc$ | $c^2 = an$ | $ch = bn$

$b^2 = am$ | $bh = cm$ | $h^2 = mn$

Exemplo

Utilizando essas relações, vamos determinar os valores de **m**, **b**, **c** e **h** na figura, em que as medidas para **n** (BD) e **a** (BC) estão indicadas em decímetro.



ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

- $a = m + n$

$12 = m + 4$

$12 - 4 = m + 4 - 4$

$m = 8$, ou seja, 8 dm.

No exemplo apresentado nas páginas **245** e **246**, identificar junto com os estudantes as medidas indicadas no triângulo retângulo representado, a fim de auxiliar na determinação da relação que pode ser utilizada para obter a medida desconhecida. Nesse caso, indicar na lousa que $n = 4$ e $a = 12$, sendo essas medidas indicadas em decímetro.

Para complementar o trabalho com esse exemplo, perguntar aos estudantes que outras estratégias ou relações poderiam ter sido utilizadas para determinar as medidas desconhecidas. Por exemplo, após calcular **m**, **b** e **c**, poderia ter sido utilizada a relação $ah = bc$ para determinar o valor de **h**, conforme segue:

$ah = bc$

$12 \cdot h = \sqrt{96} \cdot \sqrt{48}$

$h = \frac{\sqrt{4\,608}}{12} \simeq 5{,}7$, ou seja, aproximadamente 5,7 dm.

SAIBA MAIS

Após explorar as verificações de semelhanças entre os triângulos dois a dois apresentadas, utilizar o recurso disponibilizado no *site*, ajustando as medidas (valores aproximados) dos catetos, para obter diferentes exemplos de triângulos retângulos e mostrá-los para que os estudantes verifiquem que as medidas dos lados correspondentes de cada par de triângulos (ABC e ADB, ABC e BDC, ADB e BDC) são proporcionais entre si. Este recurso também pode ser utilizado no trabalho com as relações obtidas na página **245**.

- BONONI, Tamira Augusto Actis. Relações métricas no triângulo retângulo. **Geogebra**. [*S. l.*], c2024. Disponível em: www.geogebra.org/m/nj3rfxmr. Acesso em: 9 maio 2024.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Atividades

Atividade 1

Esta atividade trabalha a identificação dos catetos e da hipotenusa em triângulos retângulos. Para resolver a atividade, os estudantes podem identificar, inicialmente, a hipotenusa observando o lado oposto ao ângulo reto ou realizando medições para determinar o lado de maior medida de comprimento. Ou, ainda, eles podem identificar os catetos observando quais são os lados dos triângulos que formam um ângulo interno reto.

Atividade 2

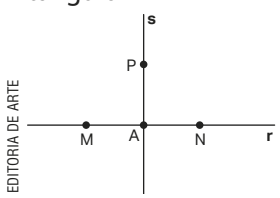
Esta atividade trabalha a construção de triângulo retângulo com régua e compasso e a identificação de elementos desse triângulo. Se necessário, apresentar a eles as seguintes etapas que podem ser realizadas para representar um ângulo reto com régua e compasso.

1ª) Traçar uma reta **r** e marcar nela um ponto **A**, que representa o vértice correspondente ao ângulo interno reto do triângulo retângulo.

2ª) Fixar a ponta-seca do compasso em **A** e, com uma abertura qualquer, traçar dois arcos de maneira a marcar os pontos **M** e **N** na reta **r**.

3ª) Fixar a ponta-seca em **M** e, com abertura maior que AM, traçar um arco. Com essa abertura do compasso, fazer o mesmo com a ponta-seca em **N**, de maneira que os arcos se cruzem em um ponto **P**.

4ª) Com uma régua, traçar uma reta **s** passando por **A** e **P**. As retas **r** e **s** são as retas suporte dos catetos do triângulo retângulo.



EDITORIA DE ARTE

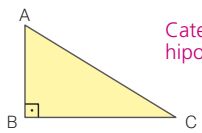
- $b^2 = am$
  $b^2 = 12 \cdot 8$
  $b^2 = 96$ → $b = \sqrt{96} \simeq 9{,}8$, ou seja, 9,8 dm.
  ou
  $b = -\sqrt{96} \simeq -9{,}8$ (desconsideramos)
- $c^2 = an$
  $c^2 = 12 \cdot 4$
  $c^2 = 48$ → $c = \sqrt{48} \simeq 6{,}9$, ou seja, 6,9 dm.
  ou
  $c = -\sqrt{48} \simeq -6{,}9$ (desconsideramos)
- $h^2 = mn$
  $h^2 = 8 \cdot 4$
  $h^2 = 32$ → $h = \sqrt{32} \simeq 5{,}7$, ou seja, 5,7 dm.
  ou
  $h = -\sqrt{32} \simeq -5{,}7$ (desconsideramos)

DICA

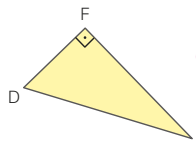
Nos cálculos, para determinar as medidas **b**, **c** e **h**, foram desconsideradas as raízes negativas das equações, uma vez que **b**, **c** e **h** correspondem a medidas de comprimento de segmentos de reta.

ATIVIDADES NÃO ESCREVA NO LIVRO. Resoluções a partir da **p. 305**.

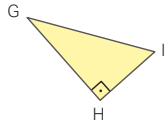
1. Para cada triângulo retângulo representado a seguir, indique os catetos e a hipotenusa.

a)


Catetos: $\overline{AB}$ e $\overline{BC}$; hipotenusa: $\overline{AC}$.

b)


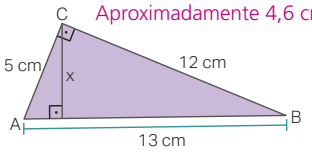
Catetos: $\overline{DF}$ e $\overline{EF}$; hipotenusa: $\overline{DE}$.

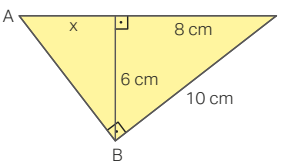
c)


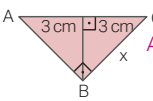
Catetos: $\overline{GH}$ e $\overline{HI}$; hipotenusa: $\overline{GI}$.

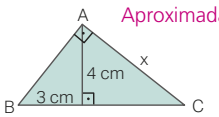
2. No caderno, utilize régua e compasso e desenhe um triângulo retângulo qualquer. Depois, indique os lados correspondentes aos catetos e à hipotenusa desse triângulo.

3. Em cada triângulo retângulo representado a seguir, calcule o valor da medida **x**, indicando, quando necessário, se a medida é aproximada.

a) Aproximadamente 4,6 cm.


b) 4,5 cm


c) Aproximadamente 4,2 cm.


d) Aproximadamente 6,7 cm.


ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

Atividade 3

Esta atividade trabalha as relações métricas no triângulo retângulo. Em cada um dos itens, os estudantes podem determinar o valor de **x** de diferentes maneiras. Verificar quais estratégias e quais das relações eles utilizaram para a resolução. No item **a**, por exemplo, podem ser utilizadas as seguintes relações:

- $ah = bc$
- $c^2 = an$ e $ch = bn$
- $b^2 = am$ e $bh = cm$
- $c^2 = an$, $b^2 = am$ e $h^2 = mn$

Comentar com os estudantes que pode ocorrer de não ser necessário utilizar todas as medidas indicadas na figura. No item **b**, por exemplo, a medida **x** pode ser obtida sem utilizar a medida BC, por meio da relação $h^2 = mn$, conforme segue:

$h^2 = mn$
$6^2 = 8 \cdot n$
$36 = 8 \cdot n$
$n = 4{,}5$, ou seja, 4,5 cm.

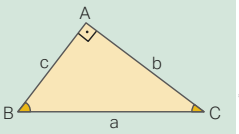
MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

Teorema de Pitágoras

Vamos estudar agora outra importante relação entre as medidas dos lados de um triângulo retângulo. Essa relação consiste em um dos teoremas mais conhecidos na Matemática: o **teorema de Pitágoras**.

Em um triângulo retângulo qualquer, o quadrado da medida da hipotenusa é igual à soma dos quadrados das medidas dos catetos.

$a^2 = b^2 + c^2$



ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

O nome dado a esse teorema é uma homenagem ao matemático grego Pitágoras, considerado o primeiro a verificar essa propriedade, ou seja, sua validade, para qualquer triângulo retângulo.

No entanto, há registros de que essa propriedade entre as medidas dos lados de um triângulo retângulo já era conhecida por povos mais antigos, como os babilônios, mil anos antes do tempo de Pitágoras. A tabuleta babilônica Plimpton 322 é um exemplo desses registros.

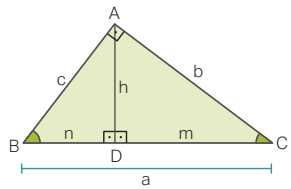
Elaborado com base em: EVES, Howard. **Introdução à história da matemática**. Tradução: Hygino Hugueros Domingues. 5. ed. Campinas: Editora da Unicamp, 2011. p. 103-104.



NEMO72/SHUTTERSTOCK.COM

Acredita-se que Pitágoras tenha nascido e vivido a maior parte de sua vida na Ilha de Samos, na Grécia. Escultura do busto de Pitágoras, no jardim público de Pincio, em Roma (Itália). Fotografia de 2021.

Podemos verificar o teorema de Pitágoras a partir das relações no triângulo retângulo que estudamos anteriormente. Para isso, considere o triângulo retângulo ABC representado a seguir, cuja altura AD relativa à hipotenusa está traçada.



Das relações, temos que: $b^2 = am$ e $c^2 = an$.

Adicionando essas igualdades membro a membro e colocando **a** em evidência no segundo membro, segue que:

$$b^2 + c^2 = am + an$$
$$b^2 + c^2 = a(m + n)$$

Como $a = m + n$, temos:

$$b^2 + c^2 = a \cdot a$$
$$b^2 + c^2 = a^2$$

Portanto: $a^2 = b^2 + c^2$.

SAIBA MAIS

- STRATHERN, Paul. **Pitágoras e seu teorema em 90 minutos**. Rio de Janeiro: Zahar, 1998.

Consulte esse livro, no qual são apresentadas mais informações sobre Pitágoras.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Promover uma roda de conversa com os estudantes a respeito de Pitágoras e o teorema que recebe o nome dele. Pouco se sabe com certeza sobre Pitágoras devido à perda de documentos da época, bem como de várias biografias e relatos que o mencionavam. Ao que parece, Pitágoras realizou diversas viagens e fundou a escola pitagórica, uma sociedade comunitária e secreta que se dedicava, entre outras coisas, ao estudo de matemática e filosofia.

Caso julgar necessário, retomar com os estudantes as relações métricas no triângulo retângulo estudadas anteriormente para auxiliar na verificação do teorema de Pitágoras utilizando algumas delas.

Para complementar o trabalho, sugere-se ler para os estudantes trechos do texto a seguir.

O teorema de Pitágoras é considerado, por vários estudiosos, um dos teoremas mais importantes e atraentes da história antiga da Matemática. Vários resultados em geometria e na solução de problemas práticos relacionados a medidas foram descobertos por meio dele [...].

[...]

Encontramos a utilização do teorema de Pitágoras nos registros matemáticos das civilizações egípcia, indiana, chinesa. As versões originais das obras indianas e chinesas nas quais o teorema aparece provavelmente datam do tempo de Pitágoras ou lhe são anteriores.

GASPAR, Maria Terezinha Jesus. O teorema de Pitágoras na Antiguidade: um olhar sobre a história da matemática indiana. **Revista do Professor de Matemática**, [*s. l.*], n. 87, 2015. Disponível em: rpm.org.br/cdrpm/87/2.html. Acesso em: 9 maio 2024.

SAIBA MAIS

Acessar o material disponível no *site* a seguir para obter mais informações sobre o teorema de Pitágoras.

- WAGNER, Eduardo. **Teorema de Pitágoras e áreas**. Rio de Janeiro: IMPA: OBMEP, 2015. Disponível em: www.obmep.org.br/docs/apostila3.pdf. Acesso: 9 maio 2024.

ATIVIDADE COMPLEMENTAR

Em um triângulo retângulo ABC, as projeções dos catetos $\overline{AB}$ e $\overline{AC}$ sobre a hipotenusa medem 7,2 cm e 12,8 cm, respectivamente. Qual é a medida de cada lado desse triângulo? Resposta: 20 cm, 16 cm, 12 cm.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Ao trabalhar com a verificação geométrica do teorema de Pitágoras, comentar que as áreas das figuras **I** e **II**, inicialmente, são iguais, pois correspondem a quadrados congruentes. Assim, após serem subtraídas de cada uma delas quatro figuras de triângulos congruentes entre si e, portanto, de mesma área, tem-se que as áreas restantes da figura **I** e da figura **II** são iguais também.

Propor aos estudantes que realizem, na prática, uma verificação geométrica do teorema de Pitágoras. Para isso, providenciar e entregar para eles uma malha quadriculada e pedir que reproduzam nela as figuras **I** e **II** apresentadas na página do Livro do estudante. Orientá-los a representar os dois quadrados congruentes iniciais, de maneira que sejam formados por quadrinhos inteiros da malha quadriculada e, em seguida, realizar as seguintes etapas.

1ª) Decompor cada figura em triângulos retângulos e quadrados, conforme as figuras apresentadas, de maneira que os catetos dos triângulos correspondam a uma quantidade inteira de lados de quadrinhos da malha.

2ª) Colorir com a mesma cor os triângulos e quadrados que forem congruentes entre si.

3ª) Calcular a área total da figura **I** e da figura **II**, e subtrair de cada uma a área dos triângulos, considerando cada lado de quadrinho da malha com medida igual a 1 unidade de comprimento.

4ª) Verificar se são iguais às áreas obtidas na etapa anterior referentes às regiões restantes das figuras **I** e **II**.

Garantir que todos os estudantes consigam realizar essas etapas, procurando auxiliá-los naquilo que tiverem dificuldade ou dúvida.

Agora, vamos realizar uma verificação geométrica desse teorema. Para isso, considere as figuras **I** e **II** a seguir, que correspondem a quadrados congruentes de lado medindo b + c, decompostas de maneiras diferentes. Observe.

Figura I

A figura **I** está decomposta em quatro triângulos retângulos congruentes, de catetos medindo **b** e **c** e hipotenusa medindo **a**, e dois quadrados, um de lado **b** e um de lado **c**.

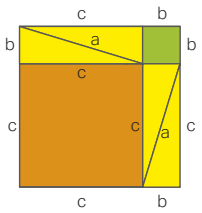
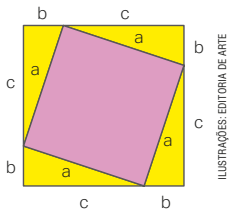
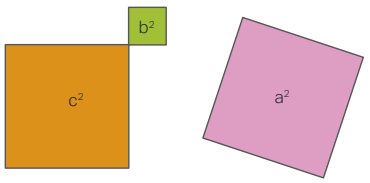


Figura II

A figura **II** está decomposta em quatro triângulos retângulos congruentes, de catetos medindo **b** e **c** e hipotenusa medindo **a**, e um quadrado de lado **a**.



Assim, subtraindo de cada figura as áreas dos quatro triângulos retângulos, temos que a soma das áreas dos quadrados de lado **b** e de lado **c** restantes na figura **I** é igual à área do quadrado de lado **a** restante na figura **II**. Portanto: $a^2 = b^2 + c^2$.



Exemplo

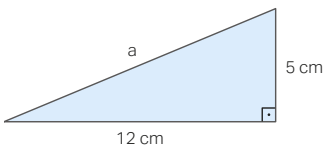
Observe como podemos determinar a medida da hipotenusa do triângulo retângulo representado a seguir utilizando o teorema de Pitágoras.

$a^2 = b^2 + c^2$

$a^2 = 5^2 + 12^2$

$a^2 = 25 + 144$

$a^2 = 169$ → $a = \sqrt{169} = 13$ ou $a = -\sqrt{169} = -13$ (desconsideramos)



Portanto, a hipotenusa desse triângulo retângulo mede 13 cm.

OBJETO EDUCACIONAL DIGITAL

O *podcast* **Matemática e acessibilidade** aborda como o teorema de Pitágoras pode ser utilizado para verificar se as rampas de acessibilidade atendem às necessidades de pessoas com deficiência.

Destaca-se, assim, como a Matemática pode contribuir para a construção de uma sociedade mais inclusiva.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

Resoluções a partir da **p. 305**.

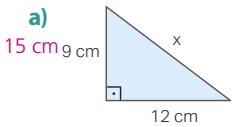
ATIVIDADES

NÃO ESCREVA NO LIVRO.

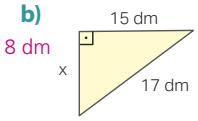
1. Em cada triângulo retângulo representado a seguir, determine a medida **x**.

Imagens fora de proporção.

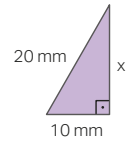
a)



b)



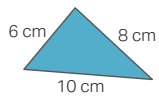
c)



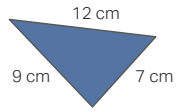
$\sqrt{300}$ mm ou aproximadamente 17,3 mm.

2. Sem realizar medições de ângulos, determine em quais dos itens a seguir a figura representa um triângulo retângulo. Itens **a** e **c**.

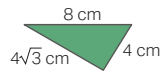
a)



b)



c)



DICA

Para resolver essa atividade, considere verdadeira a recíproca do teorema de Pitágoras, ou seja, se em um triângulo de lados medindo **a**, **b** e **c** é satisfeita a igualdade $a^2 = b^2 + c^2$, então esse é um triângulo retângulo.

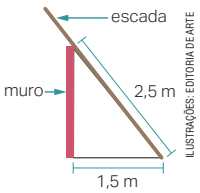
3. Respostas nas **Orientações para o professor**.

3. No caderno, represente um quadrado e indique a medida do lado usando a letra **a**. Depois, trace a diagonal desse quadrado e indique a medida dela usando a letra **d**.

a) Como pode ser expressa a medida **d** em função da medida **a**? Escreva uma expressão e explique o significado dela.

b) Agora, usando uma régua, meça os lados do quadrado representado. Depois, calcule a medida da diagonal desse quadrado utilizando a expressão que foi indicada na resposta ao item anterior. Em seguida, meça o segmento de reta traçado para indicar essa diagonal e compare com o resultado obtido. O valor medido é aproximado do valor calculado?

4. Heloísa apoiou uma escada com 3 m de comprimento em um muro, conforme representado na imagem à direita.



ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

Na sequência, Heloísa vai ajustar a posição dessa escada de maneira que o topo dela coincida com o topo do muro. Após esse ajuste, podemos afirmar que a base da escada vai ficar, em relação ao muro, a uma distância: Alternativa **c**.

a) entre 1,25 m e 1,5 m.

b) maior que 1,5 m e menor que 2 m.

c) maior que 2 m e menor que 2,5 m.

d) maior que 2,5 m e menor que 3 m.

e) maior que 3 m.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Atividades

Atividade 1

Esta atividade trabalha a resolução de situações envolvendo o teorema de Pitágoras. Pode ocorrer da medida de algum lado de um triângulo não ser expressa por um número racional. No item **c**, por exemplo, a medida **x** é igual a $\sqrt{300}$ mm ou aproximadamente 17,3 mm. A medida aproximada pode ser obtida com auxílio de uma calculadora.

Atividade 2

Esta atividade trabalha a identificação de triângulo retângulo a partir do teorema de Pitágoras. Após a resolução, propor aos estudantes que, com o auxílio de um transferidor, meçam os ângulos internos dos triângulos para verificarem suas respostas.

No boxe **Dica**, afirma-se que a recíproca do teorema de Pitágoras é verdadeira. Essa afirmação pode ser demonstrada, porém optou-se por apenas enunciá-la nesta coleção.

Atividade 3

Esta atividade trabalha o cálculo da medida da diagonal de um quadrado a partir do teorema de Pitágoras. No item **a**, explicar para os estudantes que, se considerar $a = 1$, tem-se que a medida obtida como diagonal do quadrado ($\sqrt{2}$) não é expressa por um número racional, de acordo com a unidade de medida de comprimento estabelecida. A medida da diagonal pode ser expressa por a $\sqrt{2}$.

No item **b**, sugerir que utilizem a calculadora para auxiliá-los nos cálculos. Ao término, pedir que comparem suas respostas com as de alguns colegas. Explicar que a expressão obtida no item **a** é válida para determinar a medida da diagonal de qualquer quadrado e que a medida aferida com a régua é aproximada.

Atividade 4

Esta atividade trabalha a resolução de uma situação envolvendo o teorema de Pitágoras. Propor aos estudantes que, sem realizar cálculos, identifiquem qual dos itens é possível desconsiderar como resposta. É importante que eles compartilhem com os colegas suas estratégias. Uma delas é fazer estimativas e eliminar os itens **a** e **e** como resposta, visto que:

- como a base da escada deverá ser afastada, a distância da base da escada à base do muro não será menor ou igual a 1,5 m;
- como a escada tem 3 m de comprimento, a distância entre a base da escada e a base do muro não pode ser maior que 3 m.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Atividades

Atividade 5

Esta atividade trabalha a resolução de uma situação envolvendo o teorema de Pitágoras. Questionar os estudantes sobre a estratégia que pode ser utilizada para resolver esta atividade. Uma delas é utilizar o teorema de Pitágoras após determinar a medida dos lados do quadrado **A** e do quadrado **B**, que corresponderão às medidas de dois lados do triângulo **T**.

Atividade 6

Esta atividade trabalha a resolução de uma situação envolvendo o teorema de Pitágoras. Verificar se os estudantes compreenderam que, como a folha de papel representada é retangular, então $\overline{AD}$ mede 12 cm e $\overline{DE}$ mede 6 cm ($18 - 12 = 6$).

Atividade 7

Esta atividade trabalha a resolução de uma situação envolvendo o teorema de Pitágoras. Destacar para os estudantes que, da maneira que a viga foi fixada, foram obtidas estruturas triangulares. Dizer que essa é uma estratégia utilizada com o intuito de evitar deformações, pois o triângulo é considerado uma figura rígida, característica que permite estruturas triangulares serem mais estáveis.

Atividade 8

Esta atividade trabalha a elaboração e a resolução de problema envolvendo o teorema de Pitágoras. A seguir, são apresentados exemplos de problemas que podem ser elaborados pelos estudantes.

- Essa estrutura tem formato de triângulo isósceles com altura medindo 3 m e base medindo 8 m. Determine quantos metros de madeira, no mínimo, são necessários para compor toda a estrutura. Resposta: 21 m.
- Essa estrutura tem formato de triângulo isósceles com lados medindo 4 m, 4 m e 6,4 m. Quantos metros tem a altura dessa estrutura? Resposta: 2,4 m.

ATIVIDADE COMPLEMENTAR

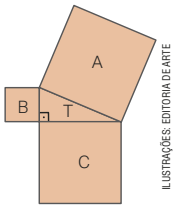
Calcule as medidas das diagonais de cada figura descrita a seguir.

a) Quadrado com lados medindo 3 cm. Resposta: $3\sqrt{2}$ cm ou aproximadamente 4,24 cm.

b) Retângulo com lados medindo 2 cm e 4 cm. Resposta: $2\sqrt{5}$ cm ou aproximadamente 4,47 cm.

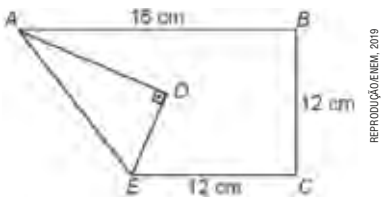
Imagens fora de proporção.

5. Na figura a seguir, **T** representa um triângulo retângulo e **A**, **B** e **C** representam quadrados; a área de **A** é 169 cm² e a de **B**, 25 cm². Qual é a área do quadrado **C**? 144 cm²



ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

6. (Enem/MEC) Construir figuras de diversos tipos, apenas dobrando e cortando papel, sem cola e sem tesoura, é a arte do *origami* (*ori* = dobrar; *kami* = papel), que tem um significado altamente simbólico no Japão. A base do *origami* é o conhecimento do mundo por base do tato. Uma jovem resolveu construir um cisne usando a técnica do *origami*, utilizando uma folha de papel de 18 cm por 12 cm. Assim, começou por dobrar a folha conforme a figura.



REPRODUÇÃO/ENEM, 2019

Após essa primeira dobradura, a medida do segmento *AE* é

a) $2\sqrt{22}$ cm. Alternativa **d**.

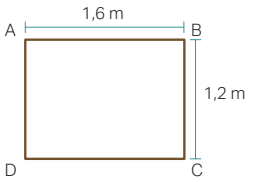
b) $6\sqrt{3}$ cm.

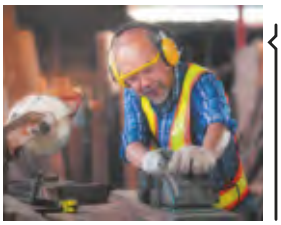
c) 12 cm.

d) $6\sqrt{5}$ cm.

e) $12\sqrt{2}$ cm.

7. Alberto é marceneiro e está confeccionando uma porteira. Inicialmente, ele montou uma estrutura retangular, conforme apresentado a seguir.

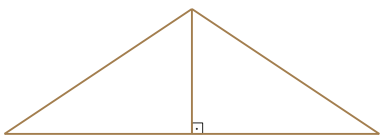



SKIPPER_SR/SHUTTERSTOCK.COM

Para evitar acidentes, é importante utilizar os equipamentos de proteção adequados ao manusear ferramentas.

Para garantir rigidez à porteira, Alberto vai fixar uma viga de madeira com as extremidades em **A** e **C**. É possível que, para isso, ele utilize uma viga com 1,8 m de comprimento? E com 2,5 m de comprimento? Explique.

8. A figura a seguir representa uma estrutura de madeira que será utilizada na construção do telhado de uma casa.


ORACIOART

Com base nessa figura, elabore um problema cuja solução envolva a igualdade:

$$x^2 = 4^2 + 6^2$$

Depois, troque com um colega para que um resolva o problema elaborado pelo outro. Por fim, confiram juntos as resoluções. Resposta pessoal.

7. Respostas esperadas: Não é possível utilizar a viga de 1,8 m, pois a distância AC é de 2 m. Já a viga de 2,5 m pode ser utilizada, desde que cortada de maneira que uma das partes obtidas tenha 2 m de comprimento.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

2. Equação do 1º grau com duas incógnitas

Vamos verificar como o conceito de sistema de coordenadas cartesianas está vinculado aos estudos de equações do 1º grau com duas incógnitas na representação gráfica.

Leia a situação a seguir.

Armando e Cássio estão jogando: Cássio pensa em dois números e diz a soma para que Armando tente descobrir quais foram os números pensados. Observe uma rodada.



JULIEN MCROBERTS/TETRA IMAGES/GETTY IMAGES

PENSAR E PRATICAR

Se um dos números em que Cássio pensou foi zero, qual foi o outro número pensado por ele? Número 5.

Podemos expressar essa rodada por uma equação em que as incógnitas **x** e **y** representam os números desconhecidos.

$$x + y = 5$$

Note que, nessa equação, há duas incógnitas (**x** e **y**), ambas com expoente 1. Esse é um exemplo de **equação do 1º grau com duas incógnitas**.

Para obter as soluções de equações como essa, podemos atribuir um valor a uma das incógnitas e calcular o valor correspondente à outra. Observe.

- $x = 1$
  $1 + y = 5$
  $1 - 1 + y = 5 - 1$
  $y = 4$
  x = 1 e y = 4

- $x = 3$
  $3 + y = 5$
  $3 - 3 + y = 5 - 3$
  $y = 2$
  x = 3 e y = 2

- $y = -2$
  $x + (-2) = 5$
  $x - 2 + 2 = 5 + 2$
  $x = 7$
  x = 7 e y = −2

- $y = 6$
  $x + 6 = 5$
  $x + 6 - 6 = 5 - 6$
  $x = -1$
  x = −1 e y = 6

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Informar aos estudantes que para uma equação ser caracterizada como sendo do 1º grau com duas incógnitas, é necessário que possua duas incógnitas distintas, e ambas com expoente 1.

No boxe **Pensar e Praticar**, verificar se os estudantes percebem que, para qualquer número que Cássio pensar, sempre haverá outro que, quando adicionado a ele, resultará em 5. Isso porque existem infinitos pares de números cuja soma é 5.

Destacar para os estudantes que pode-se atribuir qualquer valor (número real) a uma das incógnitas e obter o valor da outra, ou seja, a equação apresentada tem infinitas soluções. Ao abordar a representação dessas soluções no plano cartesiano, na página **252**, ler para eles o trecho a seguir, que apresenta informações a respeito da obra de René Descartes (1596-1650) que relacionou dois campos da Matemática, a Álgebra e a Geometria, e deu origem à ideia do plano cartesiano e à Geometria Analítica.

Em 1637, o filósofo francês, René Descartes, publicou *La géométrie*, que mostra como as formas e as figuras geométricas podem ser analisadas através da álgebra. O trabalho de Descartes influenciou a evolução da geometria analítica, um ramo da matemática que contempla a representação de posições num sistema de coordenadas e em que os matemáticos analisam algebricamente essas posições. *La géométrie* demonstra também como resolver problemas matemáticos e discute a representação de pontos de um plano através do uso de números reais e a representação e a classificação de curvas através do uso de equações.

Curiosamente, *Lá géométrie* não usa, na verdade, os eixos "Cartesianos" de coordenadas ou qualquer outro sistema de coordenadas. O livro presta tanta atenção à representação algébrica em formas geométricas quanto à interpretação geométrica através de procedimentos algébricos. [...]

PICKOVER, Clifford A. **O livro da matemática**: de Pitágoras à 57ª dimensão, 250 marcos da história da matemática. Tradução: Carlos Carvalho. Kerkdriel, Holanda: Librero, 2011. p. 136.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Lembrar aos estudantes que, no plano cartesiano, as escalas são as mesmas, isto é, a distância entre uma marcação e a seguinte deve ser a mesma em ambos os eixos. Para indicar um ponto no plano cartesiano, são utilizadas coordenadas representadas por um par ordenado na forma (x, y). A primeira coordenada indica a posição do ponto em relação ao eixo das abscissas (eixo **x**) e a segunda coordenada, a posição do ponto em relação ao eixo das ordenadas (eixo **y**).

No boxe **Pensar e Praticar**, propor aos estudantes que substituam as incógnitas da equação $x + y = 5$ pelas coordenadas dos pontos em destaque na reta, realizem os cálculos e verifiquem que essas coordenadas são soluções da equação.

SAIBA MAIS

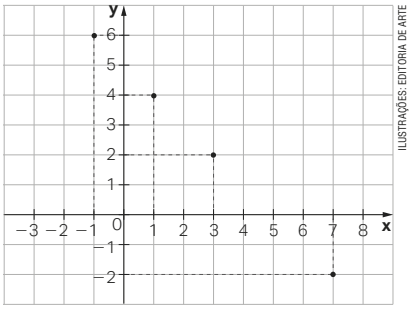
Acessar o *site* indicado a seguir para obter mais informações sobre René Descartes e o plano cartesiano.

- TRINDADE, Gabriel dos. René Descartes. **Clubes de Matemática da OBMEP**. Rio de Janeiro, [202-]. Blogue. Disponível em: http://clubes.obmep.org.br/blog/b_rdescartes/. Acesso em: 9 maio 2024.

Assim, os números que Cássio pensou podem ser, entre outros, 1 e 4, 3 e 2, 7 e −2 ou −1 e 6. Mas perceba que existem outros pares de números cuja soma é 5.

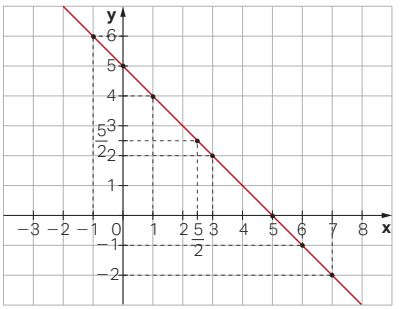
Essas soluções também podem ser indicadas por pares ordenados e representadas por pontos no plano cartesiano. Observe os pontos correspondentes às soluções indicadas a seguir.

$x = 1$ e $y = 4$ → (1, 4)
$x = 3$ e $y = 2$ → (3, 2)
$x = 7$ e $y = -2$ → (7, −2)
$x = -1$ e $y = 6$ → (−1, 6)



ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

É possível obtermos outros infinitos pares ordenados correspondentes às soluções dessa equação. Para isso, basta procedermos como apresentado anteriormente. Todas essas soluções podem ser representadas por pontos no plano cartesiano, determinando uma reta, como mostrado no gráfico.



(1, 4); (3, 2); (7, −2); (−1, 6); (5, 0); $\left(\frac{5}{2}, \frac{5}{2}\right)$; (0, 5); (6, −1).

PENSAR E PRATICAR

Quais pares ordenados correspondentes às soluções da equação $x + y = 5$ estão representados por pontos em destaque na reta?

Note que essa reta não passa pelo ponto de coordenadas (2, 5). Isso indica que $x = 2$ e $y = 5$ não é solução da equação $x + y = 5$, o que pode ser verificado substituindo esses valores na equação. Observe.

$$2 + 5 = 7 \text{ e } 7 \neq 5$$

ATIVIDADES NÃO ESCREVA NO LIVRO. Resoluções a partir da **p. 305**.

1. Na página anterior, foi apresentada uma situação na qual Armando e Cássio estão realizando um jogo em que um dos participantes pensa em dois números e diz a soma deles para que o outro tente descobrir quais foram os números pensados. Suponha que Cássio falou que a soma dos dois números é 13.

a) Escreva uma equação para expressar essa rodada. $x + y = 13$

b) Indique três soluções dessa equação. Depois, compare com as de um colega.
Algumas respostas possíveis: $x = 7$ e $y = 6$; $x = 8$ e $y = 5$; $x = -2$ e $y = 15$; $x = 0$ e $y = 13$.

Atividades

Atividade 1

Esta atividade trabalha a representação de uma situação por uma equação do 1º grau com duas incógnitas e a determinação de soluções. No item **b**, é provável que os estudantes indiquem diferentes respostas; nesse caso, listar algumas delas na lousa para evidenciar o fato de que uma equação do 1º grau com duas incógnitas possui infinitas soluções.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

5. Algumas respostas possíveis: $2x - y = 13$; $x + y = 2$; $6x - y = 33$; $-x + y = -8$; $2x + y = 7$; $\frac{x}{5} - y = 4$.

2. Em cada item, verifique quais das fichas apresentam uma solução para a equação.

a) $2x - y = 7$ Fichas **I**, **II** e **IV**.

I. $x = 4$ e $y = 1$

III. $x = 0$ e $y = 8$

II. $x = 2$ e $y = -3$

IV. $x = -1$ e $y = -9$

b) $3(x + 4y) = -2$ Fichas **III** e **IV**.

I. $x = -3$ e $y = 7$

III. $x = 2$ e $y = -\frac{2}{3}$

II. $x = \frac{1}{4}$ e $y = -2$

IV. $x = 0$ e $y = -\frac{1}{6}$

3. Quais das equações a seguir têm $a = -1$ e $b = 3$ como uma de suas soluções?

$6a - b = -9$ e $5\left(a + \frac{b}{3}\right) = 0$.

$6a - b = -9$

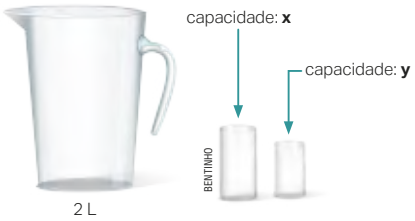
$2a - 9b = 30$

$5\left(a + \frac{b}{3}\right) = 0$

$a - b = 4$

4. Hugo encheu de água sete vezes um copo grande e quatro vezes um copo pequeno e despejou em uma jarra, obtendo 2 L.

Imagens fora de proporção.



Qual das equações a seguir representa essa situação? Alternativa **d**.

a) $x - y = 7$

b) $4x + 7y = 2$

c) $\frac{x}{7} + \frac{y}{2} = 4$

d) $7x + 4y = 2$

e) $7(x + 4y) = 2$

5. Talita representou por $(5, -3)$ uma das soluções de certa equação do 1º grau cujas incógnitas eram **x** e **y**. Escreva, no caderno, essa possível equação. Depois, compare sua resposta com a de um colega.

6. Certo concurso público é composto de duas provas, teórica e prática. Em cada prova, um candidato pode obter de 0 a 10 pontos. João foi aprovado nesse concurso obtendo 8,3 pontos de média nas duas provas.


NIKOLA FIFIC/SHUTTERSTOCK.COM

Atenção e paciência são algumas das habilidades que auxiliam ao realizar uma prova longa.

a) Escreva, no caderno, uma equação para representar essa situação, sendo **p** e **t** os pontos de João nas provas prática e teórica, respectivamente. $\frac{t + p}{2} = 8{,}3$

b) Indique três soluções para a equação que você escreveu para identificar os possíveis pontos que João obteve em cada prova. Uma resposta possível: $t = 9{,}5$ e $p = 7{,}1$; $t = 10$ e $p = 6{,}6$; $t = 8$ e $p = 8{,}6$.

7. Na balança ilustrada, os potes de mesma cor têm massas iguais.



a) Escreva uma equação para expressar essa situação.

b) Quantos gramas tem cada pote sobre a balança?

7. a) $3x + 2y = 1\,700$; **x**: massa de cada pote azul; **y**: massa de cada pote vermelho.

7. b) Algumas respostas possíveis: Pote azul: 400 g e pote vermelho: 250 g; pote azul: 300 g e pote vermelho: 400 g; pote azul: 500 g e pote vermelho: 100 g; pote azul: 150 g e pote vermelho: 625 g.

Atividade 2

Esta atividade trabalha a identificação das soluções de uma equação do 1º grau com duas incógnitas. Para complementar, se julgar necessário, propor aos estudantes os seguintes itens complementares.

a) $-x - 6y = 20$

I. $x = 10$ e $y = -5$

II. $x = -8$ e $y = -2$

III. $x = -2$ e $y = -3$

IV. $x = 16$ e $y = -6$

Resposta: **I**, **II**, **III** e **IV**.

b) $\frac{3x}{5} + \frac{y}{2} = 15$

I. $x = -5$ e $y = 15$

II. $x = 10$ e $y = 18$

III. $x = 0$ e $y = -\frac{1}{2}$

IV. $x = -10$ e $y = 8$

Resposta: Item **II**.

Atividade 3

Esta atividade trabalha a identificação de equações do 1º grau com duas incógnitas correspondentes a uma solução dada. Chamar a atenção dos estudantes para o fato de que diferentes equações do 1º grau com duas incógnitas podem ter uma mesma solução.

Atividade 4

Esta atividade trabalha a identificação de uma equação do 1º grau com duas incógnitas correspondente a determinada situação. Para complementar, pedir aos estudantes que determinem possíveis soluções para a equação. Se julgar necessário, pedir a eles que utilizem 2 000 mL em vez de 2 L. Uma possível solução para a equação $7x + 4y = 2$ é $x = 0{,}2$ e $y = 0{,}15$, que indica que as capacidades dos copos grande e pequeno podem ser, respectivamente, 0,2 L (200 mL) e 0,15 L (150 mL).

Atividade 5

Esta atividade trabalha a escrita de uma equação do 1º grau com duas incógnitas dada uma de suas soluções. É provável que os estudantes indiquem diferentes respostas. Nesse caso, verificar a possibilidade de listar algumas delas na lousa para evidenciar o fato de que existe uma infinidade de equações do 1º grau com duas incógnitas que possuem uma mesma solução.

Atividade 6

Esta atividade trabalha a escrita de uma equação do 1º grau com duas incógnitas para representar determinada situação e possibilita relacionar conteúdos algébricos e estatísticos.

Atividade 7

Esta atividade trabalha a escrita de uma equação do 1º grau com duas incógnitas correspondente a uma situação e à determinação de algumas de suas raízes. Para resolver o item **a**, verificar se os estudantes notaram que a soma das massas dos potes corresponde à massa indicada no visor da balança.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Atividade 8

Esta atividade trabalha a associação das soluções de uma equação do 1º grau com duas incógnitas a uma reta no plano cartesiano. Verificar se os estudantes identificam as coordenadas de cada ponto destacado nas retas representadas em cada item, uma vez que esses pontos representam soluções das equações.

Atividade 9

Esta atividade trabalha a escrita de uma equação do 1º grau com duas incógnitas correspondente a uma situação e à determinação de algumas de suas soluções. Para resolver o item **c**, conversar com os estudantes sobre o fato de que, dependendo do contexto, nem sempre as soluções de uma equação fazem sentido de acordo com a situação proposta. Por exemplo, em casos de soluções decimais para situações cujas incógnitas podem assumir como valor apenas números inteiros e em casos de soluções negativas para situações com incógnitas que podem assumir apenas números naturais.

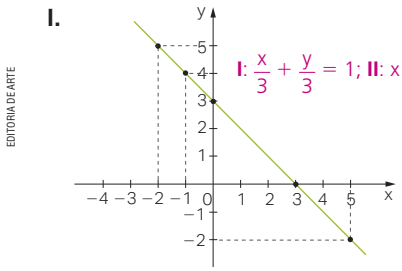
Atividade 10

Esta atividade trabalha a identificação de uma equação do 1º grau com duas incógnitas correspondente a uma situação. Verificar se os estudantes percebem que todos os lados do terreno serão cercados, inclusive o lado localizado às margens do rio.

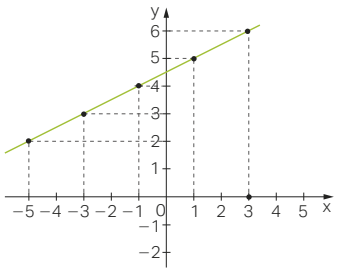
MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

8. Para cada reta no plano cartesiano, indique a equação de uma das fichas cujas soluções estão representadas por ela.

I.



II.



$-5x + y = 15$ | $3x - y = -2$ | $\frac{x}{3} + \frac{y}{3} = 1$

$x - 2y = -9$ | $-2x + y = 6$

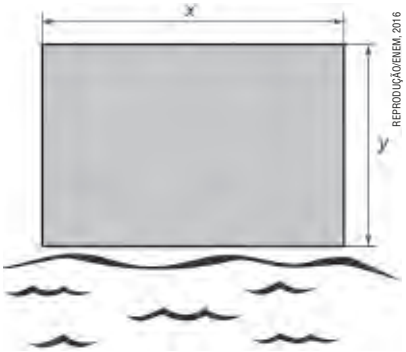
9. Marcos foi ao banco para trocar as moedas que guardou de alguns trocos que recebeu. Na troca, recebeu o total de R$ 86,00 em cédulas de R$ 10,00 e de R$ 2,00. **9. c)** Sim. Resposta esperada: Não é adequada, uma vez que as incógnitas **x** e **y** correspondem à quantidade de cédulas de real e, por conseguinte, não podem ter valor negativo.

a) Escreva uma equação para expressar essa situação, indicando por **x** a quantidade de cédulas de R$ 10,00 e por **y** a quantidade de cédulas de R$ 2,00 que Marcos recebeu nessa troca. $10x + 2y = 86$

b) Indique três soluções para a equação que você escreveu no item anterior. Depois, compare com as de um colega. Uma resposta possível: $x = 8$ e $y = 3$; $x = 5$ e $y = 18$; $x = 3$ e $y = 28$.

c) O par ordenado $(10, -7)$ corresponde a uma solução da equação que você indicou no item **a**? Essa solução da equação é adequada para a situação apresentada?

10. (Enem/MEC) Um terreno retangular de lados cujas medidas, em metro, são x e y será cercado para a construção de um parque de diversões. Um dos lados do terreno encontra-se às margens de um rio. Observe a figura.



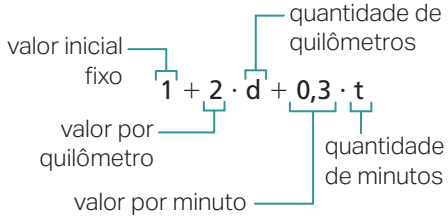
Para cercar todo o terreno, o proprietário gastará R$ 7 500,00. O material da cerca custa R$ 4,00 por metro para os lados do terreno paralelos ao rio, e R$ 2,00 por metro para os demais lados.

Nessas condições, as dimensões do terreno e o custo total do material podem ser relacionados pela equação Alternativa **a**.

a) $4(2x + y) = 7\,500$
b) $4(x + 2y) = 7\,500$
c) $2(x + y) = 7\,500$
d) $2(4x + y) = 7\,500$
e) $2(2x + y) = 7\,500$

ATIVIDADE COMPLEMENTAR

A expressão algébrica a seguir representa o preço de uma viagem, em real, usando um aplicativo de transporte privado.



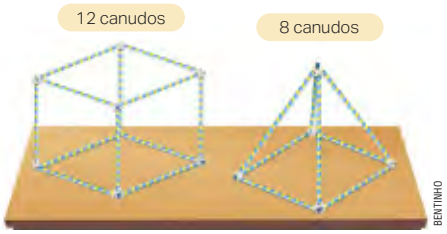
a) Quantos quilômetros foram percorridos em uma viagem cujo preço foi R$ 42,00, realizada em 30 minutos? Resposta: 16 km.

b) Em quantos minutos foi realizada uma viagem de 10 km cujo preço foi R$ 27,00? Resposta: 20 min.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

Sistema de duas equações do 1º grau com duas incógnitas

Um artesão construiu estruturas de cubos e pirâmides de base quadrada, conforme representado na imagem. Ao todo, foram utilizados 68 canudos para construir 7 estruturas. Quantas estruturas de cubo e quantas de pirâmide de base quadrada foram construídas?



BENTINHO

Para resolver esse problema, podemos escrever duas equações do 1º grau com duas incógnitas: uma equação para expressar a quantidade de canudos utilizados e outra para o total de estruturas construídas. Observe.

Canudos

$12x + 8y = 68$

- $12x$: quantidade de canudos em cada estrutura de cubo
- $8y$: quantidade de canudos em cada estrutura de pirâmide
- x: quantidade de estruturas de cubo
- y: quantidade de estruturas de pirâmide
- 68: quantidade total de canudos

Estruturas construídas

$x + y = 7$

- x: quantidade de estruturas de cubo
- y: quantidade de estruturas de pirâmide
- 7: quantidade total de estruturas

Essas equações formam um **sistema de duas equações do 1º grau com duas incógnitas**, que pode ser representado da seguinte maneira.

$$\begin{cases} 12x + 8y = 68 \\ x + y = 7 \end{cases}$$

Em um sistema como esse, a solução deve satisfazer as duas equações simultaneamente. Observe algumas soluções de cada equação desse sistema.

- $12x + 8y = 68$

  Algumas soluções possíveis: (1, 7), (3, 4) e (5, 1).
- $x + y = 7$

  Algumas soluções possíveis: (1, 6), (2, 5), (3, 4) e (4, 3).

  Como (3, 4) é solução de cada equação, podemos dizer que essa é a solução desse sistema.

  Assim, foram construídas 3 estruturas de cubos e 4 estruturas de pirâmides de base quadrada.

Quantidade de estruturas de cubos	Quantidade de estruturas de pirâmides	Quantidade total de canudos	Quantidade total de estruturas
x	y	$12x + 8y$	$x + y$
1	7	$12 + 56 = 68$	$1 + 7 = 8$
5	1	$60 + 8 = 68$	$5 + 1 = 6$
3	4	$36 + 32 = 68$	$3 + 4 = 7$
1	6	$12 + 48 = 60$	$1 + 6 = 7$
2	5	$24 + 40 = 64$	$2 + 5 = 7$
4	3	$48 + 24 = 72$	$4 + 3 = 7$

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

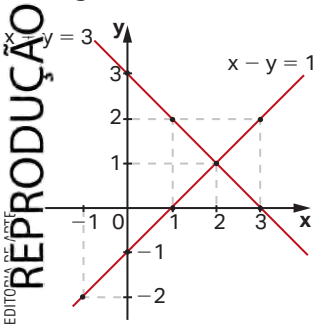
No problema envolvendo o uso de canudos, caso julgar necessário, construir na lousa um quadro como o apresentado na parte inferior desta página para evidenciar que, entre as soluções apresentadas para cada equação no Livro do estudante, apenas uma delas é solução de ambas as equações. Verificar se os estudantes associam cada canudo, nas construções das estruturas do cubo e da pirâmide, com a indicação de uma aresta das representações de figuras geométricas espaciais desse tipo.

Na segunda e terceira linhas do quadro, os valores atribuídos para **x** e **y** satisfazem apenas à equação $12x + 8y = 68$. Nas três últimas linhas do quadro, os valores atribuídos para **x** e **y** satisfazem apenas à equação $x + y = 7$. Apenas para $x = 3$ e $y = 4$, ambas as equações são satisfeitas; por isso, pode-se dizer que essa é uma solução do sistema.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Antes de iniciar o trabalho com as atividades propostas, uma possibilidade é desenvolver com a turma o estudo da representação geométrica de um sistema de duas equações do 1º grau com duas incógnitas. Para isso, explicar a eles que quando as duas retas que representam as soluções das equações de um sistema desses são concorrentes, ou seja, se cruzam em um único ponto, pode-se dizer que o sistema tem uma única solução, que corresponde às coordenadas desse ponto. Então, apresentar a eles o sistema $\begin{cases} x - y = 1 \\ x + y = 3 \end{cases}$ Junto com eles, obter a representação geométrica dessas equações, conforme segue.



EDITORIA DE ARTE

Por fim, destacar que as retas se intersectam no ponto de coordenadas (2, 1), que corresponde a uma solução comum das equações, o que indica que (2, 1) é a solução do sistema.

Atividades

Atividade 1

Esta atividade trabalha a identificação de solução de um sistema de duas equações do 1º grau com duas incógnitas. Informar aos estudantes que, em cada item, o sistema possui apenas uma solução. Verificar se eles percebem que os valores apresentados em algumas fichas são soluções de apenas uma das equações do sistema e, portanto, não configuram uma solução do sistema. Para complementar, propor que identifiquem qual item indica uma solução do sistema a seguir.

$\begin{cases} \frac{2x}{3} - \frac{y}{2} = 2 \\ x - 3y = -6 \end{cases}$

I. $x = 5$ e $y = 2$

II. $x = 3$ e $y = 0$

III. $x = 6$ e $y = 4$

IV. $x = 9$ e $y = 5$

Resposta: Item **III**.

Atividade 2

Esta atividade trabalha a representação de uma situação por meio de um sistema de duas equações do 1º grau com duas incógnitas e a identificação de sua solução.

Atividade 3

Esta atividade trabalha a discussão das soluções de um sistema de duas equações do 1º grau com duas incógnitas.

ATIVIDADES

NÃO ESCREVA NO LIVRO.

Resoluções a partir da **p. 305**.

1. Em cada item, verifique qual das fichas corresponde à solução do sistema.

a) $\begin{cases} x - 2y = 1 \\ 3x + y = 10 \end{cases}$ Ficha **II**.

I. $x = 5$ e $y = 2$

II. $x = 3$ e $y = 1$

III. $x = 2$ e $y = 4$

b) $\begin{cases} 2x + 4y = 4 \\ \frac{x}{2} + 3y = 5 \end{cases}$ Ficha **III**.

I. $x = 3$ e $y = -1$

II. $x = 4$ e $y = 1$

III. $x = -2$ e $y = 2$

2. Na turma de Natália, cursam 35 estudantes, sendo 5 homens a mais que mulheres.

a) Considerando **x** a quantidade de homens e **y** a de mulheres, qual sistema de equações a seguir representa essa situação? Alternativa **II**.

I. $\begin{cases} x + y = 35 \\ x + y = 5 \end{cases}$ **II.** $\begin{cases} x + y = 35 \\ x - y = 5 \end{cases}$

III. $\begin{cases} x - y = 35 \\ x + y = 5 \end{cases}$

b) Qual das fichas a seguir apresenta a solução do sistema que você indicou no item **a**? Ficha **III**.

I. $x = 25$ e $y = 10$

II. $x = 15$ e $y = 20$

III. $x = 20$ e $y = 15$

3. Resposta esperada: Ambos fizeram uma afirmação verdadeira, pois $x = 2$ e $y = 0$, assim como $x = 3$ e $y = 2$, são soluções do sistema de equações apresentado.

c) Quantos homens e quantas mulheres estudam nessa turma?
20 homens e 15 mulheres.



ANDRESWDE/GETTY IMAGES

Qualquer pessoa com idade acima de 18 anos pode frequentar a Educação de Jovens e Adultos (EJA) a fim de completar os estudos na Educação Básica.

3. Observe o que Lúcia e Jonas afirmaram sobre o sistema: $\begin{cases} 4x - 2y = 8 \\ x - \frac{y}{2} = 2 \end{cases}$



LUMINOLA/E+/GETTY IMAGES

Faça os cálculos necessários e verifique quem fez uma afirmação verdadeira: Lúcia ou Jonas. Depois, justifique.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

4. Junte-se a um colega para resolver esta atividade. Observem quanto dois amigos pagaram por alguns pães de queijo e copos de suco em uma lanchonete.

Imagens fora de proporção.



LUCAS PARAU

DICA

Para resolver o sistema, vocês podem realizar tentativas, ou seja, supor uma solução e fazer a verificação substituindo as incógnitas. Também é possível obter soluções para cada equação e identificar alguma em comum ou, ainda, representar graficamente o sistema.

a) Escrevam um sistema de equações para expressar essa situação. Nele, uma incógnita deve representar o preço do pão de queijo e a outra, o preço do suco de laranja.

b) Agora, resolvam esse sistema e determinem o preço de cada produto.

Pão de queijo: R$ 4,00; suco de laranja: R$ 6,00.

5. Leia o problema a seguir.

> Para pintar um muro, Murilo precisa preparar 20 L de tinta de certa tonalidade de verde. Ele misturou tinta amarela com tinta azul, de maneira que a quantidade de tinta amarela foi 5 L menor que a de tinta azul. Quantos litros de cada tinta foram utilizados na mistura?

7,5 L de tinta amarela e 12,5 L de tinta azul.

Para resolver esse problema, você pode realizar as etapas seguintes.

1ª **Compreender o problema.**
Leia o problema com atenção e pesquise o significado de palavras que desconheça. Anote as principais informações: aquilo que tem de ser obtido, os dados relevantes para a resolução etc. Se possível, faça um desenho ou construa um quadro e estime uma resposta.

2ª **Elaborar um plano.**
Tente lembrar se já resolveu um problema parecido. Verifique se é possível resolvê-lo por partes. Pense em um plano para resolver esse problema e escreva-o.

3ª **Realizar o que planejou.**
Execute seu plano, fazendo os cálculos e registros necessários com atenção.



RONSTIK/ISTOCK/GETTY IMAGES

Existem vários tipos de tinta. Sempre verifique a mais adequada para a superfície a ser pintada.

4ª **Fazer a verificação.**
Reveja toda a resolução, observando se as etapas e os cálculos estão corretos. Compare a resposta obtida com aquela que estimou anteriormente. Pense em outra maneira de resolver esse problema e se a solução obtida é a mesma.

6. Elabore e registre no caderno um problema que possa ser representado por um sistema de equações do 1º grau com duas incógnitas. Depois, troque o problema com um colega para que um resolva o do outro realizando as etapas indicadas na atividade anterior. Por fim, verifiquem se as respostas estão corretas.

Resposta pessoal.

Atividade 4

Esta atividade trabalha a representação de uma situação contextualizada por um sistema de duas equações do 1º grau com duas incógnitas e a sua resolução. Aproveitar o contexto para chamar a atenção dos estudantes sobre a importância de se ter uma alimentação saudável, dando prioridade a alimentos assados em vez de fritos e aos sucos naturais. Se considerar conveniente, ler para os estudantes o texto a seguir, que trata desse tema.

Manter uma alimentação saudável ao longo da vida evita não só a má nutrição em todas as suas formas, mas também uma gama de DCNT e outras condições de saúde. No entanto, o aumento da produção de alimentos processados, a rápida urbanização e a mudança de estilos de vida deram lugar a uma alteração nos padrões alimentares. As pessoas agora consomem mais alimentos ricos em calorias, gorduras, açúcares livres e sal/sódio – e muitas não comem frutas, vegetais e outras fibras alimentares o suficiente.

A composição exata de uma dieta diversificada, equilibrada e saudável varia de acordo com as características individuais de cada pessoa (idade, sexo, estilo de vida e grau de atividade física), contexto cultural, alimentos disponíveis localmente e hábitos alimentares. No entanto, os princípios básicos do que constitui uma alimentação saudável permanecem os mesmos para todas e todos.

[...]

ORGANIZAÇÃO PAN-AMERICANA DA SAÚDE. **Alimentação saudável**. [*S. l.*]: OPAS: Unesco, [ca. 2024]. Disponível em: https://www.paho.org/pt/topicos/alimentacao-saudavel. Acesso em: 9 maio 2024.

Explicar que a sigla DCNT significa Doenças Crônicas Não Transmissíveis.

Aproveite o tema do texto para fazer uma roda de conversa com os estudantes sobre o assunto hábitos alimentares. Deve-se promover um ambiente de escuta respeitosa que caminhe para reflexões relacionadas à **Saúde e bem-estar**.

Atividade 5

Esta atividade apresenta uma sequência de etapas para representar, por meio de um sistema de duas equações do 1º grau com duas incógnitas, uma situação contextualizada e a determinação de sua solução.

Atividade 6

Esta atividade trabalha a elaboração de problema pelos estudantes envolvendo o conceito de sistema de duas equações do 1º grau com duas incógnitas. Observe um exemplo de problema que pode ser elaborado por eles.

- Moisés sacou R$ 100,00 em um caixa eletrônico. Nesse saque, foram retiradas 7 cédulas apenas nos valores de R$ 20,00 e R$ 10,00. Quantas cédulas de cada valor Moisés sacou?

Resposta: 4 cédulas de R$ 10,00 e 3 cédulas de R$ 20,00.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

No trabalho com a resolução do sistema por meio do método da substituição, dizer aos estudantes que, na 1ª etapa, geralmente, a equação escolhida é aquela escrita da maneira mais simplificada. Essa escolha é realizada principalmente para facilitar os cálculos nas próximas etapas. No exemplo do sistema que representa a massa das caixinhas, optou-se por escolher a equação $x + y = 8$ e isolar a incógnita **x**, mas poderia ser isolada a incógnita **y** que a solução seria a mesma. Além disso, se a equação escolhida fosse $2x + 3y = 21$, poderia ser isolada qualquer uma das incógnitas que a solução também seria a mesma; a diferença estaria nos cálculos das próximas etapas. De modo geral, para resolver um sistema de equações do 1º grau com duas equações e duas incógnitas pelo método da substituição, é possível escolher qualquer equação e isolar qualquer incógnita de acordo com a que for mais conveniente para a situação.

Na 2ª etapa, é necessário substituir na outra equação do sistema a expressão equivalente à incógnita isolada na 1ª etapa. Isso porque, se a substituição for feita na mesma equação utilizada na 1ª etapa, obtêm-se igualdades que não contribuem na resolução do sistema. No sistema do exemplo, ao isolar **x** na equação $x + y = 8$, obtém-se $x = 8 - y$ e, por isso, substitui-se a incógnita **x**, na equação $2x + 3y = 21$, por $8 - y$.

Para complementar, propor aos estudantes que resolvam o mesmo sistema isolando qualquer uma das incógnitas da equação $2x + 3y = 21$ para que eles verifiquem se os resultados obtidos serão os mesmos.

Resolução de sistemas de duas equações do 1º grau com duas incógnitas

Uma indústria de cosméticos confeccionou minicaixas para compor uma paleta de sombra de olhos. Essas caixas eram de duas cores diferentes, azuis e vermelhas, de maneira que as caixas de mesma cor tinham massas iguais. Observe duas pesagens que Olívia fez com algumas dessas caixas.

Imagens fora de proporção.

pesagem I



pesagem II



LUCAS FARAUJ

Para calcular a massa de cada caixa, podemos escrever um sistema com as equações que representam cada pesagem, em que **x** corresponde à massa de cada caixa vermelha e **y**, à de cada caixa azul, conforme representado.

pesagem I

$$\begin{cases} x + y = 8 \\ 2x + 3y = 21 \end{cases}$$

pesagem II

Podemos resolver esse sistema usando o **método da substituição**. Observe as etapas.

1ª Escolhemos uma das equações e, nela, isolamos uma incógnita.

$$x + y = 8$$
$$x + y - y = 8 - y$$
$$x = 8 - y$$

2ª Na outra equação, substituímos a expressão equivalente à incógnita isolada anteriormente e realizamos os cálculos.

$$2 \cdot (8 - y) + 3y = 21$$
$$16 - 2y + 3y = 21$$
$$16 - 16 + y = 21 - 16$$
$$y = 5$$

3ª Substituímos a incógnita calculada anteriormente em uma das equações e realizamos os cálculos.

$$x + 5 = 8$$
$$x + 5 - 5 = 8 - 5$$
$$x = 3$$

Portanto, a solução do sistema é $x = 3$ e $y = 5$, ou seja, a caixinha vermelha tem 3 g e a azul, 5 g.

258

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

Outra maneira de resolvermos um sistema de equações do 1º grau com duas incógnitas é por meio do **método da adição**. Leia o problema a seguir.

Nas comunidades quilombolas, descendentes de pessoas escravizadas mantêm tradições culturais, de subsistência e religiosas. Até o fim da primeira quinzena de 2020, o Maranhão e a Bahia eram os estados com a maior quantidade dessas comunidades, com 1 670 ao todo. Quantas comunidades quilombolas há em cada um desses estados, sabendo que no Maranhão havia 16 comunidades a mais que na Bahia?

Fonte dos dados: BRASIL. Ministério da Cultura. Fundação Cultural Palmares. **Quadro geral de comunidades remanescentes de quilombos (CRQs)**. Brasília, DF: FCP, [2021]. Disponível em: https://www.palmares.gov.br/wp-content/uploads/2015/07/quadro-geral-por-estados-e-regioes-15-06-2021.pdf. Acesso em: 28 abr. 2024.



RICARDO AZOURY/PULSAR IMAGENS

Pescadores esticando rede de pesca na praia de Mamuna, comunidade quilombola de Mamuna, no município de Alcântara (MA). Fotografia de 2019.

Para resolver esse problema, podemos escrever um sistema de equações, em que **x** e **y** representam, respectivamente, as quantidades de comunidades quilombolas no Maranhão e na Bahia.

$$\begin{cases} x + y = 1\,670 \\ x - y = 16 \end{cases}$$

Observe as etapas para resolver esse sistema com o método da adição.

1ª Note que as equações do sistema apresentam os termos opostos **y** e **−y**.

$$\begin{cases} x + y = 1\,670 \\ x - y = 16 \end{cases}$$

2ª Adicionamos essas equações membro a membro, eliminando a incógnita **y**.

$$\begin{array}{r} x + y = 1\,670 \\ + \quad x - y = 16 \\ \hline 2x + 0y = 1\,686 \end{array} \longrightarrow 2x = 1\,686$$

3ª Resolvemos a equação $2x = 1\,686$.

$$2x = 1\,686$$

$$\frac{2x}{2} = \frac{1\,686}{2}$$

$$x = 843$$

4ª Substituímos a incógnita calculada anteriormente em uma das equações e realizamos os cálculos.

$$843 + y = 1\,670$$

$$843 - 843 + y = 1\,670 - 843$$

$$y = 827$$

Portanto, a solução do sistema é $x = 843$ e $y = 827$, ou seja, no Maranhão havia 843 comunidades quilombolas e na Bahia, 827.

Aproveitar o tema do texto para fazer uma roda de conversa com os estudantes sobre o assunto **Identidade e cultura** das populações quilombolas.

SAIBA MAIS

Sugerir aos estudantes que assistam ao vídeo indicado a seguir para obter mais informações sobre comunidades quilombolas.

- VEJA a primeira reportagem da série sobre comunidades quilombolas. 2017. (5 min). Publicado pelo canal EBC. Disponível em: https://tvbrasil.ebc.com.br/node/122590. Acesso em: 9 maio 2024.

Nas etapas apresentadas da resolução do problema, verificar se os estudantes identificam o que corresponde a cada um dos termos das equações que compõem o sistema. Se julgar necessário, informar a eles que a equação $x + y = 1\,670$ corresponde à quantidade total de comunidades quilombolas dos estados da Bahia e do Maranhão em 2020, e a equação $x - y = 16$ corresponde à diferença entre a quantidade de comunidades quilombolas do estado da Bahia e a do Maranhão em 2020.

Considerando o contexto do problema apresentado na página **259** do Livro do estudante, sugere-se ler para a turma o trecho a seguir, que apresenta uma definição do que se entende por comunidade quilombola.

As comunidades quilombolas são grupos étnicos – predominantemente constituídos pela população negra rural ou urbana –, que se autodefinem a partir das relações com a terra, o parentesco, o território, a ancestralidade, as tradições e práticas culturais próprias.

[...] As terras ocupadas por remanescentes das comunidades dos quilombos são aquelas utilizadas para a garantia de sua reprodução física, social, econômica e cultural. Como parte de uma reparação histórica, a política de regularização fundiária de Territórios Quilombolas é de suma importância para a dignidade e garantia da continuidade desses grupos étnicos.

[...]

BRASIL. Ministério do Desenvolvimento Agrário. Incra. **Quilombolas**. Brasília, DF: MDA: Incra, 28 jan. 2020. Disponível em: https://www.gov.br/incra/pt-br/assuntos/governanca-fundiaria/quilombolas. Acesso em: 9 maio 2024.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Informar aos estudantes que, ao multiplicar ambos os membros de uma equação por um mesmo número diferente de zero, é utilizada a propriedade multiplicativa da igualdade e, com isso, é possível obter equações equivalentes, ou seja, equações que possuem a mesma solução.

No exemplo apresentado no Livro do estudante, comentar que a primeira equação foi multiplicada por 2 por conveniência, pois, desse modo, foi possível obter uma equação equivalente à primeira com um dos termos oposto ao da segunda equação (2y na primeira equação e −2y na segunda equação). Sugerir que multipliquem a primeira equação por (−3) e resolvam o sistema de equações por meio do método da adição para que verifiquem que os resultados obtidos são os mesmos. Nesse caso, os termos opostos obtidos serão −3x na primeira equação e 3x na segunda equação.

Atividades

Atividade 1

Esta atividade trabalha a resolução de sistemas de duas equações do 1º grau com duas incógnitas.

Atividade 2

Esta atividade trabalha a representação das soluções das equações de um sistema de duas equações do 1º grau com duas incógnitas por retas no plano cartesiano e a sua interpretação. Verificar se os estudantes percebem que as coordenadas do ponto **P** correspondem a uma única solução em comum de ambas as equações, o que pode ser entendido como a solução de um sistema formado por essas duas equações.

Atividade 3

Esta atividade trabalha a elaboração pelos estudantes de um sistema de duas equações do 1º grau com duas incógnitas. É provável que eles indiquem diferentes sistemas de equações; nesse caso, verificar a possibilidade de listar alguns deles na lousa para evidenciar o fato de que existe uma infinidade de sistemas de duas equações do 1º grau com duas incógnitas que possuem uma mesma solução.

Atividade 4

Esta atividade trabalha a representação de uma situação contextualizada por um sistema de duas equações do 1º grau com duas incógnitas e a sua resolução. As informações apresentadas no cartaz são fictícias.

Em alguns sistemas, não há termos opostos nas equações. Nesse caso, para usar o método da adição, podemos multiplicar ambos os membros de uma das equações por um mesmo número diferente de zero.

Observe, por exemplo, como podemos resolver o sistema: $\begin{cases} x + y = 7 \\ 3x - 2y = 6 \end{cases}$

- Multiplicamos por 2 a primeira equação.

$$\begin{cases} x + y = 7 \\ 3x - 2y = 6 \end{cases} \xrightarrow{\cdot 2} \begin{cases} 2x + 2y = 14 \\ 3x - 2y = 6 \end{cases}$$

DICA

Observe que, no sistema obtido, os termos 2y e −2y são opostos.

- Agora, pelo método da adição, resolvemos o sistema obtido.

EDITORIA DE ARTE

$$\begin{array}{r} 2x + 2y = 14 \\ + \quad 3x - 2y = 6 \\ \hline 5x + 0y = 20 \end{array} \qquad \begin{array}{l} 5x = 20 \\ \frac{5x}{5} = \frac{20}{5} \\ x = 4 \end{array} \qquad \begin{array}{l} 2 \cdot 4 + 2y = 14 \\ 8 - 8 + 2y = 14 - 8 \\ \frac{2y}{2} = \frac{6}{2} \\ y = 3 \end{array}$$

Portanto, a solução do sistema é $x = 4$ e $y = 3$.

ATIVIDADES

NÃO ESCREVA NO LIVRO.

Resoluções a partir da **p. 305**.

1. Resolva os sistemas de equações.

a) $\begin{cases} x + y = 2 \\ x - y = -4 \end{cases}$ $x = -1$ e $y = 3$.

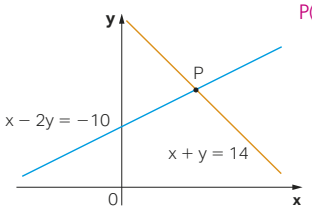
b) $\begin{cases} 3x - y = 3 \\ x + 2y = 29 \end{cases}$ $x = 5$ e $y = 12$.

c) $\begin{cases} 4x + 3y = 37 \\ -4x + 2y = -2 \end{cases}$ $x = 4$ e $y = 7$.

d) $\begin{cases} 6x + 4y = -6 \\ 5x - 2y = 27 \end{cases}$ $x = 3$ e $y = -6$.

2. As retas a seguir representam as soluções das equações indicadas. Calcule as coordenadas do ponto **P**.

P(6, 8)



EDITORIA DE ARTE

3. Algumas respostas possíveis: $\begin{cases} x + y = 7 \\ x - y = -1 \end{cases}$; $\begin{cases} 3x - y = 5 \\ 2x + 4y = 22 \end{cases}$; $\begin{cases} x - 3y = -9 \\ 6x - 2y = 10 \end{cases}$.

3. Escreva um sistema de duas equações do 1º grau com duas incógnitas em que o par ordenado (3, 4) seja solução. Em seguida, troque-o com um colega para que um resolva o do outro. Ao final, confiram juntos as resoluções.

4. Observe o cartaz na bilheteria de um teatro.

25 entradas inteiras e 45 meias-entradas.



ARTUR FUJITA

Para certa seção dessa peça, foram vendidos todos os ingressos, arrecadando ao todo R$ 950,00. Calcule quantos ingressos de cada tipo foram vendidos.

DICA

Nessa atividade, considere **x** a quantidade de entradas inteiras e **y** a quantidade de meias-entradas.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

5. (Enem/MEC) Em um país, as infrações de trânsito são classificadas de acordo com sua gravidade. Infrações dos tipos *leves* e *médias* acrescentam, respectivamente, 3 e 4 pontos na carteira de habilitação do infrator, além de multas a serem pagas. Um motorista cometeu 5 infrações de trânsito. Em consequência teve 17 pontos acrescentados em sua carteira de habilitação.

Qual é a razão entre o número de infrações do tipo *leve* e o número de infrações do tipo *média* cometidas por esse motorista? Alternativa **b**.

a) $\frac{1}{4}$ **d)** $\frac{5}{17}$

b) $\frac{3}{2}$ **e)** $\frac{7}{17}$

c) $\frac{3}{4}$

6. Para resolver o sistema $\begin{cases} 3x + 4y = 10 \\ 2x + 5y = 9 \end{cases}$ pelo método da adição, inicialmente, Gabriel multiplicou a primeira equação por 2 e a segunda por -3, obtendo termos opostos nas equações. Observe.

$$\begin{cases} 3x + 4y = 10 \xrightarrow{\cdot 2} \\ 2x + 5y = 9 \xrightarrow{\cdot (-3)} \end{cases} \begin{cases} 6x + 8y = 20 \\ -6x - 15y = -27 \end{cases}$$

a) No sistema obtido por Gabriel, quais são os termos opostos das equações? $6x$ e $-6x$.

b) Caso Gabriel tivesse multiplicado a primeira equação por 3 e a segunda por 2, ele obteria um sistema com termos opostos nas equações? Não.

c) Pense em outra maneira pela qual Gabriel pode multiplicar as equações desse sistema para obter termos opostos.

d) Resolva esse sistema pelo método da adição. $x = 2$ e $y = 1$.

7. Com um colega, analisem os procedimentos utilizados para resolver os sistemas de duas equações do 1º grau com duas incógnitas apresentados na atividade anterior. Em seguida, no caderno, descrevam um procedimento que, quando necessário, possibilite transformar um sistema de equações em um sistema equivalente para depois resolvê-lo pelo método da adição. Por fim, comparem a resposta de vocês com a de outra dupla. Resposta nas **Orientações do professor**.

8. Resolva os sistemas de equações.

a) $\begin{cases} 4x + 2y = 2 \\ 7x + 3y = 1 \end{cases}$ $x = -2$ e $y = 5$.

b) $\begin{cases} 6x - 8y = 14 \\ 5x + 6y = -1 \end{cases}$ $x = 1$ e $y = -1$.

9. Em certo estacionamento, a diária da permanência de um veículo durante um dia inteiro custa R$ 15,00 para motocicletas e R$ 30,00 para carros. Em certa semana, o estacionamento arrecadou R$ 2.700,00 com a cobrança de 100 diárias. Nessa semana, quantas diárias foram de motocicletas e quantas foram de carros?

80 de carros e 20 de motocicletas.

10. Certa cooperativa de catadores vende os materiais que coletam a uma indústria de reciclagem que paga R$ 2,20 pelo quilograma de garrafas PET e R$ 6,60 pelo quilograma de alumínio. Em certo mês, foram vendidos por R$ 6.710,00 um total de 1 550 kg desses materiais.

Quantos quilogramas de garrafas PET e quantos de alumínio a cooperativa vendeu nesse mês? 800 kg de garrafas PET e 750 kg de alumínio.

6. c) Algumas respostas possíveis: Multiplicar a primeira equação por -5 e a segunda por 4; multiplicar a primeira equação por -4 e a segunda por 6.

Atividade 5

Esta atividade trabalha a representação de uma situação por um sistema de duas equações do 1º grau com duas incógnitas e a sua resolução. Para responder à questão proposta, se necessário, relembrar aos estudantes que a razão entre um número **a** e um número **b**, diferente de zero, é $\frac{a}{b}$.

Atividade 6

Esta atividade trabalha uma estratégia para a resolução de um sistema de duas equações do 1º grau com duas incógnitas. Para complementar esta atividade, solicitar aos estudantes que resolvam o sistema obtendo os termos opostos com a incógnita **y**. Nesse caso, a primeira equação pode ser multiplicada por (-5) e a segunda, por 4.

Atividade 7

Esta atividade trabalha a análise de procedimentos para a resolução de um sistema de duas equações do 1º grau com duas incógnitas. É importante que os estudantes compreendam que, para aplicar o método da adição na resolução de um sistema de equações, é necessário que essas equações tenham um par de termos opostos, ou seja, que os coeficientes de uma das incógnitas sejam números opostos.

Atividade 8

Esta atividade trabalha a resolução de sistema de duas equações do 1º grau com duas incógnitas.

Atividade 9

Esta atividade trabalha a representação de uma situação contextualizada por um sistema de duas equações do 1º grau com duas incógnitas e a sua resolução.

Atividade 10

Esta atividade trabalha a representação de uma situação contextualizada por um sistema de duas equações do 1º grau com duas incógnitas e a sua resolução. Aproveitar a temática e conversar com os estudantes sobre o ofício dos catadores de materiais recicláveis. Ler para eles o texto a seguir.

Os catadores de matérias reutilizáveis e recicláveis desempenham papel fundamental na implementação da Política Nacional de Resíduos Sólidos (PNRS), com destaque para a gestão integrada dos resíduos sólidos. De modo geral, atuam nas atividades da coleta seletiva, triagem, classificação, processamento e comercialização dos resíduos reutilizáveis e recicláveis, contribuindo de forma significativa para a cadeia produtiva da reciclagem.

[...]

BRASIL. Ministério do Meio Ambiente. **Catadores de Materiais Recicláveis**. Brasília, DF: MMA, [ca. 2024]. Disponível em: https://antigo.mma.gov.br/cidades-sustentaveis/residuos-solidos/catadores-de-materiais-reciclaveis.html. Acesso em: 9 maio 2024.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Informar aos estudantes que, para a realização do Censo no Brasil, envolve-se uma grande quantidade de pessoas porque é necessário percorrer um país heterogêneo com cerca de 8 milhões de quilômetros quadrados. No Censo 2022 foram recenseados os 5 570 municípios do país, com visitas a aproximadamente 75 milhões de domicílios; trabalho para mais de 200 mil pessoas contratadas e treinadas (coleta, supervisão, apoio e administrativo).

Fonte dos dados: INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. **Censo 2022**. Rio de Janeiro: IBGE, 2024. Disponível em: https://censo2022.ibge.gov.br/sobre/numeros-do-censo.html. Acesso em: 9 maio 2024.

Comentar que o Censo previsto para ser realizado em 2020 foi adiado por causa da pandemia da covid-19, sendo realizado apenas em 2022. Perguntar aos estudantes se já responderam a alguma entrevista de pesquisa e, em caso positivo, incentivá-los a descrever como foi essa experiência (temática da pesquisa, exemplos de perguntas etc.).

Ao trabalhar os tipos de amostra, sugere-se ler para os estudantes o trecho a seguir, que apresenta algumas razões para a utilização de amostras em vez da população em pesquisas estatísticas.

A primeira razão para estudar uma amostra, em lugar de toda a população, é a questão *do custo e da demora dos censos*. Por exemplo, qual é, em média, o peso ao nascer de nascidos vivos no Brasil em determinado ano? Avaliar toda a população pode ser impossível para o pesquisador, porque levaria muito tempo e seria muito caro.

Outra razão para estudar amostras é o fato de existirem *populações tão grandes* que estudá-las por inteiro seria impossível. Por exemplo, quantos peixes tem o mar? [...]

Outras vezes é *impossível* estudar toda a população porque o estudo destrói as unidades. Uma empresa que fabrica fósforos e queira testar a qualidade do produto que fabrica não pode acender todos os fósforos que fabricou – mas apenas alguns deles.

VIEIRA, Sonia. **Introdução à bioestatística**. 4. ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2011. p. 4-5.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

3. Pesquisa estatística

Anteriormente, quando estudamos pesquisa estatística, vimos que o Censo Demográfico, realizado pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) a cada 10 anos, é uma **pesquisa censitária**, pois são coletados dados de todas as pessoas a serem pesquisadas.

Já a Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios (PNAD), também realizada pelo IBGE, é uma **pesquisa por amostra**, uma vez que é feita com apenas uma parcela da população.

SAIBA MAIS

- GUIMARÃES, Carlos Alberto. Em 150 anos, conheça a história que o Censo conta. **Agência IBGE Notícias**, 26 abr. 2022. Disponível em: https://agenciadenoticias.ibge.gov.br/agencia-noticias/2012-agencia-de-noticias/noticias/33495-em-150-anos-conheca-a-historia-que-o-censo-conta. Acesso em: 27 maio 2024.

Acesse esse *site* para obter mais informações sobre a história da realização do Censo no Brasil.



EDSON GRANDISOLI/PULSAR IMAGENS

Recenseador do IBGE coletando informações de moradora para o Censo Demográfico de 2022 em Sorocaba (SP). Fotografia de 2023.

Em Estatística, chamamos de **população** o conjunto de todos os elementos que estão sendo investigados na pesquisa. Quando essa pesquisa é censitária, cada elemento da população é investigado.

Chamamos de **amostra** um conjunto formado por parte dos elementos da população. Assim, em uma pesquisa por amostra, é investigada apenas parte da população a fim de retratar as características dessa população.

Considere, por exemplo, um município com 30 000 eleitores aptos a votar em uma eleição. Para realizar uma pesquisa de intenção de voto, um instituto entrevistou 200 desses eleitores. Nesse caso, os 30 000 eleitores do município correspondem à população, e os 200 eleitores entrevistados, a uma amostra dessa população.

Tipos de amostra

Para que uma pesquisa por amostra retrate, da melhor maneira possível, as características da população investigada, é necessário que a amostra seja escolhida adequadamente.

Existem diversas técnicas de amostragem, ou seja, de selecionar os elementos da população para compor a amostra. Observe informações sobre três técnicas de amostragem.

OBJETO EDUCACIONAL DIGITAL

O *podcast* **Censo demográfico e pesquisa estatística** apresenta o Censo Demográfico realizado pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), ressaltando a importância das pesquisas estatísticas para fornecer informações valiosas sobre uma população.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

Amostra casual simples

O professor de uma turma quer realizar uma pesquisa para obter informações a respeito dos estudantes dessa turma, como idade, altura, massa. Para que possa realizar a pesquisa de maneira mais ágil, esse professor decidiu fazê-la por amostra. Observe as etapas que o professor vai utilizar para compor a amostra.

1ª Em pedaços idênticos de papel, o professor escreve o nome de cada estudante da turma uma única vez.

2ª O professor coloca esses pedaços de papel em um pacote não transparente.

3ª Sem olhar, o professor retira sete desses pedaços de papel, que indicarão os estudantes que vão compor a amostra.

Note que, para obter os elementos dessa amostra, cada estudante da turma, ou seja, da população, tem a mesma probabilidade de ser sorteado. Essas etapas possibilitam obter a chamada **amostra casual simples**.

Amostra estratificada

Em certo condomínio residencial, há seis blocos, cada um com a mesma quantidade de apartamentos ocupados. O síndico vai realizar uma pesquisa a respeito da necessidade de melhoria da iluminação nas áreas comuns. Para que a pesquisa seja menos trabalhosa, ela será realizada por amostra. As etapas para compor a amostra estão indicadas a seguir.

1ª Para cada bloco, o síndico vai sortear 5 apartamentos ocupados.

2ª Em seguida, um morador de cada apartamento sorteado será entrevistado.

Para obter os elementos dessa amostra, foram sorteados apartamentos de cada um dos seis blocos do condomínio. Dessa maneira, buscou-se representar na amostra possíveis características particulares dos moradores de cada bloco. Essas etapas possibilitam obter a chamada **amostra estratificada**.

Amostra sistemática

Em uma fábrica de chocolates, certa máquina é utilizada na produção de barras de 20 g cada. Buscando garantir que essas barras tenham a massa correta, todos os dias é realizada uma pesquisa por amostra, na qual algumas barras são pesadas em uma balança de precisão.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

A amostra casual simples, também conhecida como amostra aleatória simples ou amostra probabilística simples, geralmente é utilizada quando se tem uma população finita constituída por unidades homogêneas, em que é possível listar todas essas unidades. Porém, esse tipo de amostragem torna-se inviável quando a população é muito grande ou heterogênea, por exemplo.

A amostra estratificada, também conhecida como amostra aleatória estratificada ou amostra probabilística estratificada, geralmente é utilizada quando se tem uma população constituída por unidades heterogêneas. Assim, as unidades da população devem ser identificadas e divididas em subgrupos homogêneos chamados estratos, de acordo com as unidades similares. Cada unidade deve fazer parte de apenas um estrato. Por fim, o sorteio é realizado em cada um dos estratos. Na situação do condomínio, os blocos podem ter características diferentes. Por exemplo, se certo bloco recebe mais iluminação da parte comum do condomínio, é possível que os moradores desse bloco não sintam necessidade de melhorias na iluminação. Porém, se há um bloco mais afastado dessa área comum mais iluminada, é possível que os moradores necessitem de tal melhoria.

De modo geral, a amostra sistemática, considerada uma amostra semiprobabilística, é constituída a partir de unidades retiradas de uma população de modo que a primeira unidade é selecionada aleatoriamente, e as demais são selecionadas a partir da primeira por meio de alguns processos preestabelecidos.

SAIBA MAIS

Assistir ao vídeo para obter mais informações sobre técnicas de amostra de pesquisa estatística.

- ESTATÍSTICA – Aula 11 – Amostragem – Conceitos Fundamentais. 2016. Vídeo (28 min). Publicado pelo canal Univesp. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=Vq1HiVbq7Sc. Acesso em: 4 maio 2024.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Explicar aos estudantes que, dependendo do tipo de pesquisa, pode haver outras etapas ou fases para realizar uma pesquisa estatística em relação àquelas apresentadas. De modo geral, as principais fases do método estatístico são:

[...]

Definição do problema

A primeira fase do trabalho consiste em uma definição ou formulação correta do problema a ser estudado. [...]

Planejamento

[...] consiste em se determinar o procedimento necessário para se resolver o problema e, em especial, como levantar informações sobre o assunto, objeto do estudo. É preciso planejar o trabalho a ser realizado tendo em vista o objetivo que se pretende atingir. [...]

[...]

Coleta dos dados

O terceiro passo é essencialmente operacional, compreendendo a coleta das informações propriamente ditas. [...]

[...]

Apuração dos dados

Antes de começar a analisar os dados, é conveniente que lhes seja dado algum tratamento prévio, a fim de torná-los mais expressivos. A quarta etapa do processo é, então, a da apuração ou sumarização, que consiste em resumir os dados através de sua contagem e agrupamento. Pode ser manual, eletromecânica ou eletrônica.

Apresentação dos dados

Por mais diversa que seja a finalidade, os dados devem ser apresentados sob forma adequada, tornando mais fácil o exame do fenômeno que está sendo objeto de tratamento estatístico.

[...]

Análise e interpretação dos dados

Nesta última etapa, o interesse maior reside em tirar conclusões que auxiliem o pesquisador a resolver seu problema. A análise dos estatísticos está ligada essencialmente ao cálculo de medidas, cuja finalidade principal é descrever o fenômeno. [...]

[...]

CORREA, Sonia Maria Barros Barbosa. **Probabilidade e estatística**. 2. ed. Belo Horizonte: PUC Minas Virtual, 2003. p. 13-15.

Observe como as barras de chocolate da amostra são selecionadas em cada dia.

1ª **É sorteado um número natural de 1 até 100, que indicará a posição da primeira barra de chocolate da amostra, considerando a ordem em que elas são produzidas.**

2ª **Em seguida, a cada 100 barras produzidas a partir da que foi sorteada, a última é selecionada para a amostra, e assim por diante.**

3ª **Por exemplo, caso o número 35 seja o sorteado, as barras de chocolate que vão compor a amostra, na ordem em que elas são produzidas, ocupam as posições 35, 135, 235, 335, 435, 535, e assim por diante.**

Os procedimentos utilizados na obtenção dessa amostra indicam a chamada **amostra sistemática**, na qual um elemento da população é selecionado periodicamente para compor a amostra de acordo com um critério estabelecido.

Etapas de uma pesquisa

Leia a informação a seguir.

A leitura contribui para melhorar o vocabulário e resulta em diversos benefícios relacionados à criatividade e ao bom funcionamento da memória, por exemplo. Uma pesquisa realizada no Brasil apontou que cada brasileiro leu, em média, 2,5 livros inteiros em 2019, média abaixo das registradas em outros países.

Fonte dos dados: INSTITUTO PRÓ-LIVRO. **Retratos da leitura no Brasil**. 5. ed. São Paulo: IPL: Itaú Cultural, 2020. p. 42. Disponível em: http://www.prolivro.org.br/wp-content/uploads/2020/12/5a_edicao_Retratos_da_Leitura-_IPL_dez2020-compactado.pdf. Acesso em: 28 abr. 2024.

Preocupada em incentivar a leitura entre os estudantes, a diretora de uma escola realizou, no fim do ano letivo, uma pesquisa para verificar quantos livros inteiros, em média, cada estudante leu durante o ano. Com base no resultado da pesquisa, a diretora definirá uma ação a ser realizada para o incentivo à leitura dos estudantes no ano letivo seguinte.

Observe, de maneira resumida, as etapas realizadas nessa pesquisa.



DANIEL CYMBALISTA/PULSAR IMAGENS

As bibliotecas públicas colaboram para a disseminação do hábito de leitura. Na fotografia, Biblioteca Mário de Andrade em São Paulo (SP). Fotografia de 2022.

Elaboração do questionário

1ª Considerando o tema da pesquisa, foi elaborada a seguinte questão para a entrevista.

Quantos livros inteiros você leu neste ano?

SAIBA MAIS

Assistir ao vídeo para obter mais informações sobre o treinamento dos recenseadores realizado pelo IBGE.

- CENSO 2022: veja como é o treinamento dos recenseadores do IBGE. 2022. Vídeo (4 min). Publicado pelo canal TV Brasil. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=x9OxCquVRRk. Acesso em: 9 maio 2024.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

Definição do público entrevistado

2ª Como a escola possui uma grande quantidade de estudantes, optou-se por realizar a pesquisa por amostra. Para definir os elementos dessa amostra, um programa de computador sorteou 60 estudantes de uma lista contendo o nome de todos os estudantes da escola.

A população corresponde a todos os estudantes da escola. Resposta esperada: Amostra casual simples.

Coleta de dados

3ª Cada um dos 60 estudantes sorteados foi entrevistado, respondendo ao questionário da pesquisa.

PENSAR E PRATICAR

Nessa pesquisa, qual é a população? Qual técnica de amostragem você acredita que tenha sido utilizada: casual simples, sistemática ou estratificada?

Organização dos dados

4ª Os dados coletados nas entrevistas foram reunidos em um quadro.

Quantidade de livros inteiros lidos	0	1	2	3	4	5
Quantidade de estudantes	12	21	15	6	3	3

Análise e apresentação dos resultados

5ª Com os dados organizados, foi construída uma tabela de frequências. Em seguida, a partir dessa tabela, foram construídos um gráfico de colunas e um gráfico de setores, e foi calculada a média aritmética da quantidade de livros inteiros lidos por estudante durante o ano.

Livros inteiros lidos, por estudante, durante o ano

Quantidade de livros	Frequência (f)	Frequência acumulada (fa)	Frequência relativa (fr)	Frequência acumulada relativa (far)
0	12	12	20%	20%
1	21	33	35%	55%
2	15	48	25%	80%
3	6	54	10%	90%
4	3	57	5%	95%
5	3	60	5%	100%
Total	60		100%	

Fonte: Pesquisa por amostra realizada na escola.

265

Na 2ª etapa do exemplo apresentado no Livro do estudante, ao definir o público entrevistado, o sorteio foi realizado de maneira que cada estudante da escola tivesse a mesma probabilidade de ser sorteado. Atualmente, é comum esse tipo de sorteio ser realizado com o auxílio de ferramentas computacionais, o que não impede que um sorteio como esse seja feito com papéis idênticos em uma caixa ou com bolas idênticas em uma urna. A planilha eletrônica **Calc**, por exemplo, possui um recurso de sorteio aleatório, que pode ser utilizada nessas situações.

Caso os estudantes ainda tenham dúvidas sobre os conceitos de população e amostra, em pesquisas estatísticas, ler para eles o texto a seguir.

[...]

População ou *universo* é o conjunto de unidades sobre o qual desejamos obter informação. *Amostra* é todo subconjunto de unidades retiradas de uma população para obter a informação desejada.

É importante entender que população é o termo que os estatísticos usam para descrever um grande conjunto de unidades que têm algo em comum. [...]

A distinção entre os dados realmente coletados (amostra) e a vasta quantidade de dados que poderiam ser observados (população) é a chave para o bom entendimento da Estatística. O uso de amostras permite obter respostas razoáveis, com margem de erro conhecida. Considere a questão das prévias eleitorais. Os resultados – desde que obtidos de amostras representativas – são confiáveis. Na maioria das vezes, a predição do ganhador da eleição é correta.

[...]

VIEIRA, Sonia. **Introdução à bioestatística**. 4. ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2011. p. 4.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

No boxe **Dica**, explicar aos estudantes que, no cálculo da média aritmética, cada parcela no numerador foi considerada como sendo o produto entre a quantidade de estudantes e a quantidade de livros lidos por eles, a fim de resumir os cálculos. Por exemplo, 12 estudantes informaram não ter lido livro algum, isto é, leram 0 livro durante o ano. A adição de 12 parcelas iguais a 0 pode ser expressa pelo produto $12 \cdot 0$. No entanto, essa média aritmética pode ser determinada por meio da adição de parcelas iguais.

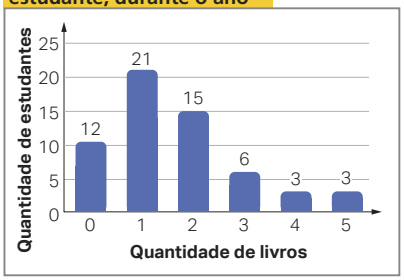
Atividades

Atividade 1

Nesta atividade trabalha a análise das etapas da realização de uma pesquisa, a discussão dos motivos pela escolha de uma pesquisa por amostra e a interpretação dos dados organizados em tabela de frequências e gráficos. Verificar se os estudantes percebem que a média de livros lidos ficou abaixo da média nacional de 2019, que já era considerada baixa. Com base nisso, propor a eles os seguintes questionamentos.

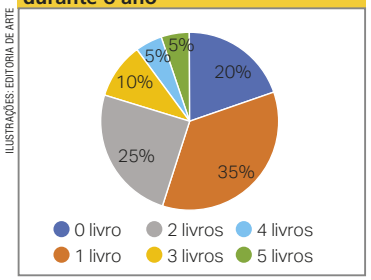
- Em seu entendimento, o que a baixa média de livros lidos pelos estudantes pode indicar? Resposta pessoal.
- A média de livros inteiros que você lê por ano está acima ou abaixo da média nacional de 2019? Resposta pessoal.

Livros inteiros lidos, por estudante, durante o ano



Fonte: Pesquisa por amostra realizada na escola.

Distribuição dos estudantes pela quantidade de livros inteiros lidos durante o ano



ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

Fonte: Pesquisa por amostra realizada na escola.

- Cálculo da média aritmética

$$Ma = \frac{12 \cdot 0 + 21 \cdot 1 + 15 \cdot 2 + 6 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + 3 \cdot 5}{60} =$$

$$= \frac{0 + 21 + 30 + 18 + 12 + 15}{60} = \frac{96}{60} = 1{,}6, \text{ ou seja, } 1{,}6 \text{ livro.}$$

DICA

Nesse cálculo da média, cada parcela no numerador corresponde ao produto da quantidade de estudantes pela quantidade de livros inteiros lidos por eles durante o ano. Temos que $15 \cdot 2$, por exemplo, corresponde aos 15 estudantes que responderam ter lido 2 livros inteiros durante o ano.

Resoluções a partir da **p. 305**.

ATIVIDADES NÃO ESCREVA NO LIVRO.

1. a) Resposta esperada: Verificar quantos livros inteiros cada estudante leu, em média, durante o ano para identificar a melhor ação a ser realizada para o incentivo à leitura dos estudantes no ano letivo seguinte.

1. Considere a pesquisa descrita nas páginas **264** a **266** para resolver os itens a seguir.

a) Qual era o objetivo da diretora dessa escola ao realizar essa pesquisa?

b) Essa pesquisa foi censitária ou por amostra? Por qual motivo a diretora da escola optou por esse tipo de pesquisa?

c) Quantos estudantes responderam ao questionário da pesquisa? 60 estudantes.

d) Na etapa de análise e apresentação dos resultados, qual dos tipos de frequência indicados na tabela foi utilizado na construção de cada gráfico?



FG TRADE/E+/GETTY IMAGES

Em uma biblioteca, os livros ficam organizados em um sistema próprio de ordenação. Para consultar um livro, peça auxílio ao bibliotecário.

1. b) Por amostra. Resposta esperada: A escola possui uma grande quantidade de estudantes.

1. d) Gráfico de colunas: frequência; gráfico de setores: frequência relativa.

SAIBA MAIS

Acessar este *site* para obter mais informações sobre a formação de leitores na escola.

- O DESAFIO de formar leitores na escola. **Aprendizagem em foco**, [*s. l.*], n. 40, maio 2018. Disponível em: https://www.institutounibanco.org.br/wp-content/uploads/2018/05/Aprendizagem_em_foco-n.40.pdf. Acesso em: 9 maio 2024.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

e) Observe as seguintes ações que poderão ser realizadas pela escola, no ano letivo seguinte, de acordo com o resultado da pesquisa.

> Caso a média de livros inteiros lidos por estudante tenha sido:
> **I.** maior que 4 livros, serão mantidos os investimentos anuais na biblioteca.
> **II.** igual ou menor que 4 livros, será realizada uma campanha de incentivo à leitura.
> **III.** menor que 2 livros, será aumentado o investimento na biblioteca.

Com base no resultado da pesquisa, quais dessas ações devem ser realizadas pela escola? Justifique. Ações **II** e **III**, pois a pesquisa apontou que, em média, cada estudante leu 1,6 livro inteiro durante o ano ($1{,}6 \leqslant 4$ e $1{,}6 < 2$).

2. Leia cada situação a seguir e identifique se a pesquisa mencionada é censitária ou por amostra. Pesquisa censitária: **III**; pesquisa por amostra: **I**, **II** e **IV**.

I. Denise fez uma pesquisa de satisfação entre os clientes de sua loja. A cada quatro clientes que realizavam uma compra, ela pedia ao último que assinalasse uma dentre três opções: insatisfeito, satisfeito ou muito satisfeito com o atendimento.





II. Certa prefeitura precisou estimar a renda média das famílias do município para determinar o destino de parte das verbas disponíveis. Para isso, foram sorteadas e entrevistadas cinco famílias de cada bairro.

III. Certa escola precisava conhecer a estatura média dos 140 estudantes das turmas da EJA. Então, foi realizada uma pesquisa na qual a estatura de cada um desses estudantes foi obtida por medição.

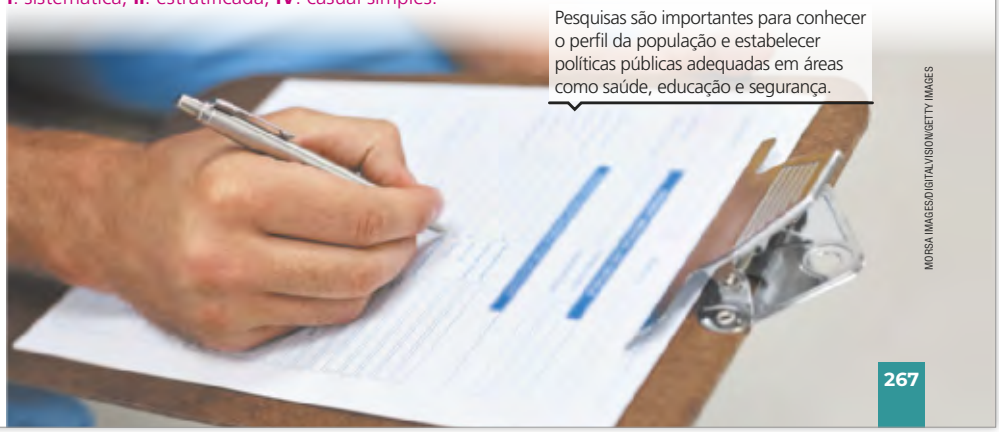




IV. Para definir o tema de uma festa, a direção de um clube vai sortear, entre todos os associados, 30 sócios para realizar uma pesquisa.

ILUSTRAÇÕES: ROBERTO ZOELLNER

Agora, para as situações que indicam pesquisa por amostra, identifique qual técnica de amostragem é sugerida: casual simples, sistemática ou estratificada.
I: sistemática; **II**: estratificada; **IV**: casual simples.



Pesquisas são importantes para conhecer o perfil da população e estabelecer políticas públicas adequadas em áreas como saúde, educação e segurança.

MORSA IMAGES/DIGITALVISION/GETTY IMAGES

267

Aproveitar a temática leitura, abordada na atividade **1**, e ler para os estudantes o trecho de uma reportagem de 2020, que traz alguns dados de uma pesquisa realizada sobre a leitura no Brasil.

O Brasil perdeu, nos últimos quatro anos, mais de 4,6 milhões de leitores, segundo dados da pesquisa Retratos da Leitura no Brasil. De 2015 para 2019, a porcentagem de leitores no Brasil caiu de 56% para 52%. Já os não leitores, ou seja, brasileiros com mais de 5 anos que não leram nenhum livro, nem mesmo em parte, nos últimos três meses, representam 48% da população, o equivalente a cerca de 93 milhões de um total de 193 milhões de brasileiros.

As maiores quedas no percentual de leitores foram observadas entre as pessoas com ensino superior – passando de 82% em 2015 para 68% em 2019 –, e entre os mais ricos. Na classe A, o percentual de leitores passou de 76% para 67%.

O brasileiro lê, em média, cinco livros por ano, sendo aproximadamente 2,4 livros lidos apenas em parte e, 2,5, inteiros. A Bíblia é apontada como o tipo de livro mais lido pelos entrevistados e também como o mais marcante.

[...]

Foram feitas 8.076 entrevistas em 208 municípios entre outubro de 2019 e janeiro de 2020. A coleta de dados foi encomendada ao Ibope Inteligência. A pesquisa foi feita antes da pandemia do novo coronavírus, não refletindo, portanto, os impactos da emergência sanitária na leitura no país.

[...]

TOKARNIA, Mariana. Brasil perde 4,6 milhões de leitores em quatro anos. **Agência Brasil**, Rio de Janeiro, 11 set. 2020. Disponível em: https://agenciabrasil.ebc.com.br/educacao/noticia/2020-09/brasil-perde-46-milhoes-de-leitores-em-quatro-anos. Acesso em: 9 maio 2024.

Atividade 2

Esta atividade trabalha a classificação de uma pesquisa em censitária ou amostral, de acordo com a descrição de etapas de sua realização. Para complementar, propor aos estudantes que descrevam no caderno pelo menos mais uma pesquisa que pode ser realizada por meio censitário ou por amostra, nesse caso, indicando a técnica de amostragem.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Atividades

Atividade 3

Esta atividade trabalha a realização de uma pesquisa pelos estudantes, envolvendo etapas como planejamento, execução, organização dos dados coletados e apresentação dos resultados, bem como a análise da escolha por uma pesquisa censitária ou por amostra. Além disso, essa proposta incentiva o trabalho cooperativo, o desenvolvimento da empatia e de produção de análises críticas e propositivas.

Nesta atividade, os estudantes serão os pesquisadores. É importante que o tema da pesquisa seja interessante para eles e fuja da curiosidade deles, de maneira que torne a pesquisa mais significativa. Pode-se apresentar na turma algumas sugestões de temas, por exemplo: melhorias na estrutura da escola; problemas de acessibilidade na escola; problemas de infraestrutura do bairro.

Procurar conduzir a elaboração da questão da pesquisa de modo que sejam obtidos dados que facilitem para os estudantes a sua representação em tabelas e gráficos. A questão elaborada deve estar intimamente relacionada ao tema.

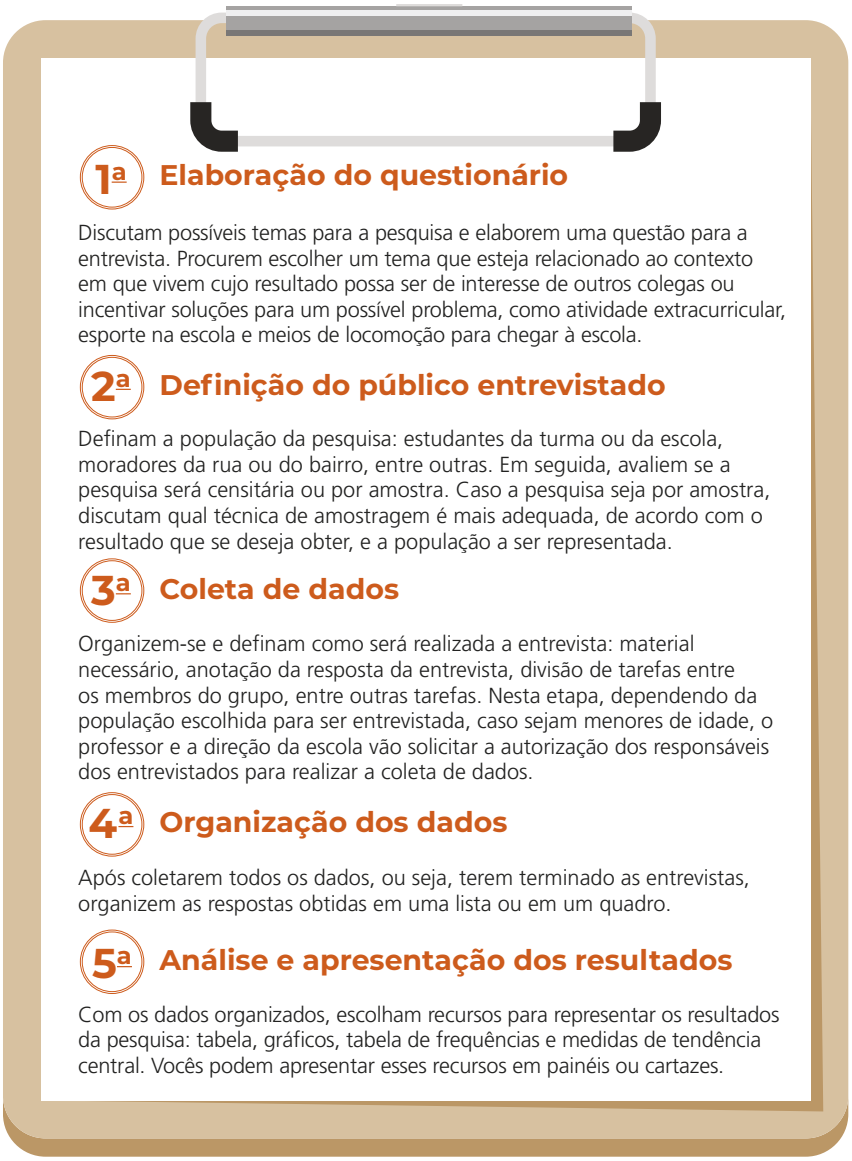
Caso algum grupo opte por realizar uma pesquisa por amostra, orientá-los a utilizar uma das técnicas de amostragem apresentada nesta Unidade.

Na organização dos dados, enfatizar que todas as respostas das entrevistas realizadas devem ser registradas. Esse registro pode ser feito por meio de marcações ou da maneira que eles julgarem mais conveniente.

É possível que cada grupo opte por apresentar os resultados com diferentes recursos, como tabelas de frequência, gráficos ou infográficos, que costumam utilizar imagens, desenhos, diagramas, entre outros elementos. Ao término, solicitar que exponham os resultados obtidos nas pesquisas e discutam com os demais colegas. Propor uma exposição na escola apresentando cartazes com os resultados obtidos pelos grupos. Essa apresentação também pode ser realizada por meio de vídeos. Nesse caso, orientar os estudantes na elaboração de roteiros e na gravação de pequenos vídeos comunicando os resultados obtidos e mostrando as etapas utilizadas na pesquisa.

Na elaboração do relatório, os estudantes podem realizar pesquisas na internet para obter mais informações a respeito do tema escolhido.

3. Vamos pesquisar! Reúnam-se em grupos para realizar uma pesquisa. Para isso, procedam conforme as etapas a seguir.



1ª Elaboração do questionário

Discutam possíveis temas para a pesquisa e elaborem uma questão para a entrevista. Procurem escolher um tema que esteja relacionado ao contexto em que vivem cujo resultado possa ser de interesse de outros colegas ou incentivar soluções para um possível problema, como atividade extracurricular, esporte na escola e meios de locomoção para chegar à escola.

2ª Definição do público entrevistado

Definam a população da pesquisa: estudantes da turma ou da escola, moradores da rua ou do bairro, entre outras. Em seguida, avaliem se a pesquisa será censitária ou por amostra. Caso a pesquisa seja por amostra, discutam qual técnica de amostragem é mais adequada, de acordo com o resultado que se deseja obter, e a população a ser representada.

3ª Coleta de dados

Organizem-se e definam como será realizada a entrevista: material necessário, anotação da resposta da entrevista, divisão de tarefas entre os membros do grupo, entre outras tarefas. Nesta etapa, dependendo da população escolhida para ser entrevistada, caso sejam menores de idade, o professor e a direção da escola vão solicitar a autorização dos responsáveis dos entrevistados para realizar a coleta de dados.

4ª Organização dos dados

Após coletarem todos os dados, ou seja, terem terminado as entrevistas, organizem as respostas obtidas em uma lista ou em um quadro.

5ª Análise e apresentação dos resultados

Com os dados organizados, escolham recursos para representar os resultados da pesquisa: tabela, gráficos, tabela de frequências e medidas de tendência central. Vocês podem apresentar esses recursos em painéis ou cartazes.

JUDYJUMPSHUTTERSTOCK.COM

Ao final, elaborem um texto indicando e discutindo os principais resultados da pesquisa. Resposta pessoal.

268

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

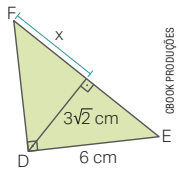
RevEJA

NÃO ESCREVA NO LIVRO.

Resolva as atividades para retomar o que foi estudado nesta Unidade.

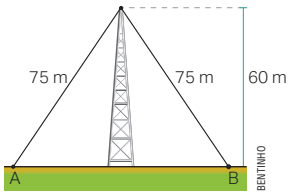
Resoluções a partir da **p. 305**.

1. Qual é a medida aproximada expressa por **x** no triângulo DEF representado a seguir?



a) 12,7 cm
b) 2,1 cm
c) 4,2 cm
d) 7,4 cm Alternativa **c**.

2. Em uma torre de transmissão perpendicular ao solo, dois cabos de sustentação com mesmo comprimento serão instalados em posições opostas, conforme representado na imagem a seguir. Alternativa **d**.



Qual é a distância aproximada, em metro, entre os pontos **A** e **B**, onde os cabos serão fixados no solo?

a) 150 m
b) 15 m
c) 45 m
d) 90 m

3. Qual alternativa **não** apresenta uma solução da equação $5x - 3y = 12$?

a) (9, 11)
b) (−3, −9)
c) (−3, −1)
d) (0, −4)
Alternativa **c**.

4. Qual alternativa apresenta uma solução do sistema de equações a seguir? Alternativa **b**.

$$\begin{cases} -x + 2y = -14 \\ 2x + 5y = -8 \end{cases}$$

a) $x = -2$ e $y = -8$.
b) $x = 6$ e $y = -4$.
c) $x = 14$ e $y = 0$.
d) $x = 54$ e $y = 20$.

5. Em qual situação a seguir apresenta-se uma amostra estratificada? Alternativa **b**.

a) Uma academia quer obter informações sobre o bem-estar dos estudantes. Como todos os nomes e endereços dos estudantes estão em um sistema, o responsável pela pesquisa usou um programa de computador para sortear aleatoriamente os nomes das pessoas que farão parte da amostra.
b) Uma empresa deseja fazer uma pesquisa sobre a saúde mental de seus funcionários. Para determinar a amostra, para cada departamento da empresa, serão escolhidas aleatoriamente três equipes. Em seguida, uma pessoa de cada equipe será sorteada para ser entrevistada.
c) Uma loja de camisetas implementa um sistema de controle de qualidade selecionando uma camiseta por dia de forma aleatória para avaliação. Cada camiseta recebida é numerada sequencialmente. Inicialmente, o número 3 foi sorteado para determinar a primeira camiseta avaliada. No dia seguinte, a camiseta de número 53 foi avaliada, seguida pela camiseta de número 103 no dia seguinte, e assim por diante, aumentando em 50 unidades a numeração a cada dia subsequente.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

RevEJA

Atividade 1

O objetivo desta atividade é verificar a compreensão dos estudantes quanto às relações métricas no triângulo retângulo.

Ao assinalar uma alternativa incorreta, o estudante pode demonstrar não ter compreendido as relações métricas no triângulo retângulo ou não identificar a relação necessária para determinar a medida **x** no triângulo apresentado.

Atividade 2

O objetivo desta atividade é verificar a compreensão dos estudantes quanto às relações métricas no triângulo retângulo.

Ao assinalar uma alternativa incorreta, o estudante pode demonstrar não ter compreendido as relações métricas no triângulo retângulo ou não identificar a relação necessária para resolver a situação apresentada.

Atividade 3

O objetivo desta atividade é verificar se os estudantes identificam soluções de uma equação do 1º grau com duas incógnitas.

Ao assinalar uma alternativa incorreta, o estudante pode demonstrar não ter compreendido o conceito de equação do 1º grau com duas incógnitas ou não identificar soluções de uma equação dessa.

Atividade 4

O objetivo desta atividade é verificar se os estudantes identificam uma solução de um sistema de equação do 1º grau com duas incógnitas. Ao assinalar uma alternativa incorreta, o estudante pode demonstrar não ter compreendido o conceito de sistema de equações do 1º grau com duas incógnitas ou não identificar uma solução de um sistema desse.

Atividade 5

O objetivo desta atividade é verificar se os estudantes identificam uma situação em que elementos de uma população são selecionados para compor uma amostra estratificada.

ATIVIDADE COMPLEMENTAR

Em certa prova escrita de um concurso, contendo 60 questões, o candidato recebe 4 pontos para cada questão que acertar e perde 1 ponto a cada questão que errar. Se a pontuação de um candidato nessa prova foi 140 pontos, a quantidade de questões que ele acertou e que ele errou é, respectivamente:

a) 15 e 45.
b) 30 e 50.
c) 24 e 36.
d) 40 e 20.

Resposta: Alternativa **d**.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

ETAPA 8

UNIDADE 12

Equação do 2º grau, vistas ortogonais e noções de função

- Situações envolvendo equações do 2º grau
- Vistas ortogonais
- Noções de função



NÃO ESCREVA NO LIVRO.

Em dias ensolarados, geralmente é possível observar a sombra das pessoas e dos objetos que estão ao ar livre.

a) Em seu entendimento, por que a pessoa que fotografou a cena apresentada escolheu esse momento do dia e essa posição da fotografia? Resposta pessoal.

b) Se a pessoa que fotografou essa cena quisesse que as sombras das pessoas tivessem o menor tamanho possível, em qual momento do dia ela poderia tirar essa fotografia?

c) O horário e a posição do Sol no céu mudam o modo como você organiza sua rotina no dia a dia?

ALEXANDER SPATARI/MOMENT/GETTY IMAGES

Pessoas em Lisboa, Portugal. Fotografia de 2022.

INTRODUÇÃO

Nesta Unidade, serão abordados os campos Álgebra e Geometria. Os estudantes vão trabalhar com equações do 2º grau com uma incógnita, noções de função, além de vistas e projeções ortogonais. Esses conteúdos podem ser explorados de maneira articulada, como a resolução de uma equação do 2º grau com uma incógnita para determinar o valor de uma função na forma $f(x) = x^2 + bx + c$, com **a**, **b** e **c** reais e $a \neq 0$, dado o valor de **x**.

OBJETIVOS PEDAGÓGICOS DA UNIDADE

- Resolver e elaborar problemas representados por equações do 2º grau com uma incógnita.
- Compreender os conceitos de vista ortogonal e projeção ortogonal, bem como utilizá-los na representação de figuras em perspectiva.
- Compreender uma função como uma relação de dependência unívoca entre duas variáveis.
- Modelar por meio de uma função situações em que duas grandezas estão relacionadas, identificando e escrevendo a lei de formação dessa função.

JUSTIFICATIVAS DOS OBJETIVOS

Com o estudo de equações do 2º grau com uma incógnita busca-se incentivar a investigação, o raciocínio lógico, o pensamento computacional e a criatividade dos estudantes, bem como a valorização e a utilização de conhecimentos historicamente construídos evidenciadas por meio da menção à participação de estudiosos, ao longo da História da Matemática, no estudo da resolução de equações do 2º grau.

Em relação ao trabalho com vistas ortogonais e projeções ortogonais, espera-se que os estudantes reflitam sobre a aplicação dos conceitos estudados em diferentes áreas e sobre as experiências deles, como em profissões que utilizam desenhos nas suas tarefas e representações de objetos em perspectiva.

Ao explorar noções de funções, permite-se aos estudantes ampliar o trabalho envolvendo grandezas proporcionais, bem como compreender como utilizar essas noções na resolução de problemas comparando relações de dependências unívocas.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

No item **a**, proporcionar um tempo para que os estudantes observem atentamente a fotografia. Eles podem perceber, por exemplo, que todas as pessoas registradas na imagem têm as suas sombras projetadas no chão. No item **b**, espera-se que eles relacionem a ideia de que a sombra tem o menor comprimento, no contexto apresentado, quando os raios solares incidem perpendicularmente sobre a superfície do chão, o que costuma ocorrer por volta do meio-dia.

b) Espera-se que o estudante identifique que a sombra teria seu menor tamanho quando o Sol estivesse em sua elevação máxima no céu naquele dia, o que, dependendo da região e do dia do ano, ocorre por volta do meio-dia.
c) Resposta pessoal.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

1. Equação do 2º grau com uma incógnita

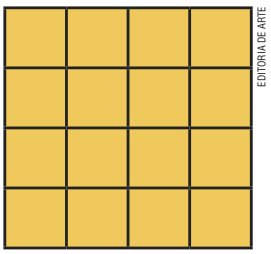
Clarissa faz aulas de pintura em tela. Para fazer uma releitura de uma obra de Luiz Sacilotto (1924-2003), cujo formato é de um quadrado com 3 600 cm² de área, ela usou uma tela com as mesmas dimensões e, inicialmente, fez marcações dividindo-a em 16 figuras de quadrado idênticas. Quantos centímetros tem o lado de cada uma dessas figuras de quadrado?

Tela de Sacilotto



SACILOTTO, Luiz. **C0254**. 2002. Têmpera acrílica sobre tela, 60 cm × 60 cm. Coleção particular.

Tela de Clarissa



Para resolver esse problema, podemos denominar **x** a medida do lado de cada figura de quadrado na tela de Clarissa e escrever a equação a seguir.

quantidade de figuras de quadrado

$16x^2 = 3\,600$

área de cada figura de quadrado — área da tela

DICA

Lembre-se de que a área de um quadrado é dada pelo quadrado da medida de seu lado.

Note que $16x^2 = 3\,600$ tem apenas uma incógnita (**x**) e seu expoente é 2. Dizemos que esse é um exemplo de **equação do 2º grau com uma incógnita**.

Agora, observe como podemos resolver essa equação.

$$16x^2 = 3\,600$$

$$\frac{16x^2}{16} = \frac{3\,600}{16}$$

$$x^2 = 225$$

A igualdade $x^2 = 225$ indica que o valor de **x** corresponde a um número cujo quadrado é 225. Nesse caso, temos duas possibilidades:

$$x^2 = 225 \Rightarrow x = \sqrt{225} = 15 \quad \text{ou} \quad x = -\sqrt{225} = -15$$

Assim, as raízes ou soluções dessa equação são 15 e −15.

No entanto, como nesse caso **x** representa a medida, em centímetro, do lado de uma figura de quadrado, temos que **x** deve ser um número maior que zero. Portanto, cada figura de quadrado em que Clarissa dividiu a tela tem 15 cm de lado.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Nesta página, são abordadas apenas equações do 2º grau com uma incógnita na forma $ax^2 + c = 0$; as demais formas de equações do 2º grau com uma incógnita ($ax^2 + bx = 0$ e $ax^2 + bx + c = 0$) serão apresentadas a partir da próxima página.

Sugere-se ler para os estudantes o trecho a seguir, que apresenta informações históricas a respeito das equações do 2º grau com uma incógnita. A intenção é que eles percebam que há muito tempo a humanidade se interessa por esse tipo de equação.

[...]

EQUAÇÕES QUADRÁTICAS HINDUS

Um antigo texto hindu, um dos Sulba Sutras escrito por Baudhayaba por volta do século 8 a.C., primeiro cita e depois resolve equações quadráticas da forma $ax^2 = c$ e $ax^2 + bx = c$. Essas equações ocorreram no contexto da construção de altares, e portanto se relacionam a problema prático em três dimensões.

[...]

ROONEY, Anne. **A história da matemática**: desde a criação das pirâmides até a exploração do infinito. São Paulo: M.Books do Brasil, 2012. p. 127.

Perguntar aos estudantes quantas das 16 figuras Clarissa tem de pintar de amarelo e quantas de preto para reproduzir a obra **C0254**, de Sacilotto. Nesse caso, 8 figuras de quadrado de amarelo e 8 de preto.

Verificar se os estudantes percebem que na equação $16x^2 = 3\,600$ há apenas uma incógnita (**x**) e com expoente 2 e, por esse motivo, é uma equação do 2º grau com uma incógnita. Caso o expoente da incógnita fosse 1 (geralmente não indicado na escrita), esse seria um exemplo de equação do 1º grau com uma incógnita. Uma diferença entre equações do 1º e do 2º grau com uma incógnita é o expoente da incógnita.

Verificar também se eles compreendem por que, no caso da situação apresentada, **x** deve ser um número maior que zero. Destacar que isso se deve ao fato de **x** representar a medida do comprimento do lado da figura composta de quadrados. Comentar, por exemplo, que, se as raízes indicassem medida de temperatura (°C) ou de altitude (m), dependendo do contexto, as raízes negativas da equação poderiam fazer sentido e não seriam desconsideradas. Sendo assim, é importante analisar cada situação em particular.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Antes de abordar o conceito de equação do 2º grau com uma incógnita, explicar que, para um número ser raiz de uma equação, ao substituí-lo na incógnita, deve-se obter uma igualdade verdadeira.

Para exemplificar, escrever na lousa a equação $2x^2 + 4x - 70 = 0$ e propor aos estudantes que verifiquem, dentre os números -7, 0 e 5, quais são raízes dessa equação. Acompanhar a verificação a seguir.

- -7 é raiz, pois:
  $2 \cdot (-7)^2 + 4 \cdot (-7) - 70 =$
  $= 2 \cdot 49 + 4 \cdot (-7) - 70 =$
  $= 98 - 28 - 70 = 0$
- 0 não é raiz, pois:
  $2 \cdot 0^2 + 4 \cdot 0 - 70 =$
  $= 2 \cdot 0 + 4 \cdot 0 - 70 =$
  $= -70 \neq 0$
- 5 é raiz, pois:
  $2 \cdot 5^2 + 4 \cdot 5 - 70 =$
  $= 2 \cdot 25 + 4 \cdot 5 - 70 =$
  $= 50 + 20 - 70 = 0$

É importante enfatizar que o coeficiente **a** é sempre diferente de zero. Comentar que, se substituir $a = 0$ na expressão $ax^2 + bx + c = 0$, não se obtém mais a equação do 2º grau.

Atividades

Atividade 1

Esta atividade trabalha a escrita de equações do 2º grau com uma incógnita na forma reduzida. Para complementar, pedir aos estudantes que identifiquem os coeficientes **a**, **b** e **c** de cada equação na forma reduzida e as classifiquem em completas ou incompletas.

a) $a = 4$, $b = 24$, $c = 36$; completa.
b) $a = 6$, $b = 0$, $c = -42$; incompleta.
c) $a = 3$, $b = -6$, $c = -9$; completa.
d) $a = 1$, $b = 3$, $c = -40$; completa.

De modo geral, temos que:

Toda equação do 2º grau com uma incógnita (**x**) pode ser expressa na **forma reduzida** da seguinte maneira: $\mathbf{ax^2 + bx + c = 0}$, em que **a**, **b** e **c** são os **coeficientes** e correspondem a números reais, com $a \neq 0$. Nesse caso, dizemos que **a** é o coeficiente de x^2, **b** é o coeficiente de **x**, e **c** é o **termo independente**.

Podemos classificar uma equação do 2º grau com uma incógnita em:

- **completa**, quando os coeficientes **b** e **c** são diferentes de zero;
- **incompleta**, quando os coeficientes **b**, **c** ou ambos são iguais a zero.

Observe os exemplos.

Equações do 2º grau com uma incógnita			
Completa	Incompleta		
	$b \neq 0$ e $c = 0$	$b = 0$ e $c \neq 0$	$b = 0$ e $c = 0$
• $-x^2 - 8x + 12 = 0$ $a = -1; b = -8; c = 12$ • $5x^2 - 3x - 2 = 0$ $a = 5; b = -3; c = -2$	• $7x^2 - x = 0$ $a = 7; b = -1; c = 0$ • $-4x^2 + 2x = 0$ $a = -4; b = 2; c = 0$	• $x^2 - 36 = 0$ $a = 1; b = 0; c = -36$ • $8x^2 - 800 = 0$ $a = 8; b = 0; c = -800$	• $3x^2 = 0$ $a = 3; b = 0; c = 0$ • $-10x^2 = 0$ $a = -10; b = 0; c = 0$

1. a) $4x^2 + 24x + 36 = 0$ **1. c)** $3x^2 - 6x - 9 = 0$

ATIVIDADES NÃO ESCREVA NO LIVRO. Resoluções a partir da **p. 305**.

1. Escreva, na forma reduzida, as equações do 2º grau com uma incógnita.

a) $12x^2 + 20x = -4x - 36 + 8x^2$
b) $-x + 42 = 6x^2 - x$ $6x^2 - 42 = 0$
c) $x^2 - 5 = -2x^2 + 6x + 4$
d) $x(x + 3) = 40$ $x^2 + 3x - 40 = 0$

2. Identifique no quadro as raízes da equação $\mathbf{10x^2 - 5x - 30 = 0}$. 2 e $-\frac{3}{2}$.

5	2	-1	0	10	$-\frac{3}{2}$

3. Leia o problema a seguir.

> O produto de um número natural **x** e seu antecessor é 132. Que número é esse?

a) Qual das equações a seguir representa esse problema? II
   I. $(x + 1)(x - 1) = 132$
   II. $x(x - 1) = 132$
   III. $x(x + 1) = 132$
   $x^2 - x - 132 = 0$
b) Escreva, na forma reduzida, a equação que você indicou no item **a**.
c) Faça tentativas para determinar as raízes dessa equação e obtenha a resposta do problema.
   Raízes da equação: -11 e 12; 12.

Atividade 2

Esta atividade trabalha a identificação de raízes de uma equação do 2º grau com uma incógnita. Espera-se que os estudantes substituam cada número na incógnita da equação, um por vez, para verificar se a igualdade obtida é verdadeira e, nesse caso, determinar se o número é uma raiz da equação.

Atividade 3

Esta atividade trabalha a representação de uma situação por meio de uma equação do 2º grau com uma incógnita, a sua escrita na forma reduzida e a obtenção das raízes por meio de tentativas. No item **a**, perguntar o que é o antecessor de um número e que expressão algébrica pode ser escrita para representá-lo. No item **c**, propor que compartilhem com os colegas as estratégias utilizadas. É importante que eles percebam que a resposta do problema deve ser 12, uma vez que a resposta do problema deve corresponder a um número natural.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

Resolução de equação do 2º grau com uma incógnita

A seguir, estudaremos a resolução de equações incompletas e equações completas do 2º grau com uma incógnita.

Resolução de equação do 2º grau incompleta, com b ≠ 0 e c = 0

Para resolvermos equações desse tipo, podemos utilizar como estratégia a fatoração colocando o fator comum em evidência. Observe a resolução da equação $3x^2 - 6x = 0$.

$$3x^2 - 6x = 0 \Rightarrow x \cdot (3x - 6) = 0$$ ← Colocamos o fator comum **x** em evidência.

Note que, para o produto $x \cdot (3x - 6)$ ser igual a zero, como indicado, temos que pelo menos um desses fatores deve ser zero. Assim, segue que:

$$\boxed{x = 0} \text{ ou } 3x - 6 = 0 \Rightarrow 3x - 6 + 6 = 0 + 6 \Rightarrow \frac{3x}{3} = \frac{6}{3} \Rightarrow \boxed{x = 2}$$

Portanto, as raízes da equação $3x^2 - 6x = 0$ são 0 e 2.

Podemos verificar que essas são as raízes da equação substituindo cada uma delas na incógnita e obtendo uma igualdade verdadeira.

a) $x = 0$

$3 \cdot 0^2 - 6 \cdot 0 = 0$

$3 \cdot 0 - 6 \cdot 0 = 0$

$0 - 0 = 0$

$0 = 0$

b) $x = 2$

$3 \cdot 2^2 - 6 \cdot 2 = 0$

$3 \cdot 4 - 6 \cdot 2 = 0$

$12 - 12 = 0$

$0 = 0$

Toda equação do 2º grau incompleta com uma incógnita, com b ≠ 0 e c = 0, tem duas raízes reais, sendo uma delas igual a zero.

Resolução de equação do 2º grau incompleta, com b = 0 e c = 0

A seguir, observe como podemos resolver, de maneira geral, equações do 2º grau incompletas com uma incógnita, com b = 0 e c = 0. Para isso, vamos considerar a equação $ax^2 = 0$, em que **a** é um número real e $a \neq 0$.

$$ax^2 = 0 \Rightarrow \frac{ax^2}{a} = \frac{0}{a} \Rightarrow x^2 = 0 \Rightarrow x \cdot x = 0$$

Nesse caso, para o produto ser igual a zero, pelo menos um desses fatores deve ser zero. Portanto, equações desse tipo têm duas raízes reais e iguais a zero.

SAIBA MAIS

- ROSA, Ernesto. **As mil e uma equações**. 10. ed. São Paulo: Ática, 2019. (A Descoberta da Matemática).

  Consulte esse livro, que apresenta informações sobre equações do 2º grau com uma incógnita por meio das aventuras vivenciadas pelas personagens.

Toda equação do 2º grau incompleta com uma incógnita, com b = 0 e c = 0, tem duas raízes reais e iguais a zero.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Comentar com os estudantes que, no decorrer da História, diversos estudiosos se dedicaram a resolver o que atualmente se conhece como equações do 2º grau com uma incógnita, como o frei italiano Luca Pacioli (1445-c. 1514). Ele tratou de problemas relacionados com essas equações em sua famosa obra **Summa de arithmetica, geometrica, proportioni et proportionalita**, habitualmente chamada *Suma*.

O trecho a seguir apresenta mais informações sobre a obra **Suma**, de Luca Pacioli. Se julgar conveniente, realizar a leitura para os estudantes.

> [...] Esse trabalho, uma compilação livre de muitas fontes, pretendia ser um sumário da aritmética, da álgebra e da geometria da época. [...]
>
> A álgebra da *Suma* chega até equações quadráticas e contém muitos problemas que levam a essas equações. [...] Depois da Suma, a álgebra, que por dois séculos fora negligenciada, experimentou um crescimento intenso na Itália, progredindo também na Alemanha, na Inglaterra e na França.
>
> EVES, Howard. **Introdução à história da matemática**. Tradução: Hygino Hugueros Domingues. 5. ed. Campinas: Editora da Unicamp, 2011. p. 298.

É importante destacar a participação de diversos estudiosos no estudo de equações do 2º grau com uma incógnita ao longo da história, assim como de outros conceitos e ideias da **Matemática** a fim de estimular os estudantes a reconhecer que esses conhecimentos foram historicamente construídos. Além disso, essa abordagem favorece que os estudantes ampliem a compreensão do desenvolvimento histórico de conceitos matemáticos por meio de um trabalho relacionado à História da Matemática. Neste momento, pode-se propor uma pesquisa sobre o frade matemático italiano Luca Pacioli. Orientá-los com relação a práticas de pesquisa, principalmente, no que tange à citação de fontes.

Reforçar que as raízes da equação $3x^2 - 6x = 0$ são 0 e 2, isto é, substituindo **x** por 0 na equação inicial, obtém-se uma igualdade verdadeira, e, substituindo **x** por 2 na equação inicial, também obtém-se uma igualdade verdadeira. Apesar de serem duas raízes, substitui-se uma por vez na equação inicial para fazer a validação. Essa é uma estratégia para verificar se as raízes obtidas estão corretas, ou seja, se satisfazem a equação dada.

Destacar para os estudantes que a equação incompleta do 2º grau com b = 0 e c = 0 tem duas raízes reais e iguais a zero.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Relembrar com os estudantes a relação entre potenciação e radiciação estudada na Unidade **7** deste Volume: sendo **a** e **b** números reais não negativos e **n** um número natural maior que 1, diz-se que $\sqrt[n]{a} = b$ se, e somente se, $b^n = a$.

Com isso, é possível explorar com os estudantes a resolução de equação do 2º grau com uma incógnita do tipo $ax^2 + c = 0$, com $a \neq 0$, da seguinte maneira:

$ax^2 + c = 0$

$ax^2 + c - c = 0 - c$

$\frac{ax^2}{a} = \frac{-c}{a}$

$x^2 = -\frac{c}{a}$

Com base nesse resultado, conversar sobre os possíveis valores que podem ser obtidos para **x**, a fim de perceberem que, quando:

- $-\frac{c}{a}$ for **maior que** zero, as raízes da equação serão $\sqrt{-\frac{c}{a}}$ e $-\sqrt{-\frac{c}{a}}$, isto é, números opostos;
- $-\frac{c}{a}$ for **menor que** zero, a equação não tem raiz real.

Para exemplificar, escrever na lousa as equações $x^2 - 100 = 0$ e $7x^2 + 56 = 0$ e propor aos estudantes que as resolvam. Nesse caso, tem-se que 10 e -10 são as raízes da primeira equação, e a segunda equação não tem raiz real.

Resolução de equação do 2º grau incompleta, com b = 0 e c ≠ 0

Agora, vamos estudar equações do 2º grau incompletas com uma incógnita, com $b = 0$ e $c \neq 0$. Observe a resolução da equação $2x^2 - 18 = 0$.

$$2x^2 - 18 = 0 \Rightarrow 2x^2 - 18 + 18 = 0 + 18 \Rightarrow \frac{2x^2}{2} = \frac{18}{2} \Rightarrow x^2 = 9$$

A igualdade $x^2 = 9$ indica que o valor de **x** corresponde a um número cujo quadrado é 9. Nesse caso, temos duas possibilidades:

$x^2 = 9$ | $x = \sqrt{9} = 3$ ou $x = -\sqrt{9} = -3$

Assim, as raízes dessa equação são 3 e -3.

PENSAR E PRATICAR

Observando esse exemplo, o que você pode perceber em relação às raízes dessa equação?

Resposta esperada: As raízes são números opostos.

Agora, vamos estudar as raízes da equação $x^2 + 25 = 0$.

$$x^2 + 25 = 0 \Rightarrow x^2 = -25$$

Estudamos anteriormente que não existe número real que, elevado ao quadrado, resulte em um número negativo. Assim, dizemos que a equação $x^2 + 25 = 0$ não tem raiz real.

Toda equação do 2º grau incompleta com uma incógnita, com $b = 0$ e $c \neq 0$, tem duas raízes reais distintas e opostas ou não tem raiz real.

ATIVIDADES

NÃO ESCREVA NO LIVRO. Resoluções a partir da **p. 305**.

1. Calcule, quando existirem, as raízes reais das equações a seguir.

a) $2x^2 + 4x = 0$ 0 e -2.

b) $-5x^2 = 0$ Duas raízes reais e iguais a 0.

c) $x^2 - 1 = 0$ 1 e -1.

d) $6x^2 - 9x = 0$ 0 e $\frac{3}{2}$.

e) $15x^2 + 180 = 0$ Não tem raiz real.

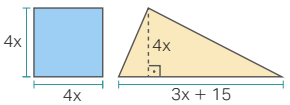
f) $9x^2 = -72x$ 0 e -8.

2. Considere **r** e **s** as raízes da equação $x^2 - 64 = 0$, com $r < s$.

a) Quais são os valores de **r** e **s**? $r = -8$ e $s = 8$.

b) Calcule o valor de $2r + \frac{s}{4}$. -14

3. O quadrado e o triângulo representados a seguir têm áreas iguais, e as medidas indicadas são expressas em centímetro.



ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

Com base nessas informações, responda ao que se pede, em centímetro.

a) Qual é a medida da altura desse triângulo? 12 cm

b) Qual é o perímetro desse quadrado? 48 cm

c) Determine a área dessas figuras em centímetro quadrado. 144 cm²

4. Elabore um problema que possa ser representado pela equação destacada a seguir. Depois, troque-o com um colega para que ele o resolva, enquanto você faz o mesmo com o que receber. Ao final, confiram juntos as resoluções. Resposta pessoal.

$2x^2 - 6x = 0$

Atividades

Atividades 1 e 2

Estas atividades trabalham a resolução de equações incompletas do 2º grau com uma incógnita. No item **b** da atividade **1**, verificar se os estudantes percebem que a equação tem duas raízes reais iguais a zero. Na atividade **2**, sugerir que, primeiro, determinem os coeficientes **a**, **b** e **c** da equação apresentada ($a = 1$; $b = 0$; $c = -64$).

Atividade 3

Para resolver esta atividade, os estudantes podem, por exemplo, determinar, primeiro, o valor de **x** a partir da resolução da equação $16x^2 = 6x^2 + 30x$, em que o primeiro membro da igualdade representa a área do quadrado e o segundo membro, a área do triângulo. Após a obtenção das raízes, destacar que, em razão do contexto, não se deve considerar $x = 0$ como solução da situação, uma vez que **x** corresponde a medidas de comprimento nas figuras do quadrado e do triângulo.

Atividade 4

Esta atividade trabalha a elaboração de problema envolvendo uma equação incompleta do 2º grau com uma incógnita. É importante verificar se a situação elaborada por eles pode ser representada pela equação indicada. Observar, a seguir, um exemplo de problema que pode ser elaborado pelos estudantes.

O dobro do quadrado de um número é igual ao produto desse número por 6. Que número é esse? Resolução: ($2x^2 = 6x \rightarrow 2x^2 - 6x = 0 \rightarrow$ $\rightarrow 2x(x - 3) = 0 \rightarrow 2x = 0$ ou $x - 3 = 0 \rightarrow$ $\rightarrow x = 0$ ou $x = 3$. Resposta: 0 ou 3.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

Fórmula resolutiva

Agora, vamos estudar como resolver equações completas do 2º grau com uma incógnita.

Com base na estratégia de completar quadrados, podemos deduzir a chamada **fórmula resolutiva**, com a qual é possível resolver uma equação do 2º grau com uma incógnita a partir de seus coeficientes.

As ideias gerais envolvidas na fórmula resolutiva já eram conhecidas há centenas de anos por antigos povos, como babilônios e gregos. No entanto, foi difundida com mais expressividade pelos hindus, sobretudo na obra **O Lilavati**, de Bhaskara (1114-c. 1185).

Fonte dos dados: BOYER, Carl Benjamin. **História da matemática**. Tradução: Elza Furtado Gomide. São Paulo: Edgard Blücher: Edusp, 1974. p. 162-163.

Acompanhe as etapas para deduzir essa fórmula para a equação $ax^2 + bx + c = 0$, com **a**, **b** e **c** números reais e $a \neq 0$.

1ª) Dividimos cada membro por **a** e isolamos o termo independente no 2º membro.

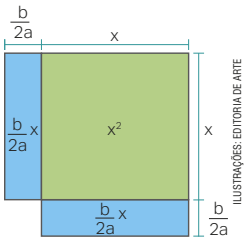
$$\frac{ax^2}{a} + \frac{bx}{a} + \frac{c}{a} = \frac{0}{a} \Rightarrow x^2 + \frac{bx}{a} + \frac{c}{a} - \frac{c}{a} = 0 - \frac{c}{a} \Rightarrow x^2 + \frac{bx}{a} = -\frac{c}{a}$$

2ª) Escrevemos de maneira conveniente o 1º membro da equação obtida e o representamos por uma figura.

$$x^2 + 2 \cdot \frac{b}{2a} \cdot x = -\frac{c}{a}$$

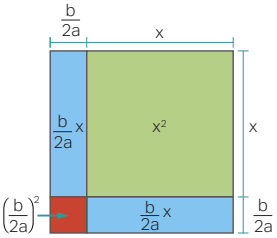
área de um quadrado de lado **x**

área de um retângulo de lados $\frac{b}{2a}$ e **x**



ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

3ª) Para obter a representação de um quadrado de lado $x + \frac{b}{2a}$, acrescentamos um quadrado de lado $\frac{b}{2a}$. Assim, na equação, adicionamos $\left(\frac{b}{2a}\right)^2$ em ambos os membros e fatoramos o trinômio quadrado perfeito obtido no 1º membro.



$$x^2 + 2 \cdot \frac{b}{2a} \cdot x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = -\frac{c}{a} + \left(\frac{b}{2a}\right)^2$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{4a^2}$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

DICA

Na fórmula obtida, costuma-se chamar $b^2 - 4ac$ de **discriminante**.

4ª) Considerando $b^2 - 4ac \geqslant 0$, isolamos a incógnita **x** no 1º membro.

$$x + \frac{b}{2a} = \pm\sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}} \Rightarrow x + \frac{b}{2a} - \frac{b}{2a} = \pm\sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}} - \frac{b}{2a} \Rightarrow \boxed{x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}}$$

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

No trabalho com a fórmula resolutiva de uma equação do 2º grau com uma incógnita, propicia-se abordar a **Matemática** como uma ciência humana, que se desenvolveu e continua a se desenvolver por meio de contribuições de diversos povos ao longo da história.

Comentar que, para deduzir a fórmula resolutiva, foi utilizada a estratégia de completar quadrados. Explicar que, na 1ª etapa, a ideia é isolar a incógnita em um dos membros da equação e, na 2ª etapa, multiplicar $\frac{bx}{a}$ por $\frac{2}{2}$, obtendo-se uma equação equivalente, uma vez que $\frac{2}{2} = 1$.

Na 3ª etapa, destacar que na segunda linha foi desenvolvido o quadrado de $\frac{b}{2a}$. Além disso, na terceira linha foi obtido o mínimo múltiplo comum de **a** e $4a^2$ e a expressão foi organizada de maneira conveniente.

Na 4ª etapa, explicar que a notação $\pm$ se refere a $+\sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}}$ e $-\sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}}$.

É importante detalhar para os estudantes os cálculos realizados nessa etapa, como apresentado a seguir.

$$x = \pm\sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}} - \frac{b}{2a}$$

$$x = \pm\frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{\sqrt{4a^2}} - \frac{b}{2a}$$

$$x = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Explicar que, a partir dessa fórmula, tem-se que $x = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ ou $x = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$.

Assim, as raízes da equação completa do 2º grau com uma incógnita, $ax^2 + bx + c = 0$, com **a**, **b** e **c** números reais e $a \neq 0$, quando existirem, são dadas por $x = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ e $x = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$.

No boxe **Dica**, discutir com os estudantes se é possível estabelecer alguma relação entre o discriminante e as raízes da equação. O objetivo é que eles percebam que as raízes da equação do 2º grau existem, no conjunto dos números reais, quando o discriminante for maior ou igual a zero, uma vez que não existe número real que elevado ao quadrado seja negativo.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Atividades

Atividade 1

Esta atividade trabalha a resolução de equações do 2º grau com uma incógnita. Ao término, propor aos estudantes que, em cada item, substituam as raízes obtidas na equação para verificar se a resposta está correta.

Atividade 2

Esta atividade trabalha a determinação de uma constante nos coeficientes de equações do 2º grau com uma incógnita a partir de uma de suas raízes. Verificar se os estudantes perceberam que, em cada item, podem substituir **x** pelo valor dado de uma das raízes da equação (−4) para obter o valor de **m**.

Atividade 3

Esta atividade trabalha relações entre a quantidade de raízes reais distintas de uma equação do 2º grau com uma incógnita e seus coeficientes. No item **c**, lembrar os estudantes que o discriminante corresponde a $b^2 - 4ac$ e que, na fórmula resolutiva da equação do 2º grau com uma incógnita, tem-se $\sqrt{b^2 - 4ac}$. A partir disso, espera-se que eles percebam que:

- se o discriminante for igual a zero, sua raiz quadrada também será igual a zero, tendo a equação duas raízes reais iguais;
- se o discriminante for negativo, a equação não terá raízes reais, uma vez que não existe número real que elevado ao quadrado resulte em um número negativo;
- se o discriminante for positivo, sua raiz quadrada também será positiva, tendo a equação duas raízes reais distintas.

Observe os exemplos.

a) $x^2 - x - 2 = 0$

$a = 1$

$b = -1$

$c = -2$

$$x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2)}}{2 \cdot 1}$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{9}}{2}$$

$$x = \frac{1 \pm 3}{2}$$

$x = \frac{1 + 3}{2} = \frac{4}{2} = 2$ ou $x = \frac{1 - 3}{2} = \frac{-2}{2} = -1$

Portanto, as raízes dessa equação são 2 e −1.

b) $x^2 - 8x + 16 = 0$

$a = 1$

$b = -8$

$c = 16$

$$x = \frac{-(-8) \pm \sqrt{(-8)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 16}}{2 \cdot 1}$$

$$x = \frac{8 \pm \sqrt{0}}{2}$$

$$x = \frac{8 \pm 0}{2}$$

$x = \frac{8 + 0}{2} = \frac{8}{2} = 4$ ou $x = \frac{8 - 0}{2} = \frac{8}{2} = 4$

Portanto, essa equação tem duas raízes reais e iguais a 4.

c) $3x^2 + 12x + 15 = 0$

$a = 3$

$b = 12$

$c = 15$

$$x = \frac{-12 \pm \sqrt{12^2 - 4 \cdot 3 \cdot 15}}{2 \cdot 3}$$

$$x = \frac{-12 \pm \sqrt{-36}}{6}$$

Como a raiz quadrada de um número negativo não é definida no conjunto dos números reais, dizemos que essa equação não tem raiz real.

Resoluções a partir da **p. 305**.

ATIVIDADES

NÃO ESCREVA NO LIVRO.

1. Determine as raízes de cada equação.

a) $x^2 + 14x + 49 = 0$

b) $\frac{x^2}{4} - 5x + 25 = 121$

c) $4x^2 - 12x + 9 = 36$

d) $9x^2 + 6x + 1 = 0$

2. Em cada item, calcule o valor de **m** de maneira que −4 seja uma raiz da equação.

a) $mx^2 + (m - 2)x - 20 = 0$

b) $(m + 1)x^2 - mx + 14 = 0$

3. Considere as equações a seguir.

I. $3x^2 - 2x + 1 = 0$

II. $x^2 - 10x + 16 = 0$

III. $4x^2 + 2x + 1 = 0$

IV. $5x^2 - 11x + 2 = 0$

V. $-x^2 + 16x - 64 = 0$

VI. $9x^2 + 6x + 1 = 0$

a) Resolva essas equações utilizando a fórmula resolutiva.

b) Para cada equação, indique o valor do discriminante.

c) Considerando os itens **a** e **b**, analise, pense e responda: qual é a relação entre o valor do discriminante (positivo, negativo ou igual a zero) e a quantidade de raízes reais da equação?

4. A média aritmética das raízes da equação $x^2 + kx - 12 = 0$, em que **k** é um número real, é igual a 2. Qual é o valor de **k**?

3. a) **I**: não tem raiz real; **II**: 8 e 2; **III**: não tem raiz real; **IV**: 2 e $\frac{1}{5}$; **V**: duas raízes reais e iguais a 8; **VI**: duas raízes reais e iguais a $-\frac{1}{3}$.

1. a) Duas raízes reais e iguais a −7.

1. d) Duas raízes reais e iguais a $-\frac{1}{3}$.

2. 32 e −12.

1. b) $\frac{9}{2}$ e $-\frac{3}{2}$.

2. a) $m = 1$

2. b) $m = -\frac{3}{2}$

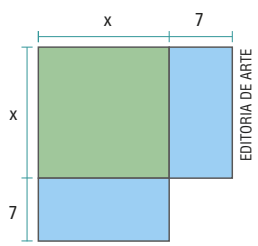
3. c) Resposta esperada: A equação cujo discriminante é igual a zero possui duas raízes reais iguais, a equação cujo discriminante é menor que zero não possui raízes reais e a equação cujo discriminante é maior que zero possui duas raízes reais distintas.

3. b) **I**: −8; **II**: 36; **III**: −12; **IV**: 81; **V**: 0; **VI**: 0.

ATIVIDADES COMPLEMENTARES

1. A figura representada tem 32 unidades de área e está decomposta em retângulos e quadrados. Escreva uma equação para expressar a área dessa figura e resolva-a para determinar o valor de **x**.

Resposta: $x^2 + 14x - 32 = 0$; $x = 2$.



EDITORIA DE ARTE

2. Resolva as equações utilizando a estratégia que preferir.

a) $x^2 - 4x - 5 = 0$. Resposta: 5 e −1.

b) $x^2 + 2x - 8 = 0$. Resposta: 2 e −4.

c) $x^2 - \frac{3x}{2} - 2 = 5$. Resposta: $\frac{7}{2}$ e −2.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

5. (Enem/MEC) Um senhor, pai de dois filhos, deseja comprar dois terrenos, com áreas de mesma medida, um para cada filho. Um dos terrenos visitados já está demarcado e, embora não tenha um formato convencional (como se observa na Figura **B**), agradou ao filho mais velho e, por isso, foi comprado. O filho mais novo possui um projeto arquitetônico de uma casa que quer construir, mas, para isso, precisa de um terreno na forma retangular (como mostrado na Figura **A**) cujo comprimento seja 7 m maior do que a largura.



Figura **A**

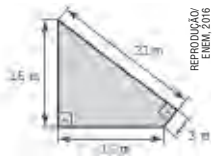


Figura **B**

REPRODUÇÃO/ ENEM, 2016

Para satisfazer o filho mais novo, esse senhor precisa encontrar um terreno retangular cujas medidas, em metro, do comprimento e da largura sejam iguais, respectivamente, a: Alternativa **b**.

a) 7,5 e 14,5.
b) 9,0 e 16,0.
c) 9,3 e 16,3.
d) 10,0 e 17,0.
e) 13,5 e 20,5.

6. Na página **275**, foi citado o matemático hindu Bhaskara, que viveu no século XII. Em suas obras, Bhaskara propunha diversos problemas, muitos dos quais eram escritos em versos e falavam de elementos da natureza, como plantas e animais. Leia a tradução de um desses problemas.

> Um bando barulhento de macacos se divertia. Um oitavo ao quadrado brincava no bosque. Doze, os que sobraram, gritavam ao mesmo tempo, no alto da colina verdejante. Quantos eram os macacos no total?

ROQUE, Tatiana; PITOMBEIRA, João Bosco. **Tópicos de história da matemática**. [*S. l.*]: Portal dos Professores de Matemática, c2024. p. 171. Disponível em: https://www.professoresdematematica.com.br/wa_files/Topicos_20de_20Historia_20da_20Matematica_28PROFMAT_29_TatianaRoque_Pitombeira.pdf. Acesso em: 21 maio 2024.

a) Qual das equações a seguir corresponde a esse problema, em que **x** é a quantidade total de macacos do bando? **III**

I. $\frac{1}{8}x - x^2 = 12$

II. $12 - \frac{1}{8}x^2 = x$

III. $x - \left(\frac{1}{8}x\right)^2 = 12$

IV. $\left(\frac{1}{8}x\right)^2 = 12 + \frac{1}{8}x$

b) Resolva a equação que você indicou no item **a**. 16 e 48.

c) Quantos macacos há no bando descrito nesse problema? O bando pode ter 16 ou 48 macacos.

7. Inspirando-se no problema elaborado por Bhaskara, apresentado na atividade **6**, elabore e escreva no caderno um problema que possa ser resolvido por meio de uma equação do 2º grau com uma incógnita. Depois, troque esse problema com um colega para que ele o resolva, enquanto você resolve aquele que ele elaborou. Ao final, confiram juntos as resoluções.
Resposta pessoal.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Atividades

Atividade 5

Esta atividade trabalha a resolução de problema por meio de uma equação do 2º grau com uma incógnita. Caso os estudantes tenham dificuldades, sugerir que decomponham a figura **B** em dois triângulos retângulos e relembrá-los que a área de um triângulo pode ser obtida calculando $A = \frac{b \cdot h}{2}$, em que **b** é a medida da base, e **h**, a medida da altura.

Atividade 6

Esta atividade trabalha a resolução de um problema, em contexto da História da Matemática, por meio de uma equação do 2º grau com uma incógnita. No item **a**, realizar os seguintes questionamentos para os estudantes.

- Como podemos representar a quantidade de macacos que brincavam no bosque?

  Resposta esperada: $\left(\frac{1}{8}x\right)^2$.

- Como podemos representar a quantidade de macacos que sobraram no alto da colina em relação ao total **x** de macacos? Resposta esperada: $x - \left(\frac{1}{8}x\right)^2$.

- Quantos eram os macacos no alto da colina? Resposta: 12 macacos.

Atividade 7

Esta atividade trabalha a elaboração de problema envolvendo equação do 2º grau com uma incógnita. Propor aos estudantes que compartilhem suas produções com os demais colegas da turma, visto que eles podem elaborar problemas com diferentes estruturas.

ATIVIDADES COMPLEMENTARES

1. Jorge quer construir um aquário com formato de bloco retangular com 320 L de capacidade, medida da altura 4 dm e medida do comprimento da base 2 dm a mais que a medida da largura. Quais devem ser as medidas das dimensões desse aquário? Resposta: 10 dm, 8 dm e 4 dm.

2. Para determinar a quantidade de diagonais **D** de um polígono convexo, podemos utilizar a fórmula indicada a seguir, em que **n** representa a quantidade de lados desse polígono.

$D = \frac{n(n-3)}{2}$, com $n \geqslant 3$.

a) Calcule quantas diagonais tem um eneágono convexo. Resposta: 27 diagonais.

b) Escreva uma equação do 2º grau com uma incógnita e determine o número de lados de um polígono convexo com 14 diagonais. Resposta: $n^2 - 3n - 28 = 0$; 7 lados.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Este tópico apresenta uma abordagem inicial por meio de linguagem visual, explorando as ideias intuitivas do conceito que será trabalhado, evidenciando as relações entre a **Matemática** e outras áreas do conhecimento. É possível aproveitar as obras apresentadas e realizar um trabalho em conjunto com **Arte** para explorar a diversidade cultural retratada nelas.

Explicar aos estudantes que o recurso utilizado na obra **Lampião e Maria Bonita** é a xilogravura, que é uma técnica de gravação sobre prancha de madeira. Propor que pesquisem outras obras produzidas com essa técnica. Já em relação à tela **Mestiço**, é possível explorar características da paisagem que compõe o cenário e perguntar aos estudantes por que a tela recebeu esse nome. Espera-se que eles respondam que o nome da obra faz referência ao homem retratado nela. Comentar com os estudantes que, na história das artes visuais, o uso da perspectiva começou a ser aperfeiçoado em meados do século XIV e um dos pioneiros no uso dessa técnica foi o arquiteto e escultor florentino Filippo Brunelleschi (1377-1446).

Elaborado com base em: MASON, Antony. **No tempo de Michelangelo**. Tradução: Regina Gomes de Souza. São Paulo: Callis, 2004. (Arte ao redor do mundo, p. 16).

Se possível, providenciar uma visita guiada com os estudantes a um museu de artes para que eles possam observar diferentes obras e identificar aquelas que apresentam características de perspectiva em sua produção. Outra alternativa é realizar uma visita virtual a algum museu, como o Museu de Arte de São Paulo Assis Chateaubriand, disponível em: https://masp.org.br/acervo/explore. Acesso em: 9 jun. 2024.

2. Vistas ortogonais

Você já tentou desenhar um objeto de três dimensões em uma folha de papel, como um cubo, por exemplo?

De maneira geral, temos dificuldade em representar a profundidade de objetos em superfícies planas, uma vez que nelas há apenas duas dimensões. Uma solução para isso é fazer uso de uma técnica de **perspectiva**, ou seja, representar a **tridimensionalidade** desse objeto reproduzindo, no papel, a sensação de profundidade.

GLOSSÁRIO
Tridimensionalidade: propriedade que descreve objetos que possuem três dimensões: comprimento, largura e altura.

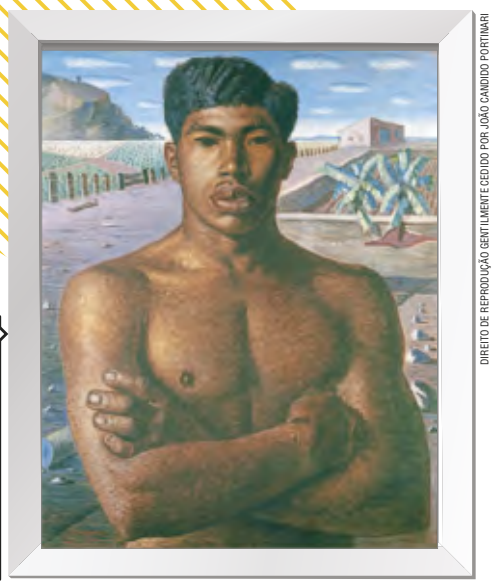
Observe duas obras e leia as informações sobre o uso (ou não) de técnicas de perspectiva em sua produção.



J. BORGES/ACERVO DO ARTISTA

BORGES, José Francisco. **Lampião e Maria Bonita**. 1972. Xilogravura, 60 cm × 40 cm. Acervo Memorial J. Borges.

O artista pernambucano José Francisco Borges (1935-) iniciou sua carreira como cordelista, mas se destacou pelas xilogravuras. É possível perceber que as obras de J. Borges não apresentam uma preocupação rigorosa com perspectiva e proporção.



DIREITO DE REPRODUÇÃO GENTILMENTE CEDIDO POR JOÃO CANDIDO PORTINARI

PORTINARI, Candido. **Mestiço**. 1934. Óleo sobre tela, 81 cm × 65 cm. Pinacoteca do Estado de São Paulo.

O artista paulista Candido Portinari (1903-1962) é reconhecido por retratar em suas obras, na maioria das vezes, a cultura brasileira e os temas sociais. Um exemplo é a tela **Mestiço**, em que Portinari mostra um homem em uma lavoura de café. Nessa obra, é possível observar que o artista usou uma técnica de perspectiva. A ideia de profundidade, neste caso, está presente em alguns elementos da tela, como nas pedras localizadas à direita ou na cerca do cafezal à esquerda.

OBJETO EDUCACIONAL DIGITAL

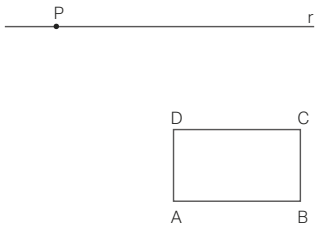
A imagem **Mestiço** apresenta informações sobre a vida e a obra de Candido Portinari. Além disso, destaca algumas características dessa pintura e incentiva os estudantes a pesquisarem outras obras do artista que usam a técnica de perspectiva.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

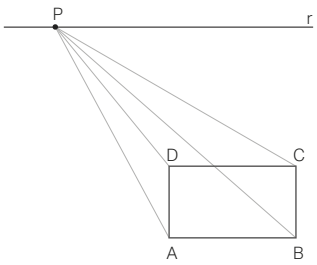
Perspectiva com ponto de fuga

Existem diferentes técnicas de representação em perspectiva. Uma delas é conhecida como perspectiva cônica com um ponto de fuga. Observe as etapas para representar um bloco retangular usando essa técnica.

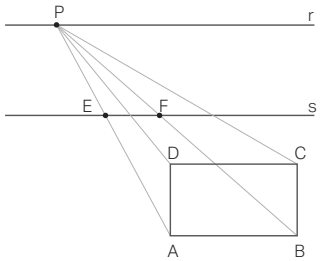
1ª Traçamos uma reta **r** e marcamos o ponto de fuga **P**. Depois, representamos o contorno do retângulo ABCD.



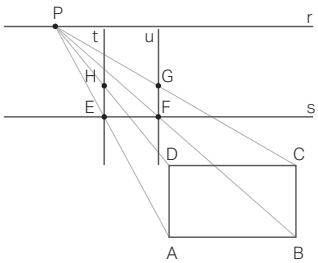
2ª Traçamos os segmentos de reta AP, BP, CP e DP.



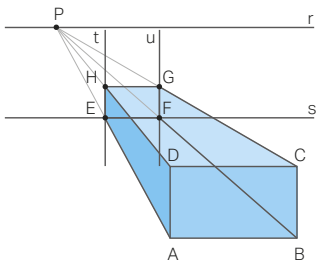
3ª Traçamos a reta **s** paralela a $\overline{AB}$ e marcamos os pontos **E** e **F**, respectivamente, sobre $\overline{AP}$ e $\overline{BP}$.



4ª Traçamos a reta **t**, paralela a $\overline{AD}$, passando por **E**. Depois, marcamos o ponto **H** no cruzamento de **t** com $\overline{DP}$. Traçamos a reta **u**, paralela a $\overline{BC}$, passando por **F**, e marcamos o ponto **G** em $\overline{CP}$.



5ª Por fim, ligamos os pontos correspondentes aos vértices do bloco retangular e pintamos as faces, conforme a figura.



ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

As perspectivas cônicas podem ser desenhadas como representações artísticas para apresentar paisagens ou grandes edificações. Elas também podem ser empregadas para mostrar uma representação realista de peças mecânicas ou leiautes de móveis e acessórios em um cômodo.

KUBBA, Sam A. A. **Desenho técnico para construção**. Tradução: Alexandre Salvaterra. Porto Alegre: Bookman, 2014. (Série Tekne, p. 91).

Verificar a possibilidade de apresentar aos estudantes outras obras de arte, além das apresentadas na página **278**, para que eles identifiquem elementos que indicam o uso, ou o não uso, da técnica de perspectiva. Em seguida, realizar na lousa a representação de um poliedro, utilizando a técnica de perspectiva cônica com um ponto de fuga, seguindo as etapas descritas nesta página.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Para complementar o trabalho com esta página, realizar para os estudantes a leitura do trecho a seguir sobre a técnica de perspectiva.

Um bom entendimento dos princípios da perspectiva é necessário para criar um trabalho artístico preciso e atraente. [...] As perspectivas cônicas são um sistema para representar o espaço tridimensional em uma superfície plana. Elas utilizam um, dois ou três pontos para onde as linhas de recuo se afastam. Esses pontos de fuga são colocados ao longo de uma linha horizontal chamada linha do horizonte. [...]

Nas perspectivas cônicas, os objetos distantes se apresentam menores, mas têm o mesmo formato e as mesmas proporções que teriam se estivessem bem próximos. Em outras palavras, à medida que os objetos se afastam, eles se tornam menores e parece que vão desaparecer. O princípio geral por trás da perspectiva cônica é simples e compartilha características com a forma como as pessoas de fato percebem o espaço e os objetos localizados nele. [...]

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

É importante desenvolver o trabalho com esta página de maneira que os estudantes compreendam que a visualização de uma figura geométrica espacial ou de um objeto tridimensional é possível com base na associação das diversas vistas utilizadas na sua representação e que, a partir dessas vistas, é possível desenhar a figura geométrica espacial ou o objeto correspondente a elas.

Explicar que geometria descritiva é a área de estudo da **Matemática** que tem como um dos objetivos a representação de objetos tridimensionais em um plano bidimensional. O matemático francês Gaspard Monge (1746-1818) é considerado precursor desse estudo. Se julgar conveniente, propor aos estudantes que realizem uma pesquisa e apresentem os principais conceitos trabalhados nessa área da **Matemática**.

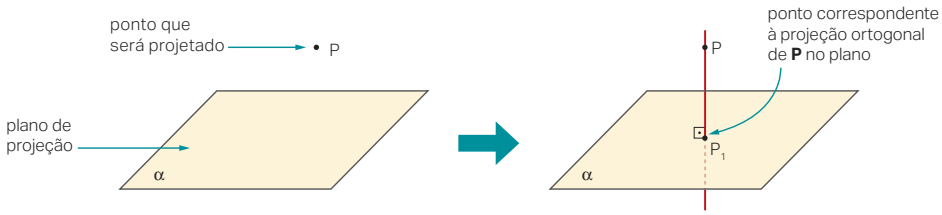
Enfatizar que, na projeção ortogonal, as linhas projetantes são paralelas entre si e perpendiculares ao plano de projeção. Além disso, a figura plana obtida pela projeção é reproduzida em verdadeira grandeza, ou seja, tem a dimensão real da parte do objeto projetado.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

Projeção ortogonal

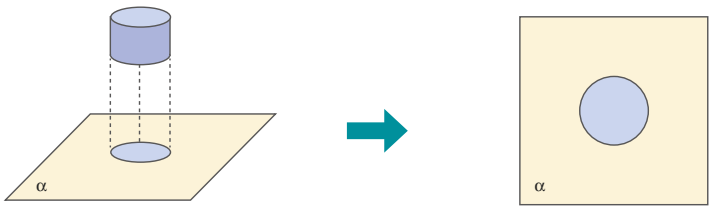
Além dos desenhos com a técnica de perspectiva cônica com um ponto de fuga, é possível fazer representações de objetos tridimensionais usando a ideia de **projeção ortogonal** sobre um plano.

A projeção ortogonal de um ponto **P** em um plano, em que esse ponto não está, corresponde ao ponto $\mathbf{P_1}$ desse plano, de maneira que $\overleftrightarrow{PP_1}$ seja uma reta perpendicular a tal plano, ou seja, forme ângulos retos com ele. Observe.



Já a projeção ortogonal de uma figura geométrica plana ou de uma figura geométrica espacial em um plano corresponde à projeção ortogonal de cada ponto dessa figura. Observe.

- Projeção ortogonal de um cilindro em um plano.



- Projeção ortogonal de um cubo em um plano.



ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

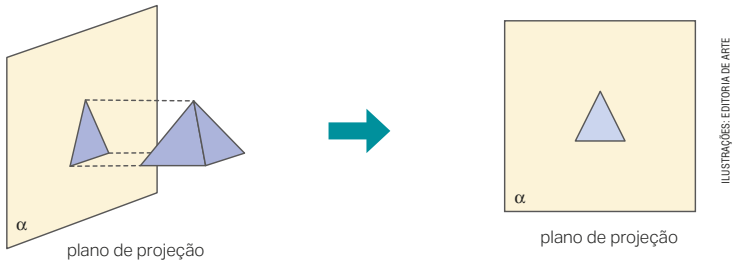
SAIBA MAIS

Para orientar os estudantes com relação a noções iniciais de práticas de pesquisa, sugere-se o livro indicado a seguir.

- KUHLTHAU, Carol Collier. **Como orientar a pesquisa escolar**: estratégias para o processo de aprendizagem. Tradução e adaptação: Bernadete Santos Campello *et al*. Belo Horizonte: Autêntica, 2010.

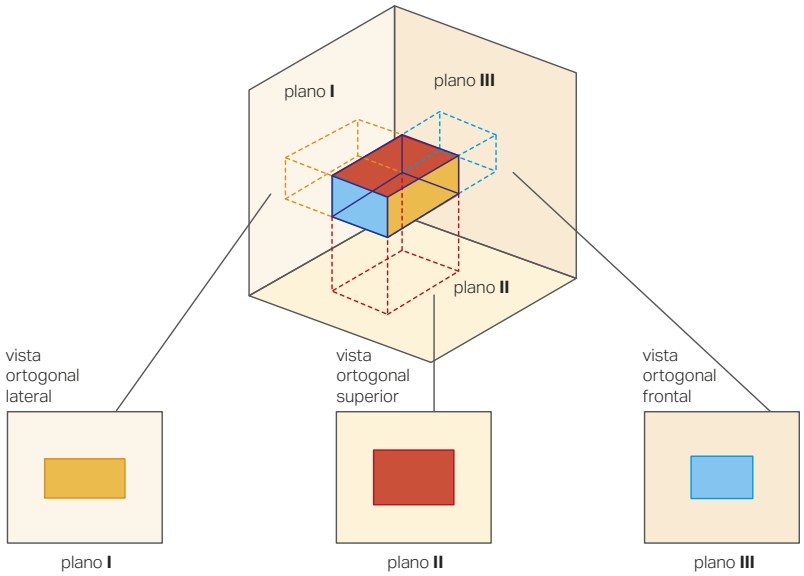
MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

- Projeção ortogonal de uma pirâmide de base quadrada em um plano.

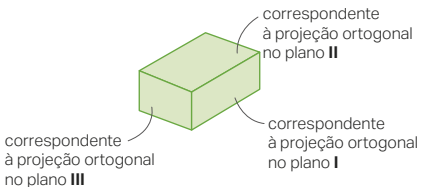


ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

Agora, observe a representação de um bloco retangular com projeção ortogonal em três planos distintos: **I**, **II** e **III**. A figura obtida em cada um desses planos de projeção corresponde a uma **vista ortogonal**, estabelecida de acordo com uma referência.



Essas três projeções ortogonais, correspondentes às vistas ortogonais frontal, superior e lateral da figura do bloco retangular, podem contribuir para representá-lo em perspectiva. Observe.



ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Comentar com os estudantes que o bloco retangular representado nesta página está entre o observador e os planos de projeção. Antes de representar uma figura geométrica espacial ou um objeto tridimensional por meio de suas vistas ortogonais, é necessário estabelecer referenciais de posição, determinando aquelas que serão as vistas ortogonais frontal, superior e lateral, por exemplo. Evidenciar que, se outra posição for estabelecida como frontal, por exemplo, as demais vistas ortogonais podem ser diferentes da apresentada.

Para auxiliar no desenvolvimento dos conceitos estudados nas páginas **280** e **281**, é importante que os estudantes investiguem o objeto apresentado, de modo a perceber suas propriedades e características. Uma possibilidade é fazer uso de programas de computadores, como o **GeoGebra**. Nesse programa, no *menu* **Exibir**, na opção **Janela de Visualização 3D**, é possível construir e explorar representações de figuras geométricas espaciais.

SAIBA MAIS

No *site* a seguir, está disponível a imagem de um infográfico da campanha **Acabar com o *bullying* #ÉDaMinhaConta**. Nele, por meio de um fluxograma, esse problema complexo está decomposto em partes menores, favorecendo a abstração de pequenas iniciativas (atitudes) que podem ser generalizadas para uma possível solução desse problema.

- ACABAR com o *bullying* #édaminhaconta. [*S. l.*]: SaferNet Brasil: Unicef [2019]. Disponível em: https://new.safernet.org.br/sites/default/files/content_files/infografico_final_0.pdf. Acesso em: 8 jun. 2024.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Atividades

Atividade 1

Esta atividade trabalha a identificação de elementos em perspectiva que possam ser percebidos em obras de arte. Após a resolução, promover uma roda de conversa a fim de que os estudantes compartilhem as justificativas deles na identificação dos elementos que apresentam a ideia de profundidade ou perspectiva. Se julgar conveniente, realizar um trabalho em conjunto com o professor do componente curricular **Arte** para que os estudantes possam desenvolver algumas técnicas de desenho com perspectiva.

No item **I**, é apresentada a reprodução de parte de uma ilustração em papiro com elementos da arte egípcia. Para aproveitar esse tema, ler para os estudantes o trecho na parte inferior desta página.

Atividade 2

Esta atividade trabalha a construção, em perspectiva com um ponto de fuga, de uma representação de figura geométrica espacial. Caso julgar necessário, retomar com os estudantes as explicações apresentadas na página **279** sobre como representar um bloco retangular utilizando essa técnica.

Atividade 3

Esta atividade trabalha a representação de uma figura geométrica espacial em perspectiva com base em sua projeção ortogonal em diferentes planos. Aproveitar este momento para reforçar que a **Matemática** é uma ciência viva, presente no cotidiano dos cidadãos e no mundo do trabalho, sendo utilizada para facilitar a organização dos processos e sendo instrumento de solução de problemas.

ATIVIDADES

NÃO ESCREVA NO LIVRO.

Resoluções a partir da **p. 305**.

1. Resposta esperada: **II**.

2. Atividade de construção geométrica.

1. Observe as imagens a seguir, produzidas com diferentes técnicas e, no caderno, indique em qual delas é possível identificar perspectiva entre os elementos representados, gerando a impressão de profundidade.

I.



IVAN SOTO COBOS/SHUTTERSTOCK.COM

Reprodução de parte de ilustração em papiro mostrando a rainha egípcia Nefertari.

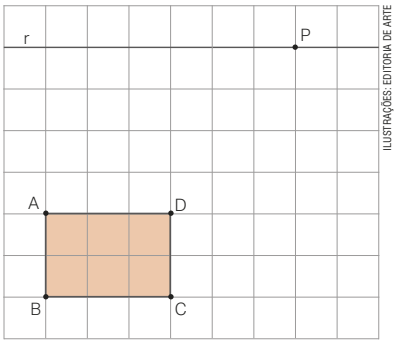
II.



GALERIA JACQUES ARDIES

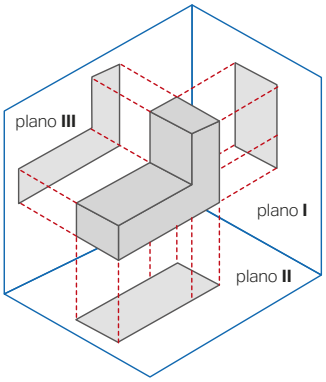
SEVERINO, Francisco. **Futebol de lazer**. 2016. Óleo sobre tela, 37 cm × 45 cm. Galeria Jacques Ardies.

2. Em uma malha quadriculada, desenhe as figuras da reta **r**, do ponto **P** e do retângulo ABCD indicados a seguir. Depois, siga as etapas apresentadas na página **279** e desenhe a figura de um bloco retangular utilizando perspectiva com o ponto de fuga **P**.



ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

3. Em um programa de computador, uma engenheira mecânica desenhou uma peça e observou a projeção ortogonal dessa peça em três planos distintos. Observe.



- Agora, em uma malha quadriculada, desenhe a figura obtida na projeção ortogonal da peça em cada plano.

Resposta nas **Orientações para o professor**.

A Arte no Egito Antigo é antes de tudo uma forma de comunicação e estava a serviço da religião. A produção artística raramente era assinada, pois era fruto de um trabalho coletivo, estava ligada a uma funcionalidade e era encontrada em templos, tumbas e palácios. [...]

Durante o Antigo e o Médio Império, os egípcios utilizavam nas pinturas apenas cores chapadas, isto é, sem volume. No Novo Império, já observamos pinturas que recebem uma variação de escala tonal, facilitando a interpretação da perspectiva e da transparência.

LEMOS, Sueli; ANDE, Edna. **Egito**: arte na Idade Antiga. São Paulo: Callis, 2011. p. 26, 29.

OBJETO EDUCACIONAL DIGITAL

A imagem **Papiros** apresenta informações sobre as produções artísticas realizadas pelos antigos egípcios, com ênfase nos papiros. Além disso, incentiva os estudantes a pesquisar sobre a importância dos papiros em áreas do conhecimento como Matemática e Medicina.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

4. (Enem/MEC) Em um jogo desenvolvido para uso no computador, objetos tridimensionais vão descendo do alto da tela até alcançarem o plano da base. O usuário pode mover ou girar cada objeto durante sua descida para posicioná-lo convenientemente no plano horizontal. Um desses objetos é formado pela justaposição de quatro cubos idênticos, formando assim um sólido rígido, como ilustrado na figura.

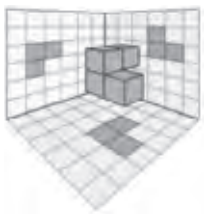


Para facilitar a movimentação do objeto pelo usuário, o programa projeta ortogonalmente esse sólido em três planos quadriculados perpendiculares entre si, durante sua descida.

A figura que apresenta uma possível posição desse sólido, com suas respectivas projeções ortogonais sobre os três planos citados, durante sua descida é

Alternativa **e**.

a)



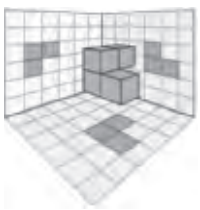
c)



e)



b)

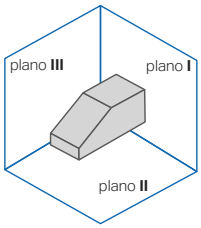


d)

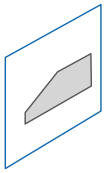


ILUSTRAÇÕES: REPRODUÇÃO/ENEM, 2020

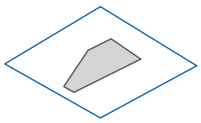
5. Identifique qual dos itens corresponde à projeção ortogonal da figura geométrica espacial em cada plano: **I**, **II** e **III**. **I-e**; **II-d**; **III-a**.



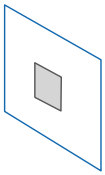
a)



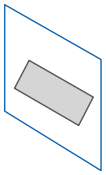
c)



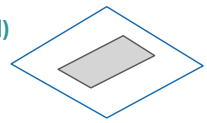
e)



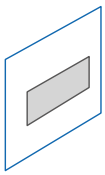
b)



d)



f)



ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

- Agora, com base nessas projeções, faça o esboço dessa figura geométrica espacial no caderno. Atividade de construção geométrica.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Atividade 4

Esta atividade trabalha a representação de uma figura geométrica espacial em perspectiva com base em sua projeção ortogonal em diferentes planos. Verificar se os estudantes associam os "cantos" dos cubos idênticos às paredes ortogonalmente.

Atividade 5

Esta atividade trabalha o reconhecimento de vistas ortogonais de uma figura geométrica espacial em diferentes planos. Verificar se os estudantes percebem que há itens que não correspondem às projeções ortogonais da figura geométrica espacial representada. Ao término, propor que compartilhem com os colegas o esboço da figura geométrica espacial e as estratégias que eles utilizaram para realizá-lo.

ATIVIDADE COMPLEMENTAR

(Enem-MEC) Um robô, que tem um ímã em sua base, se desloca sobre a superfície externa de um cubo metálico, ao longo de segmentos de reta cujas extremidades são pontos médios de arestas e centros de faces. Ele inicia seu deslocamento no ponto *P*, centro da face superior do cubo, segue para o centro da próxima face, converte à esquerda e segue para o centro da face seguinte, converte à direita e continua sua movimentação, sempre alternando entre conversões à esquerda e à direita quando alcança o centro de uma face. O robô só termina sua movimentação quando retorna ao ponto *P*. A figura apresenta os deslocamentos iniciais desse robô.



IMAGENS: ENEM, 2022.

A projeção ortogonal do trajeto descrito por esse robô sobre o plano da base, após terminada sua movimentação, visualizada da posição em que se está enxergando esse cubo, é:

a)



b)



c)



d)



e)



Resposta: Alternativa **a**.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Conexões

Esta seção propicia uma abordagem interdisciplinar relacionada às áreas do conhecimento **Ciências Humanas** e **Linguagens**. Além disso, favorece o desenvolvimento de conceitos relacionados ao **Mundo do Trabalho**, explorados com base em reflexões sobre as profissões, bem como na relevância da **Matemática** para o exercício de atividades profissionais.

Se possível, trabalhar esta seção em parceria com **Arte** e **Geografia**, de modo que as discussões das atividades sejam enriquecidas.

Antes da leitura do texto e das imagens, como sensibilização, propor aos estudantes que providenciem um pedaço de papel e tracem uma linha dividindo-o em duas partes. Em uma parte, pedir que escrevam quais possibilidades de carreira profissional cogitam para exercer no futuro. Na outra parte, eles devem registrar atividades que gostam de fazer no dia a dia (por exemplo, o que gostam de estudar) e algumas características de personalidade que possuem. Então, propor que analisem se as carreiras profissionais que escreveram estão, de alguma maneira, relacionadas ao que gostam de fazer, às habilidades e às aptidões pessoais que apresentam. Questionar se os estudantes consideram necessário que a profissão escolhida tenha vínculo com esses aspectos e incentivá-los a compartilhar com os colegas suas observações.

Em seguida, propor aos estudantes que leiam o texto e anotem no caderno palavras-chave, destacando informações importantes para a compreensão das descrições das profissões. Pedir que observem as imagens e estabeleçam relações com os textos.

CONEXÕES

Trabalho, projeto de vida e a Matemática nas profissões

Nesta Unidade, estudamos técnicas de projeção. Essas técnicas de desenho são utilizadas em diversas atividades profissionais.

A seguir, saiba um pouco sobre como a Matemática está presente nas atividades de dois profissionais que utilizam desenhos como instrumentos práticos em suas profissões.

Arquiteto

O arquiteto é um profissional que cria e desenha projetos de edificações (prédios, casas, museus, entre outras) e de conjuntos arquitetônicos, bem como pode planejar e coordenar a execução desses projetos.
Além da utilização de técnicas de representação gráfica com desenhos em perspectiva, esse profissional precisa ter conhecimento de concepções artísticas e culturais, funcionais e de acessibilidade, ambientais e sociológicas para empregar na elaboração de um projeto.
Na universidade, para a formação de um estudante de Arquitetura, estão previstos estudos relacionados às Linguagens (como Artes Visuais e História da Arte), às Ciências Humanas (por exemplo, Topografia) e, claro, à Matemática!



DAVI IVANOVSKI/SHUTTERSTOCK.COM

O Museu Oscar Niemeyer, em Curitiba (PR), é considerado o maior museu de arte da América Latina. O nome desse museu é uma homenagem ao arquiteto que o projetou, Oscar Niemeyer (1907-2012). Fotografia de 2021.

Desenhista de produtos

Um desenhista de produtos elabora e determina especificações técnicas para a criação de embalagens e produtos. Móveis, garrafas de água, frascos de perfume, automóveis e máquinas são alguns exemplos de itens projetados por esse profissional, que precisa aplicar conhecimentos de desenho técnico para desenvolver objetos esteticamente atrativos, funcionais, ergonômicos e, além disso, econômicos.
No curso técnico ou superior de Desenho de Produtos, há estudos relacionados às Linguagens (Fundamentos da Linguagem Visual), às Ciências Humanas (Gestão e Processos de Produção, Mercadologia e Teorias de Fabricação) e à Matemática (Metodologia de Pesquisa e Estatística, Geometria, Desenho Técnico e Geométrico e Cálculo).



DANIEL CYMBALISTA/FOTOARENA

Embalagem ecológica de marmita criada por um desenhista de produtos para ser produzida com material biodegradável, que é sustentável e reciclável.

SAIBA MAIS

Propor aos estudantes que acessem o *site* indicado a seguir para obter mais informações sobre as diferentes profissões.

- GUIA de profissões Unesp 2024. São Paulo: Unesp, 2024. Disponível em: https://vestibular.unesp.br/Home/guiadeprofissoes51/guia-unesp-de-profissoes-2024_bx.pdf. Acesso em: 8 jun. 2024.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

MÃOS À OBRA

NÃO ESCREVA NO LIVRO.

Resoluções a partir da **p. 305**.

1 É importante construir um projeto de vida que seja viável, considerando as dimensões profissional, pessoal e social de cada um.

a) Você considera que, para exercer uma das **duas** profissões apresentadas nesta seção, é preciso planejar quais aspectos? Resposta pessoal.

b) Você acredita que, para obter realização pessoal, o trabalho precisa estar relacionado com habilidades técnicas e comportamentais com as quais cada indivíduo se identifica? Por quê? Respostas pessoais.

c) A construção de um projeto de vida envolve reflexões retrospectivas (sequência de acontecimentos biográficos; memórias pessoais) e prospectivas (motivações que nos impulsionam a realizar determinada intenção). De que maneira você atribui significado a essas reflexões para conferir sentido às suas escolhas pessoais relacionadas à dimensão profissional? Resposta pessoal.

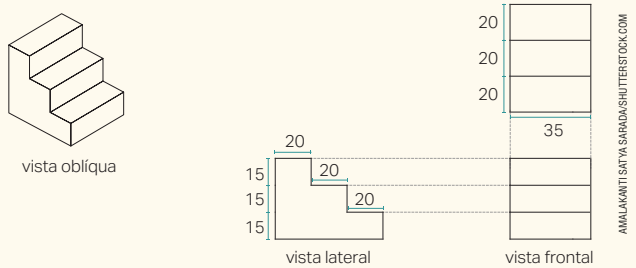
Respostas nas **Orientações para o professor**.

2 Com o avanço e a criação de novas tecnologias, várias profissões podem desaparecer enquanto outras podem surgir. Diante disso, responda às questões e justifique suas respostas por escrito no caderno.

a) Cite avanços tecnológicos que podem levar uma sociedade à criação de novas profissões.

b) Em relação às profissões que podem surgir nos próximos anos, você acha que elas estarão relacionadas a quais áreas? Quais habilidades (técnicas e comportamentais) um estudante pode desenvolver para exercer alguma delas?

3 Um desenhista industrial desenvolveu, para determinado ambiente, o projeto da escada representado na ilustração a seguir. Sabendo que as medidas estão indicadas em centímetro, determine, em centímetro cúbico, o volume total da peça. 63 000 cm³



Mãos à obra

Atividade 1

No item **a**, destacar as habilidades comportamentais mencionadas na descrição das duas profissões apresentadas na seção. No item **b**, incentivar os estudantes a identificar percursos formativos futuros que estejam relacionados com a história estudantil deles e o mundo do trabalho de que fazem parte ou no qual pretendem se inserir. No item **c**, o objetivo é que os estudantes sistematizem reflexões para responder como estabelecem contrapontos entre realidades já vividas (concretas) e realidades que estão por vir (incertas) na busca de estabelecer objetivos e planejar ações.

Atividade 2

Para responder ao questionamento do item **a**, espera-se que os estudantes reflitam sobre as necessidades humanas e as mudanças ocasionadas pelos avanços da tecnologia (redes sociais e mídias digitais, como a velocidade de compartilhamento de informações, o aumento da capacidade de explorar pontos longínquos no planeta e fora dele etc.) como pontos de partida para o surgimento de novas profissões. No item **b**, os estudantes podem mencionar profissões relacionadas a tecnologias e mídias digitais, bem como a novas formas de energia e de abastecimento, entre outras possibilidades. No segundo questionamento, espera-se que reflitam sobre o desenvolvimento das habilidades comportamentais de comunicação, criatividade, pensamento crítico e autonomia, entre outras.

Para complementar o trabalho com essa atividade, propor o seguinte questionamento aos estudantes.

- Além do surgimento de profissões, aquelas que existem sofrem modificações em sua prática com o passar do tempo. Quais modificações você acredita que as profissões mencionadas nesta seção sofreram ao longo dos últimos anos? Algumas respostas possíveis: O desenvolvimento de novas tecnologias digitais levou a transformações na prática profissional dos arquitetos e *designers*: o que antes era realizado exclusivamente por pessoas com o auxílio de instrumentos de desenho, hoje pode ser feito com o auxílio de *softwares*. A profissão de *designer* gráfico também precisou se adaptar a uma nova necessidade: criar estratégias gráficas atraentes em linguagens compatíveis para postagens em redes sociais.

Atividade 3

Para resolver esta atividade, os estudantes podem aplicar conhecimentos estudados nesta Unidade e em outras estudadas anteriormente, como o cálculo de volume de blocos retangulares.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

A abordagem inicial destas páginas envolve o consumo de alimentos ricos em proteínas, o que possibilita abordar o tema **Saúde e bem-estar**, mais especificamente na discussão sobre educação alimentar e nutricional.

No exemplo apresentado, comentar com os estudantes que a quantidade de 13 g de proteína corresponde a um ovo cru com cerca de 100 g.

Para complementar e contribuir com a compreensão dos estudantes em relação às ideias de função, propor a eles os seguintes questionamentos.

- Qual é a massa de proteína presente em 7 ovos? E em 8 ovos? Respostas: 91 g (em 7 ovos). 104 g (em 8 ovos).
- Calcule a razão entre a quantidade de ovos e a massa correspondente à proteína para:

a) 2 ovos.
Resposta: $\frac{2}{26}$

b) 4 ovos.
Resposta: $\frac{4}{52}$

c) 6 ovos.
Resposta: $\frac{6}{78}$

d) 8 ovos.
Resposta: $\frac{8}{104}$

- Qual é a relação entre as razões que você calculou no item anterior? O que isso significa? Resposta esperada: Todas as razões são equivalentes, ou seja, independentemente da quantidade de ovos considerada, a razão entre essa quantidade e a massa de proteína correspondente é a mesma.

Verificar a possibilidade de realizar um trabalho interdisciplinar com **Ciências** e **Educação Física** sobre outras funções das proteínas no organismo e de outros alimentos ricos em proteínas.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

3. Noções de funções

As proteínas são importantes para o funcionamento do organismo, uma vez que, entre outras ações, permitem a contração dos músculos, a reparação de tecidos, a coagulação sanguínea e o crescimento. Por isso, é importante consumir alimentos que contenham proteínas.

O ovo de galinha, por exemplo, é um alimento rico em proteína. Um ovo de galinha, cru, com aproximadamente 100 g, tem cerca de 13 g de proteína.


ANATOLIY KARLYUK/SHUTTERSTOCK.COM

Os ovos são importantes itens de uma dieta balanceada e saudável.

Com base nessa informação, podemos relacionar em uma tabela as grandezas quantidade de ovos e massa de proteína.

Quantidade de proteína de acordo com a quantidade de ovos

Quantidade de ovos	1	2	3	4	5	6
Massa de proteína (g)	13	26	39	52	65	78

Fonte dos dados: NÚCLEO DE ESTUDOS E PESQUISAS EM ALIMENTAÇÃO. **Tabela brasileira de composição de alimentos**. 4. ed. rev. ampl. Campinas: Nepa-Unicamp, 2011. p. 56. Disponível em: https://www.cfn.org.br/wp-content/uploads/2017/03/taco_4_edicao_ampliada_e_revisada.pdf. Acesso em: 26 abr. 2024.

Note que, para cada quantidade de ovos, está associada uma única massa, em grama, correspondente de proteína: a um ovo está associada a massa de 13 g; a dois ovos, 26 g; e assim sucessivamente. Com essa característica, podemos dizer que a relação entre a quantidade de ovos e a massa de proteína correspondente é uma **função**.

Denominando de **x** a quantidade de ovos e de **y** a massa de proteína correspondente, podemos escrever a seguinte sentença, chamada de **lei de formação da função**.

$$y = 13 \cdot x$$

y: massa de proteína (g)
13: massa de proteína (g) em um ovo
x: quantidade de ovos

Dizemos, nesse caso, que a massa **y** de proteína está em função da quantidade **x** de ovos, ou seja, a massa de proteína depende da quantidade de ovos considerada. Assim, podemos chamar **y** de **variável dependente** e **x** de **variável independente** da função.

SAIBA MAIS

Sugerir aos estudantes que acessem esta revista *on-line* e leiam o artigo das páginas **6** a **9** para obter informações sobre as proteínas.

- NIGRO, Rogério G. A fantástica fábrica de proteínas. **Ciência Hoje das Crianças**, Rio de Janeiro, ano 22, nº 201, p. 6-9, maio 2009. Disponível em: https://cienciahoje.periodicos.capes.gov.br/storage/acervo/chc/chc_201.pdf. Acesso em: 8 jun. 2024.

Sugerir aos estudantes que acessem este *site* e ouçam o áudio indicado para obter informações sobre as proteínas.

- CAPOMACCIO, Sandra. Proteínas são essenciais para o bom funcionamento do organismo humano. **Jornal da USP**, São Paulo, 12 dez. 2022. Disponível em: https://jornal.usp.br/atualidades/proteinas-sao-essenciais-para-o-bom-funcionamento-do-organismo-humano. Acesso em: 8 jun. 2024.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

Ao longo da história da humanidade, diversos matemáticos dedicaram-se ao estudo das funções, como o suíço Leonhard Euler (1707-1783). Uma entre as diversas contribuições de Euler é uma notação própria para funções em que, por exemplo, a variável dependente **y** é substituída por **f(x)** na lei de formação. No caso da função cuja lei de formação é dada por $y = 13x$, temos:

$f(x) = 13x$ Lê-se: **f** de **x** é igual a 13x.

Fonte dos dados: EVES, Howard. **Introdução à história da matemática**. Tradução: Hygino Hugueros Domingues. 5. ed. Campinas: Editora da Unicamp, 2011. p. 471-473.

Com a lei de formação da função, podemos calcular, por exemplo, quantos gramas de proteína há em uma dúzia de ovos, considerando $x = 12$ e determinando $f(12)$. Observe.

$$f(12) = 13 \cdot 12 = 156$$

Portanto, em uma dúzia de ovos há 156 g de proteína.

Também podemos calcular, por exemplo, quantos ovos são necessários para obter 104 g de proteína. Acompanhe.

$$104 = 13x$$

$$\frac{104}{13} = \frac{13x}{13}$$

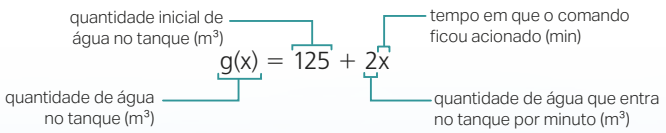
$$8 = x$$

Assim, para obter 104 g de proteína, são necessários 8 ovos.

Agora, acompanhe a situação a seguir.

Em uma companhia de saneamento havia, inicialmente, em um tanque, 125 m³ de água em tratamento. Em certo momento, foi acionado um comando permitindo a entrada de 2 m³ de água por minuto.

Podemos determinar uma função para expressar a quantidade g(x) de água nesse tanque de acordo com o tempo **x**, em minuto, após o momento em que o comando para a entrada de água foi acionado.



DERINKADEJSHUTTERSTOCK.COM

Para calcular quanta água havia no tanque 45 minutos após o comando ser acionado, por exemplo, determinamos g(45).

$g(45) = 125 + 2 \cdot 45 = 125 + 90 = 215$, ou seja, 215 m³.

PENSAR E PRATICAR

Em quanto tempo, após o comando ser acionado, o tanque atingiu 151 m³ de água? 13 min

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

No trabalho com a situação apresentada com base no contexto da companhia de saneamento nesta página, no boxe **Pensar e Praticar**, propor aos estudantes que construam, no caderno, um quadro como o apresentado a seguir indicando a quantidade de água no tanque **g(x)**, em m³, em função do tempo **x**, em minuto.

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
g(x)	125	127	129	131	133	135	137	139	141	143	145	147	149	151

Em seguida, promover uma discussão para evidenciar a relação unívoca entre as grandezas quantidade de água no tanque e tempo após o acionamento do comando.

Neste estudo de funções, optou-se por não trabalhar uma definição formal para esse conceito, uma vez que nesse nível de ensino o mais importante é o estudante compreender a relação unívoca entre as grandezas e a ideia de variáveis em uma função. A seguir, apresenta-se uma definição formal de função.

> Uma **função** f é uma lei que associa cada elemento x em um conjunto D exatamente a um elemento $f(x)$, em um conjunto E.

Em geral, consideramos as funções para as quais D e E são conjuntos de números reais. O conjunto A é chamado **domínio** da função. O número $f(x)$ é o **valor de f em x** e deve ser lido como "f de x". A **imagem** de f é o conjunto de todos os valores possíveis de $f(x)$ quando x varia por todo o domínio. O símbolo que representa um número arbitrário no *domínio* de uma função f é denominado **variável independente**, e o que representa um número qualquer na *imagem* de f é chamado de **variável dependente**. [...]

STEWART, James. **Cálculo**. Tradução: Antônio Carlos Moretti, Antônio Carlos Gilli Martins. São Paulo: Cengage Learning, 2011. v. 1, p. 3.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Atividades

Atividade 1

Esta atividade trabalha a análise de situações que envolvem variáveis que podem ser relacionadas por meio de função. Para resolver o item **c**, incentivar os estudantes a compor um quadro para observar a relação entre o valor a pagar **v(c)**, em real, em função da massa de cenouras compradas **c**, em kg. Observe.

c	v(c)
0	0
1	3,85
2	7,7
3	11,55
4	15,4
5	19,25
6	23,1

Observe alguns exemplos de situações para o item **f**.

- Quantidade de litros de combustível abastecido (variável independente) e o preço total a pagar (variável dependente).
- Quantidade total de soja produzida (variável dependente) e a quantidade de hectares plantados (variável independente).
- A velocidade constante de um carro (variável independente) e o tempo de viagem (variável dependente).

Atividade 3

Esta atividade trabalha a identificação da lei de formação de uma função por meio de uma de suas características. Para complementar, apresentar aos estudantes outras funções em que $g(8) = 4$ para que eles percebam que essa única característica não define de maneira geral a lei de formação da função.

- $g(x) = \frac{x}{2}$
- $g(x) = x - 4$
- $g(x) = 12 - x$

1. Respostas nas **Orientações para o professor.**

ATIVIDADES NÃO ESCREVA NO LIVRO. Resoluções a partir da **p. 305**.

1. Lucas tem uma barraca na feira livre. Nessa barraca, ele vende cenouras por R$ 3,85 o quilograma.

a) Nessa situação, é possível associar dois diferentes valores, em real, a pagar por uma mesma massa de cenouras? Explique.

b) Lucas quer escrever uma função para calcular o valor **v** a pagar de acordo com a massa de cenouras **c** compradas. Nessa função, qual será a variável dependente: a que representa a massa de cenouras ou o valor a pagar?

c) Que lei de formação da função Lucas deve escrever?

d) De acordo com o item **c**, calcule:

- v(2)
- v(5)

e) O que os valores que você calculou no item **d** representam na situação descrita nesta atividade?

f) Pense em uma situação que possa ser expressa por uma função e registre no caderno. Depois, indique para essa função a variável dependente e a variável independente.

2. Resolva cada item a seguir.

a) Sendo $f(x) = 45 - 2x$, calcule f(6) e f(20). $f(6) = 33$ e $f(20) = 5$.

b) Sendo $g(x) = x^2 - 3$, calcule g(1) e g(12). $g(1) = -2$ e $g(12) = 141$.

3. Com certa função, Karina calculou corretamente $g(8) = 4$. Qual lei de formação indicada a seguir pode corresponder a uma função utilizada por Karina? Alternativa **d**.

a) $g(x) = 3x - 16$

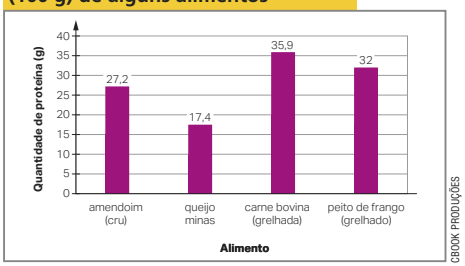
b) $g(x) = 9 + 5x$

c) $g(x) = \frac{x^2}{2} - 10$

d) $g(x) = 20 - 2x$

4. Mencionamos anteriormente algumas informações sobre a importância de consumirmos alimentos que contêm proteína. A quantidade diária necessária de proteína a ser ingerida varia de acordo com as características do organismo de cada pessoa, ficando entre 0,8 g e 1,2 g por quilograma de massa de uma pessoa adulta.
Observe alguns alimentos ricos em proteínas e resolva as questões.

Quantidade de proteína por porção (100 g) de alguns alimentos



Fonte dos dados: NÚCLEO DE ESTUDOS E PESQUISAS EM ALIMENTAÇÃO. **Tabela brasileira de composição de alimentos**. 4. ed. rev. ampl. Campinas: Nepa-Unicamp, 2011. p. 48-62. Disponível em: https://www.cfn.org.br/wp-content/uploads/2017/03/taco_4_edicao_ampliada_e_revisada.pdf. Acesso em: 26 abr. 2024.

a) Qual dos alimentos indicados no gráfico tem maior quantidade de proteína por porção? Quantos gramas de proteína? Carne bovina (grelhada). 35,9 gramas.

b) Para cada alimento indicado no gráfico, escreva a lei de formação de uma função para indicar a massa de proteína (em grama) de acordo com a quantidade **x** de porções com 100 gramas desse alimento.

4. b) Respostas esperadas: Amendoim (cru): $a(x) = 27{,}2x$; queijo minas: $q(x) = 17{,}4x$; carne bovina (grelhada): $b(x) = 35{,}9x$; peito de frango (grelhado): $p(x) = 32x$.

Atividade 4

Esta atividade trabalha uma situação que envolve variáveis que podem ser relacionadas por meio de funções, em um contexto relacionado à **Saúde**, mais especificamente na discussão sobre educação alimentar e nutricional. Conversar com os estudantes sobre a importância de, antes de começar uma dieta ou suplementação de qualquer natureza, conversar com um nutricionista para que ele possa fazer uma análise adequada de acordo com a sua necessidade. Além disso, a atividade permite estabelecer relação entre conceitos algébricos (funções) e estatísticos (leitura de dados em gráfico). No item **c**, verificar se eles perceberam que para cada alimento deve ser usada a lei de formação da função correspondente escrita no item anterior. No item **d**, espera-se que, inicialmente, eles calculem a necessidade diária de ingestão de proteína com base na massa de uma pessoa adulta, a partir dos dados apresentados no enunciado: "entre 0,8 g e 1,2 g por quilograma de massa de uma pessoa adulta".

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

4. d) Entre 40 g e 60 g de proteína. Sim, pois 200 g de carne bovina grelhada (2 porções de 100 g) contêm 71,8 g de proteína, massa maior que 60 g.

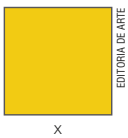
c) De acordo com as leis de formação das funções que você escreveu no item **b**, calcule quantos gramas de proteína uma pessoa ingere ao consumir:

- 2 porções de amendoim cru; 54,4 g
- 1 porção de queijo minas; 17,4 g
- 3 porções de peito de frango grelhado. 96 g

d) Quantos gramas de proteína uma pessoa adulta, com 50 quilogramas de massa, necessita ingerir diariamente? Nesse caso, 200 g de carne bovina grelhada são suficientes para suprir a necessidade de proteína dessa pessoa em um dia? Justifique sua resposta.

5. b) f(4) = 16 e f(2,5) = 6,25. Resposta esperada: Temos que f(4) = 16 indica que um quadrado com 4 cm de lado tem área igual a 16 cm²; f(2,5) = 6,25 indica que um quadrado com 2,5 cm de lado tem área igual a 6,25 cm².

5. Já estudamos que a área de um quadrado é dada pelo quadrado da medida de seu lado. Considere o quadrado representado, em que **x** corresponde a uma medida em centímetro.



EDITORIA DE ARTE

a) Qual das sentenças a seguir corresponde à lei de formação de uma função que relaciona a área f(x) desse quadrado à medida **x** de seu lado? II

I. $f(x) = 4x$ **II.** $f(x) = x^2$ **III.** $f(x) = 2x$

b) Com a lei de formação que você indicou no item **a**, calcule f(4) e f(2,5). O que esses cálculos indicam?

c) Utilizando a lei de formação da função indicada, determine qual deve ser a medida do lado do quadrado para que sua área seja de 81 cm². 9 cm

6. Moacir está pesquisando o consumo de energia elétrica do modelo de televisor que tem em casa. Observe os registros que ele fez.

Tempo de uso (h)	1	2	3	4	5	6	7
Consumo de energia elétrica (kWh)	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4

Com base nessas anotações, resolva as questões.

a) Quantos quilowatts-hora esse televisor consome em 3 h de uso? 0,6 kWh

b) Para que esse televisor consuma 1 kWh, quanto tempo ele tem de ficar em uso? 5 h

c) Escreva a lei de formação de uma função que indica o consumo c(x) de energia elétrica desse televisor, em quilowatt-hora, de acordo com o tempo **x** de horas de uso. c(x) = 0,2x

d) Com base na resposta do item **c**, calcule o consumo de energia elétrica desse televisor em:

- 12 h de uso. 2,4 kWh
- 20 h de uso. 4 kWh
- 4 h de uso diário em um mês de 30 dias. 24 kWh

e) Sabendo que, em certo mês, Moacir calculou que esse televisor consumiu 30 kWh de energia elétrica, determine quantas horas aproximadamente o televisor teve de uso. 150 horas.

Atividade 5

Esta atividade trabalha uma situação que envolve variáveis que podem ser relacionadas por meio de função. Além disso, a atividade permite estabelecer relação entre conceitos algébricos (funções) e geométricos (polígono). Destacar que, como a variável **x** expressa a medida do comprimento do lado do quadrado, em centímetro, ela pode assumir apenas valores positivos. No item **a**, lembrar que a área do quadrado é dada pelo produto da medida de um lado por ela mesma. No item **c**, os estudantes vão resolver a seguinte equação do 2º grau com uma incógnita: $x^2 = 81$. O estudo desse tipo de equação foi tratado anteriormente nesta Unidade; se julgar necessário, é possível retomá-lo.

Atividade 6

Esta atividade trabalha a representação pelo estudante da relação de duas variáveis por meio de uma função. Para auxiliá-los na resolução do item **c**, propor os seguintes questionamentos.

- Nessa relação, qual é a variável dependente? E a variável independente? Respostas: Consumo de energia elétrica (kWh). Tempo de uso do televisor (h).
- Qual é a razão entre o consumo de energia elétrica e o tempo para o uso desse televisor por 3 h? E por 7 h? Respostas: $\frac{0,6}{3}$ ou 0,2. $\frac{1,4}{7}$ ou 0,2.

Após o trabalho com esta atividade, aproveitar o contexto apresentado e conversar com os estudantes sobre o Programa Brasileiro de Etiquetagem (PBE). Esse programa fornece informações sobre diversos tipos de produto, como a eficiência energética e o ruído gerado por eles, favorecendo a escolha mais assertiva pelos consumidores no momento da compra.

SAIBA MAIS

Sugerir aos estudantes que acessem o *site* para obter mais informações sobre o PBE.

- BRASIL. Instituto Nacional de Metrologia, Qualidade e Tecnologia. **O Programa Brasileiro de Etiquetagem**. [Brasília, DF]: Inmetro, 12 abr. 2021. Disponível em: https://www.gov.br/inmetro/pt-br/assuntos/avaliacao-da-conformidade/programa-brasileiro-de-etiquetagem/conheca-o-programa. Acesso em: 8 jun. 2024.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Atividades

Atividade 7

Esta atividade trabalha a representação pelo estudante da relação de duas variáveis por meio de uma função. Para complementar, propor aos estudantes a seguinte situação.

- Arnaldo paga R$ 6,80 por litro de óleo diesel. Escreva a lei de formação de uma função que relaciona o gasto **g(x)** com óleo diesel para esse trator, em real, de acordo com o tempo **x** de horas de trabalho. Resposta: g(x) = 85x.

Atividade 8

Esta atividade trabalha a situação que envolve variáveis que podem ser relacionadas por meio de função. Verificar se os estudantes perceberam que o gasto do plantio por hectare é fixo, ou seja, independe da quantidade de sacas de soja colhidas. É importante notar que o dado sobre a massa de uma saca de soja (60 kg), apresentado no enunciado, não é uma informação essencial para resolver a atividade; no entanto, permite verificar se os estudantes selecionam adequadamente os dados necessários para a resolução.

Atividade 9

Esta atividade trabalha a representação pelo estudante da relação de duas variáveis por meio de uma função. Na resposta apresentada no item **c**, a porcentagem das vendas recebidas por Mário foi representada na forma de número decimal, em que 7% = 0,07. Para complementar o item **d**, propor aos estudantes o seguinte questionamento.

- Quanto Mário precisa vender em um mês para que o salário dele seja maior que R$ 2.700,00? Resposta: Mário precisa vender mais que R$ 20.000,00.

Atividade 10

Esta atividade trabalha a elaboração de um problema pelo estudante envolvendo a noção de função. É importante avaliar se os problemas elaborados pelos estudantes contemplam ideias relacionadas a funções. É possível que eles propo-

nham problemas com uma função que relaciona um dos elementos da tabela nutricional apresentada com a quantidade de porções, porém com diferentes estruturas; nesse caso, possibilitar que compartilhem entre si essas produções.

Aproveitar o contexto desta atividade e conversar com os estudantes sobre a importância de consultar não apenas a tabela nutricional de um alimento industrializado mas também todo o rótulo.

7. a) c(x) = 12,5x **7. b)** 1 375 L. R$ 8.181,25.

7. Arnaldo utiliza, no sítio dele, um trator que, em média, consome 12,5 L de óleo diesel por hora de trabalho.

a) Escreva a lei de formação de uma função que indica o consumo c(x) de óleo diesel desse trator, em litro, de acordo com o tempo **x** de horas de trabalho.

b) Em média, Arnaldo utiliza o trator 22 dias por mês, trabalhando 5 h diárias. Quantos litros de combustível, em média, esse trator consome por mês? Qual é o valor gasto, em real, considerando o preço de R$ 5,95 por litro de óleo diesel?

8. (Enem/MEC) Por muitos anos, o Brasil tem figurado no cenário mundial entre os maiores produtores e exportadores de soja. Entre os anos de 2010 e 2014, houve uma forte tendência de aumento da produtividade, porém, um aspecto dificultou esse avanço: o alto custo do imposto ao produtor associado ao baixo preço de venda do produto. Em média, um produtor gastava R$ 1.200,00 por hectare plantado, e vendia por R$ 50,00 cada saca de 60 kg. Ciente desses valores, um produtor pode, em certo ano, determinar uma relação do lucro *L* que obteve em função das sacas de 60 kg vendidas. Suponha que ele plantou 10 hectares de soja em sua propriedade, na qual colheu *x* sacas de 60 kg e todas as sacas foram vendidas.

Disponível em: www.cnpso.embrapa.br. Acesso em: 27 fev. 2012 (adaptado).

Qual é a expressão que determinou o lucro *L* em função de *x* obtido por esse produtor nesse ano? Alternativa **b**.

a) $L(x) = 50x - 1\,200$

b) $L(x) = 50x - 12\,000$

c) $L(x) = 50x + 12\,000$

d) $L(x) = 500x - 1\,200$

e) $L(x) = 1\,200x - 500$

9. Mário é vendedor em uma loja de materiais esportivos. O salário dele é composto de uma parte fixa de R$ 1.300,00 e uma parte variável correspondente a 7% do valor, em real, das vendas que ele realizar no mês. Observe as quantias referentes às vendas realizadas por Mário nos três primeiros meses do ano.

Janeiro	Fevereiro	Março
R$ 8.900,00	R$ 15.600,00	R$ 12.980,00

a) Sem realizar cálculos por escrito, estime em qual dos meses indicados o salário de Mário foi maior. Fevereiro.

b) Com uma calculadora, determine o salário de Mário nos meses indicados.

c) Escreva a lei de formação de uma função que relaciona o salário mensal de Mário s(x), em real, de acordo com a quantia **x** referente às vendas mensais realizadas por ele. s(x) = 0,07x + 1 300

d) Utilizando a lei de formação que você escreveu no item **c**, calcule o salário de Mário em um mês em que ele venda R$ 10.000,00 em materiais. R$ 2.000,00

10. No rótulo da embalagem de algum alimento, pesquise as informações nutricionais dele. Depois, responda às questões a seguir. Respostas pessoais.

a) Qual é o nutriente que está presente em maior quantidade em cada porção desse alimento?

b) Qual é, no alimento contido em toda essa embalagem, a quantidade total do nutriente que você indicou no item **a**?

c) Com base nas informações nutricionais pesquisadas, elabore um problema cuja resolução envolva uma função.

9. b) Janeiro: R$ 1.923,00; fevereiro: R$ 2.392,00; março: R$ 2.208,60.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

RevEJA

NÃO ESCREVA NO LIVRO. Resoluções a partir da **p. 305**.

Resolva as atividades para retomar o que foi estudado nesta Unidade.

1. Qual dessas equações do 2º grau com uma incógnita **não** tem raiz real? Alternativa **d**.

a) $x^2 - 50 = 0$

b) $16x^2 + 24x + 9 = 0$

c) $x^2 + 10x - 39 = 0$

d) $3x^2 + 6x + 4 = 0$

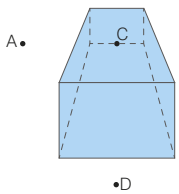
2. Alice utilizou a técnica de perspectiva com um ponto de fuga e obteve a representação do bloco retangular a seguir. Podemos afirmar que o ponto de fuga que Alice considerou é o: Alternativa **b**.

a) ponto **A**.

b) ponto **B**.

c) ponto **C**.

d) ponto **D**.



3. Ulisses faz entregas para um restaurante e cobra R$ 1,20 por quilômetro rodado, além de um valor fixo de R$ 3,00 por entrega. A lei de formação de uma função que relaciona a quantia q(x), em real, com a distância **x** percorrida, em quilômetro, indica quanto Ulisses deve receber a cada entrega realizada. Essa lei de formação é expressa por: Alternativa **d**.

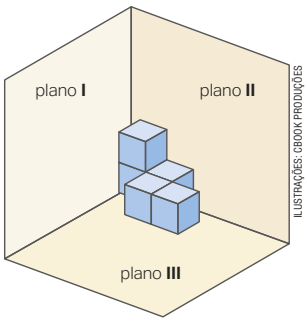
a) $q(x) = 4{,}20x$

b) $q(x) = x + 4{,}20$

c) $q(x) = 3x + 1{,}20$

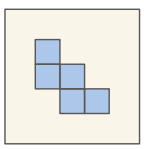
d) $q(x) = 1{,}20x + 3$

4. Observe a figura composta de representações de cubos idênticos.

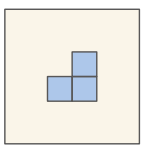


Qual das alternativas apresenta a projeção ortogonal obtida no plano **II**? Alternativa **d**.

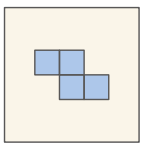
a)



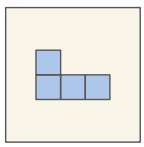
c)



b)



d)



5. Com a expressão algébrica $\frac{n^2 + n}{2}$ pode-se obter a soma dos **n** primeiros números naturais positivos.

A soma dos **x** primeiros números naturais positivos é 91. Dessa maneira, o valor de **x** é: Alternativa **a**.

a) 13 **c)** 15

b) 14 **d)** 16

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

RevEJA

Atividade 1

O objetivo desta atividade é verificar se os estudantes determinam a quantidade de raízes reais de uma equação do 2º grau com uma incógnita.

Ao assinalar uma alternativa incorreta, o estudante pode demonstrar que não compreende o que são raízes reais de uma equação, ou que não compreendeu como resolver uma equação, ou que não analisa adequadamente o discriminante dessa equação em relação à fórmula resolutiva.

Atividade 2

O objetivo desta atividade é verificar a compreensão dos estudantes quanto à representação de objetos em perspectiva com um ponto de fuga.

Ao assinalar uma alternativa incorreta, o estudante pode demonstrar não identificar elementos em uma representação de objeto em perspectiva ou não compreender o significado de ponto de fuga.

Atividade 3

O objetivo desta atividade é verificar se os estudantes identificam a lei de formação de uma função que representa a relação entre variáveis descritas em uma situação contextualizada.

Ao assinalar uma alternativa incorreta, o estudante pode demonstrar que não identifica as variáveis na situação descrita ou não expressa a relação entre essas variáveis por meio da lei de formação de uma função.

Atividade 4

O objetivo desta atividade é verificar a compreensão dos estudantes em relação ao reconhecimento de vistas ortogonais de figuras geométricas espaciais.

Ao assinalar uma alternativa incorreta, o estudante pode demonstrar que não reconhece as diferentes projeções ortogonais de uma figura geométrica espacial.

Atividade 5

O objetivo desta atividade é verificar se os estudantes resolvem uma equação do 2º grau com uma incógnita.

Ao assinalar uma alternativa incorreta, o estudante pode demonstrar que não representa adequadamente por meio de uma equação do 2º grau com uma incógnita uma situação descrita, ou que não entendeu como resolver essa equação, ou que não interpreta corretamente as soluções dessa equação.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

RESPOSTAS

ETAPA 7

Unidade 1

Números racionais, gráficos e ângulos

Abertura – p. 12

a) Respostas pessoais. c) Resposta pessoal.
b) Não.

Pensar e praticar – p. 13

Infinito. Na sequência dos números naturais, é sempre possível obter o próximo número adicionando 1 ao anterior. Assim, como o conjunto dos números naturais é formado pelos números dessa sequência, temos que $\mathbb{N}$ é um conjunto infinito.

Pensar e praticar – p. 15

$-3 = \frac{-3}{1} = \frac{-6}{2} = \frac{9}{-3} = \ldots$

Atividades – p. 16 e 17

1. a) Mariana: Setor **C**. Rogério: Setor **B**.
   b) Setor **A**: 80 poltronas; setor **B**: 90 poltronas; setor **C**: 80 poltronas.
2. a) 5,0; 85,00; 2; 34 e 35.
   b) Sim.
   c) Resposta pessoal.
   d) Resposta pessoal.
3. a) O número 375, que indica o saldo inicial em real, pertence a $\mathbb{N}$, mas o número -108, que indica o saldo final em real, não pertence a $\mathbb{N}$. Esses dois números pertencem a $\mathbb{Q}$.
   b) Saiu mais dinheiro da conta bancária, pois o saldo final, em real, é menor que o saldo inicial ($-108 < 375$).
   c) Beatriz precisa realizar uma entrada de dinheiro na conta bancária maior que R$ 108,00.
   d) Algumas respostas possíveis: Aplicativos de controle financeiro, planilha de orçamento, anotações de entrada e de saída de dinheiro.
4. a) $0,41\overline{6}$ c) 1,24
   b) 4,5 d) $1,\overline{4}$
5. **A**: $-3,18$; **B**: $-\frac{11}{5}$; **C**: $-1,\overline{3}$; **D**: $-\frac{1}{10}$; **E**: 0,8; **F**: $\frac{7}{4}$; **G**: $\frac{14}{6}$; **H**: 3,78.
6. a) $\notin$ c) $\in$ e) $\notin$ g) $\notin$
   b) $\in$ d) $\in$ f) $\in$

Pensar e praticar – p. 18

A quantidade de municípios, por região do Brasil, com iniciativa de coleta seletiva em 2019.

Pensar e praticar – p. 19

- Aumento.
- 2012 e 2020.

Atividades – p. 20 e 21

1. a) Sudeste. Norte.
   b) 9825 mortes.
   c) Gráfico de barras. O gráfico de barras facilita visualmente a comparação entre a quantidade de mortes em cada região do Brasil.
   d) Resposta pessoal.
2. a) Quantidade de lâmpadas compactas coletadas e corretamente destinadas no Brasil de 2017 a 2019. Quantidade de lâmpadas tubulares coletadas e corretamente destinadas no Brasil de 2017 a 2019.
   b) Não, pois, em 2017, a quantidade de lâmpadas compactas coletadas e corretamente destinadas no Brasil foi maior em relação à quantidade de lâmpadas tubulares.
   c) 4412067 lâmpadas.
   d) Lâmpada tubular. 258491 lâmpadas a mais.
   e) Resposta pessoal.

Pensar e praticar – p. 22

O encontro de dois lados da lousa, da porta, o encontro entre a parede e o chão etc.

Pensar e praticar – p. 23

Transferidor.

Atividades – p. 24 e 25

1. Ângulos complementares: $D\hat{E}F$ e $P\hat{Q}R$, $G\hat{H}I$ e $M\hat{N}O$; ângulos suplementares: $A\hat{B}C$ e $J\hat{K}L$.
2. a) 65°
   b) Suplementares.
3. a) **I**. 145°; ângulo obtuso.
   II. 180°; ângulo raso.
   III. 90°; ângulo reto.
   IV. 35°; ângulo agudo.
   b) Atividade de construção geométrica.
4. a) 15°
   b) Uma resposta possível: Podemos traçar um ângulo de 45° com um esquadro e, em seguida, ajustar o outro esquadro a esse ângulo com a medida de 30° e traçar uma semirreta, de maneira que o menor ângulo formado seja de 15°, como se pede.
5. a) 75°
   b) 150°
   - 75°, 105°, 120°, 135°, 150° e 180°.

Pensar e praticar – p. 26

O segmento de reta PC é o de menor medida (3 cm).

Pensar e praticar – p. 27

Sim, esses dois ângulos são congruentes.

Atividades – p. 29

1. a) 55° b) 110°
2. Item **III**.
3. Alternativa **b**.
4. Traçar a semirreta que representa os locais onde os postes de iluminação podem ser instalados como a bissetriz do ângulo formado pelas representações das ruas, uma vez que cada ponto dessa semirreta é equidistante aos lados do ângulo.

Conexões – p. 30

1. Uma resposta possível: Esses locais não possibilitam o acesso seguro às pessoas com deficiência.
2. a) Fileira paralela à porta: piso tátil de alerta. Fileira perpendicular à porta: piso tátil direcional.
   b) Ângulo com medida de 90°. Ângulo reto.

Reveja – p. 31

1. Alternativa **d**.
2. Alternativa **b**.
3. Alternativa **a**.

Unidade 2

Potências, expressões, equações e figuras

Abertura – p. 32

a) Respostas pessoais.
b) 1 nanômetro equivale a $\frac{1}{10\,000\,000}$ centímetro.

Pensar e praticar – p. 33

2^4 células-filha.

Pensar e praticar – p. 34

Elevar um número racional diferente de zero a um expoente negativo é o mesmo que elevar o inverso desse número ao número oposto desse expoente.

Atividades – p. 35

1. a) 6^7 c) $(-2)^6$
   b) $\left(\frac{5}{8}\right)^4$ d) $(1,5)^5$
2. a) 16^2. 256 cm². b) 25^2. 625 cm².
3. a) Sete elevado ao cubo ou sete elevado à terceira potência. 343.
   b) Dois elevado à sexta potência. 64.
   c) Dez elevado à quarta potência. 10000.
   d) Vinte elevado ao quadrado ou vinte elevado à segunda potência. 400.
   e) Três elevado a menos cinco. $\frac{1}{243}$.
   f) Cinco elevado a menos quatro. $\frac{1}{625}$.
4. a) 10^3. 1000 cm³. b) 12^3. 1728 cm³.
5. a) $2^3, 2^2, 2^1, 2^0, 2^{-1}, 2^{-2}, \ldots$
   b) $2^{-3} = \frac{1}{8}$
   c) 2^{-16}. Resposta possível: Nessa sequência numérica, o termo de posição **n** é dado por 2^{4-n}.
6. a) 0,343 d) -100000
   b) 1 e) 10,24
   c) $\frac{1}{4}$ f) -625
7. a) 15^3. 3375 unidades do produto.
   b) 2,4 m
   c) $(0,8)^3$. 0,512 m³.
   d) 7,68 m³

292

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

Atividades – p. 37 e 38

1. a) 262 144 d) 28 561
b) 512 e) 9 261
c) 5 764 801 f) 1 419 857

2. a) Resposta possível: Inicialmente, Rafaela utilizou a 4ª propriedade para obter $(3^2)^7 = 3^{2 \cdot 7}$; em seguida, ela utilizou a 2ª propriedade para obter $\frac{3^{14}}{3^{11}} = 3^{14 - 11}$.
b) • 10^5 • 1 • 3^{-3} • 6^3

3. a) 2^1, 2^2, 2^3.
b) • 13h30: 2^4; 16 bactérias.
• 15 h: 2^7; 128 bactérias.
• 18 h: 2^{13}; 8 192 bactérias.

4. a) 2^{20} b) 2^{30} c) 2^{30} d) 2^{40}

5. a) 2^{-10} c) $\frac{9}{4}$ e) 6^9
b) 2^{11} d) 3

6. **I**. O erro está em escrever $\frac{3^6}{3^3}$ como $3^{6:3}$ e escrever $3^2 \cdot 3^{-2}$ como $3^{2 \cdot (-2)}$; $(2^3)^2 \cdot \frac{3^6}{3^3} \cdot 3^{-2} = 2^{3 \cdot 2} \cdot 3^{6-3} \cdot 3^{-2} = 2^6 \cdot 3^3 \cdot 3^{-2} = 2^6 \cdot 3^{3+(-2)} = 2^6 \cdot 3^1 = 2^6 \cdot 3$.
II. O erro está em escrever $5^4 \cdot 2^4$ como $(5 \cdot 2)^{4+4}$ e escrever $\frac{10^8}{3^8}$ como $(10 - 3)^8$; $\frac{5^4 \cdot 2^4}{3^8} = \frac{(5 \cdot 2)^4}{3^8} = \frac{10^4}{3^8}$.

7. a) Os termos dessa sequência são potências de base 2, com o primeiro termo igual a 2^1, e que, para obter o próximo termo, adiciona-se uma unidade ao expoente.
b) 2, 4, 8, 16, 32, 64, ... O primeiro termo é igual a 2 e, a partir dele, dobra-se o número correspondente ao termo para se obter o próximo.
c) 2^7 e 128.

Pensar e praticar – p. 40

Propriedade **II**.

Atividades – p. 40 a 41

1. a) $6 \cdot 10^5$ d) $5{,}933 \cdot 10^9$
b) $4 \cdot 10^{-6}$ e) $2{,}8 \cdot 10^{-3}$
c) $7{,}01 \cdot 10^7$ f) $6{,}03 \cdot 10^{-8}$

2. a) Aerossóis. Microgotas.
b) Microgotas: $6 \cdot 10^{-6}$ m; aerossóis: $2 \cdot 10^{-6}$ m.
c) Microgotas: **A**, **B**, **C**; aerossóis: **D**.

3. a) Núcleo.
b) • $1{,}4 \cdot 10^6$ km • $1{,}5 \cdot 10^7$ °C
• $1{,}496 \cdot 10^8$ km

4. a) $9{,}8 \cdot 10^8$ km c) $4{,}73 \cdot 10^{15}$ km
b) **IV**

5. **A**: Júpiter; **B**: Saturno; **C**: Urano; **D**: Terra.

Conexões – p. 42

1. a) Resposta possível: O sequenciamento genético dos vírus (e outros microrganismos causadores de doenças) contribui para a compreensão de suas características, como origem, caminho percorrido, formas de contágio, reprodução e mutações, bem como a identificação das melhores estratégias de combate e tratamento das doenças causadas por eles, inclusive a produção de vacinas.
b) Resposta pessoal.

2. a) Os números $5 \cdot 10^{-8}$, $2 \cdot 10^{-7}$, $1 \cdot 10^{-5}$ e $5 \cdot 10^{-5}$ representam medidas "muito pequenas", e $3 \cdot 10^4$ e $3{,}2 \cdot 10^9$ representam medidas "muito grandes". Na notação científica, o que indica a ordem de grandeza do número é o expoente: quando negativo, costuma indicar medida ou quantidade "muito pequena"; quando positivo, costuma indicar medida ou quantidade "muito grande".

b)

Contexto	Número em notação científica	Representação com apenas um número
Diâmetro mínimo do SARS-CoV-2	$5 \cdot 10^{-8}$	0,00000005
Diâmetro máximo do SARS-CoV-2	$2 \cdot 10^{-7}$	0,0000002
Diâmetro mínimo de uma célula humana	$1 \cdot 10^{-5}$	0,00001
Diâmetro máximo de uma célula humana	$5 \cdot 10^{-5}$	0,00005
Quantidade de bases do genoma do SARS-CoV-2	$3 \cdot 10^4$	30 000
Quantidade de pares de bases no genoma humano	$3{,}2 \cdot 10^9$	3 200 000 000

Atividades – p. 44

1. a) R$ 32,80 c) R$ 16,50
b) R$ 24,40

2. **A**-**IV**; **B**-**III**; **C**-**I**; **D**-**II**.

3. a) $9x - 20$ c) $2y - 13x + 3$
b) $2x - 3$

4. a) **III**
b) 432 kWh. Indica que, se a região retangular do telhado da casa de Henrique, coberta pelos painéis solares, tiver medida de comprimento igual a 6 m e medida de largura igual a 4 m, serão gerados por mês 432 kWh de energia elétrica.
c) Resposta pessoal.

Pensar e praticar – p. 45

Substituindo **x** por 25 na equação e, ao realizar os cálculos indicados, obtendo uma igualdade verdadeira.

Atividades – p. 45 a 47

1. a) $x = 3$ c) $y = -4$
b) $n = 15$

2.
$$7x - 24 = 3x + 20$$
$$7x - 24 + 24 = 3x + 20 + 24$$
$$7x - 3x = 3x + 44 - 3x$$
$$\frac{4x}{4} = \frac{44}{4}$$
$$x = 11$$

3. Alternativa **a**.

4. a) Nessa equação, a incógnita **x** representa a quantidade total de funcionários do setor de produção; $\frac{2x}{5}$, os da etapa de corte; $\frac{x}{5}$, os da etapa de modelagem e 90 é a quantidade de funcionários da etapa de costura.
b) 225 funcionários.

5. a) $x = 6$ d) $x = -11$
b) $x = 272$ e) $x = 1$
c) $x = 8$ f) $x = \frac{25}{4}$

6. a) $50 - 2x = 34$; $x = 8$; R$ 8,00.
b) $34 + \frac{x}{2} = 50$; $x = 32$; 32 anos.

7. Largura: 21,5 m; comprimento: 28,5 m.

8. $(2x + 16) + (7x - 2) + (3x + 12) + (5x - 6) = 360$; $x = 20$, logo cada ângulo interno mede: 56°, 138°, 72° e 94°.

9. a) $x = \frac{10}{11}$ c) $y = 14$
b) $p = -9$ d) $n = -56$

10. Respostas pessoais.

11. 25 km

Pensar e praticar – p. 49

Como $f + b = 180° \Rightarrow b = 180° - f$ e $a + b + c = 180$, temos:
$a + 180° - f + c = 180° \Rightarrow a + c = f$.
Como $c + g = 180° \Rightarrow c = 180° - g$ e $a + b + c = 180$, temos:
$a + b + 180° - g = 180° \Rightarrow a + b = g$.

Atividades – p. 49 e 50

1. a) Resposta pessoal. Opostos.
b) Resposta pessoal. Opostos.

2. 45°. 135°.

3. 7 m

4. **b** e **c**.

5. Alternativa **d**.

6. Alternativa **a**.

Atividades – p. 53 e 54

1. **a** e **e**; **b** e **f**; **c** e **d**.

2. Desenhar um segmento de reta de medida 5 cm (congruente a $\overline{AB}$) e um segmento de reta de medida 3,5 cm (congruente a $\overline{CD}$).

3. a) $x = 8$ cm; $y = 100°$; $z = 50°$; $w = 5$ cm.
b) $x = 135°$; $y = 7$ cm; $z = 5$ cm; $k = 6$ cm; $w = 110°$; $p = 120°$.

4. Medindo um lado de cada um deles. Se essas medidas forem iguais, os quadrados são congruentes.

5. a) LAA$_o$, pois $\overline{AC} \equiv \overline{DF}$, $A\hat{C}B \equiv E\hat{D}F$ e $A\hat{B}C \equiv D\hat{E}F$.
b) LLL, pois $\overline{AB} \equiv \overline{DE}$, $\overline{BC} \equiv \overline{EF}$ e $\overline{AC} \equiv \overline{DF}$.
c) LAL, pois $\overline{AB} \equiv \overline{EF}$, $B\hat{A}C \equiv D\hat{E}F$ e $\overline{AC} \equiv \overline{ED}$.
d) ALA, pois $B\hat{A}C \equiv D\hat{E}F$, $\overline{AB} \equiv \overline{DE}$ e $A\hat{B}C \equiv E\hat{D}F$.

6. **a** e **d**.

7. Triângulos DEF e GHI.

8. a) Sim. Resposta esperada: Pelo caso de congruência LAL, pois $\overline{BC}$ é um lado comum, $A\hat{C}B \equiv D\hat{C}B$ e $\overline{AC} \equiv \overline{DC}$.
b) 110°

293

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

Reveja – p. 55

1. Alternativa **c**.
2. Alternativa **b**.
3. Alternativa **d**.
4. Alternativa **a**.
5. Alternativa **a**.
6. Alternativa **c**.
7. Alternativa **b**.

Unidade 3

Porcentagem, geometria e medidas

Abertura – p. 56

a) Resposta pessoal.
b) Para que o Poder Público possa ter subsídios para aplicação dos recursos públicos e melhorar a qualidade de vida da população.
c) Aproximadamente 6,5%; 12 306 713 habitantes.

Pensar e praticar – p. 58

A resposta depende da velocidade pesquisada.

Atividades – p. 59 e 60

1. a) R$ 3,60 b) R$ 121,25 c) R$ 294,00 d) R$ 40,31
2. R$ 948,60. R$ 1.004,40.
3. **I**. 6 g **II**. 11 g
4. Bateria: 24%; flauta transversal: 14,4%; teclado: 36%; violão: 25,6%.
5. a) • R$ 230,00 • R$ 250,00 • R$ 230,00 • R$ 262,50
   b) R$ 32,50
6. R$ 8,12
7. a) *Videogame*: R$ 330,00; mochila: R$ 7,15; televisor: R$ 263,25.
   b) *Videogame*.
   c) *Videogame*.
8. Resposta pessoal.
9. a) R$ 141,00 b) R$ 142,50 c) R$ 129,00 d) R$ 144,75
10. a) Natália: R$ 149,85; Paulo: R$ 163,90.
    b) Resposta pessoal.

Pensar e praticar – p. 62

R$ 249,60

Pensar e praticar – p. 62

28%

Atividades – p. 63

1. a) R$ 14.000,00
   b) R$ 840,00. R$ 2.674,22.
   c) R$ 16.674,22
2. a) R$ 155,08 b) R$ 30,42
3. A opção **I**, pois nela o rendimento é de R$ 662,00, enquanto na opção **II** o rendimento é de R$ 640,00.
4. 26,5%
5. a) 2023. Indica que os preços de bens, produtos e serviços no Brasil, em geral, aumentaram mais em 2023 do que em 2020.
   b) Rafaela: R$ 4.460,30; Jorge: R$ 2.565,50.

Conexões – p. 65

1. Respostas pessoais.
2. Resposta pessoal.
3. a) Resposta pessoal.
   b) Resposta pessoal.

Pensar e praticar – p. 67

Vértices **A**, **B** e **F**.

Pensar e praticar – p. 69

Sim, pois todos os lados e todos os ângulos internos têm medidas iguais (todos os ângulos internos são retos).

Atividades – p. 70 e 71

1. a) 7 maneiras. b) 35 maneiras.
2. a) **I**: 35 diagonais; **II**: 44 diagonais; **III**: 27 diagonais.
   b) **I**: 1 440°; **II**: 1 620°; **III**: 1 260°.
3. a) 150° b) 60°
4. Atividade de construção geométrica.
5. Eneágono.
6. a) 360°
   b) 360°
   c) • Resposta pessoal. Sim.
   • A soma das medidas dos ângulos externos dos polígonos convexos analisados é 360°.

Pensar e praticar – p. 72

O estudante deverá multiplicar por 100 o preço do metro linear de tapume.

Pensar e praticar – p. 73

Como o quadrado é um caso particular de losango, em que as diagonais têm medidas iguais, temos: $A = \frac{d \cdot d}{2}$ ou $A = \frac{d^2}{2}$.

Atividades – p. 76

1. a) 450 cm² b) 315 cm² c) 180 cm² d) 160 cm²
2. Pode escolher o rolo **A** ou o rolo **C**.
3. Resposta pessoal.
4. a) 8 cm² b) 15,6 cm²
5. a) 600 cm²
   b) $x = 50$ cm; $y = 20$ cm.
6. 8 m

Reveja – p. 77

1. Alternativa **a**.
2. Alternativa **c**.
3. Alternativa **b**.
4. Alternativa **a**.
5. Alternativa **b**.

Unidade 4

Radiciação, proporção, gráficos e medidas estatísticas

Abertura – p. 78

a) Resposta pessoal.
b) 10 000 m²
c) Respostas pessoais.

Atividades – p. 81 e 82

1. a) 7 b) 12 c) 5 d) 3 e) -2 f) 1,4 g) $\frac{1}{6}$ h) -4
2. 8 cm
3. a) 2 dm. 3 dm. b) R$ 70,10
4. a) 9 b) 256 c) 4 d) 6
5. Nas fichas **I**, **II** e **III**.
6. a) 6,2 m b) 3,9 m c) 4,11 m d) 5,46 m
7. a) Inicialmente, escreveu-se na forma de fração o número racional expresso na forma decimal. Depois, calculou-se a raiz quadrada do número obtido na forma de fração. Por fim, escreveu-se o resultado na forma de número decimal.
   b) • 0,4 • 0,9 • 1,2 • 0,01
8. 40 cm
9. O lado da placa deve medir 8 cm, e o perímetro, 32 cm.

Pensar e praticar – p. 84

O número 784 é um número quadrado perfeito, pois $28^2 = 784$. Já o número 84 não é um número quadrado perfeito, pois não existe um número natural que elevado ao quadrado seja igual a 84.

Atividades – p. 85

1. **A**: $\sqrt{30}$; **B**: $\sqrt{49}$; **C**: $\sqrt{70}$; **D**: $\sqrt{83}$; **E**: $\sqrt{95}$.
2. a) 22
   b) Aproximadamente 5,3.
   c) 35
   d) Aproximadamente 11,1.
3. 6 5 $\sqrt{}$
4. a) 16 representações de quadrados. 100 representações de quadrados.
   b) • Sim. • Não.
5. Alternativa **b**.
6. **b**: 18; **d**: 45; **e**: 44.

Pensar e praticar – p. 87

$\frac{40}{500} = \frac{60}{750} \Rightarrow 40 \cdot 750 = 500 \cdot 60 \Rightarrow$
$\Rightarrow 30\,000 = 30\,000$

Atividades – p. 88 e 89

1. a) 3, 7, 21 e 49. b) 3 e 49. c) 7 e 21.
2. a) Modelo **III**.
   b) Modelo **I**: 131 g/km; modelo **II**: 115 g/km; modelo **III**: 98 g/km.
   c) Resposta pessoal.
3. a) $\frac{2}{9}$ b) $\frac{8}{4}$. 2. c) $\frac{42}{180}$. $\frac{7}{30}$. d) $\frac{14}{60}$. $\frac{7}{30}$. e) $\frac{16}{72}$. $\frac{2}{9}$.
   • **a**-**e**; **c**-**d**.
4. a) A densidade demográfica corresponde à razão entre a população e a extensão territorial de uma região e costuma ser expressa em habitante por quilômetro quadrado (hab/km²).
   b) Resposta esperada: $\frac{p}{q}$.
   c) 1 200 hab/km²
5. a) Na prova de 200 m: aproximadamente 9,3 m/s; na prova de 400 m: aproximadamente 8,3 m/s.
   b) Elaine Thompson-Herah, na prova de 100 m, obteve a maior velocidade média. Shaunae Miller-Uibo, na prova de 400 m, obteve a menor velocidade média.
6. a) Marca **A**: $\frac{26}{200}$; marca **B**: $\frac{32}{180}$; marca **C**: $\frac{130}{1\,000}$.
   b) Marcas **A** e **C**, pois $26 \cdot 1000 = 26000$ e $200 \cdot 130 = 26\,000$.
7. a) Sabão líquido 5 L: $\frac{48{,}75}{5}$; sabão líquido 3 L: $\frac{29{,}25}{3}$.

294

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

b) Sim, pois 48,75 · 3 = 146,25 e 5 · 29,25 = 146,25.
c) Em ambos os produtos, o preço por litro é o mesmo. Assim, em relação à razão preço por litro, nenhum produto é mais vantajoso que o outro.

Atividades – p. 91 e 92

1. a) R$ 50,00
b) R$ 10,00
c) Entre 29 de janeiro e 5 de fevereiro.
d) É importante controlar o dinheiro que se ganha para, por exemplo, evitar gastos excessivos.
2. Alternativa **b**.
3. Alternativa **a**.
4. Alternativa **a**.

Pensar e praticar – p. 93

Resposta pessoal.

Pensar e praticar – p. 94

Média aritmética: aproximadamente R$ 23,84; moda: R$ 23,90.

Atividades – p. 95 e 96

1. a) Média: 67; moda: 76; mediana: 68.
b) Média: 81,2; moda: 78 e 86; mediana: 80.
c) Média: 73,5; moda: 84; mediana: 80.
d) Média: 52; moda: 50; mediana: 50.
e) Média: 52; moda: 45; mediana: 49,5. Itens **d** e **e**. Itens **b** e **c**.
2. a) Média: 24 °C; moda: 21 °C; mediana: 25 °C.
b) 8 °C
c) Domingo, segunda-feira, terça-feira e quarta-feira.
3. 11 m³. 3 m³.
4. Alternativa **d**.
5. a) Média: 178 cm. Moda: 184 cm. Mediana: 181 cm. Amplitude: 43 cm.
b) Média: R$ 4,78. Moda: R$ 4,82. Mediana: R$ 4,80. Amplitude: R$ 0,12.
c) Média: 5 mm. Moda: 0 mm e 8 mm. Mediana: 4 mm. Amplitude: 12 mm.
6. a) Resposta esperada: Da produção de ovos no Brasil nos meses de cada trimestre de 2020.
b) Fevereiro. Junho.
c) Agosto. 341 405 mil dúzias de ovos.
d) Primeiro trimestre: 324 852 mil dúzias de ovos; segundo trimestre: 325 762 mil dúzias de ovos; terceiro trimestre: 339 780 mil dúzias de ovos; quarto trimestre: 331 985 mil dúzias de ovos. No terceiro trimestre.

Reveja – p. 97

1. Alternativa **c**.
2. Alternativa **a**.
3. Alternativa **c**.
4. Alternativa **c**.
5. Alternativa **c**.

Unidade 5

Proporcionalidade, medidas e ângulos

Abertura – p. 98

a) Resposta pessoal.
b) 15 caquis.
c) R$ 11,25

Pensar e praticar – p. 100

Resposta esperada: A quantidade de dias necessários para imprimir o lote de livros é reduzida a um terço.

Atividades – p. 101

1. Grandezas diretamente proporcionais: **a**, **b**, **c**; grandezas inversamente proporcionais: **d**.
2. Resposta pessoal.

Pensar e praticar – p. 102

24 g

Atividades – p. 104

1. a) • 15 g • 36 g • 90 g
b) 450 mL
2. a) 2x − 5y = 0
b) Algumas respostas possíveis: x = −5 e y = −2; x = 0 e y = 0; x = 1 e y = 0,4; x = 5 e y = 2; x = 6 e y = 2,4; x = 10 e y = 4.
c) Reta **s**.
d) Resposta pessoal.
3. a) 212,5 m²
b) 30,6 L
c) Nove latas.
4. Resposta pessoal.

Pensar e praticar – p. 105

Será o suficiente para alimentá-lo durante 90 dias.

Pensar e praticar – p. 106

39min36s

Atividades – p. 107

1. a) Inversamente proporcionais.
b) Não tem relação de proporcionalidade.
c) Diretamente proporcionais.
d) Não tem relação de proporcionalidade.
e) Diretamente proporcionais.
2. 25 min
3. a) 50 kg
b) Luiza: 30 kg; André: 20 kg.

Conexões – p. 108 e 109

1. Algumas respostas possíveis: Melhora na qualidade de vida, constante avanço da Medicina etc.
2. Algumas respostas possíveis: Colesterol alto, hipertensão, diabetes, sobrepeso, anemia, osteoporose etc.
3. a) 400 mg
b) Aproximadamente 1,02 g de cálcio por dia.
4. Respostas pessoais.

Em ação – p. 112 e 113

1. Resposta pessoal.
2. Resposta pessoal.

Atividades – p. 114

1. a) 4
b) 15
c) 2,8
d) 120
e) 37,6
f) 700
2. 160 min
3. 1,539 L
4. a) 200 L
b) 8 m³
5. 3 embalagens.
6. a) Junho. 5 m³ de água.
b) • Manteve-se: fevereiro e maio.
• Diminuiu: março, abril e junho.
• Aumentou: nenhum dos meses.
c) 45 000 L

Atividades – p. 118

1. a) Congruentes.
b) Congruentes.
c) Congruentes.
d) Suplementares.
2. a) x = 8°
b) x = 22°
c) x = 13°
d) x = 40°
3. $\hat{a}$: 30°; $\hat{b}$: 30°; $\hat{c}$: 150°; $\hat{d}$: 30°; $\hat{e}$: 150°.
4. a) $\hat{a}$: 115°; $\hat{b}$: 65°; $\hat{c}$: 65°.
b) $\hat{a}$: 34°; $\hat{b}$: 146°; $\hat{c}$: 34°; $\hat{d}$: 146°.
c) $\hat{a}$: 78°; $\hat{b}$: 102°; $\hat{c}$: 78°; $\hat{d}$: 102°.
5. x = 24°; y = 7°; z = 15°.

Reveja – p. 119

1. Alternativa **c**.
2. Alternativa **a**.
3. Alternativa **b**.
4. Alternativa **c**.

Unidade 6

Simetria, contagem e probabilidade

Abertura – p. 120

a) Praça São Sebastião, em Manaus (AM); e calçadão de Copacabana, no Rio de Janeiro (RJ). Resposta pessoal.
b) Respostas pessoais.
c) As linhas sinuosas se repetem ao longo da pavimentação, como se uma mesma linha fosse transladada ao longo do piso.

Pensar e praticar – p. 122

B(5, 4) e B′(−5, 4); C(4, 1) e C′(−4, 1); D(1, 1) e D′(−1, 1). Os pontos simétricos em relação ao eixo **y** têm números opostos (ou simétricos) como abscissa e números iguais como ordenada.

Atividades – p. 123

1. a) **E**, **B**, **H**, **O**, **X** e **D**.
b) **U**, **M**, **T**, **H**, **O**, **X** e **V**.
c) **H**, **O** e **X**.
2. a) **A**: 1 cm; **B**: 2 cm; **C**: 5 cm; **D**: 5 cm; **E**: 2 cm; **F**: 2 cm; **A′**: 1 cm; **B′**: 2 cm; **C′**: 5 cm; **D′**: 5 cm; **E′**: 2 cm; **F′**: 2 cm.
b) **A** e **A′**; **B** e **B′**; **C** e **C′**; **D** e **D′**; **E** e **E′**; **F** e **F′**.
c) As distâncias são iguais.
d) Resposta pessoal.

Atividades – p. 126

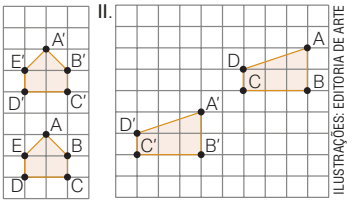
1. a) 270°
b) 145°
2. **Limite circular I**. Resposta possível: 120° e 240°.

Pensar e praticar – p. 129

B(−2, −4) e B′(−2 + 6, −4 + 5), ou seja, B′(4, 1); C(−4, −1) e C′(−4 + 6, −1 + 5), ou seja C′(2, 4).

Atividades – p. 129 e 130

1. Composições **I** e **II**.
2. a) **B1**, **C1**, **D1**, **E1**, **A5**, **B5**, **C5**, **D5** e **E5**.
b) **II** e **III**.
c) Uma resposta possível: Rotação de 90° no sentido anti-horário e translação de três unidades para baixo e quatro unidades para a direita.
3. I. II.



ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

Você conectado – p. 132

1. a) A(2, 3) e A′(2, −3); B(1, 1) e B′(1, −1); C(6, 1) e C′(6, −1). Resposta possível: Nos pares de vértices simétricos, as abscissas são números iguais e as ordenadas são números opostos.
b) Sim.

295

2. • As distâncias dos vértices simétricos até o ponto **E** de rotação são iguais.

3. a) O vértice correspondente do pentágono A'B'C'D'E' se ajusta automaticamente, mantendo a simetria de translação.

b) A posição do pentágono A'B'C'D'E' se ajusta automaticamente, mantendo a simetria de translação.

c) Nada acontece, pois seu formato e sua posição foram mantidos, uma vez que a seta permanece representando a mesma distância, a mesma direção e o mesmo sentido.

4. Respostas pessoais.

Pensar e praticar – p. 133

20 combos.

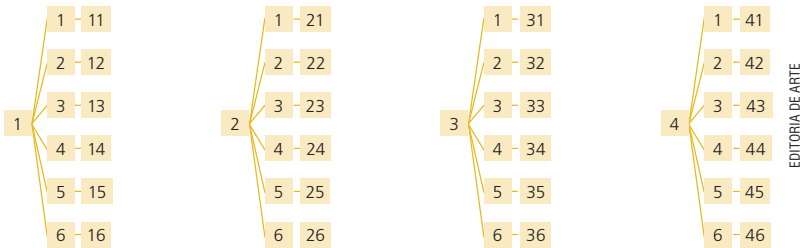
Atividades – p. 135

1. a) 16 possibilidades. b) 48 possibilidades.

2. 10 possibilidades.

3. a) 35, 42, 11, 23 ou 44. b) 24 números.

c)



EDITORIA DE ARTE

4. Resposta pessoal.

Pensar e praticar – p. 136

Na proposta de Rafael, pois, se o papel retirado no primeiro sorteio for devolvido à caixa, ele poderá ser retirado novamente no segundo sorteio.

Pensar e praticar – p. 137

0,25 ou 25%.

Pensar e praticar – p. 138

Nessa árvore de possibilidades, não há resultados que indiquem o mesmo tema para os dois sorteios.

Atividades – p. 139 e 140

1. a) Rafael: $\frac{1}{16}$; Júlia: $\frac{1}{12}$. b) Rafael: $\frac{1}{4}$; Júlia: $\frac{1}{4}$. c) Rafael: $\frac{1}{4}$; Júlia: $\frac{1}{4}$. d) Rafael: $\frac{9}{16}$; Júlia: $\frac{1}{2}$.

2. a) **2**: $\frac{1}{36}$; **3**: $\frac{2}{36}$; **4**: $\frac{3}{36}$; **5**: $\frac{4}{36}$; **6**: $\frac{5}{36}$; **7**: $\frac{6}{36}$; **8**: $\frac{5}{36}$; **9**: $\frac{4}{36}$; **10**: $\frac{3}{36}$; **11**: $\frac{2}{36}$; **12**: $\frac{1}{36}$.

b) • Maurício; Alan. • Laís.

3. A soma 7, que tem mais possibilidades de se obter (seis possibilidades) do que cada uma das demais somas.

4. Resposta pessoal.

5. a) Sendo vermelho (VM), azul (A), alaranjada (L), verde (VD) e cinza (C), em relação à maneira **I**, temos:

2º sorteio / 1º sorteio	**VM**	**A**	**L**	**VD**	**C**
VM	VMVM	VMA	VML	VMVD	VMC
A	AVM	AA	AL	AVD	AC
L	LVM	LA	LL	LVD	LC
VD	VDVM	VDA	VDL	VDVD	VDC
C	CVM	CA	CL	CVD	CC

Em relação à maneira **II**, temos:

2º sorteio / 1º sorteio	**VM**	**A**	**L**	**VD**	**C**
VM		VMA	VML	VMVD	VMC
A	AVM		AL	AVD	AC
L	LVM	LA		LVD	LC
VD	VDVM	VDA	VDL		VDC
C	CVM	CA	CL	CVD	

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

296

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

b) Resposta esperada: Se o sorteio for realizado da maneira **I**, é possível que se obtenham duas cores iguais, o que não acontece se o sorteio for realizado da maneira **II**.
c) Maneira **II**.

6. a) Um número par, pois no início há mais peças cuja soma das marcações é um número par (quatro peças) do que um número ímpar (três peças).
b) $\frac{4}{6}$ ou aproximadamente 67%.
c) A probabilidade de se obter um número par como a soma da segunda peça virada é a mesma de se obter um número ímpar.

Reveja – p. 141

1. Alternativa **a**.
2. Alternativa **d**.
3. Alternativa **b**.
4. Alternativa **a**.

ETAPA 8

Unidade 7

Conjuntos numéricos, círculo e circunferência e radiciação

Abertura – p. 142

a) Resposta pessoal.
b) Resposta pessoal.
c) Resposta pessoal.

Pensar e praticar – p. 147

Não, pois todo número racional pode ser escrito na forma $\frac{a}{b}$, em que **a** e **b** são números inteiros, com $b \neq 0$; já os números irracionais não podem ser expressos dessa maneira.

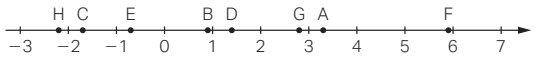
Atividades – p. 148 a 150

1. a) Maranhão: $\frac{676}{140}$; Paraíba: $\frac{462}{60}$; Piauí: $\frac{5031}{25}$; Rio Grande do Norte: $\frac{382}{206}$.
b) Maranhão: 4,8; Paraíba: 7,7; Piauí: 201,2; Rio Grande do Norte: 1,9.
c) Resposta pessoal.

2. a) $\subset$ b) $\not\subset$ c) $\subset$ d) $\not\subset$ e) $\subset$

3. $\sqrt{11} \simeq 3{,}3$ (**A**); $\frac{8}{9} \simeq 0{,}9$ (**B**); $-\sqrt{3} \simeq -1{,}7$ (**C**); $\sqrt{2} \simeq 1{,}4$ (**D**); $-\frac{\pi}{4} \simeq -0{,}8$ (**E**); $5{,}\overline{92} \simeq 5{,}9$ (**F**); $\sqrt{8} \simeq 2{,}8$ (**G**); $-\sqrt{5} \simeq -2{,}2$ (**H**).

CBOOK PRODUÇÕES



4. a) Resposta esperada: 1,6.
b) • Resposta pessoal. • Resposta pessoal.

5. a) Sim.
b) Sim. Não.
c) Uma resposta possível: **a**: 5; **b**: −12; **c**: −7; **d**: −50; **e**: $\frac{3}{4}$; **f**: 2,7; **g**: π; **h**: $\sqrt{7}$.

6. a) $\mathbb{Q}$ b) $\mathbb{I}$ c) $\mathbb{I}$ d) $\mathbb{Q}$ e) $\mathbb{Q}$ f) $\mathbb{I}$

7. a) 4 e 5. b) 15 e 16. c) −8 e −7.

8. Alternativa **b**.

9. **A**: $-\sqrt{8}$; **B**: $-\sqrt{2}$; **C**: $\sqrt{1{,}5}$; **D**: $\sqrt{\frac{28}{5}}$; **E**: $\sqrt{29{,}5}$; **F**: $\sqrt{20}$; **G**: $\sqrt{\frac{81}{2}}$; **H**: π.

10. a) 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233.
b) $1 : 1 = 1$; $2 : 1 = 2$; $3 : 2 = 1{,}5$; $5 : 3 \simeq 1{,}6667$; $8 : 5 = 1{,}6$; $13 : 8 = 1{,}625$; $21 : 13 \simeq 1{,}6154$; $34 : 21 \simeq 1{,}6190$; $55 : 34 \simeq 1{,}6176$; $89 : 55 \simeq 1{,}6182$; $144 : 89 \simeq 1{,}618$; $233 : 144 \simeq 1{,}6181$.
c) Os quocientes registrados são aproximações do número φ e, conforme aumentam-se os valores utilizados na divisão, mais próximo de φ é o quociente obtido.

Pensar e praticar – p. 152

Resposta pessoal.

Atividades – p. 155 e 156

1. a) Raio.
b) Diâmetro; corda.
c) Corda.
d) Diâmetro; corda.
e) Raio.
f) Raio.
g) Corda.
h) Raio.
i) Raio.

2. a) Jogadores **A** e **B**.
b) Jogadores **C** e **E**.
c) Jogador **D**.

3. a) 31,4 cm b) Resposta pessoal.

4. Aproximadamente 1 884 m.

5. a) 82,80 cm
b) Aproximadamente 21 371,63 cm².

6. 15 giros.

7. a) 70 cm b) 42 cm c) 5615,26 cm²

Pensar e praticar – p. 159

a) $\sqrt[4]{\sqrt{11^8}} + \sqrt[5]{8} \cdot \sqrt[10]{2^4} = \sqrt[4 \cdot 2]{11^8} + \sqrt[5]{8} \cdot \sqrt[10 \,:\, 2]{2^{4 \,:\, 2}}$
Propriedades **IV** e **II**.
$\sqrt[8]{11^8} + \sqrt[5]{8} \cdot \sqrt[5]{2^2} = 11 + \sqrt[5]{8 \cdot 2^2}$
Propriedades **I** e **III**.
$= 11 + \sqrt[5]{32} = 11 + 2 = 13$

b) $\frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt[6]{3}}{\sqrt[6]{12}} = \frac{\sqrt[2 \cdot 3]{2^{1 \cdot 3}} \cdot \sqrt[6]{3}}{\sqrt[6]{12}}$
Propriedade **II**.
$= \frac{\sqrt[6]{2^3} \cdot \sqrt[6]{3}}{\sqrt[6]{12}} = \frac{\sqrt[6]{2^3 \cdot 3}}{\sqrt[6]{12}}$
Propriedade **III**.
$= \sqrt[6]{\frac{8 \cdot 3}{12}}$
Propriedade **III**.
$= \sqrt[6]{2}$

Atividades – p. 159 a 162

1. a) 99 c) $\frac{4}{7}$ e) −21
b) 2 d) 3 f) −1

2. a) $\sqrt[9]{7}$ c) $\sqrt[4]{900}$ ou $\sqrt{30}$. e) $\sqrt[8]{112}$
b) $\sqrt[5]{2}$ d) $\sqrt[6]{360}$

3. Ficha **I**.

4. a) Na 1ª etapa, como $3 = \sqrt{3^2}$ e $3^2 = 9$, Bianca calculou $3 = \sqrt{9}$; já na 2ª etapa, ela utilizou a propriedade $\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$ e realizou o cálculo $\sqrt{9} \cdot \sqrt{6} = \sqrt{54}$.
b) $\sqrt{57}$
c) • $\sqrt{80}$ • $\sqrt{98}$ • $\sqrt{51}$ • $\sqrt{40}$
$\sqrt{40} < \sqrt{51} < \sqrt{80} < \sqrt{98}$

5. a) 8 cm b) 15 cm c) 9 cm d) 11 cm

6. a) 20 cm c) 13 cm e) 19 cm
b) 25 cm d) 29 cm f) 7,5 cm

7. a) 3,3 b) 9,1 c) 11,2 d) 4,5

8. a) $3^{\frac{2}{5}}$ b) $3^{\frac{1}{3}}$ c) $3^{\frac{3}{2}}$ d) $3^{\frac{5}{4}}$

9. a) Propriedades $\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$ e $\sqrt[n]{a^n} = a$.
b) • $3\sqrt[4]{2}$ • $2\sqrt[5]{4}$ • $7\sqrt[3]{6}$ • $6\sqrt{15}$

10. Cláudio.

11. a) Sim.
b) Multiplicaram a fração inicial por outra cujo numerador e denominador fossem iguais, de modo que o produto obtido no denominador não tivesse radical.
c) • $\frac{\sqrt{8}}{8}$ • $\frac{9\sqrt{5}}{10}$ • $\frac{2\sqrt{6}}{9}$ • $\frac{\sqrt{21}}{3}$

12. Alternativa **a**.
13. Alternativa **c**.

Reveja – p. 163

1. Alternativa **a**.
2. Alternativa **b**.
3. Alternativa **d**.
4. Alternativa **c**.
5. Alternativa **d**.
6. Alternativa **b**.
7. Alternativa **c**.

297

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

Unidade 8

Circunferência, gráficos, polígonos, sequências e expressões

Abertura – p. 164

a) A roda-gigante lembra uma circunferência, e a simetria desse formato garante melhor distribuição de forças na estrutura, além de facilitar o acesso à cada cabine conforme elas passam pelo ponto mais próximo ao chão.

b) 180°

Pensar e praticar – p. 166

A medida do ângulo central é o dobro da medida de um ângulo inscrito correspondentes a um mesmo arco de circunferência.

Atividades – p. 167

1. a) 3,9 m b) 141,3 dm c) 2,1 m d) 17,4 m

2. 15,15 m

3. a) $A\hat{O}B$: 54°; $A\hat{C}B$: 27°.
b) $D\hat{O}E$: 160°; $D\hat{F}E$: 80°.
c) $G\hat{O}H$: 48°; $G\hat{I}H$: 24°.

4. A formiga que vai percorrer o caminho em azul.

Pensar e praticar – p. 168

América e Ásia.

Pensar e praticar – p. 169

Gráfico de colunas ou gráfico de barras, pois esses tipos de gráfico têm como uma de suas características a possibilidade de comparar, entre si, os dados da pesquisa.

Atividades – p. 171 e 172

1. a) Nordeste. Setor alaranjado.
b) 56 253 indígenas matriculados. Tabela.
c) Azul: 25%; alaranjado: 36%; cinza: 24%; amarelo: 6%; vermelho: 9%.
d) Aproximadamente 0,654%. Resposta pessoal.

2. a) Falta indicar no título a data correspondente aos dados pesquisados; falta incluir a fonte dos dados; os elementos apresentados na legenda não correspondem aos respectivos setores de acordo com a porcentagem indicada na tabela para cada região. Para corrigir esses erros, pode ser inserida a data no título, incluída a fonte dos dados e podem ser ajustados os elementos da legenda, de acordo com os setores correspondentes, conforme porcentagem indicada na tabela para cada região.
b) Respostas pessoais.
c) Resposta pessoal.

Conexões – p. 173

1. Resposta pessoal.

2. 43,2°. Como esse grupo representa 12% do todo (população brasileira), então o setor correspondente a esse grupo deve ser determinado por um ângulo central cuja medida seja 12% de 360°, ou seja, 43,2°.

Atividades – p. 175

1. a) Realiza o cadastro do cliente.
b) O tamanho da *pizza*.
c) Na etapa de registrar a observação do cliente.

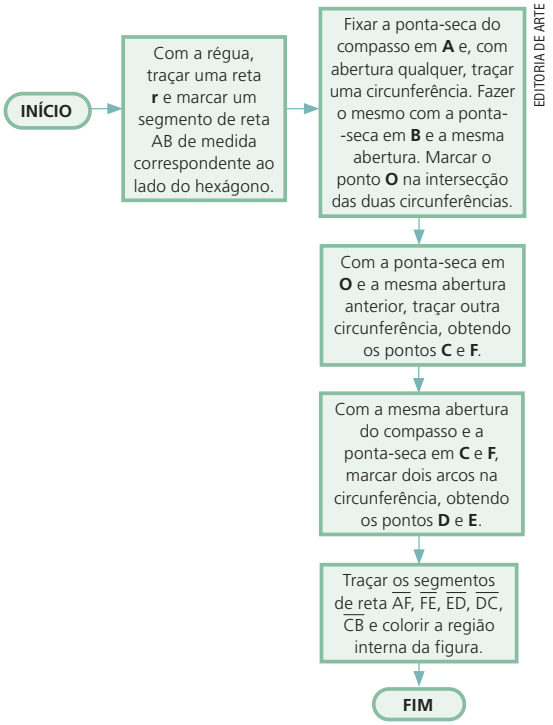
2. Alternativa **b**.

3. Resposta pessoal.

4. Resposta pessoal.

Atividades – p. 177

1. a) As medidas dos lados do hexágono construído correspondem a raios de circunferências congruentes, ou seja, raios de mesma medida de comprimento.
b) Atividade de construção geométrica.
c)



EDITORIA DE ARTE

2. a) Atividade de construção geométrica.
b) Atividade de construção geométrica.

3. Atividade de construção geométrica.

Você conectado – p. 179

1. a) Ângulo central: $C\hat{A}D$. Ângulo inscrito: $C\hat{E}D$.
b) $C\hat{A}D$: 90°; $C\hat{E}D$: 45°.

2. A medida do ângulo central é o dobro da medida de um ângulo inscrito correspondentes a um mesmo arco de circunferência. Essa relação se mantém no exemplo, pois a medida de $C\hat{A}D$ é 90°, a qual corresponde ao dobro da medida de $C\hat{E}D$, que é 45° ($90° = 2 \cdot 45°$).

3. Não, pois ao movimentar o ponto **E** sobre a circunferência, o ângulo inscrito $C\hat{E}D$ vai permanecer correspondente ao arco $\overset{\frown}{CD}$ e, portanto, a medida do ângulo inscrito $C\hat{E}D$ permanece a metade da medida (que não foi alterada) do ângulo central $C\hat{A}D$.

4. a) A resposta depende da construção do estudante.
b) • Ajusta-se automaticamente de acordo com a posição do ponto **B**.
• Não se alteram, independentemente da posição de **B**.
• Não se alteram, independentemente da posição de **B**.

5. Todo triângulo inscrito em uma semicircunferência é um triângulo retângulo. Essa característica pode ser justificada pelo fato de que, na circunferência de centro **A** e diâmetro $\overline{BC}$, temos que $B\hat{A}C$ é o ângulo central e $B\hat{D}C$ é um ângulo inscrito correspondentes ao arco $\overset{\frown}{BC}$. Como a medida de $B\hat{A}C$ é 180°, pois $\overline{BC}$ é diâmetro da circunferência, temos que a medida de $B\hat{D}C$ é igual à metade da medida de $B\hat{A}C$, ou seja, 90°. Portanto, o triângulo BCD é retângulo em **D**.

Pensar e praticar – p. 181

O número que multiplica o 20 é uma unidade menor que o número que indica a posição do termo na sequência.

Pensar e praticar – p. 181

Representa que o quinto poste foi instalado a 120 metros da praça.

Atividades – p. 182

1. Figura **B**, pois de uma figura para a seguinte é inserida, na parte inferior, uma linha com duas figuras de triângulo a mais que na linha logo acima.

2. Alternativa **c**.

3. a) **II** e **III**.
b) **I**: (1, 4, 7, 10, ...); **IV**: (6, 4, 2, 0, ...).
c) **I** e **II**.

298

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

4. a) (5, 8, 11, 14, 17, ...)
b) (10, 17, 24, 31, 38, ...)
c) (0, 2, 4, 6, 8, ...)
d) (5, −1, 5, −1, 5, ...)
• **a** e **d**.

5. a) 10 círculos.
b) **I** e **IV**.
• Não, pois, para obter um termo qualquer dessa sequência, não é necessário conhecer outros termos dela.

6. a) $a_1 = 0$ e $a_n = a_{n-1} + 5$.
b) $a_n = 5(n - 1)$ ou $a_n = 5n - 5$.

Pensar e praticar – p. 185

A propriedade $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$, em que **a** é um número real, com $a \neq 0$, e **m** e **n** são números inteiros.

Pensar e praticar – p. 185

A propriedade $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$, em que **a** é um número real, com $a \neq 0$, e **m** e **n** são números inteiros.

Atividades – p. 187 e 188

1. a) 5,5t
b) 11. Significa que, em duas horas de funcionamento, esse chuveiro consome 11 kWh de energia elétrica.

2. a) 3 + 0,5x + 0,15y
b) • R$ 11,00 • R$ 7,80 • R$ 18,20 • R$ 13,70

3. a) $9a^2b^2$ c) $16x^4y^8$
b) $100m^6$ d) $27m^6n^9$

4. **I.** $10x^4y^2$
II. $\frac{2}{5}$
III. $-3x^2y - 5x - 4y^3$
IV. $20x^2y^4 + 20xy^3$

5. a) $7a - 7ab^2 - 10$
b) $-2m^3n + 6mn$
c) $11ac^3 + 5ac$
d) $-\frac{5}{2}xzy^2 - 7xy + \frac{10}{3}xz^2$

6. $(4x^2y)^2$; $16x^4y^2$.

7. a) $20x^2y + 12xy^2 + 30xy$
b) $30x^2y^2$
c) 1 300 u. a.; 3 000 u. v.

8. 25 pedaços.

9. a) $9m^4 + 6m^2n + n^2$
b) $16p^2 - 16pq^2 + 4q^4$

Reveja – p. 189

1. Alternativa **c**.
2. Alternativa **d**.
3. Alternativa **a**.
4. Alternativa **a**.
5. Alternativa **b**.

Unidade 9

Segmentos proporcionais, cálculo de volume e produtos notáveis

Abertura – p. 190

a) Respostas pessoais.
b) Resposta pessoal.

Atividades – p. 193

1. a) $\frac{6}{5}$ c) $\frac{5}{8}$ e) $\frac{3}{4}$ g) $\frac{8}{5}$
b) $\frac{1}{2}$ d) $\frac{4}{3}$ f) 2 h) $\frac{5}{3}$

2. 3,2 cm

3. a) 8 cm c) 4 cm
b) 2 cm d) 15 cm

4. a) 102 cm b) 120 cm c) 135 cm

Atividades – p. 196 a 198

1. a) 4 cm c) 7,2 cm e) 4 cm
b) 10 cm d) 9 cm

2. a) x = 48 cm; y = 22 cm.
b) x = 35 cm; y = 54 cm.

3. DE = 4,5 cm; EF = 2,7 cm.

4. 10 cm

5. a) Atividade de construção geométrica.
b) Atividade de construção geométrica.

6. 270 m²

7. a) AB = 48 cm; CD = 84 cm.
b) 192 cm
c) Resposta pessoal.

8. a) 34 cm b) 32 cm

9. a) AB = 4 cm; BC = 3 cm; CA = 4 cm; DE = 2 cm; EC = 1,5 cm e CD = 2 cm.
b) $\frac{CA}{CD} = \frac{CB}{CE}$
c) Os respectivos ângulos dos triângulos ABC e DEC são congruentes entre si. O ângulo $\hat{C}$ é comum aos $\overline{AB}$ // $\overline{DE}$, dois triângulos e, como, temos que $C\hat{A}B$ e $C\hat{D}E$ são pares de ângulos correspondentes e, consequentemente congruentes, assim como $C\hat{B}A$ e $C\hat{E}D$.

10. Resposta pessoal.

Pensar e praticar – p. 199

72 dm³

Atividades – p. 200 e 201

1. a) 135 cm³ c) 64 cm³
b) 120 cm³

2. 105 cm³

3. a) 40 L
b) Modelo **P**: 16,555 L; modelo **M**: 36,504 L; modelo **G**: 48 L.
c) Modelo **G**.
d) Resposta pessoal.

4. Itens **a** e **c**.

5. 16 dm³

6. Resposta pessoal.

7. Resposta pessoal.

8. Alternativa **a**.

Pensar e praticar – p. 202

Sabonete com formato de bloco retangular: retângulo; sabonete com formato de prisma de base triangular: triângulo; sabonete com formato de cilindro: círculo.

Pensar e praticar – p. 202

As bases das peças de sabonete possuem a mesma área.

Pensar e praticar – p. 204

A capacidade máxima do recipiente é maior que 400 mL, pois 1 cm³ = 1 mL e $288\sqrt{3} \simeq 288 \cdot 1{,}7 = 489{,}6$.

Atividades – p. 204 a 207

1. a) 1 020,5 cm³ d) 84,78 cm³
b) 769,3 cm³ e) 1 384,74 cm³
c) 188,4 cm³ f) 326,56 cm³

2. Alternativa **c**.

3. 40 colheres de água sanitária.

4. Resposta pessoal.

5. a) João e Taís.
b) Algumas respostas possíveis: Raio da base igual a 4 cm e altura igual a 6,75 cm; raio da base igual a 5 cm e altura igual a 4,32 cm.

6. Alternativa **d**.

7. 7,25 m³

8. a) 803,84 cm³ b) 737,47 cm³

9. 9,75 m³

10. a) 452,16 cm³
b) Modelo **I**: 1 120 cm²; modelo **II**: 1 088 cm²; modelo **III**: 1 232 cm².
c) Modelo **I**: 2 304 cm³; modelo **II**: 2 304 cm³; modelo **III**: 2 304 cm³. Todos os modelos têm a mesma capacidade.
d) Modelo **II**, pois, entre as opções, é o que utiliza menos papelão.

11. Resposta pessoal.

Atividades – p. 211 e 212

1. a) **II** b) **I** c) **III**

2. a) x − 20
b) (x − 20) · (x − 20); quadrado da diferença de dois termos.

3. a) $64x^2 + 32xy + 4y^2$
b) $49m^2 - 14mn^2 + n^4$

4. a) $25x^4 - 80x^2y + 64y^2$
b) $16a^2 + 16ab^3 + 4b^6$
c) $9m^2 - n^4$
d) $a^4 - 6a^3b + 9a^2b^2$

5. a) 10 404 b) 11 449 c) 10 201

6. a) 99, que é a base da potência, pode ser escrito por meio da diferença 100 − 1. A partir disso, utiliza-se o quadrado da diferença de dois termos para a realização do cálculo mental: $99^2 = (100 - 1)^2 = 100^2 - 200 + 1 = 9\,801$.
b) • 9 604 • 8 649 • 9 025

7. Alternativa **c**.

8. $2x^2 + y^2 + 1$

9. **I-B**; **II-A**; **III-D**; **IV-C.**

Reveja – p. 213

1. Alternativa **b**.
2. Alternativa **c**.
3. Alternativa **b**.
4. Alternativa **a**.
5. Alternativa **c**.

Unidade 10

Semelhança de polígonos, estatística e fatoração de polinômios

Abertura – p. 214

a) Na fotografia, as árvores têm alturas quase uniformes e estão dispostas de maneira linear, elementos que indicam que foram plantadas e, assim, que não se trata de uma floresta nativa.
b) Aproximadamente 148 mm.
c) Resposta pessoal.

Atividades – p. 216 e 217

1. Item **b**. 2.

2. a) 12 cm e 9 cm.
b) $\frac{4}{3}$
c) • $\frac{4}{3}$ • $\frac{16}{9}$
d) A razão obtida no item **b** é igual à obtida entre os perímetros das imagens e diferente daquela obtida entre as áreas das imagens, no item **c**.

3. Figuras **B** e **C**.

4. a) 3 m, 5 m e 4 m.
b) Atividade de construção geométrica. Resposta pessoal.

299

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

Atividades – p. 221 a 223

1. **a** e **c**: caso LAL; **b** e **d**: caso AA.
2. a) 7,5 cm b) 4,5 cm
3. Os triângulos ABE e DCE são semelhantes pelo caso de semelhança de triângulos **AA**, pois $A\hat{B}E \equiv D\hat{C}E$ (ângulos retos) e $A\hat{E}B \equiv D\hat{E}C$ (ângulos opostos pelo vértice).
4. 2,4 cm, 3 cm e 3,6 cm.
5. 30 cm
6. 4 m
7. 120 m
8. Resposta pessoal.
9. a) 6,75 m b) 22,95 metros. Resposta pessoal.
10. 130 m

Conexões – p. 225

1. a) Resposta pessoal.
b) • Uma resposta possível: O processo de colonialismo europeu pelo mundo influenciou descobertas, universidades e academias, além de intercâmbios culturais e econômicos, incorporando entendimentos europeus na Ciência moderna.
2. a) Tales de Mileto utilizou um bastão de madeira (recurso material) e observou que os raios solares (recurso natural) eram paralelos e incidiam de maneira inclinada ao solo. Desse modo, concluiu que as sombras projetadas pelo bastão e pela pirâmide tinham medidas proporcionais.
b) Precisariam ser conhecidas a medida da altura do bastão, a medida do comprimento da sombra projetada pelo bastão e a medida do comprimento da sombra projetada pela pirâmide adicionada à metade da medida do comprimento da base da pirâmide.
3. a) A altura do bastão. A altura da pirâmide.
b) Sim, como $C\hat{A}B \equiv C'\hat{A}'B'$ e $B\hat{C}A \equiv B'\hat{C}'A'$, pelo caso **AA** de semelhança de triângulos, podemos afirmar que esses triângulos são semelhantes entre si.

Atividades – p. 230 e 231

1. a) Nível básico. Nível avançado.
b) 15%
c) 48 funcionários.
d) 90%
2. a) 30 atendentes.
b) **Funcionários da empresa**

Classificação	Frequência (f)	Frequência acumulada (fa)	Frequência relativa (fr)	Frequência acumulada relativa (far)
Júnior	15	15	50%	50%
Pleno	9	24	30%	80%
Sênior	6	30	20%	100%
Total	30		100%	

Fonte: Setor de gestão de pessoas da empresa.

c) 24 atendentes. 80%.
3. a) Segunda-feira: 216 visitantes; terça-feira: 135 visitantes; quarta-feira: 324 visitantes; quinta-feira: 162 visitantes; sexta-feira: 243 visitantes.
b) **Visitantes do museu**

Dia da semana	Frequência (f)	Frequência acumulada (fa)	Frequência relativa (fr)	Frequência acumulada relativa (far)
Segunda-feira	216	216	20%	20%
Terça-feira	135	351	12,5%	32,5%
Quarta-feira	324	675	30%	62,5%
Quinta-feira	162	837	15%	77,5%
Sexta-feira	243	1080	22,5%	100%
Total	1080		100%	

Fonte: Dados fictícios.

c) Resposta pessoal.
4. a) $0 \vdash 250$
b) 62 municípios.
c) • Aproximadamente 2,7%. • 92%
d) Não, pois nessa tabela de distribuição de frequências os dados estão agrupados em intervalos de classe, não apresentando a extensão territorial de cada município.
5. a) **Concentração da vitamina D em pessoas adultas**

Concentração (ng/mL)	Frequência (f)	Frequência acumulada (fa)	Frequência relativa (fr)	Frequência acumulada relativa (far)
$0 \vdash 20$	11	11	36,67%	36,67%
$20 \vdash 40$	16	27	53,33%	90%
$40 \vdash 60$	3	30	10%	100%
Total	30		100%	

Fonte: Pesquisadores da universidade.

b) • 12 pessoas. • 40%.
c) Resposta pessoal.

Pensar e praticar – p. 232

Aproximadamente 9313 vereadores.

Atividade – p. 233

1. Alternativa **b**.

Conexões – p. 235

1. a) Resposta pessoal. b) Resposta pessoal.
2. Resposta pessoal.
3. Resposta pessoal.
4. A escala no eixo vertical não se inicia no zero e ocorre a omissão desse fato, pois nenhuma indicação é feita para representar essa supressão na escala. Essa alteração na escala leva a uma distorção da percepção da informação, pois o crescimento dos dados representados parece, nesse caso, menos acentuados do que realmente são, já que os dados iniciam em 2000 mortes em intervenções em 2013, o que já é um número que indica uma quantidade elevada de mortes.
Algumas respostas possíveis: Gráficos de setores cuja soma das categorias representadas nos setores não seja igual a 100% podem ser usados para dar credibilidade a notícias falsas que têm a intenção enganosa de chamar a atenção para um setor específico (maior ou menor setor, por exemplo), presumindo que os leitores não farão a verificação da soma dos porcentuais indicados nas categorias; gráficos de colunas ou de barras com escalas inapropriadas para representar a real proporção entre os dados que se deseja apresentar podem ser utilizados em pesquisa de intenção de votos a fim de que determinado candidato aparente maior vantagem em relação a outro candidato.
5. Resposta pessoal.

Pensar e praticar – p. 236

A decomposição do número 30 em fatores primos é: $2 \cdot 3 \cdot 5$.
A decomposição do número 12 em fatores primos é $2 \cdot 2 \cdot 3$.

Pensar e praticar – p. 237

Não, pois o único fator comum entre os termos desse polinômio é o número 1.

Pensar e praticar – p. 237

Resposta pessoal.

Pensar e praticar – p. 238

Resposta pessoal.

Atividades – p. 239 e 240

1. a) **III** b) **II**
2. a) Uma resposta possível: $2xy(4x^2 - y)$.
b) Uma resposta possível: $3a^2b^2c(4b + 3a^2c)$.
c) Uma resposta possível: $m^3p(mn^3 + 6p^2)$.
d) Não é possível fatorar.
3. Alternativa **c**.
4. Alternativa **c**.

300

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

5. Respostas possíveis:
   a) $(2m + n)(m^2 - n)$
   b) $(2a + 1)(3a + b)$
   c) $(3x^2 + y)(x^3 - 6y)$
6. Alternativa **d**.
7. $(x - 3y^2)^2$
8. Alternativa **a**.
9. a) $(2x^2 + 3)^2$
   b) $(3a - 5b^2)^2$
   c) $(5m + n^3)(5m - n^3)$
   d) $(4p^2 - 3q)^2$
10. a) $2x + 5$ e $y^2 + 6$.
    b) $(2x + 5)(y^2 + 6)$
    c) $2xy^2 + 12x + 5y^2 + 30$
    d) $2xy^2 + 12x + 5y^2 + 30 = 2x(y^2 + 6) + 5(y^2 + 6) = (2x + 5)(y^2 + 6)$
11. Alternativa **d**.
12. Alternativa **b**.
13. Alternativa **d**.
14. Alternativa **a**.
15. Resposta pessoal.

Reveja – p. 241

1. Alternativa **d**.
2. Alternativa **d**.
3. Alternativa **c**.
4. Alternativa **d**.

Unidade 11

Triângulo retângulo, equações e pesquisa estatística

Abertura – p. 242

a) Resposta pessoal.
b) A posição dos elementos do monumento lembra um triângulo retângulo, e corretamente infiram que o teorema de Pitágoras se refere a essa figura geométrica.
c) Respostas pessoais.

Pensar e praticar – p. 243

90°

Atividades – p. 246

1. a) Catetos: $\overline{AB}$ e $\overline{BC}$; hipotenusa: $\overline{AC}$.
   b) Catetos: $\overline{DF}$ e $\overline{EF}$; hipotenusa: $\overline{DE}$.
   c) Catetos: $\overline{GH}$ e $\overline{HI}$; hipotenusa: $\overline{GI}$.
2. Resposta pessoal.
3. a) Aproximadamente 4,6 cm.
   b) 4,5 cm
   c) Aproximadamente 4,2 cm.
   d) Aproximadamente 6,7 cm.

Atividades – p. 249 e 250

1. a) 15 cm
   b) 8 dm
   c) $\sqrt{300}$ mm ou aproximadamente 17,3 mm.
2. Itens **a** e **c**.
3. a) Pode ser expressa por $d = a\sqrt{2}$, em que a medida da diagonal de um quadrado é igual ao produto da medida de um dos lados desse quadrado e $\sqrt{2}$.
   b) Sim, o valor medido e o valor calculado são próximos; a medida obtida usando a régua é indicada por um número racional com aproximação de uma casa decimal, e o resultado do cálculo da diagonal, por envolver na fórmula um número irracional, pode ser representado por uma aproximação expressa com uma casa decimal.
4. Alternativa **c**.
5. 144 cm²
6. Alternativa **d**.
7. Não é possível utilizar a viga de 1,8 m, pois a distância AC é de 2 m. Já a viga de 2,5 m pode ser utilizada, desde que cortada de maneira que uma das partes obtidas tenha 2 m de comprimento.
8. Resposta pessoal.

Pensar e praticar – p. 251

Número 5.

Pensar e praticar – p. 252

(1, 4); (3, 2); (7, −2); (−1, 6); (5, 0); $\left(\frac{5}{2}, \frac{5}{2}\right)$; (0, 5); (6, −1).

Atividades – p. 252 a 254

1. a) $x + y = 13$
   b) Algumas respostas possíveis: $x = 7$ e $y = 6$; $x = 8$ e $y = 5$; $x = -2$ e $y = 15$; $x = 0$ e $y = 13$.
2. a) Fichas **I**, **II** e **IV**. b) Fichas **III** e **IV**.
3. $6a - b = -9$ e $5\left(a + \frac{b}{3}\right) = 0$.
4. Alternativa **d**.
5. Algumas respostas possíveis: $2x - y = 13$; $x + y = 2$; $6x - y = 33$; $-x + y = -8$; $2x + y = 7$; $\frac{x}{5} - y = 4$.
6. a) $\frac{t + p}{2} = 8{,}3$
   b) Uma resposta possível: $t = 9{,}5$ e $p = 7{,}1$; $t = 10$ e $p = 6{,}6$; $t = 8$ e $p = 8{,}6$.
7. a) $3x + 2y = 1700$; **x**: massa de cada pote azul; **y**: massa de cada pote vermelho.
   b) Algumas respostas possíveis: Pote azul: 400 g e pote vermelho: 250 g; pote azul: 300 g e pote vermelho: 400 g; pote azul: 500 g e pote vermelho: 100 g; pote azul: 150 g e pote vermelho: 625 g.
8. **I**: $\frac{x}{3} + \frac{y}{3} = 1$; **II**: $x - 2y = -9$.
9. a) $10x + 2y = 86$
   b) Uma resposta possível: $x = 8$ e $y = 3$; $x = 5$ e $y = 18$; $x = 3$ e $y = 28$.
   c) Sim. Não é adequada, uma vez que as incógnitas **x** e **y** correspondem à quantidade de cédulas de real e, por conseguinte, não podem ter valor negativo.
10. Alternativa **a**.

Atividades – p. 256 e 257

1. a) Ficha **II**. b) Ficha **III**.
2. a) Alternativa **II**.
   b) Ficha **III**.
   c) 20 homens e 15 mulheres.
3. Ambos fizeram uma afirmação verdadeira, pois $x = 2$ e $y = 0$, assim como $x = 3$ e $y = 2$, são soluções do sistema de equações apresentado.
4. a) $\begin{cases} 2x + y = 14 \\ x + 2y = 16 \end{cases}$
   b) Pão de queijo: R$ 4,00; suco de laranja: R$ 6,00.
5. 7,5 L de tinta amarela e 12,5 L de tinta azul.
6. Resposta pessoal.

Atividades – p. 260 e 261

1. a) $x = -1$ e $y = 3$.
   b) $x = 5$ e $y = 12$.
   c) $x = 4$ e $y = 7$.
   d) $x = 3$ e $y = -6$.
2. P(6, 8)
3. Algumas respostas possíveis:
   $\begin{cases} x + y = 7 \\ x - y = -1 \end{cases}$; $\begin{cases} 3x - y = 5 \\ 2x + 4y = 22 \end{cases}$; $\begin{cases} x - 3y = -9 \\ 6x - 2y = 10 \end{cases}$.
4. 25 entradas inteiras e 45 meias-entradas.
5. Alternativa **b**.
6. a) $6x$ e $-6x$.
   b) Não.
   c) Algumas respostas possíveis: Multiplicar a primeira equação por -5 e a segunda por 4; multiplicar a primeira equação por -4 e a segunda por 6.
   d) $x = 2$ e $y = 1$.
7. Quando as equações de um sistema de duas equações do 1º grau com duas incógnitas não apresentam termos opostos com a mesma incógnita, é possível multiplicar os termos de uma equação (ou os termos de ambas as equações) por um número, de maneira a obter termos opostos nelas e, em seguida, utilizar o método da adição para resolver esse sistema.
8. a) $x = -2$ e $y = 5$.
   b) $x = 1$ e $y = -1$.
9. 80 de carros e 20 de motocicletas.
10. 800 kg de garrafas PET e 750 kg de alumínio.

Pensar e praticar – p. 265

A população corresponde a todos os estudantes da escola. Resposta esperada: Amostra casual simples.

Atividades – p. 266 a 268

1. a) Resposta esperada: Verificar quantos livros inteiros cada estudante leu, em média, durante o ano para identificar a melhor ação a ser realizada para o incentivo à leitura dos estudantes no ano letivo seguinte.
   b) Por amostra. Resposta esperada: A escola possui uma grande quantidade de estudantes.
   c) 60 estudantes.
   d) Gráfico de colunas: frequência; gráfico de setores: frequência relativa.
   e) Ações **II** e **III**, pois a pesquisa apontou que, em média, cada estudante leu 1,6 livro inteiro durante o ano ($1{,}6 \leqslant 4$ e $1{,}6 < 2$).
2. Pesquisa censitária: **III**; pesquisa por amostra: **I**, **II** e **IV**.
   I: sistemática; **II**: estratificada; **IV**: casual simples.
3. Resposta pessoal.

Reveja – p. 269

1. Alternativa **c**.
2. Alternativa **d**.
3. Alternativa **c**.
4. Alternativa **b**.
5. Alternativa **b**.

301

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

Unidade 12

Equação do 2º grau, vistas ortogonais, noções de função

Abertura – p. 270

a) Resposta pessoal.
b) Meio-dia.
c) Resposta pessoal.

Atividades – p. 272

1. a) $4x^2 + 24x + 36 = 0$
b) $6x^2 - 42 = 0$
c) $3x^2 - 6x - 9 = 0$
d) $x^2 + 3x - 40 = 0$

2. 2 e $-\frac{3}{2}$.

3. a) **II**
b) $x^2 - x - 132 = 0$
c) Raízes da equação: -11 e 12; 12.

Pensar e praticar – p. 274

As raízes são números opostos.

Atividades – p. 274

1. a) 0 e -2.
b) Duas raízes reais e iguais a 0.
c) 1 e -1.
d) 0 e $\frac{3}{2}$.
e) Não tem raiz real.
f) 0 e -8.

2. a) $r = -8$ e $s = 8$.
b) -14

3. a) 12 cm b) 48 cm c) 144 cm²

4. Resposta pessoal.

Atividades – p. 276 e 277

1. a) Duas raízes reais e iguais a -7.
b) 32 e -12.
c) $\frac{9}{2}$ e $-\frac{3}{2}$.
d) Duas raízes reais e iguais a $-\frac{1}{3}$.

2. a) $m = 1$ b) $m = -\frac{3}{2}$

3. a) **I**: não tem raiz real; **II**: 8 e 2; **III**: não tem raiz real; **IV**: 2 e $\frac{1}{5}$; **V**: duas raízes reais e iguais a 8; **VI**: duas raízes reais e iguais a $-\frac{1}{3}$.
b) **I**: -8; **II**: 36; **III**: -12; **IV**: 81; **V**: 0; **VI**: 0.
c) A equação cujo discriminante é igual a zero possui duas raízes reais iguais, a equação cujo discriminante é menor que zero não possui raízes reais e a equação cujo discriminante é maior que zero possui duas raízes reais distintas.

4. $k = -4$

5. Alternativa **b**.

6. a) **III**
b) 16 e 48.
c) O bando pode ter 16 ou 48 macacos.

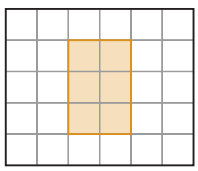
7. Resposta pessoal.

Atividades – p. 282 e 283

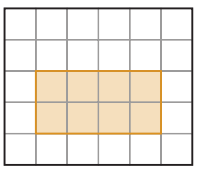
1. Resposta esperada: **II**.

2. Resposta pessoal.

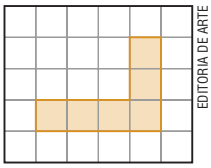
3.



Plano **I**.



Plano **II**.



EDITORIA DE ARTE

Plano **III**.

4. Alternativa **e**.

5. **I-e**; **II-d**; **III-a**.
• Resposta pessoal.

Conexões – p. 285

1. a) Resposta pessoal.
b) Respostas pessoais.
c) Resposta pessoal.

2. a) Resposta pessoal.
b) Respostas pessoais.

3. 63 000 cm³

Pensar e praticar – p. 287

13 min

Atividades – p. 288 a 290

1. a) Não. Para cada massa de cenouras, obtemos um único valor a pagar, o que pode ser calculado multiplicando essa massa pelo preço por quilograma.
b) A variável que representa o valor a pagar.
c) $v(c) = 3{,}85c$
d) • 7,7 • 19,25
e) Resposta possível: Os valores indicam que Lucas deve cobrar R$ 7,70 por 2 kg de cenouras e R$ 19,25 por 5 kg de cenouras.
f) Resposta pessoal.

2. a) $f(6) = 33$ e $f(20) = 5$. b) $g(1) = -2$ e $g(12) = 141$.

3. Alternativa **d**.

4. a) Carne bovina (grelhada). 35,9 gramas.
b) Amendoim (cru): $a(x) = 27{,}2x$; queijo minas: $q(x) = 17{,}4x$; carne bovina (grelhada): $b(x) = 35{,}9x$; peito de frango (grelhado): $p(x) = 32x$.
c) • 54,4 g • 17,4 g • 96 g
d) Entre 40 g e 60 g de proteína. Sim, pois 200 g de carne bovina grelhada (2 porções de 100 g) contêm 71,8 g de proteína, massa maior que 60 g.

5. a) **II**
b) $f(4) = 16$ e $f(2{,}5) = 6{,}25$. Temos que $f(4) = 16$ indica que um quadrado com 4 cm de lado tem área igual a 16 cm²; $f(2{,}5) = 6{,}25$ indica que um quadrado com 2,5 cm de lado tem área igual a 6,25 cm².
c) 9 cm

6. a) 0,6 kWh
b) 5 h
c) $c(x) = 0{,}2x$
d) • 2,4 kWh • 4 kWh • 24 kWh
e) 150 horas.

7. a) $c(x) = 12{,}5x$ b) 1 375 L. R$ 8.181,25.

8. Alternativa **b**.

9. a) Fevereiro.
b) Janeiro: R$ 1.923,00; fevereiro: R$ 2.392,00; março: R$ 2.208,60.
c) $s(x) = 0{,}07x + 1300$
d) R$ 2.000,00

10. a) Resposta pessoal.
b) Resposta pessoal.
c) Resposta pessoal.

Reveja – p. 291

1. Alternativa **d**.

2. Alternativa **b**.

3. Alternativa **d**.

4. Alternativa **d**.

5. Alternativa **a**.

302

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS COMENTADAS

ALMEIDA, Lourdes Werle de; SILVA, Karina Pessôa da; VERTUAN, Rodolfo Eduardo. **Modelagem matemática na Educação Básica**. São Paulo: Contexto, 2012.
O livro aborda diferentes possibilidades de integração de atividades de modelagem matemática na sala de aula.

BACICH, Lilian; MORAN, José (org.). **Metodologias ativas para uma educação inovadora**: uma abordagem teórico-prática. Porto Alegre: Penso, 2018.
Nessa obra, os autores discorrem sobre como o uso das metodologias ativas na condução de atividades pedagógicas favorece a participação integrada de estudantes e professores no compartilhamento e na curadoria de informações, bem como o desenvolvimento de competências.

BORBA, Marcelo de Carvalho; PENTEADO, Miriam Godoy. **Informática e educação matemática**. 6. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2019. (Tendências em Educação Matemática).
Nesse livro, os autores apresentam resultados de um trabalho sobre informática educativa, como questões pedagógicas sobre o uso do computador e da calculadora.

BOYER, Carl Benjamin. **História da matemática**. Tradução: Elza Furtado Gomide. São Paulo: Edgard Blücher: Edusp, 1974.
Apresenta tópicos a respeito da história da Matemática, com destaque para os estudiosos que a desenvolveram ao longo do tempo.

BRASIL. [Constituição (1988)]. **Constituição da República Federativa do Brasil de 1988**. Brasília, DF: Presidência da República, [2024]. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/constituicao/constituicao.htm. Acesso em: 8 maio 2024.
Texto da Constituição Federal de 1988, que apresenta o conjunto de leis fundamentais que organiza e rege o funcionamento do país, estabelecendo direitos e deveres para todos os cidadãos.

BRASIL. **Lei nº 6.938, de 31 de agosto de 1981**. Dispõe sobre a Política Nacional do Meio Ambiente, seus fins e mecanismos de formulação e aplicação, e dá outras providências. Brasília, DF: Presidência da República, [2023]. Disponível em: https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/l6938.htm. Acesso em: 4 jun. 2024.
Lei que dispõe sobre a Política Nacional do Meio Ambiente.

BRASIL. **Lei nº 9.394, de 20 de dezembro 1996**. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. Brasília, DF: Presidência da República, [2023]. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/l9394.htm. Acesso em: 7 maio 2024.
Legislação que define e regulamenta o sistema educacional público e privado no país, com base nos princípios presentes na Constituição Federal de 1988.

BRASIL. **Lei nº 10.639, de 9 de janeiro de 2003**. Altera a Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996, que estabelece as diretrizes e bases da educação nacional, para incluir no currículo oficial da Rede de Ensino a obrigatoriedade da temática "História e Cultura Afro-Brasileira", e dá outras providências. Brasília, DF: Presidência da República, 2003. Disponível em: https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/2003/l10.639.htm. Acesso em: 4 jun. 2024.
A lei estabelece a obrigatoriedade do ensino da temática "História e Cultura Afro-brasileira" no currículo oficial.

BRASIL. **Lei nº 11.645, de 10 de março de 2008**. Altera a Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996, modificada pela Lei no 10.639, de 9 de janeiro de 2003, que estabelece as diretrizes e bases da educação nacional, para incluir no currículo oficial da rede de ensino a obrigatoriedade da temática "História e Cultura Afro-Brasileira e Indígena". Brasília, DF: Presidência da República, 2008. Disponível em: https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2007-2010/2008/lei/l11645.htm. Acesso em: 4 jun. 2024.
A lei estabelece a obrigatoriedade do ensino na temática "História e Cultura Afro-Brasileira e Indígena" no currículo oficial.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**: educação é a base. Brasília, DF: MEC, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 21 maio 2024.
Documento de caráter normativo que define o conjunto de aprendizagens essenciais que os estudantes devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica, de modo que tenham assegurados seus direitos de aprendizagem e desenvolvimento.

BRASIL. Ministério da Educação. Conselho Nacional de Educação. Câmara de Educação Básica. **Parecer CNE/CEB** nº 11/2000: diretrizes curriculares nacionais para a educação de jovens e adultos. Brasília, DF: MEC, 2000a. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/PCB11_2000.pdf. Acesso em: 8 maio 2024.
O parecer estabelece a obrigatoriedade, por parte dos Estados, da oferta gratuita e acessível da Educação Básica a todos os cidadãos, prevendo a intensificação de sua implementação àqueles que não receberam educação primária ou não puderam concluir seu ciclo.

BRASIL. Ministério da Educação. Conselho Nacional de Educação. Câmara de Educação Básica. **Resolução CNE/CEB nº 1, de 5 de julho de 2000**: estabelece as diretrizes curriculares nacionais para a educação de jovens e adultos. Brasília, DF: MEC, 2000b. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/CEB012000.pdf. Acesso em: 8 maio 2024.
O documento define e caracteriza as bases curriculares para a Educação de Jovens e Adultos no país, sob os princípios de equidade, diferença e proporcionalidade.

BRASIL. Ministério da Educação. Conselho Nacional de Educação. Câmara de Educação Básica. **Resolução nº 3, de 15 de junho de 2010**. Institui Diretrizes Operacionais para a Educação de Jovens e Adultos nos aspectos relativos à duração dos cursos e idade mínima para ingresso nos cursos de EJA; idade mínima e certificação nos exames de EJA; e Educação de Jovens e Adultos desenvolvida por meio da Educação a Distância. Brasília, DF: MEC, 2010. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=5642-rceb003-10&category_slug=junho-2010-pdf&Itemid=30192. Acesso em: 4 jun. 2024.
A normativa regulamenta a duração dos cursos da EJA, idade mínima de ingresso, certificação dos exames e estruturação da modalidade por meio da EAD.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Diretrizes curriculares nacionais gerais da Educação Básica**. Brasília, DF: MEC, 2013. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=13448-diretrizes-curiculares-nacionais-2013-pdf&Itemid=30192. Acesso em: 7 jun. 2024.
Documento normativo obrigatório que orienta sobre a estrutura do currículo das escolas da Educação Básica.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Proposta Curricular para a educação de jovens e adultos**: segundo segmento do ensino fundamental: 5ª a 8ª série: introdução. Brasília, DF: MEC, 2002. v. 3. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/secad/arquivos/pdf/eja/propostacurricular/segundosegmento/vol3_matematica.pdf. Acesso em: 22 maio 2024.
Nesse documento, é apresentada uma proposta curricular para a EJA, em particular para Matemática, que pode nortear o planejamento de aulas dessa modalidade quanto aos conteúdos abordados em cada etapa e aos encaminhamentos dessa abordagem.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria Especial de Políticas de Promoção da Igualdade Racial. **Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação das Relações Étnico-Raciais e para o Ensino de História e Cultura Afro-Brasileira e Africana**. Brasília, DF: MEC: Inep, 2004. Disponível em: https://download.inep.gov.br/publicacoes/diversas/temas_interdisciplinares/diretrizes_curriculares_nacionais_para_a_educacao_das_relacoes_etnico_raciais_e_para_o_ensino_de_historia_e_cultura_afro_brasileira_e_africana.pdf. Acesso em: 7 jun. 2024.
O documento traz as diretrizes para a formulação de projetos e políticas públicas para a valorização da história e cultura afro-brasileira e africana na promoção da educação de igualdade étnico-raciais, bem como sua condução.

BROUSSEAU, Guy. **Introdução ao estudo das situações didáticas**: conteúdos e métodos de ensino. São Paulo: Ática, 2008.
Livro que trata da teoria das situações didáticas, abrangendo todo o contexto que envolve o estudante no processo de ensino e aprendizagem, como suas relações com o professor e o sistema educacional.

BUSSAB, Wilton Oliveira; MORETTIN, Pedro Alberto. **Estatística básica**. 9. ed. São Paulo: Saraiva, 2017.
Trata de conceitos básicos de Estatística, como análise de dados, probabilidades e variáveis aleatórias, e traz tópicos sobre inferência estatística.

303

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

EVES, Howard. **Introdução à história da matemática**. Tradução: Hygino Hugueros Domingues. 5. ed. Campinas: Editora da Unicamp, 2011.
O livro apresenta tópicos importantes da história da Matemática.

FAINGUELERNT, Estela Kaufman; NUNES, Katia Regina Ashton. **Fazendo arte com a matemática**. 2. ed. Porto Alegre: Penso, 2015.
Nesse livro, são propostas situações de ensino e aprendizagem da Matemática relacionadas à Arte.

FERREIRA, Mariana Kawall Leal. **Madikauku**: os dez dedos das mãos: matemática e povos indígenas no Brasil. Brasília, DF: MEC, 1998.
Esse livro disponibiliza informações sobre sistemas e concepções numéricas de diferentes povos indígenas brasileiros.

FERREIRA, Mariana Kawall Leal (org.). **Ideias matemáticas de povos culturalmente distintos**. São Paulo: Global, 2002. (Antropologia e Educação).
Nesse livro, são reunidos relatos de atividades matemáticas aplicadas em diversos países, levando o leitor à reflexão.

HAZZAN, Samuel. **Fundamentos de matemática elementar**: combinatória, probabilidade. 8. ed. São Paulo: Atual, 2013. v. 5.
Aborda o estudo da análise combinatória e do cálculo de probabilidade.

IFRAH, Georges. **História universal dos algarismos**: a inteligência dos homens contada pelos números e pelo cálculo. Tradução: Alberto Muñoz e Ana Beatriz Katinsky. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1997. 2. v.
A obra tem enfoque no desenvolvimento de sistemas de numeração ao longo do tempo, em particular, o Sistema de Numeração Decimal.

IMENES, Luiz Márcio Pereira; JAKUBO, José; LELLIS, Marcelo Cestari. **Números negativos**. São Paulo: Atual, 2004. (Pra que serve Matemática?).
Nesse livro, o conceito de números inteiros negativos está relacionado a contextos do cotidiano para facilitar a compreensão da aprendizagem desse conteúdo matemático.

INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. **Censo demográfico 2022**. Rio de Janeiro: IBGE, c2024. Disponível em: https://censo2022.ibge.gov.br/. Acesso em: 25 maio 2024.
Pesquisa realizada pelo IBGE, cujo resultado é um conjunto de dados e informações sobre os principais aspectos socioeconômicos brasileiros que auxiliam a retratar a realidade brasileira e a impulsionar políticas públicas para a melhoria da qualidade de vida da população.

INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. **Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios Contínua**: educação 2023. Rio de Janeiro: IBGE, 2023. Disponível em: https://biblioteca.ibge.gov.br/visualizacao/livros/liv102068_informativo.pdf. Acesso em: 15 maio 2024.
Relatório da Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios Contínua – Pnad Contínua, com dados gerais e regionais sobre o Sistema Educacional Brasileiro, entre outros dados relevantes sobre a população brasileira.

LINDQUIST, Mary Montgomery; SHULTE, Albert P. (org.). **Aprendendo e ensinando geometria**. Tradução: Hygino Hugueros Domingues. São Paulo: Atual, 1994.
Contém artigos relevantes sobre o ensino e a aprendizagem da Geometria em diferentes faixas etárias.

LOPES, Maria Laura Mouzinho Leite (coord.). **Tratamento da informação**: explorando dados estatísticos e noções de probabilidade a partir de séries iniciais. Rio de Janeiro: UFRJ/IM-Projeto Fundão, 2005.
O livro se propõe a apoiar o processo de ensino e aprendizagem de conceitos relacionados à Estatística e à Probabilidade no Ensino Fundamental.

MACHADO, Nilson José. **Matemática e língua materna**: análise de uma impregnação mútua. 6. ed. São Paulo: Cortez, 2011.
O autor apresenta uma reflexão sobre a relação entre o alfabeto e o Sistema de Numeração, com o objetivo de contribuir com o ensino da Matemática.

MAGALHÃES, Marcos Nascimento; LIMA, Antônio Carlos Pedroso de. **Noções de probabilidade e estatística**. 7. ed. São Paulo: Edusp, 2007. (Acadêmica).
Apresenta introdução a conceitos de Probabilidade e de Estatística, destacando relações entre estatística descritiva, probabilidade e variáveis aleatórias.

MORAIS FILHO, Daniel Cordeiro de. **Manual de redação matemática**. 2. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2018. (Coleção do Professor de Matemática).
Além de considerações gerais sobre a boa redação matemática, o livro abrange sugestões técnicas e dicas de gramática, assim como a estruturação das frases e o uso correto de termos, de ortografia e de notações na Matemática.

NUNES, Terezinha *et al.* **Educação matemática**: números e operações numéricas. São Paulo: Cortez, 2007.
Nesse livro, os autores defendem que as atividades envolvem dois processos de ensino e aprendizagem: um deles relacionado à aprendizagem do estudante e outro, à aprendizagem do professor.

OLIVEIRA, Vera Barros de. **Jogos de regras e a resolução de problemas**. 4. ed. Petrópolis: Vozes, 2010. (Brinquedo, Educação e Saúde).
Apresenta informações sobre a relação entre os jogos de regras e a resolução de problemas, propondo discussões sobre a maneira de pensar e de sentir emoções ao participar de jogos.

ONUCHIC, Lourdes de La Rosa; ALLEVATO, Norma Suely Gomes. Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. *In*: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani; BORBA, Marcelo de Carvalho (org.). **Educação matemática**: pesquisa em movimento. 4. ed. São Paulo: Cortez, 2012.
Coletânea de textos com diferentes perspectivas sobre o movimento da pesquisa em Educação Matemática.

PAIS, Luiz Carlos. **Educação escolar e as tecnologias da informática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2007. (Trajetória).
Organiza um conjunto de ensaios referentes a várias questões sobre a inserção da informática na educação escolar.

PARRA, Cecilia; SAIZ, Irma (org.). **Didática da matemática**: reflexões psicopedagógicas. Porto Alegre: Artmed, 2001.
Propõe reflexões sobre aspectos da Matemática trabalhada na Educação Básica e apresenta propostas didáticas que buscam oportunizar em aula conceitualizações, reflexões e questionamentos.

POLYA, George. **A arte de resolver problemas**: um novo aspecto do método matemático. Tradução: Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 1995.
O livro apresenta reflexões sobre a resolução de problemas e propostas didáticas práticas para o trabalho com problemas em aula.

PONTE, João Pedro da; BROCARDO, Joana; OLIVEIRA, Hélia. **Investigações matemáticas na sala de aula**. 4. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2019. (Tendências em Educação Matemática).
Analisa práticas de investigação desenvolvidas por matemáticos, as quais podem ser transpostas para a aula.

REECE, Jane B. *et al.* **Biologia de Campbell**. Tradução: Anne D. Villela *et al.* Revisão técnica: Denise Cantarelli Machado, Gaby Renard, Paulo Luiz de Oliveira. 10. ed. Porto Alegre: Artmed, 2015.
Aborda conceitos de diversas áreas das Ciências Biológicas.

RIDPATH, Ian. **Astronomia**. 4. ed. Rio de Janeiro: Zahar, 2014.
Apresenta informações sobre Astronomia, como a história do Universo, a formação do Sistema Solar, a observação das constelações, entre outros tópicos.

SILVEIRA, Paulo; ALMEIDA, Adriano. **Lógica de programação**: crie seus primeiros programas usando JavaScript e HTML. São Paulo: Casa do Código, 2014.
Apresenta conceitos básicos de programação e de lógica de programação.

SOUZA, Michel Figueiredo de; COSTA, Christine Sertã. **Scratch**: guia prático para aplicação na Educação Básica. Rio de Janeiro: Imperial, 2018. Disponível em: https://educapes.capes.gov.br/bitstream/capes/566023/2/Produto%20-%20Michel%20de%20Souza%202019.pdf. Acesso em: 21 maio 2024.
Nesse material, são apresentadas algumas possibilidades de práticas pedagógicas escolares que visam favorecer o desenvolvimento do pensamento computacional por meio do uso da linguagem de programação **Scratch**.

TOMAZ, Vanessa Sena; DAVID, Maria Manuela Martins Soares. **Interdisciplinaridade e aprendizagem da matemática em sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2012. (Tendências em Educação Matemática).
Trata de questões sobre interdisciplinaridade e aprendizagem no ensino de Matemática e apresenta situações ocorridas em sala de aula que exemplificam diferentes abordagens interdisciplinares.

VERAS, Lilia Ladeira. **Matemática financeira**. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2007.
Apresenta conceitos relacionados à Matemática financeira e propõe, também, o uso da calculadora.

304

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

RESOLUÇÕES

ETAPA 7

Unidade 1

Números racionais, gráficos e ângulos

Página de Abertura – p. 12

a) Respostas pessoais. As respostas dependem da experiência do estudante.
b) Não.
c) Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes verifiquem que o produto está com uma avaliação de 4,7 de 5,0 pontos, o que pode ser considerado uma boa avaliação.

Pensar e Praticar – p. 13

Resposta esperada: Infinito. Na sequência dos números naturais, é sempre possível obter o próximo número adicionando 1 ao anterior. Assim, como o conjunto dos números naturais é formado pelos números dessa sequência, temos que $\mathbb{N}$ é um conjunto infinito.

Pensar e Praticar – p. 15

Algumas respostas possíveis:

$-3 = \frac{-3}{1} = \frac{-6}{2} = \frac{9}{-3} = \ldots$

Atividades – p. 16 e 17

1. a) $171 < 230 < 250$; $81 < 145 < 170$
   Resposta: Mariana: Setor **C**; Rogério: Setor **B**.
   b) $80 - 1 + 1 = 80$; $170 - 81 + 1 = 90$; $250 - 171 + 1 = 80$
   Resposta: Setor **A**: 80 poltronas; setor **B**: 90 poltronas; setor **C**: 80 poltronas.
2. a) 5,0; 85,00; 2; 34 e 35.
   b) Sim
   c) Resposta pessoal. O estudante pode pensar, por exemplo, que a diferença entre 85 e 100 reais é de 15 reais e que, adicionados a aproximadamente 40 reais, resulta em mais de 50 reais.
   d) Resposta pessoal. A resposta depende da escolha do estudante.
3. a) O número 375, que indica o saldo inicial em real, pertence a $\mathbb{N}$, mas o número -108, que indica o saldo final em real, não pertence a $\mathbb{N}$. Esses dois números pertencem a $\mathbb{Q}$.
   b) Resposta esperada: Saiu mais dinheiro da conta bancária, pois o saldo final, em real, é menor que o saldo inicial ($-108 < 375$).
   c) Resposta esperada: Beatriz precisa realizar uma entrada de dinheiro na conta bancária maior que R$ 108,00.
   d) Algumas respostas possíveis: Aplicativos de controle financeiro, planilha de orçamento, anotações de entrada e de saída de dinheiro.
4. a) $\frac{5}{12} = 5 : 12 = 0,41\overline{6}$
   b) $\frac{18}{4} = 18 : 4 = 4,5$
   c) $\frac{31}{25} = 31 : 25 = 1,24$
   d) $\frac{26}{18} = 26 : 18 = 1,\overline{4}$
5. $-\frac{1}{10} = -0,1$; $\frac{7}{4} = 1,75$; $\frac{14}{6} = 2,\overline{3}$ e $-\frac{11}{5} = -2,2$.
   $-3,18 < -\frac{11}{5} < -1,\overline{3} < -\frac{1}{10} < 0,8 < \frac{7}{4} < \frac{14}{6} < 3,78$
   Resposta:
   A: $-3,18$; **B**: $-\frac{11}{5}$; **C**: $-1,\overline{3}$; **D**: $-\frac{1}{10}$; **E**: 0,8; **F**: $\frac{7}{4}$; **G**: $\frac{14}{6}$; **H**: 3,78.
6. a) $1,5 \notin \mathbb{Z}$
   b) $0 \in \mathbb{N}$
   c) $6,\overline{5} \in \mathbb{Q}$
   d) $\frac{9}{2} \in \mathbb{Q}$
   e) $7,12 \notin \mathbb{N}$
   f) $-5 \in \mathbb{Z}$
   g) $-12,91 \notin \mathbb{N}$

Pensar e Praticar – p. 18

A quantidade de municípios, por região do Brasil, com iniciativa de coleta seletiva em 2019.

Pensar e Praticar – p. 19

- Aumento.
- 2012 e 2020.

Atividades – p. 20 e 21

1. a) Sudeste. Norte.
   b) $2276 + 2675 + 842 + 2985 + 1047 = 9825$
   Resposta: 9825 mortes.
   c) Gráfico de barras. Resposta esperada: O gráfico de barras facilita visualmente a comparação entre a quantidade de mortes em cada região do Brasil.
   d) Resposta pessoal. A resposta depende da pesquisa dos estudantes.
2. a) Barras azuis: quantidade de lâmpadas compactas coletadas e corretamente destinadas no Brasil de 2017 a 2019. Barras alaranjadas: quantidade de lâmpadas tubulares coletadas e corretamente destinadas no Brasil de 2017 a 2019.
   b) Resposta esperada: Não, pois, em 2017, a quantidade de lâmpadas compactas coletadas e corretamente destinadas no Brasil foi maior em relação à quantidade de lâmpadas tubulares.
   c) $2\,620\,906 + 1\,791\,161 = 4\,412\,067$; ou seja, 4 412 067 lâmpadas.
   d) Lâmpada tubular.
   $1\,361\,509 - 1\,103\,018 = 258\,491$; ou seja, 258 491 lâmpadas a mais.
   e) Resposta pessoal. A resposta depende do município em que o estudante reside.

Pensar e Praticar – p. 22

Resposta esperada: O encontro de dois lados da lousa, da porta, o encontro entre a parede e o chão etc.

Pensar e Praticar – p. 23

Resposta esperada: Transferidor.

Atividades – p. 24 e 25

1. Ângulos complementares: $D\hat{E}F$ e $P\hat{Q}R$, pois $62° + 28° = 90°$ e $G\hat{H}I$ e $M\hat{N}O$, pois $38° + 52° = 90°$; ângulos suplementares: $A\hat{B}C$ e $J\hat{K}L$, pois $84° + 96° = 180°$.
2. a) $115° + x = 180°$
   $x = 180° - 115° = 65°$
   b) Suplementares.
3. a) **I.** 145°; ângulo obtuso.
   II. 180°; ângulo raso.
   III. 90°; ângulo reto.
   IV. 35°; ângulo agudo.
   b) Atividade de construção geométrica.
4. a) $60° - 45° = 15°$
   b) Uma resposta possível: Podemos traçar um ângulo de 45° com um esquadro e, em seguida, ajustar o outro esquadro a esse ângulo com a medida de 30° e traçar uma semirreta, de maneira que o menor ângulo formado seja o de 15°, como se pede.
5. a) $45° + 30° = 75°$
   b) $90° + 60° = 150°$
   - $60° + 45° = 105°$; $90° + 45° = 135°$; $90° + 30° = 120°$; $90° + 90° = 180°$
   Resposta: 75°, 105°, 120°, 135°, 150° e 180°.

Pensar e Praticar – p. 26

O segmento de reta PC é o de menor medida (3 cm).

Pensar e Praticar – p. 27

Sim, esses dois ângulos são congruentes.

Atividades – p. 29

1. a) 55°
   b) $55° + 55° = 110°$
2. Item **III**, pois a distância de qualquer ponto de **r** aos pontos **A** e **B** é a mesma.
3. Alternativa **b**.
4. Resposta esperada: Os estudantes podem traçar a semirreta que representa os locais onde os postes de iluminação podem ser instalados como a bissetriz do ângulo formado pelas representações das ruas, uma vez que cada ponto dessa semirreta é equidistante aos lados do ângulo.

Conexões – p. 30

1. Uma resposta possível: Esses locais não possibilitam o acesso seguro às pessoas com deficiência.
2. a) Fileira paralela à porta: piso tátil de alerta. Fileira perpendicular à porta: piso tátil direcional.
   b) Ângulo com medida de 90°. Ângulo reto.

Reveja – p. 31

1. Alternativa **d**.
   $1,75 = \frac{175}{100} = \frac{7}{4}$
2. **a**: Incorreta. A maioria das escolas que suspenderam as atividades presenciais no Brasil era da região Nordeste.
   b: Correta.
   c: Incorreta. Pelo gráfico é possível notar que na região Nordeste havia mais escolas com atividades suspensas do que na região Norte.
   d: Incorreta. $9665 + 21\,262 + 56\,902 + 56\,275 + 23\,462 = 167\,566$.
   Resposta: Alternativa **b**.
3. **a**: $90° + 45° = 135°$;
   b: $90° + 30° = 120°$;
   c: $90° + 60° = 150°$;
   d: $45° + 60° = 105°$.
   Resposta: Alternativa **a**.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

Unidade 2

Potências, expressões, equações e figuras

Página de Abertura – p. 32

a) Respostas pessoais. Os estudantes podem citar cientistas, biólogos, botânicos, infectologistas, astrônomos, entre outras.

b) 1 nanômetro equivale a $\frac{1}{10\,000\,000}$ centímetro.

Pensar e Praticar – p. 33

Resposta: 2^4 células-filha.

Pensar e Praticar – p. 34

Resposta esperada: Elevar um número racional diferente de zero a um expoente negativo é o mesmo que elevar o inverso desse número ao número oposto desse expoente.

Atividades – p. 35

1. a) 6^7 c) $(-2)^6$

b) $\left(\frac{5}{8}\right)^4$ d) $(1{,}5)^5$

2. a) $16^2 = 256$, ou seja, 256 cm².

b) $25^2 = 625$, ou seja, 625 cm².

3. a) Sete elevado ao cubo ou sete elevado à terceira potência. 343.

b) Dois elevado à sexta potência. 64.

c) Dez elevado à quarta potência. 10000.

d) Vinte elevado ao quadrado ou vinte elevado à segunda potência. 400.

e) Três elevado a menos cinco. $\frac{1}{243}$.

f) Cinco elevado a menos quatro. $\frac{1}{625}$.

4. a) $10^3 = 1\,000$, ou seja, 1 000 cm³.

b) $12^3 = 1\,728$, ou seja, 1 728 cm³.

5. a) $8 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3$

$4 = 2 \cdot 2 = 2^2$

$2 = 2^1$

$1 = 2^0$

$\frac{1}{2} = \frac{1}{2^1} = 2^{-1}$

$\frac{1}{4} = \frac{1}{2^2} = 2^{-2}$

2^3; 2^2; 2^1; 2^0; 2^{-1}; 2^{-2}, ...

b) $2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$.

c) $2^{4-20} = 2^{-16}$.

Resposta possível: Nessa sequência numérica, o termo de posição **n** é dado por 2^{4-n}.

6. a) $0{,}7^3 = 0{,}7 \cdot 0{,}7 \cdot 0{,}7 = 0{,}343$

b) $8^0 = 1$

c) $2^{-2} = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}$

d) $-10^5 = (-10) \cdot (-10) \cdot (-10) \cdot (-10) \cdot \cdot (-10) = -100\,000$

e) $(-3{,}2)^2 = (-3{,}2) \cdot (-3{,}2) = 10{,}24$

f) $-5^4 = -(5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5) = -625$

7. a) $15^3 = 15 \cdot 15 \cdot 15 = 3375$.

Resposta: 15^3. 3375 unidades do produto.

b) $4 : 5 = 0{,}8$. $0{,}8 \cdot 3 = 2{,}4$.

Resposta: 2,4 m.

c) $(0{,}8)^3 = 0{,}8 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}8 = 0{,}512$

Resposta: $(0{,}8)^3$. 0,512 m³.

d) $0{,}512 \cdot 15 = 7{,}68$

Resposta: 7,68 m³.

Atividades – p. 37 e 38

1. a) 262 144 d) 28 561

b) 512 e) 9 261

c) 5 764 801 f) 1 419 857

2. a) Resposta possível: Inicialmente, Rafaela utilizou a propriedade **IV** para obter $(3^2)^7 = 3^{2 \cdot 7}$; em seguida, ela utilizou a propriedade **II** para obter $\frac{3^{14}}{3^{11}} = 3^{14-11}$.

b) • $2^{-2} \cdot 5^5 \cdot 2^7 = 2^{-2} \cdot 2^7 \cdot 5^5 = 2^{-2+7} \cdot 5^5 =$

$= 2^5 \cdot 5^5 = (2 \cdot 5)^5 = 10^5$

• $\frac{8^2 \cdot 3^6}{6^6} = \frac{(2^3)^2 \cdot 3^6}{6^6} = \frac{2^6 \cdot 3^6}{6^6} =$

$= \frac{(2 \cdot 3)^6}{6^6} = \frac{6^6}{6^6} = 1$

• $\frac{12^3}{6^6} = \frac{12^3}{6^3 \cdot 6^3} = \frac{12^3}{(6 \cdot 6)^3} =$

$= \left(\frac{12}{6 \cdot 6}\right)^3 = \left(\frac{1}{3}\right)^3 = 3^{-3}$

• $(3^6 \cdot 4^3) : 6^3 =$

$= \frac{3^6 \cdot 4^3}{6^3} = \frac{3^6 \cdot (2^2)^3}{(2 \cdot 3)^3} = \frac{3^6 \cdot 2^6}{2^3 \cdot 3^3} =$

$= 2^3 \cdot 3^3 = (2 \cdot 3)^3 = 6^3$

3. a) 2^1, 2^2, 2^3.

b) • 13h30: $2^4 = 16$

Resposta: 16 bactérias.

• 15 h: $2^7 = 128$

Resposta: 128 bactérias.

• 18 h: $2^{13} = 8\,192$

Resposta: 8 192 bactérias.

4. a) 1 GB = 2^{10} MB = $2^{10} \cdot 2^{10}$ kB = 2^{20} kB

b) 1 TB = 2^{10} GB = $2^{10} \cdot 2^{10}$ MB =

$= 2^{10} \cdot 2^{10} \cdot 2^{10}$ kB = 2^{30} kB

c) 1 GB = 2^{10} MB = $2^{10} \cdot 2^{10}$ kB =

$= 2^{10} \cdot 2^{10} \cdot 2^{10}$ B = 2^{30} B

d) 1 TB = 2^{10} GB = $2^{10} \cdot 2^{10}$ MB =

$= 2^{10} \cdot 2^{10} \cdot 2^{10}$ kB =

$= 2^{10} \cdot 2^{10} \cdot 2^{10} \cdot 2^{10}$ B = 2^{40} B

5. a) $(2^{-1})^{10} = 2^{-1 \cdot 10} = 2^{-10}$

b) $\frac{2^{14}}{2^3} = 2^{14-3} = 2^{11}$

c) $\left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{3^2}{2^2} = \frac{9}{4}$

d) $3^6 \cdot 3^{-8} \cdot 3^3 = 3^{6-8+3} = 3$

e) $3^9 \cdot 2^9 = (3 \cdot 2)^9 = 6^9$

6. **I.** Resposta esperada: O erro está em escrever $\frac{3^6}{3^3}$ como $3^{6:3}$ e escrever $3^2 \cdot 3^{-2}$ como $3^{2 \cdot (-2)}$.

$(2^3)^2 \cdot \frac{3^6}{3^3} \cdot 3^{-2} = 2^{3 \cdot 2} \cdot 3^{6-3} \cdot 3^{-2} =$

$= 2^6 \cdot 3^3 \cdot 3^{-2} = 2^6 \cdot 3^{3+(-2)} =$

$= 2^6 \cdot 3^1 = 2^6 \cdot 3$

II. Resposta esperada: O erro está em escrever $5^4 \cdot 2^4$ como $(5 \cdot 2)^{4+4}$ e escrever $\frac{10^8}{3^8}$ como $(10 - 3)^8$;

$\frac{5^4 \cdot 2^4}{3^8} = \frac{(5 \cdot 2)^4}{3^8} = \frac{10^4}{3^8}$.

7. a) Resposta esperada: Os termos dessa sequência são potências de base 2, com o primeiro termo igual a 2^1, e para obter o próximo termo adiciona-se uma unidade ao expoente.

b) $2^1 = 2$;

$2^2 = 2 \cdot 2 = 4$;

$2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$;

$2^4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$;

$2^5 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32$;

$2^6 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 64$.

2, 4, 8, 16, 32, 64, ...

Resposta esperada: O primeiro termo é igual a 2 e, a partir dele, dobra-se o número correspondente ao termo para se obter o próximo.

c) $2^7 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 128$

Resposta: 2^7 e 128

Pensar e Praticar – p. 40

Resposta: Propriedade **II**.

Atividades – p. 40 e 41

1. a) $6 \cdot 10^5$ d) $5{,}933 \cdot 10^9$

b) $4 \cdot 10^{-6}$ e) $2{,}8 \cdot 10^{-3}$

c) $7{,}01 \cdot 10^7$ f) $6{,}03 \cdot 10^{-8}$

2. a) Aerossóis. Microgotas.

b) Resposta: Microgotas: $6 \cdot 10^{-6}$ m; aerossóis: $2 \cdot 10^{-6}$ m.

Microgotas: 6 micrômetros = $= 6 \cdot 10^{-6}$ m.

Aerossóis: 2 micrômetros = $= 2 \cdot 10^{-6}$ m.

c) [A] $0{,}0035 \text{ cm} = 3{,}5 \cdot 10^{-3} \text{ cm} =$

$= 3{,}5 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-2} \text{ m} =$

$= 3{,}5 \cdot 10^{-5}$ m

$3{,}5 \cdot 10^{-5} \text{ m} > 5{,}0 \cdot 10^{-6} \text{ m} \rightarrow$

$\rightarrow$ microgotas

[B] $8 \cdot 10^{-6} \text{ m} > 5 \cdot 10^{-6} \text{ m} \rightarrow$

$\rightarrow$ microgotas

[C] $0{,}0012 \text{ cm} = 1{,}2 \cdot 10^{-3} \text{ cm} =$

$= 1{,}2 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-2} \text{ m} =$

$= 1{,}2 \cdot 10^{-5}$ m

$1{,}2 \cdot 10^{-5} \text{ m} > 5{,}0 \cdot 10^{-6} \text{ m} \rightarrow$

$\rightarrow$ microgotas

[D] $7 \cdot 10^{-7} \text{ m} < 5{,}0 \cdot 10^{-6} \text{ m} \rightarrow$

$\rightarrow$ aerossóis

3. a) Núcleo.

b) • $1{,}4 \cdot 10^6$ km

• $1{,}496 \cdot 10^8$ km

• $1{,}5 \cdot 10^7$ °C

4. a) $9{,}8 \cdot 10^8$ km.

b) $\frac{9{,}8 \cdot 10^8}{1{,}4 \cdot 10^6} = 7 \cdot 10^2 = 700$

Resposta: **IV**

c) $500 \cdot 9{,}46 \cdot 10^{12} = 4\,730 \cdot 10^{12} =$

$4{,}73 \cdot 10^{15}$

Resposta: $4{,}73 \cdot 10^{15}$ km.

5. **A**: Júpiter; **B**: Saturno; **C**: Urano; **D**: Terra.

Conexões – p. 42

1. a) Resposta possível: O sequenciamento genético dos vírus (e outros microrganismos causadores de doenças) contribui para a compreensão de suas características, como origem, caminho percorrido, formas de contágio, reprodução e mutações, bem como a identificação das melhores estratégias de combate e tratamento das doenças causadas por eles, inclusive a produção de vacinas.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

b) Resposta possível: O primeiro sequenciamento genético do SARS-CoV-2 foi realizado no Brasil apenas 48 horas após a confirmação do caso inicial no país, por uma equipe de maioria feminina da Universidade de São Paulo liderada por duas cientistas: Ester Sabino e Jaqueline Goes de Jesus. O reconhecimento internacional da qualidade e seriedade da pesquisa científica no Brasil, especialmente realizada por uma equipe essencialmente feminina, é fundamental para a valorização e captação de recursos para os laboratórios e universidades, bem como para a divulgação e incentivo à pesquisa – inclusive demonstrando aos jovens a possibilidade de seguir carreiras relacionadas à pesquisa. Além disso, significa que as mulheres estão assumindo campos de estudo e profissional antes não tão ocupados por elas (e que eram, quando ocorria, pouco divulgados, já que os nomes de cientistas que quase sempre nos vêm à memória são masculinos).

2. a) Resposta possível: Os números $5 \cdot 10^{-8}$, $2 \cdot 10^{-7}$, $1 \cdot 10^{-5}$ e $5 \cdot 10^{-5}$ representam medidas "muito pequenas", e $3 \cdot 10^{4}$ e $3{,}2 \cdot 10^{9}$, representam medidas "muito grandes". Na notação científica, o que indica a ordem de grandeza do número é o expoente: quando negativo, costuma indicar medida ou quantidade "muito pequena"; quando positivo, costuma indicar medida ou quantidade "muito grande".

b)

Contexto	Número em notação científica	Representação com apenas um número
Diâmetro mínimo do SARS-CoV-2	$5 \cdot 10^{-8}$	0,00000005
Diâmetro máximo do SARS-CoV-2	$2 \cdot 10^{-7}$	0,0000002
Diâmetro mínimo de uma célula humana	$1 \cdot 10^{-5}$	0,00001
Diâmetro máximo de uma célula humana	$5 \cdot 10^{-5}$	0,00005
Quantidade de bases do genoma do SARS-CoV-2	$3 \cdot 10^{4}$	30 000
Quantidade de pares de bases no genoma humano	$3{,}2 \cdot 10^{9}$	3 200 000 000

Atividades – p. 44

1. Seja **P** o preço da viagem. Assim:

a) Para d = 12 km e t = 26 min: $P = 1 + 2d + 0{,}3t \rightarrow P = 1 + 2 \cdot 12 + 0{,}3 \cdot 26 \rightarrow$
$\rightarrow P = 1 + 24 + 7{,}80 \rightarrow P = 32{,}80$
Resposta: R$ 32,80.

b) Para d = 9 km e t = 18 min: $P = 1 + 2d + 0{,}3t \rightarrow P = 1 + 2 \cdot 9 + 0{,}3 \cdot 18 \rightarrow$
$\rightarrow P = 1 + 18 + 5{,}40 \rightarrow P = 24{,}40$
Resposta: R$ 24,40.

c) Para d = 5800 m = 5,8 km e t = 13 min:
$P = 1 + 2d + 0{,}3t \rightarrow P = 1 + 2 \cdot 5{,}8 + 0{,}3 \cdot 13 \rightarrow P = 1 + 11{,}60 + 3{,}90 \rightarrow P = 16{,}50$
Resposta: R$ 16,50.

2. **A-IV**; **B-III**; **C-I**; **D-II**.

3. a) $7(x - 3) + 2x + 1 = 7x - 21 + 2x + 1 = 9x - 20$

b) $\frac{2(3x - 1) - 7}{3} = \frac{6x - 2 - 7}{3} = \frac{6x - 9}{3} = \frac{6x}{3} - \frac{9}{3} = 2x - 3$

c) $2x - 4y + 3 - 15x + 6y = 2y - 13x + 3$

4. a) Expressão **III**. Se 1 m² de painel gera 18 kWh de energia, então x · y m² irão gerar 18xy kWh de energia.

b) Seja **E** a energia gerada. Assim: $E = 18xy \rightarrow E = 18 \cdot 6 \cdot 4 = 432$.
Resposta: 432 kWh. Resposta esperada: Indica que, se a região retangular do telhado da casa de Henrique, coberta pelos painéis solares, tiver medida de comprimento igual a 6 m e medida de largura igual a 4 m, serão gerados por mês 432 kWh de energia elétrica.

c) Resposta pessoal. Sugestão de resposta: Suponha que Henrique instalou um outro painel como este no telhado. Qual é a expressão que representa a quantidade de energia elétrica que será gerada, em quilowatt-hora por mês, por todos os painéis solares na casa de Henrique? Resposta: 36xy.

Pensar e Praticar – p. 45

Resposta esperada: Substituindo **x** por 25 na equação e, ao realizar os cálculos indicados, obtendo uma igualdade verdadeira.

Atividades – p. 45 a 47

1. a) $5x + 18 = 33 \rightarrow 5x = 33 - 18 \rightarrow 5x = 15 \rightarrow x = 3$

b) $\frac{3n}{9} - 5 = 0 \rightarrow \frac{3n}{9} = 5 \rightarrow 3n = 9 \cdot 5 \rightarrow 3n = 45 \rightarrow n = 15$

c) $4(6y + 7) = 15y - 8 \rightarrow 24y + 28 = 15y - 8 \rightarrow 24y - 15y = -28 - 8 \rightarrow$
$\rightarrow 9y = -36 \rightarrow y = -4$

2.
$$7x - 24 = 3x + 20$$
$$7x - 24 + 24 = 3x + 20 + 24$$
$$7x - 3x = 3x + 44 - 3x$$
$$\frac{4x}{4} = \frac{44}{4}$$
$$x = 11$$

3. $2x = 27 + 3$
$x = \frac{30}{2}$
$x = 15$
Alternativa **a.**

4. a) Resposta esperada: Nessa equação, a incógnita **x** representa a quantidade total de funcionários do setor de produção; $\frac{2x}{5}$, os da etapa de corte; $\frac{x}{5}$, os da etapa de modelagem e 90 é a quantidade de funcionários da etapa de costura.

b) $\frac{2x}{5} + \frac{x}{5} + 90 = x \rightarrow 2x + x + 450 =$
$= 5x \rightarrow 2x = 450 \rightarrow x = 225$
Resposta: 225 funcionários.

5. a) $7x - 29 = 13 \rightarrow 7x = 13 + 29 \rightarrow$
$\rightarrow 7x = 42 \rightarrow x = \frac{42}{7} \rightarrow x = 6$

b) $\frac{x}{4} + 10 = 78 \rightarrow \frac{x}{4} = 68 \rightarrow$
$\rightarrow x = 4 \cdot 68 \rightarrow x = 272$

c) $10(2x - 5) = 12x + 14 \rightarrow$
$\rightarrow 20x - 50 = 12x + 14 \rightarrow 8x = 64 \rightarrow$
$\rightarrow x = \frac{64}{8} \rightarrow x = 8$

d) $\frac{3x + 1}{2} = -16 \rightarrow 3x + 1 = -32 \rightarrow$
$\rightarrow 3x = -33 \rightarrow x = -\frac{33}{3} \rightarrow$
$\rightarrow x = -11$

e) $-21x + 45 = -3x + 27 \rightarrow$
$\rightarrow -18x = -18 \rightarrow x = 1$

f) $-5x = -9x + 25 \rightarrow 4x = 25 \rightarrow x = \frac{25}{4}$

6. a) $50 - 2x = 34 \rightarrow 2x = 16 \rightarrow x = 8$
Resposta: R$ 8,00.

b) $34 + \frac{x}{2} = 50 \rightarrow \frac{x}{2} = 16 \rightarrow x = 32$
Resposta: 32 anos.

7. $x + x + (x + 7) + (x + 7) = 100 \rightarrow$
$\rightarrow 4x + 14 = 100 \rightarrow 4x = 86 \rightarrow x = 21{,}5$
Assim, temos: $x + 7 \rightarrow 21{,}5 + 7 = 28{,}5$
Resposta: Largura: 21,5 m; comprimento: 28,5 m.

8. $(2x + 16) + (7x - 2) + (3x + 12) +$
$+ (5x - 6) = 360 \rightarrow 17x + 20 =$
$= 360 \rightarrow 17x = 360 - 20 \rightarrow$
$\rightarrow 17x = 340 \rightarrow x = \frac{340}{17} \rightarrow x = 20.$
$2 \cdot 20 + 16 = 40 + 16 = 56$, ou seja, 56°; $7 \cdot 20 - 2 = 140 - 2 = 138$, ou seja, 138°; $3 \cdot 20 + 12 = 60 + 12 = 72$, ou seja, 72°; $5 \cdot 20 - 6 = 100 - 6 = 94$, ou seja, 94°.

9. a) $\frac{x}{2} + \frac{3x}{5} = 1 \rightarrow \frac{5x + 6x}{10} = \frac{10}{10} \rightarrow$
$\rightarrow 11x = 10 \rightarrow x = \frac{10}{11}$

b) $2\left(\frac{p}{4} - \frac{2p}{9}\right) = -\frac{1}{2} \rightarrow$
$\rightarrow \left(\frac{p}{4} - \frac{2p}{9}\right) = -\frac{1}{4} \rightarrow$
$\rightarrow \left(\frac{9p - 8p}{36}\right) = -\frac{9}{36} \rightarrow$
$\rightarrow \frac{p}{36} = -\frac{9}{36} \rightarrow p = -9$

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

c) $3y + \frac{4y}{7} - 2 = 48 \rightarrow 3y + \frac{4y}{7} = 50 \rightarrow$
$\rightarrow \frac{21y + 4y}{7} = \frac{350}{7} \rightarrow 25y = 350 \rightarrow$
$\rightarrow y = 14$

d) $\frac{n}{3} - 8 = \frac{7n}{12} + 6 \rightarrow \frac{n}{3} - \frac{7n}{12} = 14 \rightarrow$
$\rightarrow \frac{4n - 7n}{12} = \frac{168}{12} \rightarrow -3n = 168 \rightarrow$
$\rightarrow n = -56$

10. Respostas pessoais. Sugestões de respostas:
1) $5x + 30 = 2x - 6$ (resposta: $x = -12$)
2) $\frac{p}{2} - \frac{p}{5} = 3$ (resposta: $p = 10$)

11. Seja **x** a quantidade de quilômetros do percurso.
$\frac{x}{50} + \frac{4}{5}x + 4{,}5 = x \rightarrow$
$\rightarrow \frac{x}{50} + \frac{40}{50}x + \frac{225}{50} = \frac{50}{50}x \rightarrow$
$\rightarrow x + 40x + 225 = 50x \rightarrow$
$\rightarrow 225 = 50x - 41x \rightarrow 225 = 9x \rightarrow$
$\rightarrow x = \frac{225}{9} \rightarrow x = 25$
Resposta: 25 km.

Pensar e Praticar – p. 49

Para mostrar que $a + c = f$, consideramos a soma das medidas dos ângulos internos do triângulo.
$a + b + c = 180°$ (**I**)
Como um ângulo interno e o ângulo externo adjacentes de um triângulo são suplementares, temos: $b + f = 180°$ (**II**)
Das igualdades **I** e **II**, segue que:
$a + b + c = b + f$
$a + b - b + c = b - b + f$
$a + c = f$
De maneira análoga, mostramos que $a + b = g$.
Da soma das medidas dos ângulos internos do triângulo, temos: $a + b + c = 180°$ (**I**)
Como um ângulo interno e o ângulo externo adjacentes de um triângulo são suplementares, temos: $c + g = 180°$ (**II**)
Das igualdadas **I** e **II**, segue que:
$a + b + c = c + g$
$a + b + c - c = c - c + g$
$a + b = g$

Atividades – p. 49 e 50

1. a) Resposta pessoal. Opostos.
b) Resposta pessoal. Opostos.

2. Seja **x** a medida do ângulo interno do triângulo que Sheila não indicou e **y**, a medida do ângulo externo adjacente a ele. Assim:
$x + 100° + 35° = 180° \rightarrow$
$\rightarrow x = 180° - 100° - 35° \rightarrow x = 45°$
$x + y = 180° \rightarrow 45° + y = 180° \rightarrow$
$\rightarrow y = 180° - 45° \rightarrow y = 135°$
Resposta: 45°. 135°.

3. Seja **t** a medida de cada lado do triângulo.
Assim: $t + t + t = 36 \rightarrow 3t = 36 \rightarrow t = 12$
Então: $2x - 2 = 12 \rightarrow 2x = 14 \rightarrow x = 7$
Resposta: 7 m

4. a) $5 + 20 = 25 > 8 \rightarrow$ Ok
$5 + 8 = 13 < 20 \rightarrow$ Não
$20 + 8 = 28 > 5 \rightarrow$ Ok
Portanto, essas medidas não podem ser lados de um triângulo.
b) $15 + 12 = 27 > 9 \rightarrow$ Ok
$15 + 9 = 24 > 12 \rightarrow$ Ok
$12 + 9 = 21 > 15 \rightarrow$ Ok
Portanto, essas medidas podem ser lados de um triângulo.
c) $30 + 45 = 75 > 60 \rightarrow$ Ok
$30 + 60 = 90 > 45 \rightarrow$ Ok
$45 + 60 = 105 > 30 \rightarrow$ Ok
Portanto, essas medidas podem ser lados de um triângulo.
d) $21 + 32 = 53 > 10 \rightarrow$ Ok
$21 + 10 = 31 < 32 \rightarrow$ Não
$32 + 10 = 42 > 21 \rightarrow$ Ok
Portanto, essas medidas não podem ser lados de um triângulo.
Resposta: **b** e **c**.

5. A soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é 180°, como são três triângulos temos:
$3 \cdot 180° = 540°$
Como os pontos **A**, **B** e **C** estão alinhados, a soma dos ângulos com vértice em **B** é 180°. Então, a soma das medidas dos ângulos marcados em cinza é dada por:
$540° - 180° = 360°$
Resposta: Alternativa **d**.

6. $(3x + 5°) + 2x = 180°$
$5x + 5° = 180°$
$5x = 175°$
$x = 35°$
Medida do ângulo ABC: $35° + 14° = 49°$
Medida do ângulo ACB:
$3 \cdot 35° + 5° = 110°$
Medida do ângulo BAC:
$180° - 49° - 110° = 21°$
Resposta: Alternativa **a**.

Atividades – p. 53 e 54

1. **a** e **e**; **b** e **f**; **c** e **d**.

2. Atividade de construção geométrica. Espera-se que os estudantes desenhem um segmento de reta de medida 5 cm (congruente a $\overline{AB}$) e um segmento de reta de medida 3,5 cm (congruente a $\overline{CD}$).

3. a) $x = 8$ cm; $y = 100°$; $z = 50°$; $w = 5$ cm.
b) $x = 135°$; $y = 7$ cm; $z = 5$ cm; $k = 6$ cm; $w = 110°$; $p = 120°$.

4. Resposta esperada: Medindo um lado de cada um deles. Se essas medidas forem iguais, os quadrados são congruentes.

5. a) LAA_o, pois $\overline{AC} \equiv \overline{DF}$, $A\hat{C}B \equiv E\hat{D}F$ e $A\hat{B}C \equiv D\hat{E}F$.
b) LLL, pois $\overline{AB} \equiv \overline{DE}$, $\overline{BC} \equiv \overline{EF}$ e $\overline{AC} \equiv \overline{DF}$.
c) LAL, pois $\overline{AB} \equiv \overline{EF}$, $B\hat{A}C \equiv D\hat{E}F$ e $\overline{AC} \equiv \overline{ED}$.
d) ALA, pois $B\hat{A}C \equiv D\hat{E}F$, $\overline{AB} \equiv \overline{DE}$ e $A\hat{B}C \equiv E\hat{D}F$.

6. **a**: LLL; **d**: LAA_o.
Resposta: **a** e **d**

7. Triângulos DEF e GHI.

8. a) Sim. Resposta esperada: Pelo caso de congruência LAL, pois $\overline{BC}$ é um lado comum, $A\hat{C}B \equiv D\hat{C}B$ e $\overline{AC} \equiv \overline{DC}$.
b) Seja **x** a medida de $A\hat{B}C$ e de $C\hat{B}D$ (ângulos congruentes).
$x + x + 140° = 360° \rightarrow$
$\rightarrow 2x = 220° \rightarrow x = 110°$

Reveja – p. 55

1. $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^4$.
Resposta: Alternativa **c**.

2. $2^6 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 64$
$4^{-3} = \frac{1}{4^3} = \frac{1}{64}$
$\left(\frac{1}{2}\right)^{-6} = \frac{1}{\left(\frac{1}{2}\right)^6} = 2^6 = 64$
$\left(\frac{1}{8}\right)^{-2} = \frac{1}{\left(\frac{1}{2}\right)^8} = 8^2 = 64$
Resposta: Alternativa **b**.

3. $\frac{75^5}{243 \cdot 5^3} = \frac{(5 \cdot 5 \cdot 3)^5}{3^5 \cdot 5^3} = \frac{(5^2 \cdot 3)^5}{3^5 \cdot 5^3} =$
$= \frac{5^{10} \cdot 3^5}{3^5 \cdot 5^3} = \frac{5^{10}}{5^3} = 5^7$
Resposta: Alternativa **d**.

4. Como a população é duplicada a cada 1h30min, então, em 48 h essa bactéria se reproduzirá por bipartição 32 vezes (48 : 1,5 = 32).
Assim, teremos 2^{32} bactérias após todos os processos.
Resposta: Alternativa **a**.

5. Como Amanda sacou R$ 220,00, sendo uma nota de R$ 50,00 e x notas de R$ 20,00, a equação que representa essa situação é $20x + 50 = 220$.
Resposta: Alternativa **a**.

6. Como os lados AC e BC têm a mesma medida, o triângulo é isósceles. Como o triângulo é isósceles, os dois outros ângulos internos não indicados possuem mesma medida. Assim, sendo **x** a medida de cada um deles, tem-se:
$2x + 30° = 180 \rightarrow 2x = 180° - 30° \rightarrow$
$\rightarrow 2x = 150° \rightarrow x = \frac{150°}{2} = 75°$
Portanto, o triângulo é isósceles e acutângulo.
Resposta: Alternativa **c**.

7. Observando o desenho, temos que $A\hat{C}B$ é oposto pelo vértice a $D\hat{C}E$. Além disso, $AC \equiv DC$, pois têm a mesma medida. Desse modo, temos que os triângulos são congruentes pelo caso ALA.
Resposta: Alternativa **b**.

Unidade 3

Porcentagem, geometria e medidas

Página de Abertura – p. 56

a) Resposta pessoal. A resposta depende da experiência do estudante.
b) Resposta esperada: Para que o Poder Público possa ter subsídios para aplicação dos recursos públicos e melhorar a qualidade de vida da população.
c) $203\,062\,512 - 190\,755\,799 = 12\,306\,713$
$\frac{12\,306\,713}{190\,755\,799} \cong 0{,}065 = 6{,}5\%$
Resposta: Aproximadamente 6,5%; 12 306 713 habitantes.

Pensar e Praticar – p. 58

A resposta depende da velocidade pesquisada.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

Atividades – p. 59 e 60

1. a) $12\% = \frac{12}{100} = 0{,}12$
$0{,}12 \cdot 30 = 3{,}6$.
Resposta: R$ 3,60.
b) $48{,}5\% = \frac{48{,}5}{100} = 0{,}485$
$0{,}485 \cdot 250 = 121{,}25$.
Resposta: R$ 121,25.
c) $60\% = \frac{60}{100} = 0{,}60$
$0{,}60 \cdot 490 = 294$.
Resposta: R$ 294,00.
d) $27{,}8\% = \frac{27{,}8}{100} = 0{,}278$
$0{,}278 \cdot 145 = 40{,}31$.
Resposta: R$ 40,31.

2. Realizando o pagamento à vista, Moisés terá 15% de desconto na compra de cada pneu. Desse modo, o desconto será: $0{,}15 \cdot 279 = 41{,}85$, ou seja, R$ 41,85. Assim, o preço a pagar por pneu será: $279{,}00 - 41{,}85 = 237{,}15$, ou seja, R$ 237,15. Como ele comprará 4 pneus, o valor da compra será: $237{,}15 \cdot 4 = 948{,}60$, ou seja, R$ 948,60.
Realizando o pagamento a prazo, Moisés terá 10% de desconto na compra de cada pneu. Desse modo, o desconto será: $0{,}10 \cdot 279 = 27{,}90$, ou seja, R$ 27,90. Assim, o preço a pagar por pneu será: $279{,}00 - 27{,}90 = 251{,}10$, ou seja, R$ 251,10. Como ele comprará 4 pneus, o valor da compra será: $4 \cdot 251{,}10 = 1\,004{,}40$, ou seja, R$ 1.004,40.
Respostas: R$ 948,60. R$ 1.004,40.

3. **I.** $\frac{30}{100} \cdot 20 = 6$
Resposta: 6 g
II. $\frac{55}{100} \cdot 20 = 11$
Resposta: 11 g

4. $30 + 18 + 45 + 32 = 125$
Bateria: $\frac{30}{125} = 0{,}24$, ou seja, 24%.
Flauta transversal: $\frac{18}{125} = 0{,}144$, ou seja, 14,4%.
Teclado: $\frac{45}{125} = 0{,}36$, ou seja, 36%.
Violão: $\frac{32}{125} = 0{,}256$, ou seja, 25,6%.
Resposta: Bateria: 24%; flauta transversal: 14,4%; teclado: 36%; violão: 25,6%.

5. 8% de desconto corresponde a R$ 20,00 ($0{,}08 \cdot 250 = 20$).
5% de acréscimo corresponde a R$ 12,50 ($0{,}05 \cdot 250 = 12{,}50$).
a) • $250{,}00 - 20{,}00 = 230{,}00$
Resposta: R$ 230,00.
• Resposta: R$ 250,00.
• $250{,}00 - 20{,}00 = 230{,}00$
Resposta: R$ 230,00.
• $250 + 12{,}50 = 262{,}50$
Resposta: R$ 262,50.
b) $262{,}50 - 230{,}00 = 32{,}5$
Resposta: R$ 32,50.

6. $\frac{12}{100} \cdot 7{,}25 = 0{,}87$
$7{,}25 + 0{,}87 = 8{,}12$
Resposta: R$ 8,12

7. a) *Videogame*: $\frac{20}{100} \cdot 1\,650 = 330$, ou seja, R$ 330,00.
Mochila: $\frac{6{,}5}{100} \cdot 110 = 7{,}15$, ou seja, R$ 7,15.
Televisor: $\frac{9{,}75}{100} \cdot 2\,700 = 263{,}25$, ou seja, R$ 263,25.
Resposta: *Videogame*: R$ 330,00; mochila: R$ 7,15; televisor: R$ 263,25.
b) *Videogame*.
c) *Videogame*.

8. Resposta pessoal. A resposta depende do cupom fiscal escolhido pelo estudante.

9. a) R$ 141,00
b) R$ 142,50
c) R$ 129,00
d) R$ 144,75

10. a) Natália
Desconto: $0{,}50 \cdot 59{,}90 = 29{,}95$, ou seja, R$ 29,95.
Preço pago: $119{,}90 + 29{,}95 = 149{,}85$, ou seja, R$ 149,85.
Paulo
Preço pago: $98{,}00 + 65{,}90 = 163{,}90$, ou seja, R$ 163,90.
Resposta: Natália: R$ 149,85; Paulo: R$ 163,90.
b) Resposta pessoal. Sugestões de resposta:
1) Camila comprou uma calça igual à de Natália e uma camiseta igual à de Paulo. Quanto Camila pagou pelas peças? Resposta: R$ 144,85.
2) Caio comprou uma bermuda e uma camisa igual à de Paulo e uma calça igual à de Natália. Quanto ele pagou pelas peças. Resposta: R$ 217,90.

Pensar e Praticar – p. 62

$120{,}00 + 129{,}60 = 249{,}60$, ou seja, R$ 249,60.

Pensar e Praticar – p. 62

$80{,}00 - 57{,}60 = 22{,}40$
$\frac{22{,}40}{80{,}00} = 0{,}28$, ou seja, 28%.

Atividades – p. 63

1. a) R$ 14.000,00.
b) Rendimento do juro no 1º ano: $0{,}06 \cdot 14\,000{,}00 = 840{,}00$
Rendimento do juro no 2º ano: $0{,}06 \cdot 14\,840{,}00 = 890{,}40$.
Rendimento do juro no 3º ano: $0{,}06 \cdot 15\,730{,}40 = 943{,}82$.
Rendimento do juro ao final dos três anos: $840{,}00 + 890{,}40 + 943{,}82 = 2\,674{,}22$.
Respostas: R$ 840,00. R$ 2.674,22.
c) $14\,000{,}00 + 2\,674{,}22 = 16\,674{,}22$.
Resposta: R$ 16.674,22.

2. a) Desconto de 12%: $0{,}12 \cdot 185{,}50 = 22{,}26$, ou seja, R$ 22,26.
Valor a ser pago com o desconto de 12%: $185{,}50 - 22{,}26 = 163{,}24$, ou seja, R$ 163,24.
Desconto de 5%: $0{,}05 \cdot 163{,}24 = 8{,}16$, ou seja, R$ 8,16.
Valor a ser pago: $163{,}24 - 8{,}16 = 155{,}08$, ou seja, R$ 155,08.
Resposta: R$ 155,08.
b) $22{,}26 + 8{,}16 = 30{,}42$.
Resposta: R$ 30,42.

3. Opção **I**:
1º ano: $1{,}10 \cdot 2.000 = 2\,200$, ou seja, R$ 2.200,00.
2º ano: $1{,}10 \cdot 2.200 = 2\,420$, ou seja, R$ 2.420,00.
3º ano: $1{,}10 \cdot 2.420 = 2\,662$, ou seja, R$ 2.662,00.
Opção **II**: $1{,}32 \cdot 2.000 = 2\,640$, ou seja, R$ 2.640,00.
Resposta esperada: A opção **I**, pois nela o rendimento é de R$ 662,00, enquanto na opção **II** o rendimento é de R$ 640,00.

4. $1{,}10 \cdot 1{,}15 = 1{,}265$. A parte inteira corresponde aos 100%, e a parte decimal corresponde ao acréscimo. Desse modo, o acréscimo foi de 26,5%.

5. a) 2023. Resposta esperada: Indica que os preços de bens, produtos e serviços no Brasil, em geral, aumentaram mais em 2023 do que em 2020.
b) Taxas de inflação:
$5{,}79\% = \frac{5{,}79}{100} = 0{,}0579$ e
$4{,}62\% = \frac{4{,}62}{100} = 0{,}0462$.
Rafaela: Valor do primeiro aumento: $4\,030{,}00 \cdot 1{,}0579 = 4\,263{,}34$, ou seja, R$ 4.263,34.
Valor do segundo aumento: $4\,263{,}34 \cdot 1{,}0462 = 4\,460{,}30$, ou seja, R$ 4.460,30.
Jorge: Valor do primeiro aumento: $2\,318{,}00 \cdot 1{,}0579 = 2\,452{,}21$, ou seja, R$ 2.452,21.
Valor do segundo aumento: $2\,452{,}21 \cdot 1{,}0462 = 2\,565{,}50$, ou seja, R$ 2.565,50.
Resposta: Rafaela: R$ 4.460,30; Jorge: R$ 2.565,50.

Conexões – p. 64 e 65

1. Respostas pessoais.
2. Resposta pessoal.
3. Respostas pessoais.

Pensar e Praticar – p. 67

Vértices **A**, **B** e **F**.

Pensar e Praticar – p. 69

Resposta esperada: Sim, pois todos os lados e todos os ângulos internos têm medidas iguais (todos os ângulos internos são retos).

Atividades – p. 70 e 71

1. a) Alice poderá fazer dupla com todos os colegas, exceto com ela mesma e com os dois colegas adjacentes a ela, ou seja, exceto com três estudantes.
Assim: $10 - 3 = 7$
Resposta: 7 maneiras.
b) Considerando que cada estudante corresponde a um vértice de um polígono de 10 lados, a quantidade de maneiras de formar uma dupla de estudantes é equivalente ao total de diagonais de um polígono de 10 lados. Assim: $D = \frac{10 \cdot (10 - 3)}{2} = 35$
Resposta: 35 maneiras.

2. a) **I:** $D = \frac{n \cdot (n - 3)}{2} \rightarrow$
$\rightarrow D = \frac{10 \cdot (10 - 3)}{2} \rightarrow D = 35$
II: $D = \frac{n \cdot (n - 3)}{2} \rightarrow$
$\rightarrow D = \frac{11 \cdot (11 - 3)}{2} \rightarrow D = 44$
III: $D = \frac{n \cdot (n - 3)}{2} \rightarrow$
$\rightarrow D = \frac{9 \cdot (9 - 3)}{2} \rightarrow D = 27$
Resposta: **I**: 35 diagonais; **II**: 44 diagonais; **III**: 27 diagonais.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

b) **I:** $S = (n - 2) \cdot 180° \rightarrow S = (10 - 2) \cdot 180° \rightarrow S = 1\,440°$
II: $S = (n - 2) \cdot 180° \rightarrow S = (11 - 2) \cdot 180° \rightarrow S = 1\,620°$
III: $S = (n - 2) \cdot 180° \rightarrow S = (9 - 2) \cdot 180° \rightarrow S = 1\,260°$
Resposta: **I**: 1 440°; **II**: 1 620°; **III**: 1 260°.

3. a) $\frac{(n - 2) \cdot 180°}{n} \rightarrow \frac{(12 - 2) \cdot 180°}{12} = 150°$

b) $\frac{(n - 2) \cdot 180°}{n} \rightarrow \frac{(3 - 2) \cdot 180°}{3} = 60°$

4. Atividade de construção geométrica.

5. $140° = \frac{(n - 2) \cdot 180°}{n} \rightarrow 140° \cdot n = 180° \cdot n - 360° \rightarrow$
$\rightarrow 40° \cdot n = 360° \rightarrow n = 9$
Resposta: Eneágono.

6. a) 360°
b) 360°
c) • Resposta pessoal. Resposta esperada: Sim.
• Resposta esperada: A soma das medidas dos ângulos externos dos polígonos convexos analisados é 360°.

Pensar e Praticar – p. 72

A resposta depende do valor obtido pelo estudante na pesquisa. O estudante deverá multiplicar por 100 o preço do metro linear de tapume.

Pensar e Praticar – p. 73

Como o quadrado é um caso particular de losango, em que as diagonais têm medidas iguais, temos: $A = \frac{d \cdot d}{2}$ ou $A = \frac{d^2}{2}$.

Atividades – p. 76

1. a) $A = 18 \cdot 25 = 450$; 450 cm²
b) $A = 15 \cdot 21 = 315$; 315 cm²
c) $A = \frac{(24 + 12) \cdot 10}{2} = 180$; 180 cm²
d) $A = \frac{(16 \cdot 20)}{2} = 160$; 160 cm²

2. Rolo **A**: $1{,}80 \cdot 30 = 54$ m²;
$810 : 54 = 15$, ou seja, R$ 15,00 por m².
Rolo **B**: $1{,}50 \cdot 35 = 52{,}5$ m²;
$840 : 52{,}5 = 16$, ou seja, R$ 16,00 por m².
Rolo **C**: $1{,}50 \cdot 40 = 60$ m²; $900 : 60 = 15$, ou seja, R$ 15,00 por m².
Resposta: Pode escolher o rolo **A** ou rolo **C**.

3. Resposta pessoal. Sugestão de resposta: Moacir encontrou um terreno com formato de um trapézio, em que os lados não paralelos medem 13 m cada e a distância entre os lados paralelos é de 12 m. Sabendo que ele vai gastar todo o orçamento disponível nessa compra, qual é o valor do metro quadrado desse terreno? Se necessário, utilize uma calculadora.
Resposta: Aproximadamente R$ 370,37 por m².

4. a) $A = \frac{4 \cdot 4}{2} = 8$
Resposta: 8 cm²
b) $A = \frac{6{,}5 \cdot 4{,}8}{2} = 15{,}6$
Resposta: 15,6 cm²

5. a) $750 = \frac{x \cdot 30}{2} \rightarrow x = 50$
$y + x + x = 120$
$y + 100 = 120 \rightarrow y = 20$
Área dos pedaços:
$2 \cdot \frac{20 \cdot 30}{2} = 600$
Resposta: 600 cm²
b) $x = 50$ cm; $y = 20$ cm.

6. Seja ED = x. Assim: $\frac{(x + 12)8}{2} = 2 \cdot \frac{(12 - x)8}{2}$
$x + 12 = 2(12 - x) \rightarrow x = 4$
Portanto, $AE = 12 - 4 = 8$.
Resposta: 8 m

Reveja – p. 77

1. $75\% = \frac{75}{100} = 0{,}75$
$0{,}75 \cdot 650 = 487{,}50$
$487{,}50 - 365{,}00 = 122{,}50$, ou seja, R$ 122,50.
Resposta: Alternativa **a**.

2. $130 \cdot 0{,}90 = 117$, ou seja, R$ 117,00.
$117 \cdot 0{,}95 = 111{,}15$, ou seja, R$ 111,15.
Resposta: Alternativa **c**.

3. $\frac{(n - 2) \cdot 180°}{n} = 144° \rightarrow (n - 2) \cdot 180° = 144° \cdot n \rightarrow$
$\rightarrow 180° \cdot n - 360° = 144° \cdot n \rightarrow 180° \cdot n - 144° \cdot n = 360° \rightarrow$
$\rightarrow 36° \cdot n = 360° \rightarrow n = \frac{360°}{36°} = 10$
$10 \cdot 3 = 30$, ou seja, 30 cm.
Resposta: Alternativa **b**.

4. Sendo **x** a altura do triângulo, temos:
$12{,}5 = \frac{5 \cdot x}{2} \rightarrow 25 = 5x \rightarrow x = \frac{25}{5} \rightarrow x = 5$, ou seja, 5 cm.
Resposta: Alternativa **a**.

5. $A = \frac{(26 + 20) \cdot 8}{2} \rightarrow A = 46 \cdot 4 = 184$, ou seja, 184 m².
$184 \cdot 23{,}50 = 4\,324$, ou seja, R$ 4.324,00.
Resposta: Alternativa **b**.

Unidade 4

Radiciação, proporção, gráficos e medidas estatísticas

Página de Abertura – p. 78

a) Resposta pessoal. Uma resposta possível: Colheita, secagem, beneficiamento, torrefação e moagem.
b) $A = 100 \cdot 100 = 10\,000$
Resposta: 10 000 m².
c) Resposta pessoal. A resposta depende do comércio frequentado.

Atividades – p. 81 e 82

1. a) $\sqrt{49} = \sqrt{7^2} = 7$
b) $\sqrt{144} = \sqrt{12^2} = 12$
c) $\sqrt[3]{125} = 5$
d) $\sqrt[4]{81} = 3$
e) $\sqrt[5]{-32} = \sqrt[5]{(-2)^5} = -2$
f) $\sqrt{1{,}96} = \sqrt{(1{,}4)^2} = 1{,}4$
g) $\sqrt{\frac{1}{36}} = \frac{1}{6}$
h) $\sqrt[3]{-64} = -4$

2. Seja **L** a medida do lado do quadrado de 64 cm² de área. Assim:
$A = L^2$.
$L = \sqrt{A} \longrightarrow L = \sqrt{64} \longrightarrow L = \sqrt{(8)^2} \longrightarrow L = 8$ cm

3. a) Aquário menor: 8 L = 8 dm³; $\sqrt[3]{8} = 2$
Aquário maior: 27 L = 27 dm³; $\sqrt[3]{27} = 3$
Resposta: 2 dm; 3 dm.
b) $100 - 29{,}90 = 70{,}10$
Resposta: R$ 70,10.

4. a) $\sqrt{81} = \sqrt{9^2} = 9$
b) $\sqrt[4]{256} = 4$
c) $\sqrt[4]{10\,000} = 10$
d) $\sqrt[3]{216} = 6$

5. **I.** $\sqrt{100} = \sqrt{10^2} = 10$, ou seja, a solução é um número real.
II. $\sqrt[5]{-32} = \sqrt[5]{(-2)^5} = -2$, ou seja, a solução é um número real.
III. $\sqrt[4]{\frac{1}{625}} = \sqrt[4]{\frac{1^4}{5^4}} = \frac{1}{5}$, ou seja, a solução é um número real.
IV. $\sqrt[8]{-1}$, a solução não é um número real.
V. $\sqrt{-\frac{1}{2}}$, a solução não é um número real.
Resposta: Nas fichas **I**, **II** e **III**.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

6. a) $\sqrt{38,44} = 6,2$
Resposta: 6,2 m.
b) $\sqrt{15,21} = 3,9$
Resposta: 3,9 m.
c) $\sqrt{16,8921} = 4,11$
Resposta: 4,11 m.
d) $\sqrt{29,8116} = 5,46$
Resposta: 5,46 m.

7. a) Resposta esperada: Inicialmente, escreveu-se na forma de fração o número racional expresso na forma decimal. Depois, calculou-se a raiz quadrada do número obtido na forma de fração. Por fim, escreveu-se o resultado na forma de número decimal.

b) • $\sqrt{0,16} = \sqrt{\frac{16}{100}} = \sqrt{\left(\frac{4}{10}\right)^2} = \frac{4}{10} = 0,4$

• $\sqrt{0,81} = \sqrt{\frac{81}{100}} = \frac{9}{10} = 0,9$

• $\sqrt{1,44} = \sqrt{\frac{144}{100}} = \frac{12}{10} = 1,2$

• $\sqrt{0,0001} = \sqrt{\frac{1}{10\,000}} = \frac{1}{100} = 0,01$

8. Os lados dos quadrados de áreas iguais a 25 cm², 16 cm², 9 cm², 4 cm² e 1 cm² medem, respectivamente, 5 cm, 4 cm, 3 cm, 2 cm e 1 cm.
Assim, a medida do perímetro da figura, em centímetro, é dada por:
$5 + 5 + 5 + 1 + 4 + 1 + 3 + 1 + 2 + 1 + 1 + 1 + 1 + 2 + 3 + 4 = 40$
Resposta: 40 cm.

9. $x^2 = 64 \rightarrow x = \sqrt{64} = 8$
A medida do lado do quadrado é 8 cm.
Logo, o perímetro é $8 + 8 + 8 + 8 = 32$, ou seja, 32 cm.
Resposta: O lado do quadrado mede 8 cm e o perímetro 32 cm.

Pensar e Praticar – p. 84

Respostas esperadas: O número 784 é um número quadrado perfeito, pois $28^2 = 784$. Já o número 84 não é um número quadrado perfeito, pois não existe um número natural que elevado ao quadrado seja igual a 84.

Atividades – p. 85

1. • $\sqrt{64} < \sqrt{70} < \sqrt{81}$
Logo, $8 < \sqrt{70} < 9$.
Assim, $\sqrt{70}$ corresponde ao ponto **C**.
• $\sqrt{49} = 7$
Assim, $\sqrt{49}$ corresponde ao ponto **B**.
• $\sqrt{25} < \sqrt{30} < \sqrt{36}$
Logo, $5 < \sqrt{30} < 6$.
Assim, $\sqrt{30}$ corresponde ao ponto **A**.
• $\sqrt{81} < \sqrt{95} < \sqrt{100}$
Logo, $9 < \sqrt{95} < 10$.
• $\sqrt{81} < \sqrt{83} < \sqrt{100}$
Logo, $9 < \sqrt{83} < 10$.
Como $\sqrt{95} > \sqrt{83}$, temos que $\sqrt{95}$ corresponde ao ponto **E** e $\sqrt{83}$, ao ponto **D**.
Resposta: **A**: $\sqrt{30}$; **B**: $\sqrt{49}$; **C**: $\sqrt{70}$; **D**: $\sqrt{83}$ e **E**: $\sqrt{95}$

2. a) 22
b) Aproximadamente 5,3.
c) 35
d) Aproximadamente 11,1.

3. $8,0622577 \cdot 8,0622577 \simeq 65$.
Portanto, Tiago deve ter digitado o número 65 e, em seguida, a tecla $\sqrt{\ }$.

4. a) $4^2 = 16$; $10^2 = 100$
Respostas: 16 representações de quadrados. 100 representações de quadrados.
b) • Sim, pois como $\sqrt{225} = 15$, temos que existe uma figura nessa sequência composta de 225 representações de quadrados.
• Não, pois como $\sqrt{220}$ não é exata, temos que não existe uma figura nessa sequência composta de exatamente 220 representações desses quadrados.

5. Seja **L** a medida do lado do quadrado.
Assim: $L = \sqrt{52}$ cm, ou seja, aproximadamente 7,2 cm. Como $AC = AB + BC$ e $AB \simeq 7,2$ cm, então $BC \simeq 20 - 7,2 = 12,8$.
Resposta: Alternativa **b**.

6. a) $\sqrt{588} = \sqrt{2^2 \cdot 3 \cdot 7^2}$

b) $\sqrt{324} = \sqrt{2^2 \cdot 3^2 \cdot 3^2} = \sqrt{(2 \cdot 3 \cdot 3)^2} = \sqrt{18^2} = 18$

c) $\sqrt{1\,800} = \sqrt{2^2 \cdot 2 \cdot 3^2 \cdot 5^2}$

d) $\sqrt{2\,025} = \sqrt{3^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2} = \sqrt{(3 \cdot 3 \cdot 5)^2} = \sqrt{45^2} = 45$

e) $\sqrt{1\,936} = \sqrt{2^2 \cdot 2^2 \cdot 11^2} = \sqrt{(2 \cdot 2 \cdot 11)^2} = \sqrt{44^2} = 44$

Resposta: **b**: 18; **d**: 45; **e**: 44.

Pensar e Praticar – p. 87

$40 \cdot 750 = 30\,000$; $500 \cdot 60 = 30\,000$

Atividades – p. 88 e 89

1. a) 3, 7, 21 e 49. c) 7 e 21.
b) 3 e 49.

2. a) Resposta esperada: Modelo **III**.

b) • Modelo **I**: $\frac{1\,310}{10} = 131$
• Modelo **II**: $\frac{575}{5} = 115$
• Modelo **III**: $\frac{1\,960}{20} = 98$
Resposta: Modelo **I**: 131 g/km;
Modelo **II**: 115 g/km;
Modelo **III**: 98 g/km.

c) Resposta pessoal. A resposta depende da resposta do estudante no item **a**.

3. a) $\frac{2}{9}$ d) $\frac{14}{60}$; $\frac{7}{30}$.
b) $\frac{8}{4}$; 2. e) $\frac{16}{72}$; $\frac{2}{9}$.
c) $\frac{42}{180}$; $\frac{7}{30}$.
• **a**-**e**; **c**-**d**.

4. a) A densidade demográfica corresponde à razão entre a população e a extensão territorial de uma região e costuma ser expressa em habitantes por quilômetro quadrado (hab/km²).
b) Resposta esperada: $\frac{p}{q}$.
c) $\frac{90\,000}{75} = 1\,200$, ou seja, 1 200 hab/km².

5. a) Elaine Thompson-Herah, na prova de 200 m: $\frac{200}{21,53} \simeq 9,3$, ou seja, aproximadamente 9,3 m/s; Shaunae Miller-Uibo, na prova de 400 m: $\frac{400}{48,36} \simeq 8,3$, ou seja, aproximadamente 8,3 m/s.
b) Elaine Thompson-Herah, na prova de 100 m, obteve a maior velocidade média. Shaunae Miller-Uibo, na prova de 400 m, obteve a menor velocidade média.

6. a) Marca **A**: $\frac{26}{200}$; marca **B**: $\frac{32}{180}$; marca **C**: $\frac{130}{1\,000}$.
b) Resposta esperada: Marcas **A** e **C**, pois $26 \cdot 1000 = 26000$ e $200 \cdot 130 = 26000$.

7. a) Sabão líquido 5 L: $\frac{48,75}{5}$; sabão líquido 3 L: $\frac{29,25}{3}$.
b) Resposta esperada: Sim, pois: $48,75 \cdot 3 = 146,25$ e $29,25 \cdot 5 = 146,25$.
c) Resposta esperada: Em ambos os produtos, o preço por litro é o mesmo. Assim, em relação à razão preço por litro, nenhum produto é mais vantajoso que o outro.

Atividades – p. 91 e 92

1. a) R$ 50,00.
b) $30 + 30 = 60 \rightarrow 60 - 50 = 10$, ou seja, R$ 10,00.
c) $90 + 30 = 120 \rightarrow 120 - 85 = 35$, ou seja, R$ 35,00.
Entre os dias 29 de janeiro e 5 de fevereiro.
d) Resposta esperada: É importante controlar o dinheiro que se ganha para, por exemplo, evitar gastos excessivos.

2. Maior lucro: $20 - 10 = 10$ (fevereiro).
Resposta: Alternativa **b**.

3. No dia 1, o alerta está correto, pois a temperatura é inferior a 10 °C e a umidade relativa do ar é inferior a 40%. No dia 12, o alerta está incorreto, pois a temperatura não está entre 35 °C e 40 °C. No dia 13, o alerta está incorreto, pois a umidade relativa do ar é superior a 25%.
Resposta: Alternativa **a**.

4. Analisando o gráfico, pode-se identificar que a variação do nível de chuvas entre janeiro e fevereiro é inferior a 50 mm; a temperatura em janeiro é superior a 15 °C; e a variação de temperatura entre janeiro e fevereiro é inferior a 5 °C.
Resposta: Alternativa **a**.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

Pensar e Praticar – p. 93

Resposta pessoal. É esperado que os estudantes já possuam um entendimento prévio das palavras média e moda, tendo os significados, respectivamente, relacionados a uma estimativa e algo que ocorra com muita frequência.

Pensar e Praticar – p. 94

Média:

$\frac{22 + 23{,}90 + 23{,}90 + 23{,}90 + 24 + 24 + 24{,}50 + 24{,}50}{8} \approx 23{,}84$

Média aritmética: aproximadamente 23,84; Moda: 23,90.

Atividades – p. 95 e 96

1. a) Média: $\frac{76 + 56 + 68 + 76 + 76 + 53 + 64}{7} = 67$; moda: 76; mediana: 68.

b) Média: $\frac{90 + 73 + 78 + 75 + 86 + 86 + 78 + 82 + 78 + 86}{10} = 81{,}2$; moda: 78 e 86; mediana: $\frac{78 + 82}{2} = 80$.

c) Média: $\frac{76 + 84 + 50 + 84}{4} = 73{,}5$; moda: 84; mediana: $\frac{76 + 84}{2} = 80$.

d) Média: $\frac{50 + 46 + 64 + 40 + 50 + 50 + 48 + 50 + 67 + 46 + 64 + 50 + 51}{13} =$ $= 52$; moda: 50; mediana: 50.

e) Média: $\frac{40 + 54 + 45 + 63 + 65 + 45}{6} = 52$; moda: 45; mediana: $\frac{45 + 54}{2} = 49{,}5$.

Itens **d** e **e**. Itens **b** e **c**.

2. a) Média: $\frac{27 + 28 + 26 + 25 + 21 + 21 + 20}{7} = 24$, ou seja, 24 °C; moda: 21 °C; mediana: 25 °C.

b) $28 - 20 = 8$

Resposta: 8 °C

c) Domingo, segunda-feira, terça-feira e quarta-feira.

3. $\frac{11 + 12 + 14 + 13 + 11 + x}{6} = 12 \rightarrow x = 11$

$14 - 11 = 3$

Resposta: 11 m³; 3 m³.

4. Temos que:

$\frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9 + x_{10}}{10} = 32$

$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9 + x_{10} = 320$

Logo,

$\frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9 + x_{10} - x_{10}}{9} = 30$

$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9 + x_{10} - x_{10} = 270$

$320 - x_{10} = 270 \rightarrow x_{10} = 320 - 270 \rightarrow x_{10} = 50$.

Resposta: Alternativa **d**.

5. a) Média:

$\frac{180 + 152 + 195 + 184 + 177 + 182 + 170 + 184}{8} =$

$= \frac{1\,424}{8} = 178$, ou seja, 178 cm.

Moda: 184 cm.

Para determinar a mediana, organizamos os dados em ordem crescente: 152, 170, 177, 180, 182, 184, 184, 195.

Mediana: $\frac{180 + 182}{2} = 181$, ou seja, 181 cm.

b) Média: $\frac{4{,}80 + 4{,}76 + 4{,}82 + 4{,}70 + 4{,}82}{5} = 23{,}9 = 4{,}78$, ou seja, R$ 4,78.

Moda: R$ 4,82.

Para determinar a mediana, organizamos os dados em ordem crescente: 4,70; 4,76; 4,80; 4,82; 4,82.

Mediana: R$ 4,80.

c) Média: $\frac{8 + 0 + 3 + 12 + 4 + 0 + 8}{7} = \frac{35}{7} = 5$, ou seja, 5 mm.

Moda: 0 mm e 8 mm.

Para determinar a mediana, organizamos os dados em ordem crescente: 0, 0, 3, 4, 8, 8, 12.

Mediana: 4 mm.

6. a) Resposta esperada: Da produção de ovos no Brasil nos meses de cada trimestre de 2020.

b) Fevereiro. Junho.

c) Agosto. 341 405 mil dúzias de ovos.

d) Primeiro trimestre:

$\frac{328\,200 + 313\,847 + 332\,509}{3} = \frac{974\,556}{3} = 324\,852$, ou seja, 324 852 mil dúzias de ovos.

Segundo trimestre:

$\frac{322\,260 + 327\,822 + 327\,205}{3} = \frac{977\,287}{3} \approx 325\,762$, ou seja, 325 762 mil dúzias de ovos.

Terceiro trimestre:

$\frac{340\,544 + 341\,405 + 337\,390}{3} = \frac{1\,019\,339}{3} \approx 339\,780$, ou seja, 339 780 mil dúzias de ovos.

Quarto trimestre:

$\frac{334\,160 + 325\,920 + 335\,876}{3} = \frac{995\,956}{3} \approx 331\,985$, ou seja, 331 985 mil dúzias de ovos.

A média mensal aproximada da produção de ovos em cada trimestre de 2020 foi maior no terceiro trimestre.

Reveja – p. 97

1. $243 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^5$

$\sqrt[x]{243} = \sqrt[x]{3^5} = 3^{\frac{x}{5}}$

Como $3^{\frac{x}{5}} = 3$, temos que $x = 5$.

Resposta: Alternativa **c**.

2. Vimos que podemos calcular a raiz real de um número racional negativo quando o índice dessa raiz for um número natural ímpar maior que 1. Assim, a única alternativa que não tem um número racional ímpar maior que 1 é a alternativa **a**, pois 8 é um número par.

Resposta: Alternativa **a**.

3. Com as informações da ilustração, é possível verificar que o volume de água aumentou 150 mL em 5 horas. Assim, temos que a vazão é dada por:

$\frac{150}{5} = 30$, ou seja, 30 mL/h

Resposta: Alternativa **c**.

4. Menor: $23 - 20 = 3$; ou seja, R$ 3,00.

Maior: $27 - 19 = 8$; ou seja, R$ 8,00.

Resposta: Alternativa **c**.

5. Sendo **x** a idade da goleira do time, temos:

$\frac{29 + 37 + 32 + 34 + x}{5} = 33 \rightarrow \frac{132 + x}{5} = 33 \rightarrow$

$\rightarrow 132 + x = 165 \rightarrow x = 165 - 132 \rightarrow x = 33$.

Resposta: Alternativa **c**.

Unidade 5

Proporcionalidade, medidas e ângulos

Página de Abertura – p. 98

a) Resposta pessoal. Uma resposta possível: Os alimentos *in natura* são obtidos diretamente de plantas ou animais para o consumo e não sofreram nenhuma alteração. Já os alimentos ultraprocessados passam por técnicas de processamento exclusivamente industriais.

b) $3 \cdot 5 = 15$

Resposta: 15 caquis.

c) $4{,}50 : 2 = 2{,}25$

$2 \cdot 4{,}50 + 2{,}25 = 11{,}25$

Resposta: R$ 11,25.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

Pensar e Praticar – p. 100

Resposta esperada: A quantidade de dias necessários para imprimir o lote de livros é reduzida a um terço.

Atividades – p. 101

1. Grandezas diretamente proporcionais: **a**, **b** e **c**; grandezas inversamente proporcionais: **d**.
2. Resposta pessoal. A resposta depende da investigação do estudante.

Pensar e Praticar – p. 102

$2 \cdot 12 = 24$; ou seja, 24 g

Atividades – p. 104

1. a) • $\frac{200}{250} = \frac{12}{x} \rightarrow x = 15$
   Resposta: 15 g.
   • $\frac{200}{600} = \frac{12}{x} \rightarrow x = 36$
   Resposta: 36 g.
   • $\frac{200}{1\,500} = \frac{12}{x} \rightarrow x = 90$
   Resposta: 90 g.
   b) $\frac{200}{x} = \frac{12}{27} \rightarrow x = 450$
   Resposta: 450 mL.
2. a) $\frac{2}{y} = \frac{5}{x} \rightarrow 2x = 5y \rightarrow 2x - 5y = 0$
   b) Algumas respostas possíveis:
   $x = -5$ e $y = -2$; $x = 0$ e $y = 0$; $x = 1$ e $y = 0{,}4$; $x = 5$ e $y = 2$; $x = 6$ e $y = 2{,}4$; $x = 10$ e $y = 4$.
   c) Reta **s**.
   d) Resposta pessoal. Exemplo de problema: Duas barras de cereal custam R$ 5,00. Quantas barras de cereal é possível comprar com R$ 35,00?
   Resposta: 14 barras de cereal.
3. a) $85 \cdot 2{,}5 = 212{,}5$, ou seja, 212,5 m².
   b) $\frac{212{,}5}{25} = 8{,}5$, isto é, 8,5 latas.
   $8{,}5 \cdot 3{,}6 = 30{,}6$
   Resposta: 30,6 L.
   c) Nove latas.
4. Resposta pessoal. Exemplo de problema: Uma cooperativa faz a coleta de óleo de cozinha usado, que é destinado à reciclagem. Nesta semana, foram coletados 330 litros de óleo usado. Sabendo que para o preparo de uma receita de sabão são utilizados seis litros de óleo de cozinha usado, quantas receitas é possível preparar com essa quantidade de óleo coletado? Resposta: 55 receitas.

Pensar e Praticar – p. 105

Resposta: Será o suficiente para alimentá-lo durante 90 dias.

Pensar e Praticar – p. 106

1 min corresponde a 60 s, logo 0,6 min corresponde a 36 s ($0{,}6 \cdot 60$).
Resposta: 39 min 36 s.

Atividades – p. 107

1. a) Inversamente proporcionais.
   b) Não têm relação de proporcionalidade.
   c) Diretamente proporcionais.
   d) Não têm relação de proporcionalidade.
   e) Diretamente proporcionais.
2.

Tamanho do arquivo (MB)	Tempo de *download* (min)	Taxa média de transferência (Mbps)
900	6	20
600	x	3,2

   Podemos fixar a taxa média de transferência em 20 Mbps. Assim, o tempo de *download* de um arquivo de 600 MB seria:
   $\frac{900}{600} = \frac{6}{x} \rightarrow 900x = 3\,600$
   $x = \frac{3\,600}{900} = 4$, ou seja, 4 min.
   Assim, serão gastos 4 minutos para baixar um arquivo de 600 MB a uma taxa média de 20 Mbps.
   Logo, a uma taxa média de 3,2 Mbps, o tempo seria:
   $\frac{4}{x} = \frac{3{,}2}{20} \rightarrow 3{,}2x = 80$
   $x = \frac{80}{3{,}2} = 25$.
   Resposta: 25 minutos.
3. a) $\frac{100}{x} = \frac{640}{320} \rightarrow 640x = 32\,000$
   $x = \frac{32\,000}{640} = 50$, ou seja, 50 kg.
   b) Luiza:
   $\frac{100}{x} = \frac{640}{192} \rightarrow 640x = 19\,200$
   $x = \frac{19\,200}{640} = 30$, ou seja, 30 kg.
   André:
   $\frac{100}{x} = \frac{640}{128} \rightarrow 640x = 12\,800$
   $x = \frac{12\,800}{640} = 20$, ou seja, 20 kg.

Conexões – p. 108 e 109

1. Algumas respostas possíveis: Melhora na qualidade de vida, constante avanço da Medicina etc.
2. Algumas respostas possíveis: Colesterol alto, hipertensão, diabetes, sobrepeso, anemia, osteoporose etc.
3. a) 1 L = 1 000 mL; $1\,000 : 200 = 5$; $5 \cdot 80 = 400$; ou seja, 400 mg de sódio.
   Resposta: 400 mg
   b) $0{,}21x = 214 \rightarrow x = \frac{214}{0{,}21} \simeq 1\,019$, ou seja, aproximadamente 1 019 mg de cálcio por dia.
   Resposta: Aproximadamente 1,02 g de cálcio por dia.
4. Respostas pessoais. As respostas dependem das pesquisas realizadas pelos estudantes.

Em Ação – p. 112 e 113

1. Resposta pessoal. A resposta depende dos objetos selecionados pelos estudantes.
2. Resposta pessoal. A resposta depende dos recipientes selecionados pelos estudantes.

Atividades – p. 114

1. a) 4 c) 2,8 e) 37,6
   b) 15 d) 120 f) 700
2. $24\ m^3 = 24\,000$ L

150 L	———	1 min
24 000L	———	x

   $x = \frac{24\,000 \cdot 1}{150} = 160$; 160 min
3. $1\,539\ cm^3 = 1\,539$ mL. Assim, temos: $1\,539 : 1\,000 = 1{,}539$, ou seja, 1,539 L
4. a) $\frac{1\,000\ L}{5} = 200$ L
   b) 18 000 L − 10 000 L = 8 000 L
   8 000 L, ou seja, 8 m³.
5. $5\ dm^3 = 5$ L. Desse modo, temos: 15 L : 5 L = 3, ou seja, 3 embalagens.
6. a) Junho. 5 m³.
   b) • Fevereiro e maio.
   • Março, abril e junho.
   • Nenhum dos meses.
   c) 9 + 9 + 8 + 7 + 7 + 5 = 45, ou seja, 45 m³.
   Como 1 m³ = 1 000 L, o consumo na casa de Luana nesse período foi de 45 000 L.

Atividades – p. 118

1. a) Congruentes. c) Congruentes.
   b) Congruentes. d) Suplementares.
2. a) $6x + 16° = 8x \rightarrow 16° = 8x - 6x$
   $16° = 2x \rightarrow x = \frac{16°}{2} = 8°$
   b) $7x - 19° = 6x + 3°$
   $7x - 6x = 3° + 19° \rightarrow x = 22°$
   c) $4x - 1° = 5x - 14°$
   $-1° + 14° = 5x - 4x \rightarrow 13° = x$
   d) $3x + 4° + \frac{7x}{5} = 180°$
   $3x + \frac{7x}{5} = 180° - 4°$
   $x = \frac{880°}{22} = 40° \rightarrow x = 40°$
3. $\hat{a}$ é oposto pelo vértice ao ângulo de 30°, portanto, mede 30°; $\hat{b}$ é correspondente ao ângulo $\hat{a}$, e $\hat{d}$ é correspondente ao ângulo de 30°. Desse modo, $\hat{b}$ e $\hat{d}$ medem 30° cada um; $\hat{d}$ e $\hat{e}$ são suplementares, portanto, temos: $30° + e = 180°$
   $e = 180° - 30° = 150°$.
   Como $\hat{c}$ é correspondente a $\hat{e}$, $c = 150°$.
   Resposta: $\hat{a}$: 30°; $\hat{b}$: 30°; $\hat{c}$: 150°; $\hat{d}$: 30°; $\hat{e}$: 150°.
4. a) $65° + a = 180°$
   $a = 180° - 65° = 115°$.
   $\hat{b}$ é correspondente ao ângulo de 65°.
   Logo, b = 65° e, como $\hat{c}$ é suplementar a $\hat{a}$, c = 65°. Resposta: $\hat{a}$: 115°; $\hat{b}$: 65°; $\hat{c}$: 65°.
   b) $146° + a = 180°$
   $a = 180° - 146° = 34°$
   Como $\hat{a}$ e $\hat{b}$ são suplementares, b = 146°. Como $\hat{b}$ e $\hat{c}$ são suplementares, c = 34°.
   Como $\hat{c}$ e $\hat{d}$ são suplementares, d = 146°.
   Resposta: $\hat{a}$: 34°; $\hat{b}$: 146°; $\hat{c}$: 34°; $\hat{d}$: 146°.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

c) $78° + d = 180°$
$\hat{d} = 180° - 78° = 102°$
$\hat{b}$ é congruente a $\hat{d}$, e $\hat{a}$ é correspondente ao ângulo de 78°, portanto $a = 78°$ e $b = 102°$. Como $\hat{c}$ é congruente ao ângulo $\hat{a}$, $\hat{c}$ tem medida igual a 78°.
Resposta: $\hat{a}$: 78°; $\hat{b}$: 102°; $\hat{c}$: 78°; $\hat{d}$: 102°.

5. Inicialmente, fazemos:
$5x + 7° + 3x - 19° = 180°$
$8x - 12° = 180°$
$8x = 180° + 12° \rightarrow 8x = 192°$
$x = \frac{192°}{8} = 24°$.
Assim, temos que:
$5 \cdot 24° + 7° = 120° + 7° =$
$= 127°$ e, com isso, fazemos:
$127° + 7y + 4° = 180°$
$7y = 180° - 127° - 4°$
$7y = 49° \rightarrow y = \frac{49°}{7} = 7°$.
Por fim, $127° = 9z - 8° \rightarrow 127° + 8° = 9z$
$135° = 9z \rightarrow z = \frac{135°}{9} = 15°$
Resposta: $x = 24°$; $y = 7°$; $z = 15°$.

Reveja – p. 119

1. $\frac{4}{y} = \frac{6}{x} \rightarrow 4x = 6y \rightarrow y = \frac{4x}{6}$
Para $x = 3$, $y = \frac{4 \cdot 3}{6} \rightarrow y = \frac{12}{6} = 2$, ou seja, (3, 2) é um ponto da reta.
A reta **t** é a única que passa por esse ponto.
Resposta: Alternativa **c**.

2. Área do novo terreno: $48 \cdot 40 = 1\,920$, ou seja, 1 920 m².

Trabalhadores	Horas diárias de trabalho	Área do terreno
5	6	1 440
8	x	1 920

Vamos considerar inicialmente a quantidade de trabalhadores constante e verificar quantas horas por dia 5 trabalhadores levariam para realizar a roçagem do novo terreno:
$\frac{6}{x} = \frac{1\,440}{1\,920} \rightarrow 1\,440x = 11\,520 \rightarrow$
$\rightarrow x = \frac{11\,520}{1\,440} = 8$
Logo, 5 trabalhadores precisam trabalhar 8 horas por dia para fazer a roçagem do novo terreno. Agora, calculamos o tempo necessário de trabalho diário para 8 trabalhadores.
$\frac{5}{8} = \frac{x}{8} \rightarrow 8x = 40 \rightarrow x = \frac{40}{8} = 5$, ou seja, 5 horas.
Resposta: Alternativa **a**.

3. 1 L = 10 dL = 1 000 mL → 1 dL = 100 mL
150 mL em dL: 150 : 100 = 1,5, ou seja, 1,5 dL.
Resposta: Alternativa **b**.

4. $4x + 5° = 5x - 10° \rightarrow 5° + 10° =$
$= 5x - 4x \rightarrow 15° = x$
$5 \cdot 15° - 10° = 75° - 10° = 65°$
Sendo **v** a medida do ângulo em vermelho, temos: $v + 65° = 180° \rightarrow$
$\rightarrow v = 180° - 65 \rightarrow v = 115°$.
Resposta: Alternativa **c**.

Unidade 6
Simetria, contagem e probabilidade

Página de Abertura – p. 120

a) Praça São Sebastião, em Manaus (AM); e calçadão de Copacabana, no Rio de Janeiro (RJ). Resposta pessoal.
b) Respostas pessoais. Espera-se que o estudante compartilhe suas experiências com a turma.
c) Resposta esperada: As linhas sinuosas se repetem ao longo da pavimentação, como se uma mesma linha fosse transladada ao longo do piso.

Pensar e Praticar – p. 122

B(5, 4) e B′ (−5, 4); C(4, 1) e C′ (−4, 1); D(1, 1) e D′ (−1, 1).
Resposta esperada: Os pontos simétricos em relação ao eixo **y** têm números opostos (ou simétricos) como abscissa e números iguais como ordenada.

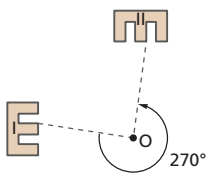
Atividades – p. 123

1. a) **E**; **B**; **H**; **O**; **X** e **D**.
b) **U**; **M**; **T**; **H**; **O**; **X** e **V**.
c) **H**; **O** e **X**.

2. a) **A**: 1 cm; **B**: 2 cm; **C**: 5 cm; **D**: 5 cm; **E**: 2 cm; **F**: 2 cm; **A′**: 1 cm; **B′**: 2 cm; **C′**: 5 cm; **D′**: 5 cm; **E′**: 2 cm; **F′**: 2 cm.
b) **A** e **A′**; **B** e **B′**; **C** e **C′**; **D** e **D′**; **E** e **E′**; **F** e **F′**.
c) Resposta esperada: As distâncias são iguais.
d) Resposta pessoal. A figura simétrica obtida depende do quadrilátero representado.

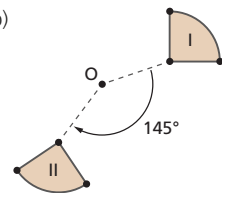
Atividades – p. 126

1. a)

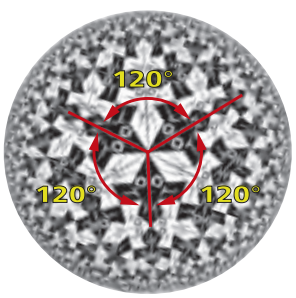


EDITORIA DE ARTE

b)



2. **Limite circular I**. Resposta possível: 120° e 240°.



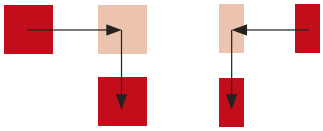
M.C. ESCHER'S "CIRCLE LIMIT I" ©2022THE M.C. ESCHER COMPANY-THE NETHERLANDS. ALL RIGHTS RESERVED. WWW.MCESCHER.COM

Pensar e Praticar – p. 129

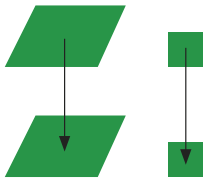
B(−2, −4) e B′(−2 + 6, −4 + 5), ou seja, B′(4, 1); C(−4, −1) e C′(−4 + 6, −1 + 5), ou seja, C′(2, 4).

Atividades – p. 129 e 130

1. Composições **I** e **II**.
Composição I



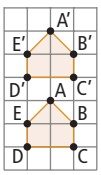
Composição II



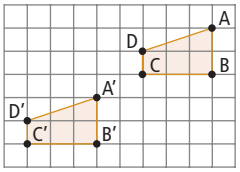
ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

2. a) **B1**, **C1**, **D1**, **E1**, **A5**, **B5**, **C5**, **D5** e **E5**.
b) **I**: Reflexão:  ; Rotação de 180° no sentido anti-horário:  .
II: Reflexão em relação ao eixo vertical:  ; Translação de 1 unidade para direita (**B1**) e duas unidades para baixo: **B3**.
III: Rotação de 90° no sentido horário:  ; translação de 2 unidades para baixo (**A3**) e de 1 unidade para a direita: **B3**.
IV: Rotação de 270° no sentido horário:  ; translação de 2 unidades para a direita (**C1**) e de 1 unidade para baixo: **C2**.
Resposta: **II** e **III**.
c) Uma resposta possível: Rotação de 90° no sentido anti-horário e translação de três unidades para baixo e quatro unidades para a direita.

3. I.



II.



ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

Você Conectado – p. 131 e 132

1. a) A(2, 3) e A′(2, −3); B(1, 1) e B′(1, −1); C(6, 1) e C′(6, −1). Resposta possível: Nos pares de vértices simétricos, as abscissas são iguais e as ordenadas são números opostos.
b) Resposta esperada: Sim.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

2. • Resposta esperada: As distâncias dos vértices simétricos até o ponto **E** de rotação são iguais.

3. a) Resposta esperada: O vértice correspondente do pentágono A'B'C'D'E' se ajusta automaticamente, mantendo a simetria de translação.
b) Resposta esperada: A posição do pentágono A'B'C'D'E' se ajusta automaticamente, mantendo a simetria de translação.
c) Resposta esperada: Nada acontece, pois seu formato e sua posição foram mantidos, uma vez que a seta permanece representando a mesma distância, direção e sentido.

4. Respostas pessoais.

Pensar e Praticar – p. 133

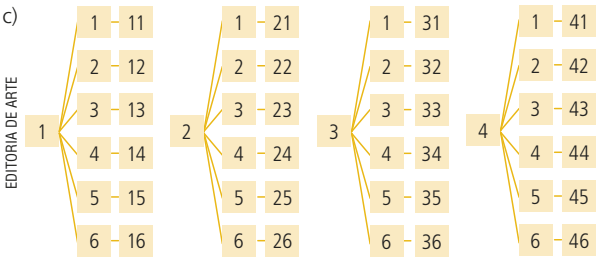
$4 \cdot 5 = 20$
Resposta: 20 combos.

Atividades – p. 135

1. a) 16 possibilidades.
b) $4 \cdot 4 \cdot 3 = 48$
Reposta: 48 possibilidades.

2. $5 \cdot 2 = 10$
Resposta: 10 possibilidades.

3. a) 35, 42, 11, 23 ou 44.
b) $4 \cdot 6 = 24$
Resposta: 24 números.
c)



4. Resposta pessoal. Exemplo de problema: Em um pedido de refeição, um cliente pode escolher entre dois tipos de carne, quatro tipos de salada e dois tipos de refogado. Sabendo que o cliente pode escolher apenas um, dentre cada tipo de alimento, quantas são as possibilidades de pedido de refeição? Resposta: 16 possibilidades.

Pensar e Praticar – p. 136

Resposta esperada: Na proposta de Rafael, pois, se o papel retirado no primeiro sorteio for devolvido à caixa, ele poderá ser retirado novamente no segundo sorteio.

Pensar e Praticar – p. 137

Resposta: 0,25 ou 25%.

Pensar e Praticar - p. 138

Resposta esperada: Nessa árvore de possibilidades, não há resultados que indiquem o mesmo tema para os dois sorteios.

Atividades – p. 139 e 140

1. a) Rafael: $\frac{1}{16}$; Júlia: $\frac{1}{12}$.
b) Rafael: $\frac{1}{4}$; Júlia: $\frac{1}{4}$.
c) Rafael: $\frac{1}{4}$; Júlia: $\frac{1}{4}$.
d) Rafael: $\frac{9}{16}$; Júlia: $\frac{1}{2}$.

2. a) 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 ou 12.
Soma **2**: $\frac{1}{36}$; soma **3**: $\frac{2}{36}$ ou $\frac{1}{18}$; soma **4**: $\frac{3}{36}$ ou $\frac{1}{12}$; soma **5**: $\frac{4}{36}$ ou $\frac{1}{9}$; soma **6**: $\frac{5}{36}$; soma **7**: $\frac{6}{36}$ ou $\frac{1}{6}$; soma **8**: $\frac{5}{36}$; soma **9**: $\frac{4}{36}$ ou $\frac{1}{9}$; soma **10**: $\frac{3}{36}$ ou $\frac{1}{12}$; soma **11**: $\frac{2}{36}$ ou $\frac{1}{18}$; soma **12**: $\frac{1}{36}$.
b) • Maurício; Alan. • Laís.

3. Resposta esperada: A soma 7, que tem mais possibilidades de se obter (seis possibilidades) do que cada uma das demais somas.

4. Resposta pessoal. Exemplo de problema: Considere quatro bolas vermelhas e três bolas azuis dentro de uma urna não transparente. Qual a probabilidade de se retirar uma bola vermelha? Resposta: $\frac{4}{7}$.

5. a) Sendo vermelho (VM), azul (A), laranja (L), verde (VD) e cinza (C), em relação à maneira **I**, temos:

1º sorteio \ 2º sorteio	VM	A	L	VD	C
VM	VMVM	VMA	VML	VMVD	VMC
A	AVM	AA	AL	AVD	AC
L	LVM	LA	LP	LVD	LC
VD	VDVM	VDA	VDL	VDVD	VDC
C	CVM	CA	CL	CVD	CC

Em relação à maneira **II**, temos:

1º sorteio \ 2º sorteio	VM	A	L	VD	C
VM		VMA	VML	VMVD	VMC
A	AVM		AL	AVD	AC
L	LVM	LA		LVD	LC
VD	VDVM	VDA	VDL		VDC
C	CVM	CA	CL	CVD	

b) Resposta esperada: Se o sorteio for realizado da maneira **I**, é possível que se obtenham duas cores iguais, o que não acontece se o sorteio for realizado da maneira **II**.
c) Maneira **II**.

6. a) Um número par, pois no início há mais peças cuja soma das marcações é um número par (quatro peças) do que um número ímpar (três peças).
b) $\frac{4}{6} = \frac{2}{3} \simeq 0{,}67$ ou aproximadamente 67%.
c) A probabilidade de se obter um número par como soma da segunda peça virada é a mesma de se obter um número ímpar.

Reveja – p. 141

1. **I.** Verdadeira.
II. Falsa, pois no triângulo GHI também seria necessário aplicar simetria de rotação.
III. Verdadeira.
IV. Falsa, pois não há figura simétrica ao quadrado IJLM e ao triângulo JKL por reflexão em relação ao eixo **x**.
Resposta: Alternativa **a**.

2. $360° - 75° = 285°$
Resposta: Alternativa **d**.

3. Como multiplicações possíveis, teremos:
$1 \cdot 1 = 1$; $1 \cdot 2 = 2 \cdot 1 = 2$; $1 \cdot 3 = 3 \cdot 1 = 3$;
$1 \cdot 4 = 4 \cdot 1 = 4$; $1 \cdot 5 = 5 \cdot 1 = 5$; $1 \cdot 6 = 6 \cdot 1 = 6$;
$2 \cdot 2 = 4$; $2 \cdot 3 = 3 \cdot 2 = 6$; $2 \cdot 4 = 4 \cdot 2 = 8$;
$2 \cdot 5 = 5 \cdot 2 = 10$; $2 \cdot 6 = 6 \cdot 2 = 12$; $3 \cdot 3 = 9$;
$3 \cdot 4 = 4 \cdot 3 = 12$; $3 \cdot 5 = 5 \cdot 3 = 15$; $3 \cdot 6 = 6 \cdot 3 = 18$;
$4 \cdot 4 = 16$; $4 \cdot 5 = 5 \cdot 4 = 20$; $4 \cdot 6 = 6 \cdot 4 = 24$;
$5 \cdot 5 = 25$; $5 \cdot 6 = 6 \cdot 5 = 30$; $6 \cdot 6 = 36$.
Números mais frequentes: 6 e 12.
Resposta: Alternativa **b**.

4. Probabilidade: $\frac{12}{20} = \frac{6}{10} = 0{,}60$ ou 60%.
Resposta: Alternativa **a**.

ETAPA 8

Unidade 7

Conjuntos numéricos, círculo e circunferência e radiciação

Página de Abertura – p. 142

a) Resposta pessoal.
b) Resposta pessoal. Alguns exemplos são: números naturais e porcentagens em informes estatísticos, como quantidade de habitantes de uma região ou crescimento porcentual de um determinado dado; números inteiros negativos para registrar baixíssimas temperaturas atingidas em algumas regiões durante o inverno; números fracionários em listas de ingredientes em revistas de receita; e números decimais na abordagem de valores monetários.
c) Resposta pessoal. Exemplos de resposta: buscar de *sites*, portais de notícias, rede sociais.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

Pensar e Praticar – p. 147

Resposta esperada: Não, pois todo número racional pode ser escrito na forma $\frac{a}{b}$, em que **a** e **b** são números inteiros, com $b \neq 0$; já os números irracionais não podem ser expressos dessa maneira.

Atividades – p. 148 a 150

1. a) Maranhão: $\frac{676}{140}$; Paraíba: $\frac{462}{60}$; Piauí: $\frac{5031}{25}$; Rio Grande do Norte: $\frac{382}{206}$

b) 4,828571428571...; 7,7; 201,24; 1,854368932038834...

c) Resposta pessoal. Exemplos de resposta: campanhas publicitárias, ampliação da oferta para atender alunos de diferentes bairros, políticas de auxílio a alunos com filhos pequenos.

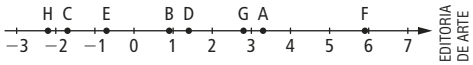
2. a) $D \subset \mathbb{N}$ b) $B \not\subset \mathbb{Z}$ c) $C \subset \mathbb{R}$ d) $A \not\subset \mathbb{I}$ e) $E \subset \mathbb{Q}$

3. **A**: $\sqrt{11} \simeq 3{,}3$; **B**: $\frac{8}{9} \simeq 0{,}9$;

C: $-\sqrt{3} \simeq -1{,}7$; **D**: $\sqrt{2} \simeq 1{,}4$;

E: $-\frac{p}{4}1 - 0{,}8$; **F**: $5{,}92 \simeq 5{,}9$;

G: $\sqrt{8} \simeq 2{,}8$; **H**: $-\sqrt{5} \simeq -2{,}2$.



EDITORIA DE ARTE

4. a) Resposta esperada: $\frac{3{,}2}{2} = 1{,}6$.

b) • Resposta pessoal. A resposta depende da figura construída pelo aluno.
• Resposta pessoal. A resposta depende da figura construída pelo aluno.

5. a) Sim.

b) Sim. Não.

c) Uma resposta possível: **a**: 5; **b**: -12; **c**: -7; **d**: -50; **e**: $\frac{3}{4}$; **f**: 2,7; **g**: π; **h**: $\sqrt{7}$

6. a) $\mathbb{Q}$, pois $5^2 = 25$.

b) $\mathbb{I}$, pois 60 não é quadrado perfeito.

c) $\mathbb{I}$, pois 200 não é quadrado perfeito.

d) $\mathbb{Q}$, pois $132 = 169$.

e) $\mathbb{Q}$, pois $102 = 100$.

f) $\mathbb{I}$, pois 150 não é quadrado perfeito.

7. a) $16 < 20 < 25 \rightarrow 42 < 20 < 52$. Portanto, $4 < \sqrt{20} < 5$.
Resposta: 4 e 5.

b) $225 < 250 < 256 \rightarrow 152 < 250 < 162$. Portanto, $15 < \sqrt{250} < 16$.
Resposta: 15 e 16.

c) $-64 < -53 < -49 \rightarrow -82 < -53 < -72$. Portanto, $-8 < -\sqrt{53} < -7$.
Resposta: -8 e -7.

8. $1 < 3 < 4 \rightarrow 1^2 < 3 < 2^2$.
Calculando alguns quadrados, temos: $(1{,}5)^2 = 2{,}25$; $(1{,}6)^2 = 2{,}56$; $(1{,}7)^2 = 2{,}89$; $(1{,}8)^2 = 3{,}24$.
Logo, $(1{,}7)^2 < 3 < (1{,}8)^2$. Calculando quadrados entre 1,7 e 1,8, temos: $(1{,}71)^2 = 2{,}9241$; $(1{,}72)^2 = 2{,}9584$; $(1{,}73)^2 = 2{,}9929$; $(1{,}74)^2 = 3{,}0276$.
Portanto, $(1{,}73)^2, < 3 < (1{,}74)^2 \rightarrow 1{,}73 < \sqrt{3} < 1{,}74$.
Resposta: Alternativa **b**.

9. $\sqrt{1{,}5} \simeq 1{,}22$; $-\sqrt{2} \simeq -1{,}41$

$\sqrt{\frac{28}{5}} \simeq 2{,}37$; $p \simeq 3{,}14$

$\sqrt{29{,}5} \simeq 5{,}43$; $-\sqrt{8} \simeq 2{,}83$

$\sqrt{20} \simeq 4{,}47$; $\sqrt{\frac{81}{2}} \simeq 6{,}36$

$-\sqrt{8} < -\sqrt{2} < \sqrt{1{,}5} < \sqrt{\frac{28}{5}} < p < \sqrt{20} < \sqrt{29{,}5} < \sqrt{\frac{81}{2}}$

$-\sqrt{8} < -\sqrt{2} < \sqrt{1{,}5} < \sqrt{\frac{28}{5}} < p < \sqrt{20} < \sqrt{29{,}5} < \sqrt{\frac{81}{2}}$

A: $-\sqrt{8}$; **B**: $-\sqrt{2}$; **C**: $\sqrt{1{,}5}$; **D**: $\sqrt{\frac{28}{5}}$; **E**: $\sqrt{29{,}5}$; **F**: $\sqrt{20}$; **G**: $\sqrt{\frac{81}{2}}$; **H**: π.

10. a) 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233.
0; 1; 0 + 1 = 1; 1 + 1 = 2; 1 + 2 = 3; 2 + 3 = 5; 3 + 5 = 8; 5 + 8 = 13; 8 + 13 = 21; 13 + 21 = 34; 21 + 34 = 55; 34 + 55 = 89; 55 + 89 = 144; 89 + 144 = 233

b) 1 : 1 = 1; 2 : 1 = 2; 3 : 2 = 1,5; 5 : 3 ≃ 1,6667; 8 : 5 = 1,6; 13 : 8 = 1,625; 21 : 13 ≃ 1,6154; 34 : 21 ≃ 1,6190; 55 : 34 ≃ 1,6176; 89 : 55 ≃ 1,6182; 144 : 89 ≃ 1,618; 233 : 144 ≃ 1,6181.

c) Resposta esperada: Os quocientes registrados são aproximações do número φ e, conforme aumentam-se os valores utilizados na divisão, mais próximo de φ é o quociente obtido.

Pensar e praticar – p. 152

Resposta pessoal. Exemplo de resposta: "circunferência é a linha que contorna o círculo"; "círculo é a região pintada dentro da circunferência" e "centro é o ponto que fica no centro do círculo".

Atividades – p. 155 e 156

1. a) Raio.
b) Diâmetro; corda.
c) Corda.
d) Diâmetro; corda.
e) Raio.
f) Raio.
g) Corda.
h) Raio.
i) Raio.

2. a) Jogadores **A** e **B**.
b) Jogadores **C** e **E**.
c) Jogador **D**.

3. Atividade de construção geométrica.

a) $C = 2 \cdot \pi \cdot r = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 5 = 31{,}4$
Resposta: 31,4 cm

b) Resposta pessoal. Espera-se que a medida do comprimento do barbante seja próxima da medida do comprimento calculado.

4. Atleta **A**: $C = 2 \cdot \pi \cdot r \simeq 2 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}5 = 3{,}14$, ou seja, aproximadamente 3,14 km por volta.
3 voltas: $3 \cdot 3{,}14 = 9{,}42$, ou seja, 9,42 km.
Atleta **B**: $C = 2 \cdot \pi \cdot r \simeq 2 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}6 = 3{,}768$, ou seja, aproximadamente 3,768 km por volta.
3 voltas: $3 \cdot 3{,}768 = 11{,}304$, ou seja, 11,304 km.
$11{,}304 - 9{,}42 = 1{,}884$, ou seja, aproximadamente 1,884 km ou aproximadamente 1 884 m.

5. a) $4 \cdot 130 = 520$, ou seja, 520 cm.
$520 = 2 \cdot \pi \cdot r \rightarrow 520 = 2 \cdot 3{,}14 \cdot r \rightarrow 520 = 6{,}28r \rightarrow$
$\rightarrow r = \frac{520}{6{,}28} \rightarrow r \simeq 82{,}80$, ou seja, aproximadamente 82,80 cm.

b) Aproximadamente: 21 371,63 cm².

6. Polia **II**: $C = 2 \cdot \pi \cdot r = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 12 = 75{,}36$, ou seja, 75,36 cm.
$75{,}36 \cdot 10 = 753{,}6$, ou seja, 753,6 cm.
Polia **I**: $C = 2 \cdot \pi \cdot r \rightarrow C = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 8 \rightarrow C = 50{,}24$, ou seja, 50,24 cm.
Número de giros: $\frac{753{,}6}{50{,}24} = 15$, ou seja, 15 giros.

7. a) Seja **x** a medida da largura:
$\frac{10}{7} = \frac{1\text{ m}}{x} \rightarrow x = 0{,}7$; 0,7 m ou 70 cm.
Resposta: 70 cm

b) $d = \frac{3}{5} \cdot 70 = 42$
Resposta: d = 42 cm

c) $A = 100 \cdot 70 _ 3{,}14 \cdot (21)^2 = 5615{,}26$
Resposta: 5615,26 cm²

Pensar e praticar – p. 159

a) $\sqrt[4]{\sqrt{11^8}} + \sqrt[5]{8} \cdot \sqrt[10]{2^4} = \sqrt[4 \cdot 2]{11^8} + \sqrt[5]{8} \cdot \sqrt[10 : 2]{2^{4:2}} =$
$= $ [propriedades **IV** e **II**] $= \sqrt[8]{11^8} + \sqrt[5]{8} \cdot \sqrt[5]{2^2} =$
$= 11 + \sqrt[5]{8 \cdot 2^2} = $ [propriedades **I** e **III**] $= 11 + \sqrt[5]{32} =$
$= 11 + 2 = 13$

b) $\frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt[6]{3}}{\sqrt[6]{12}} = \frac{\sqrt[2 \cdot 3]{2^{1 \cdot 3}} \cdot \sqrt[6]{3}}{\sqrt[6]{12}} = $ [propriedade **II**] $=$
$= \frac{\sqrt[6]{2^3} \cdot \sqrt[6]{3}}{\sqrt[6]{12}} = \frac{\sqrt[6]{2^3 \cdot 3}}{\sqrt[6]{12}} = $ [propriedade **III**] $= \sqrt[6]{\frac{8 \cdot 3}{12}} =$
$= $ [propriedade **III**] $= \sqrt[6]{2}$

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

Atividades – p. 159 a 162

1. a) 99, pela propriedade **I**.

b) $\sqrt[3]{\sqrt{64}} = \sqrt[2\cdot3]{64} = \sqrt[6]{64} = 2$

c) $\sqrt{\frac{16}{49}} = \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{49}} = \frac{4}{7}$

d) $\sqrt[4]{3}\cdot\sqrt[4]{27} = \sqrt[4]{3\cdot27} = \sqrt[4]{81} = 3$

e) -21, pela propriedade **I**.

f) $\sqrt[5]{\sqrt{-1}} = \sqrt[5\cdot5]{-1} = \sqrt[25]{-1} = -1$

2. a) $\sqrt[9]{2}\cdot\frac{\sqrt[9]{14}}{\sqrt[9]{4}} = \sqrt[9]{\frac{2\cdot14}{4}} = \sqrt[9]{7}$

b) $\frac{\sqrt[5]{\sqrt[4]{6^2}}}{\sqrt[10]{3}\cdot\sqrt[10]{3}} = \frac{\sqrt[20]{6^4}}{\sqrt[10]{9}} = \frac{\sqrt[20:2]{6^{4:2}}}{\sqrt[10]{9}} =$

$= \frac{\sqrt[10]{6^2}}{\sqrt[10]{9}} = \sqrt[10]{\frac{36}{9}} = \sqrt[10]{2^2} = \sqrt[5]{2}$

c) $\sqrt[4]{\frac{9}{10}}\cdot\sqrt[8]{10^6} = \sqrt[4]{\frac{9}{10}}\cdot\sqrt[8:2]{10^{6:2}} =$

$= \sqrt[4]{\frac{9}{10}}\cdot\sqrt[4]{10^3} = \sqrt[4]{9\cdot10^2} =$

$= \sqrt[4]{900}$ ou $\sqrt{30}$

d) $\sqrt[6]{5}\cdot\sqrt{2}\cdot\sqrt[3]{3} = \sqrt[6]{5}\cdot\sqrt[2\cdot3]{2^3}\cdot$

$\cdot\sqrt[3\cdot2]{3^2} = \sqrt[6]{5}\cdot\sqrt[6]{2^3}\cdot\sqrt[6]{3^2} =$

$= \sqrt[6]{5\cdot8\cdot9} = \sqrt[6]{360}$

e) $\sqrt[4]{4}\cdot\sqrt{\sqrt{7}} = \sqrt[4]{4}\cdot\sqrt[4]{7} =$

$= \sqrt[4]{4}\cdot\sqrt[8]{7} = \sqrt[4\cdot2]{4^2}\cdot\sqrt[8]{7} =$

$= \sqrt[8]{16}\cdot\sqrt[8]{7} = \sqrt[8]{16\cdot7} = \sqrt[8]{112}$

3. Ficha **I**.

4. a) Resposta esperada: Na 1ª etapa, como $3 = \sqrt{3^2}$ e $3^2 = 9$, Bárbara fez $3 = \sqrt{9}$; já na 2ª etapa, ela utilizou a propriedade $\sqrt[n]{a\cdot b} = = \sqrt[n]{a}\cdot\sqrt[n]{b}$ e realizou o cálculo $\sqrt{9}\cdot\sqrt{6} = \sqrt{54}$.

b) $3\sqrt{6} = \sqrt{3^2\cdot6} = \sqrt{54}$

Como $57 > 54$, temos que $\sqrt{57} > \sqrt{54}$.

Resposta: $\sqrt{57}$

c) • $4\sqrt{5} = \sqrt{4^2}\cdot\sqrt{5} = \sqrt{4^2\cdot5} = \sqrt{80}$

• $7\sqrt{2} = \sqrt{7^2}\cdot\sqrt{2} = \sqrt{7^2\cdot2} = \sqrt{98}$

• $\sqrt{51}$

• $2\sqrt{10} = \sqrt{2^2}\cdot\sqrt{10} = \sqrt{2^2\cdot10} = \sqrt{40}$

$\sqrt{40} < \sqrt{51} < \sqrt{80} < \sqrt{98}$

5. a) $\sqrt[3]{512} = 8$, pois $8^3 = 512$.

Resposta: 8 cm.

b) $\sqrt[3]{3\,375} = 15$, pois $15^3 = 3\,375$.

Resposta: 15 cm.

c) $\sqrt[3]{729} = 9$, pois $9^3 = 729$.

Resposta: 9 cm.

d) $\sqrt[3]{1\,331} = 11$, pois $113 = 1\,331$.

Resposta: 11 cm.

6. a) $\sqrt{400} = 20$, pois $20^2 = 400$.

Resposta: 20 cm.

b) $\sqrt{625} = 25$, pois $25^2 = 625$.

Resposta: 25 cm.

c) $\sqrt{169} = 13$, pois $13^2 = 169$.

Resposta: 13 cm.

d) $\sqrt{841} = 29$, pois $29^2 = 841$.

Resposta: 29 cm.

e) $\sqrt{361} = 19$, pois $19^2 = 361$.

Resposta: 19 cm.

f) $\sqrt{56,25} = 7,5$, pois $7,5^2 = 56,25$.

Resposta: 7,5 cm.

7. a) $\sqrt{9} < \sqrt{11} < \sqrt{16}$

$3^2 = 9$; $4^2 = 16$

$(3,1)^2 = 9,61$; $(3,2)^2 = 10,24$

$(3,3)^2 = 10,89$; $(3,4)^2 = 11,56$

Resposta: $\sqrt{11} \simeq 3,3$.

b) $\sqrt{81} < \sqrt{83} < \sqrt{100}$

$9^2 = 81$; $10^2 = 100$

$(9,1)^2 = 82,81$; $(9,2)^2 = 84,64$,

Resposta: $\sqrt{83} \simeq 9,1$.

c) $\sqrt{121} < \sqrt{125} < \sqrt{144}$

$11^2 = 121$; $12^2 = 144$

$(11,1)^2 = 123,21$

$(11,2)^2 = 125,44$

Resposta: $\sqrt{125} \simeq 11,2$.

d) $\sqrt{16} < \sqrt{20} < \sqrt{25}$

$(4,4)^2 = 19,36$

$(4,5)^2 = 20,25$

Resposta: $\sqrt{20} \simeq 4,5$.

8. a) $3^{\frac{2}{5}}$ b) $3^{\frac{1}{3}}$ c) $3^{\frac{3}{2}}$ d) $3^{\frac{5}{4}}$

9. a) Propriedades

$\sqrt[n]{a\cdot b} = \sqrt[n]{a}\cdot\sqrt[n]{b}$ e $\sqrt[n]{a^n} = a$.

b) • $\sqrt[4]{162} = \sqrt[4]{3\cdot3\cdot3\cdot3\cdot2} =$

$= \sqrt[4]{3^4\cdot2} = \sqrt[4]{3^4}\cdot\sqrt[4]{2} = 3\sqrt[4]{2}$

• $\sqrt[5]{128} = \sqrt[5]{2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot2} =$

$= \sqrt[5]{2^5\cdot4} = \sqrt[5]{2^5}\cdot\sqrt[5]{4} = 2\sqrt[5]{4}$

• $\sqrt[3]{2\,058} = \sqrt[3]{7\cdot7\cdot7\cdot2\cdot3} =$

$= \sqrt[3]{7^3\cdot6} = \sqrt[3]{7^3}\cdot\sqrt[3]{6} = 7\sqrt[3]{6}$

• $\sqrt{540} = \sqrt{2\cdot2\cdot3\cdot3\cdot3\cdot5} =$

$= \sqrt{2^2\cdot3^2\cdot3\cdot5} =$

$= \sqrt{2^2}\cdot\sqrt{3^2}\cdot\sqrt{15} = 2\cdot3\cdot\sqrt{15} =$

$= 6\sqrt{15}$

10. $\sqrt{450} - \sqrt{72} + \sqrt{98} =$

$= 15\sqrt{2} - 6\sqrt{2} + 7\sqrt{2} = 16\sqrt{2}$

Resposta: Cláudio.

11. a) Sim.

b) Resposta esperada: Multiplicaram a fração inicial por outra cujo numerador e denominador fossem iguais, de modo que o produto obtido no denominador não tivesse radical.

c) • $\frac{1}{\sqrt{8}} = \frac{1}{\sqrt{8}}\cdot\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{8}} = \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{8^2}} = \frac{\sqrt{8}}{8}$

• $\frac{9}{2\sqrt{5}} = \frac{9}{2\sqrt{5}}\cdot\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} =$

$= \frac{9\sqrt{5}}{2\sqrt{5^2}} = \frac{9\sqrt{5}}{2\cdot5} = \frac{9\sqrt{5}}{10}$

• $\frac{4}{3\sqrt{6}} = \frac{4}{3\sqrt{6}}\cdot\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}} =$

$= \frac{4\sqrt{6}}{3\sqrt{6^2}} = \frac{4\sqrt{6}}{3\cdot6} = \frac{4\sqrt{6}}{18} = \frac{2\sqrt{6}}{9}$

• $\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}}\cdot\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{21}}{\sqrt{3^2}} = \frac{\sqrt{21}}{3}$

12. $2^{\frac{3}{2}}\cdot2^{\frac{7}{6}} = 2^{\frac{9+7}{6}} = 2^{\frac{16}{6}} = 2^{\frac{8}{3}} = \sqrt[3]{2^8} = \sqrt[3]{256}$

Resposta: Alternativa **a**.

13. $V = a^3 \to 3^6 = a^3 \Rightarrow$

$\Rightarrow a = \sqrt[3]{3^6} = 3^{\frac{6}{3}} = 3^2 = 9$

Resposta: Alternativa **c.**

Reveja – p. 163

1. Alternativa **a**.

$x = 3,5555... \to 10x = 35,555...$

$10x - x = 35,555... - 3,5555...$

$\frac{9x}{9} = \frac{32}{9} \to x = 32 : 9$

2. Alternativa **b**.

$-\frac{5}{2} = -5 : 2 = -2,5$

$-\frac{3}{3} = -3 : 3 = -1$

$\frac{11}{4} = 11 : 4 = 2,75$

$-\frac{3}{2} = -3 : 2 = -1,5$

$\frac{3}{2} = 3 : 2 = 1,5$

3. Alternativa **d**.

De acordo com o diagrama, **x** é um número inteiro, mas não é um número natural. O único número nas alternativas que tem essas características é o -2.

4. Alternativa **c**.

Sendo **d** e **c** as medidas do diâmetro e do comprimento de uma circunferência, temos que $\pi = \frac{c}{d}$.

5. Alternativa **d**.

Modelo **I**: $A = \pi\cdot r^2 \to A = 3\cdot15^2 \to$

$\to A = 3\cdot225 \to A = 675$, ou seja, 675 cm².

Modelo **II**: $A = 18\cdot35 = 630$, ou seja, 630 cm².

$675 - 630 = 45$, ou seja, 45 cm².

6. Alternativa **b**.

$\frac{\sqrt[3]{2}\cdot\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{\sqrt[3]{4}}} = \frac{\sqrt[3]{4}}{\sqrt[2\cdot3]{4}} = \frac{\sqrt[3\cdot2]{4^2}}{\sqrt[6]{4}} =$

$= \frac{\sqrt[6]{16}}{\sqrt[6]{4}} = \sqrt[6]{\frac{16}{4}} = \sqrt[6]{4} = \sqrt[6]{2^2}$

$= \sqrt[6:2]{2^{2:2}} = \sqrt[3]{2}$

7. Alternativa **c**.

$5^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{5^2} = \sqrt[3]{25}$

Unidade 8

Circunferência, gráficos, polígonos, sequências e expressões algébricas

Página de Abertura – p. 164

a) Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes identifiquem que a roda-gigante lembra uma circunferência e que expressem que a simetria desse formato facilita o acesso às cabines conforme elas passam pelo ponto mais próximo ao chão.

b) 180°

Pensar e Praticar – p. 166

Resposta esperada: A medida do ângulo central é o dobro da medida de um ângulo inscrito correspondentes a um mesmo arco de circunferência.

Atividades – p. 167

1. a) $\frac{360}{75} = \frac{2\cdot p\cdot3}{x}$

$360x = 450\pi$

$x = \frac{1\,413}{360} = 3,925$.

Resposta: 3,9 m.

b) $\frac{360}{180} = \frac{2\cdot p\cdot45}{x}$

$x = \frac{16\,200p}{360}$

$x = \frac{50\,868}{360} = 141,3$.

Resposta: 141,3 dm.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

c) $\frac{360}{44} = \frac{2 \cdot p \cdot 2,8}{x}$

$360x = 246,4\pi$

$x = \frac{773,696}{360} \simeq 2,1$

Resposta: 2,1 m.

d) $\frac{360}{270} = \frac{2 \cdot p \cdot 3,7}{x}$

$360x = 1998\pi$

$x = \frac{6273,2}{360} = 17,427$

Resposta: 17,4 m.

2. $\frac{360}{125} = \frac{2 \cdot p \cdot 2,82}{x} \rightarrow 360x = 705\pi$

$x = \frac{2213,7}{360} \simeq 6,15$

$6,15 + 2 + 2 + 5 = 15,15$.

Resposta: 15,15 m.

3. a) $3x + 6° = 2 \cdot (2x - 5°)$

$3x + 6° = 4x - 10° \rightarrow x = 16°$

$A\hat{O}B$: $3 \cdot 16° + 6° = 54°$

$A\hat{C}B$: $2 \cdot 16° - 5° = 27°$

b) $32x = 2 \cdot (12x + 20°)$

$32x = 24x + 40° \rightarrow 8x = 40°$

$x = \frac{40°}{8} = 5°$

$D\hat{O}E$: $32 \cdot 5° = 160°$

$D\hat{F}E$: $12 \cdot 5° + 20° = 80°$

c) $\frac{3x}{4} = 2 \cdot \left(\frac{x}{2} - 8°\right)$

$\frac{3x}{4} = x - 16°$

$\frac{3x}{4} - x = -16°$

$-x = -16° \cdot 4$

$x = 64°$

$G\hat{O}H$: $\frac{3 \cdot 64°}{4} = 48°$

$G\hat{I}H$: $\frac{64°}{2} - 8° = 24°$

4.
- Comprimento do arco em vermelho: $\frac{360}{225} = \frac{2 \cdot p \cdot 6}{x} \rightarrow x \simeq 23,55$, ou seja, 23,55 dm.
- Comprimento do arco em azul: $\frac{360}{135} = \frac{2 \cdot p \cdot 6}{x} \rightarrow x \simeq 14,13$, ou seja, 14,13 dm.
- Comprimento do caminho em vermelho: 23,55 dm.
- Comprimento do caminho em azul: 14,13 + 6 = 20,13, ou seja, 20,13 dm. A formiga que percorreu o caminho em azul.

Pensar e Praticar – p. 168

Resposta: América e Ásia.

Pensar e Praticar – p. 169

Resposta esperada: Gráfico de colunas ou gráfico de barras, pois esses tipos de gráfico têm como uma de suas características a possibilidade de comparar, entre si, os dados da pesquisa.

Atividades – p. 171 e 172

1. a) Nordeste. Setor alaranjado.

b) 5305 + 20068 + 13970 + + 13289 + 3261 = 56253

Resposta: 56253 indígenas matriculados.

Resposta esperada: Tabela.

c) Azul: $\frac{13970}{56253} \simeq 0,25$; 25%.

Alaranjado: $\frac{20068}{56253} \simeq 0,36$; 36%.

Cinza: $\frac{13289}{56253} \simeq 0,24$; 24%.

Amarelo: $\frac{3621}{56253} \simeq 0,06$; 6%.

Vermelho: $\frac{5305}{56253} \simeq 0,09$; 9%.

d) $\frac{56253}{8603824} \simeq 0,00654$

Resposta: Aproximadamente 0,654%.

Resposta pessoal. A resposta depende da pesquisa realizada pelos estudantes.

2. a) Resposta esperada: Falta indicar no título a data correspondente aos dados pesquisados e falta incluir a fonte dos dados; os elementos apresentados na legenda não correspondem aos respectivos setores de acordo com a porcentagem indicada na tabela para cada região. Resposta esperada: Para corrigir esses erros, inserir a data no título, incluir a fonte dos dados e ajustar os elementos da legenda, de acordo com os setores correspondentes, conforme porcentagem indicada na tabela para cada região.

b) Resposta pessoal.

c) Resposta pessoal. A resposta depende da pesquisa realizada pelos estudantes.

Conexões – p. 173

1) Resposta pessoal.

2) 43,2°. A resposta depende da estratégia utilizada pelos estudantes.

Atividades – p. 175

1. a) Realiza o cadastro do cliente.

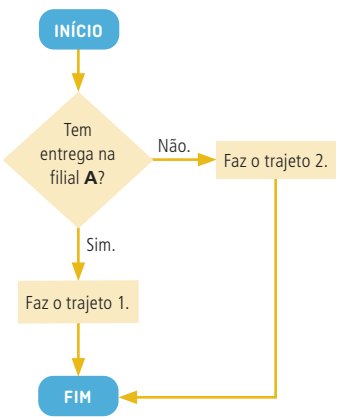
b) O tamanho da pizza.

c) Na etapa de registrar a observação do cliente.

2. 430 > 250; 430 < 750; 430 < 500

Alternativa **b**.

3.



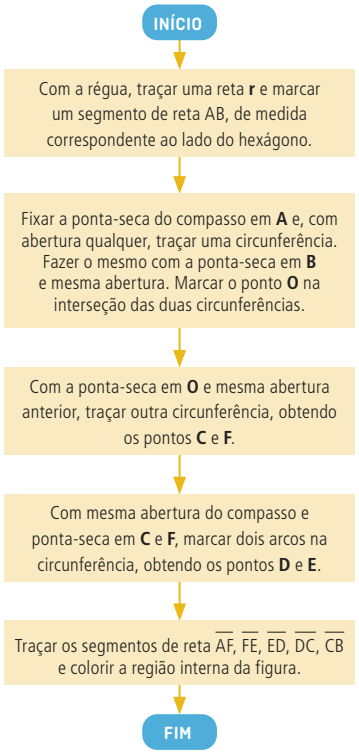
4. Resposta pessoal. A resposta depende da tarefa escolhida pelos estudantes.

Atividades – p. 177

1. a) Resposta esperada: As medidas dos lados do hexágono construído correspondem a raios de circunferências congruentes, ou seja, raios de mesma medida de comprimento.

b) Atividade de construção geométrica.

c)



2. a) Atividade de construção geométrica.

b) Atividade de construção geométrica.

3. Atividade de construção geométrica.

Você Conectado – p. 178 e 179

1. a) Ângulo central: $C\hat{A}D$.

Ângulo inscrito: $C\hat{E}D$.

b) $C\hat{A}D$: 90°; $C\hat{E}D$: 45°.

2. A medida do ângulo central é o dobro da medida de um ângulo inscrito correspondente a um mesmo arco de circunferência. Essa relação se mantém no exemplo, pois a medida de $C\hat{A}D$ é 90°, a qual corresponde ao dobro da medida de $C\hat{E}D$, que é 45° (90° = 2 · 45°).

3. Resposta esperada: Não, pois ao movimentar o ponto **E** sobre a circunferência, o ângulo inscrito CED vai permanecer correspondente ao arco CD e, portanto, a medida do ângulo inscrito CED permanece a metade da medida (que não foi alterada) do ângulo central CAD.

4. a) A resposta depende da construção do estudante.

b)
- Ajusta-se automaticamente, de acordo com a posição do ponto **B**.
- Não se altera, independentemente da posição de **B**.
- Não se altera, independentemente da posição de **B**.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

5. Resposta esperada: Todo triângulo inscrito em uma semicircunferência é um triângulo retângulo. Essa característica pode ser justificada pelo fato de que, na circunferência de centro **A** e diâmetro $\overline{BC}$, temos que $B\hat{A}C$ é o ângulo central e $B\hat{D}C$ é um ângulo inscrito correspondente ao arco BC.
Como a medida de $B\hat{A}C$ é 180°, pois $\overline{BC}$ é diâmetro da circunferência, temos que a medida de $B\hat{D}C$ é igual à metade da medida de $B\hat{A}C$, ou seja, 90°. Portanto, o triângulo BCD é retângulo em **D**.

Pensar e Praticar – p. 181

Resposta esperada: O número que multiplica o 20 é uma unidade menor que o número que indica a posição do termo na sequência.

Pensar e Praticar – p. 181

Resposta esperada: indica a distância do quinto poste em relação à praça, em metro.

Atividades – p. 182

1. Resposta esperada: Figura **B**, pois de uma figura para a seguinte é inserida, na parte inferior, uma linha com duas figuras de triângulo a mais que na linha logo acima.
2. Alternativa **c**.
3. a) **II** e **III**.
b) **I**: (1, 4, 7, 10, ...); **IV**: (6, 4, 2, 0, ...).
c) **I** e **II**.
4. a) (5, 8, 11, 14, 17, ...)
b) (10, 17, 24, 31, 38, ...)
c) (0, 2, 4, 6, 8, ...)
d) (5, −1, 5, −1, 5, ...)
• Sequências **a** e **d**.
5. a) Como aumentam dois círculos em cada figura, a próxima terá 10 círculos.
b) **I** e **IV**.
• Resposta esperada: Não, pois para obter um termo qualquer dessa sequência, não é necessário conhecer outros termos dela.
6. a) Resposta esperada: $a_1 = 0$ e $a_n = a_{n-1} + 5$.
b) Resposta esperada: $a_n = 5(n - 1)$ ou $a_n = 5n - 5$.

Pensar e Praticar – p. 185

A propriedade $am \cdot an = am + n$, em que **a** é um número real, com $a \neq 0$, e **m** e **n** são números inteiros.

Pensar e Praticar – p. 185

A propriedade $\frac{a_m}{a_n} = am - n$, em que **a** é um número real, com $a \neq 0$, e **m** e **n** são números inteiros.

Atividades – p. 187 e 188

1. a) 5,5t
b) $5{,}5 \cdot 2 = 11$
Resposta esperada: Significa que, em duas horas de funcionamento, esse chuveiro consome 11 kWh de energia.
2. a) $3 + 0{,}5x + 0{,}15y$
b) • $3 + 0{,}5 \cdot 10 + 0{,}15 \cdot 20 =$
$= 3 + 5 + 3 = 11$
Resposta: R$ 11,00.
• $3 + 0{,}5 \cdot 19 + 0{,}15 \cdot 38 =$
$= 3 + 9{,}5 + 5{,}7 = 18{,}2$
Resposta: R$ 18,20.
• 720 : 60 = 12, ou seja, 12 min
$3 + 0{,}5 \cdot 6 + 0{,}15 \cdot 12 =$
$= 3 + 3 + 1{,}8 = 7{,}8$
Resposta: R$ 7,80.
• 13 000 : 1 000 = 13, ou seja, 13 km
$3 + 0{,}5 \cdot 13 + 0{,}15 \cdot 28 =$
$= 3 + 6{,}5 + 4{,}2 = 13{,}7$
Resposta: R$ 13,70.
3. a) $(3ab)^2 = 3^2 \cdot a^2 \cdot b^2 = 9a^2b^2$
b) $(10\,m^3)^2 = 10^2 \cdot (m^3)^2 =$
$= 100 \cdot m^{3 \cdot 2} = 100m^6$
c) $(-2xy^2)^4 = (-2)^4 \cdot x^4 \cdot (y^2)^4 =$
$= 16 \cdot x^4 \cdot y^{2 \cdot 4} = 16x^4y^8$
d) $(3\,m^2n^3)^3 = 3^3 \cdot (m^2)^3 \cdot (n^3)^3 =$
$= 27 \cdot m^{2 \cdot 3} \cdot n^{3 \cdot 3} = 27m^6n^9$
4. **I.** $2x^2y \cdot 5x^2y = 10x^4y^2$
II. $\frac{2x^2y}{5x^2y} = \frac{2}{5}$
III. $2x^2y - 5x^2y - 5x - 4y^3 =$
$= -3x^2y - 5x - 4y^3$
IV. $(5x^2y + 5x) \cdot 4y^3 = 20x^2y^4 + 20xy^3$
5. a) $2a - 9ab^2 + 5a + 2ab^2 - 10 =$
$= (2 + 5)a + (-9 + 2)ab^2 - 10 =$
$= 7a - 7ab^2 - 10$
b) $m^3n + 5mn - 3m^3n + mn =$
$= (1 - 3)m^3n + (5 + 1)mn =$
$= -2m^3n + 6mn$
c) $ac^3 - 3ac + 8ac + 10ac^3 =$
$= (1 + 10)ac^3 + (-3 + 8)ac =$
$= 11ac^3 + 5ac$
d) $\frac{1}{2}xzy^2 + 3xz^2 - 2xzy^2 - 7xy +$
$+ \frac{1}{3}xz^2 = \left[\frac{1}{2} - 2\right]xzy^2 - 7xy +$
$+ \left[3 + \frac{1}{3}\right]xz^2 = \frac{-1-4}{2}xzy^2 - 7xy +$
$+ \frac{9+1}{3}xz^2 = \frac{5}{2}xzy^2 - 7xy + \frac{10}{3}xz^2$
6. $(4x^2y)^2$; $16x^4y^2$.
7. a) $2 \cdot (2xy \cdot 5x) + 2 \cdot (2xy \cdot 3y) +$
$+ 2 \cdot (5x \cdot 3y) = 20x^2y + 12xy^2 + 30xy$
b) $5x \cdot 2xy \cdot 3y = 30x^2y^2$
c) Área: $20 \cdot 22 \cdot 5 + 12 \cdot 2 \cdot 52 +$
$+ 30 \cdot 2 \cdot 5 = 400 + 600 +$
$+ 300 = 1\,300$; ou seja, 1 300 m²
Volume: $30 \cdot 22 \cdot 52 = 3\,000$; ou seja, 3 000 m³.
8. Área da folha: $5xy^2 \cdot 20x = 100x^2y^2$.
Quantidade de pedaços:
$100x^2y^2 : 4x^2y^2 = 25$
Resposta: 25 pedaços.
9. a) $(3m^2 + n)^2 = (3m^2 + n) \cdot (3m^2 + n) =$
$= (3m^2 + n) \cdot (3m^2 + n) =$
$= 3m^2 \cdot 3m^2 + 3m^2 \cdot n + n \cdot 3m^2 +$
$+ n \cdot n = 9m^4 + 6m^2n + n^2$
b) $(4p - 2q^2)^2 = (4p - 2q^2) \cdot$
$\cdot (4p - 2q^2) = 4p \cdot 4p + 4p \cdot$
$\cdot (-2q^2) + (-2q^2) \cdot 4p + (-2q^2) \cdot$
$\cdot (-2q^2) = 16p^2 - 16pq^2 + 4q^4$

Reveja – p. 189

1. Menor arco: $\frac{360}{120} = \frac{2 \cdot p \cdot 4}{x} \rightarrow$
$\rightarrow 360x = 960\pi \rightarrow x = \frac{960p}{360} \rightarrow$
$\rightarrow x \simeq \frac{960° \cdot 3{,}14}{360°} \rightarrow x \simeq 8{,}37$,
ou seja, 8,37 cm.
Maior arco: $\frac{360}{240} = \frac{2 \cdot p \cdot 4}{x} \rightarrow$
$\rightarrow 360x = 1\,920\pi \rightarrow x = \frac{1\,920°p}{360°} \rightarrow$
$\rightarrow x \simeq \frac{1\,920° \cdot 3{,}14}{360°} \rightarrow x \simeq 16{,}75$,
ou seja, 16,75 cm.
$\frac{8{,}37}{16{,}75} \simeq \frac{1}{2}$
Resposta: Alternativa **c**.
2. $x = \frac{y}{2}$.
Resposta: Alternativa **d**.
3. $\frac{x + 50°}{2} = 2x - 20° \rightarrow x + 50° =$
$= 4x - 40° \rightarrow 90° = 3x \rightarrow x = \frac{90°}{3} \rightarrow$
$\rightarrow x = 30°$
Resposta: Alternativa **a**.
4. $A = \frac{(x + 6) \cdot (4x - 8)}{2} =$
$= \frac{4x^2 - 8x + 24x - 48}{2} =$
$= \frac{4x^2 + 16x - 48}{2} = 2x^2 + 8x - 24$
Resposta: Alternativa **a**.
5. $2 \cdot 7^2 + 8 \cdot 7 - 24 = 2 \cdot 49 + 56 - 24 =$
$= 98 + 56 - 24 = 130$, ou seja, 130 cm².
Resposta: Alternativa **b**.

Unidade 9

Segmentos proporcionais, cálculo de volume e produtos notáveis

Página de Abertura – p. 190

a) Resposta pessoal. Resposta esperada: sim.
b) Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes respondam que a região interna da composteira retratada na fotografia lembra o formato de bloco retangular, cuja capacidade de armazenamento pode ser calculada multiplicando-se as medidas das suas dimensões internas: comprimento, largura e altura.

Atividades – p. 193

1. a) $\frac{ED}{CD} = \frac{6}{5}$
b) $\frac{CD}{GH} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$
c) $\frac{CD}{AB} = \frac{5}{8}$
d) $\frac{AB}{EF} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$
e) $\frac{EF}{AB} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$
f) $\frac{GH}{CD} = \frac{10}{5} = 2$
g) $\frac{AB}{CD} = \frac{8}{5}$
h) $\frac{GH}{EF} = \frac{10}{6} = \frac{5}{3}$
2. $\frac{AC}{8} = \frac{2}{5} \rightarrow 5 \cdot AC = 16$
$AC = \frac{16}{5} \rightarrow AC = 3{,}2$
Resposta: 3,2 cm.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

3. a) $\frac{6}{4} = \frac{12}{DE} \rightarrow 6 \cdot DE = 48$

$DE = \frac{48}{6}$

$DE = 8$, ou seja, 8 cm.

b) $\frac{DE}{3} = \frac{4}{6} \rightarrow 6 \cdot DE = 12$

$DE = \frac{12}{6} \rightarrow DE = 2$, ou seja, 2 cm.

c) $\frac{10}{DE} = \frac{5}{2} \rightarrow 5 \cdot DE = 20$

$DE = \frac{20}{5}$

$DE = 4$, ou seja, 4 cm.

d) $\frac{DE}{6} = \frac{10}{4} \rightarrow 4 \cdot DE = 60$

$DE = \frac{60}{4}$

$DE = 15$, ou seja, 15 cm.

4. a) $\frac{160}{136} = \frac{120}{x} \rightarrow 160x = 16320$

$x = 102$, ou seja, 102 cm.

b) $\frac{160}{x} = \frac{120}{90} \rightarrow 120x = 14400$

$x = 120$, ou seja, 120 cm.

c) $\frac{160}{180} = \frac{120}{x} \rightarrow 160x = 21600$

$x = 135$, ou seja, 135 cm.

Atividades – p. 196 e 197

1. a) $\frac{3,5}{7} = \frac{x}{8} \rightarrow 7x = 28$

$x = 4$, ou seja, 4 cm.

b) $\frac{x}{5} = \frac{8,4}{4,2} \rightarrow 4,2x = 42$

$x = 10$, ou seja, 10 cm.

c) $\frac{6}{9} = \frac{4,8}{x} \rightarrow 6x = 43,2$

$x = 7,2$, ou seja, 7,2 cm.

d) $\frac{8}{x} = \frac{9,6}{10,8} \rightarrow 9,6x = 86,4$

$x = 9$, ou seja, 9 cm.

e) $\frac{x}{6} = \frac{4,2}{6,3} \rightarrow 6,3x = 25,2$

$x = 4$, ou seja, 4 cm.

2. a) $\frac{24}{60} = \frac{y}{55} \rightarrow 60y = 1320$

$y = \frac{1320}{60} \rightarrow y = 22$

$\frac{60}{x} = \frac{55}{44} \rightarrow 55x = 2640$

$x = \frac{2640}{55} \rightarrow x = 48$

Resposta: $x = 48$ cm; $y = 22$ cm.

b) $\frac{40}{x} = \frac{48}{42} \rightarrow 48x = 1680$

$x = \frac{1680}{48} \rightarrow x = 35$

$\frac{35}{45} = \frac{42}{y} \rightarrow 35y = 1890$

$y = \frac{1890}{35} \rightarrow y = 54$

Resposta: $x = 35$ cm; $y = 54$ cm.

3. $\frac{AC}{AB} = \frac{DF}{DE} \rightarrow \frac{8}{5} = \frac{7,2}{DE}$

$8 \cdot DE = 36 \rightarrow DE = \frac{36}{8}$

$DE = 4,5 \rightarrow \frac{AC}{BC} = \frac{DF}{EF}$

$\frac{8}{3} = \frac{7,2}{EF} \rightarrow 8 \cdot EF = 21,6$

$EF = \frac{21,6}{8} \rightarrow EF = 2,7$

Resposta: $DE = 4,5$ cm; $EF = 2,7$ cm.

4. $\frac{8}{x} = \frac{5,6}{7} \rightarrow 5,6 \cdot x = 56$

$x = \frac{56}{5,6} = 10$, ou seja, 10 cm.

5. Atividade de construção geométrica.

6. Primeiro, determinamos a medida da altura do trapézio menor, utilizando o teorema de Tales.

$\frac{12}{x} = \frac{13}{10,4} \rightarrow 13x = 124,8$

$x = \frac{124,8}{13} \rightarrow x = 9,6$, ou seja, 9,6 m.

Assim, a altura do trapézio correspondente à região total é de:

$9,6 + 12 = 21,6$, ou seja, 21,6 m.

Por fim, calculamos a área total:

$A = \frac{(B + b) \cdot h}{2} = \frac{(17 + 8) \cdot 21,6}{2} =$

$= \frac{540}{2} = 270$, ou seja, 270 m².

7. a) Determinamos o valor de **x**:

$\frac{11x + 60}{4x} = \frac{208}{52}$

$208 \cdot 4x = 52 \cdot (11x + 60)$

$832x = 572x + 3120$

$832x - 572x = 3120$

$260x = 3120$

$x = \frac{3120}{260} = 12$

Assim, $AB = 4 \cdot 12 = 48$ e

$CD = 7 \cdot 12 = 84$.

Resposta: $AB = 48$ cm; $CD = 84$ cm.

b) $48 + 60 + 84 = 192$, ou seja, 192 cm.

c) Resposta pessoal. Exemplo de problema: Isabela está distribuindo plantas em um jardim e ela representou a distribuição com um desenho. Calcule o valor de **x** no desenho dela.

Resposta: $x = 12$ cm

8. a) $\frac{1}{x} = \frac{20}{40} \rightarrow 20x = 680$

$x = \frac{680}{20} = 34$, ou seja, 34 cm.

b) $\frac{30}{40} = \frac{24}{x} \rightarrow 30x = 960$

$x = \frac{960}{30} = 32$, ou seja, 32 cm.

9. a) $AB = 4$ cm; $BC = 3$ cm; $CA = 4$ cm; $DE = 2$ cm, $EC = 1,5$ cm ; $CD = 2$ cm.

b) $\frac{CA}{CD} = \frac{CB}{CE}$

c) Resposta esperada: Os respectivos ângulos dos triângulos ABC e DEC são congruentes entre si. O ângulo C é comum aos dois triângulos e, como $\overline{AB} // \overline{DE}$, temos que $C\hat{A}B$ e $C\hat{D}E$ são pares de ângulos correspondentes e consequentemente congruentes, assim como $C\hat{B}A$ e $C\hat{E}D$.

10. Resposta pessoal. Exemplo de problema: Nicole está construindo uma maquete de uma cidade e ela quer construir uma tampa conforme o desenho. Qual deve ser o comprimento da base da rampa indicado pelo segmento DE?

Resposta: DE = 15 cm; BC: $\frac{90}{17}$ cm

Pensar e praticar – p. 199

A capacidade é de 72 dm³.

Atividades – p. 200 e 201

1. a) $V = 5 \cdot 3 \cdot 9 = 135$, ou seja, 135 cm³.

b) $V = 8 \cdot 6 \cdot 2,5 = 120$, ou seja, 120 cm³.

c) $V = 4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$, ou seja, 64 cm³.

2. $V = V_1 + V_2 = (1 \cdot 3 \cdot 7) + (3 \cdot 4 \cdot 7) =$

$= 21 + 84 = 105$, ou seja, 105 cm³.

3. a) 40 L.

b) Modelo **P**: $V = 43 \cdot 35 \cdot 11 = 16555$, ou seja, 16555 cm³.

Convertendo para litros, temos 16,555 L.

Modelo **M**: $V = 52 \cdot 39 \cdot 18 = 36504$, ou seja, 36504 cm³.

Convertendo para litros, temos 36,504 L.

Modelo **G**: $V = 60 \cdot 40 \cdot 20 = 48000$, ou seja, 48000 cm³.

Convertendo para litros, temos 48 L.

c) Modelo **G**.

d) Resposta pessoal. A resposta depende da residência em que o estudante mora.

4. Se a barra de sabão tem 240 cm³ de volume e 4 cm de altura, a área do retângulo da base deve ser:

$V = A_b \cdot a \rightarrow 240 = A_b \cdot 4 \rightarrow \frac{240}{4} = A_b$

$A_b = 60$, ou seja, 60 cm².

Logo, devemos verificar que retângulos possuem essa área.

a) $A = 6 \cdot 10 = 60$, ou seja, 60 cm².

b) $A = 5 \cdot 8 = 40$, ou seja, 40 cm².

c) $A = 5 \cdot 12 = 60$, ou seja, 60 cm².

d) $A = 3 \cdot 8 = 24$, ou seja, 24 cm².

Resposta: Os retângulos descritos nos itens **a** e **c** podem corresponder à base dessa barra de sabão.

5. Temos que o volume inicial no recipiente é:

$V = 2,5 \cdot 4 \cdot 4 \rightarrow V = 40$, ou seja, 40 dm³.

Após colocar o objeto, o volume passou a ser:

$V = 3,5 \cdot 4 \cdot 4 \rightarrow V = 56$, ou seja, 56 dm³.

Então, a diferença entre esses resultados corresponde ao volume do objeto.

Sendo assim, $56 - 40 = 16$.

Resposta: 16 dm³.

6. Resposta pessoal. Exemplo de resposta: Se a lata tem 20 cm de altura e a área da base é de 15 cm², então quantas vezes Paolo conseguirá encher a lata com a água de uma lavadora de 6 L.

Resposta: 20 vezes.

7. Resposta pessoal. A resposta depende do experimento realizado pelo estudante.

8. Como precisamos acrescentar água até a altura de 15 cm e o recipiente já possui água até a altura de 8 cm, a diferença de altura é de 7 cm ($15 - 8 = 7$). Assim, temos que o volume que falta para conseguirmos tirar o objeto é dado por:

$V = 3 \cdot 4 \cdot 7 = 84$, ou seja, 84 cm³.

Como cada bolinha tem volume 6 cm³, a quantidade de bolinhas necessárias será dada por: $84 : 6 = 14$, ou seja, 14 bolinhas.

Resposta: Alternativa **a**.

Pensar e praticar – p. 202

Sabonete com formato de bloco retangular: retângulo; sabonete com formato de prisma de base triangular: triângulo; sabonete com formato de cilindro: círculo.

Pensar e praticar – p. 202

Resposta esperada: As bases das peças de sabonete possuem a mesma área.

Pensar e praticar – p. 204

Resposta esperada: A capacidade máxima do recipiente é maior que 400 mL, pois $1 \text{ cm}^3 = 1 \text{ mL}$ e $288\sqrt{3} \simeq 288 \cdot 1,7 = 489,6$.

Atividades – p. 204 a 207

1. a) $A = \pi r^2 = \pi \cdot 5^2 = 25 \cdot 3,14 =$

$= 78,5$, ou seja, 78,5 cm².

$V = A_b \cdot a \rightarrow V = 78,5 \cdot 13$ H

H $V = 1020,5$, ou seja, 1020,5 cm³.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

b) $A = \pi r^2 = \pi \cdot 7^2 = 49 \cdot 3{,}14 =$
$= 153{,}86$, ou seja, $153{,}86\ cm^2$.
$V = A_b \cdot a \rightarrow V = 153{,}86 \cdot 5$ H
H V = 769,3, ou seja, $769{,}3\ cm^3$.

c) $A = \pi r^2 = \pi \cdot 2^2 = 4 \cdot 3{,}14 =$
$= 12{,}56$, ou seja, $12{,}56\ cm^2$.
$V = A_b \cdot a \rightarrow V = 12{,}56 \cdot 15 \rightarrow$ H
H V = 188,4, ou seja, $188{,}4\ cm^3$.

d) $A = \pi r^2 = \pi \cdot 3^2 = 9 \cdot 3{,}14 =$
$= 28{,}26$, ou seja, $28{,}26\ cm^2$.
$V = A_b \cdot a \rightarrow V = 28{,}26 \cdot 3$ H
H V = 84,78, ou seja, $84{,}78\ cm^3$.

e) $A = \pi r^2 = \pi \cdot 7^2 = 49 \cdot 3{,}14 =$
$= 153{,}86$, ou seja, $153{,}86\ cm^2$.
$V = A_b \cdot a \rightarrow V = 153{,}86 \cdot 9 \rightarrow$ H V =
1 384,74, ou seja, $1\,384{,}74\ cm^3$.

f) $A = \pi r^2 = \pi \cdot 4^2 = 16 \cdot 3{,}14 =$
$= 50{,}24$, ou seja, $50{,}24\ cm^2$.
$V = A_b \cdot a \rightarrow V = 50{,}24 \cdot 6{,}5 \rightarrow$ H V
$= 326{,}56$, ou seja, $326{,}56\ cm^3$.

2. Recipiente **I**:
Área da base: $A = \pi r^2 = \pi \cdot 6^2 =$
$= 36 \cdot 3{,}14 = 113{,}04$, ou seja, $113{,}04\ cm^2$.
Capacidade:
$V = A \cdot a \rightarrow V = 113{,}04 \cdot 20 \rightarrow$
$\rightarrow V = 2\,260{,}8$, ou seja, $2\,260{,}8\ cm^3$.
Recipiente **II**:
Área da base: $A = 10 \cdot 10 = 100$, ou seja, $100\ cm^2$.
Capacidade: $V = A \cdot a = 100 \cdot 22 =$
$= 2\,200$, ou seja, $2\,200\ cm^3$.
Ao compararmos as capacidades, temos que o recipiente **I** possui $60{,}8\ cm^3$ a mais de capacidade do que o recipiente **II**. Logo, essa será a quantidade de água que transbordará.
Resposta: Alternativa **c**.

3. $A_b = \pi r^2 = \pi \cdot 3^2 = 9 \cdot 3 = 27$, ou seja, $27\ dm^2$.
Como será colocada água até a metade da bacia, utilizamos a altura 1,5 dm (3 : 2 = 1,5).
$V = A_b \cdot a \rightarrow V = 27 \cdot 1{,}5$
$V = 40{,}5$ ou seja, $40{,}5\ dm^3$
Como $1\ dm^3 = 1$ L, temos que o volume será de 40,5 L.
Como a razão é de 1 colher de água sanitária sem alvejante para 1 L de água, será necessário, aproximadamente, 40 colheres de água sanitária sem alvejante.
Resposta: 40 colheres de água sanitária.

4. Resposta pessoal. Exemplo de resposta: Emília enche um recipiente que lembra um prisma retangular de água para molhar suas plantas. O recipiente tem 25 cm de altura e 48 cm^2 de base. Qual o volume do recipiente em centímetro cúbico?
Resposta: $1\,200\ cm^3$.

5. a) Inicialmente, vamos calcular o volume do cilindro desenhado pela professora.
Área da base: $A = \pi r^2 = \pi \cdot 3^2 =$
$= 9 \cdot 3{,}14 = 28{,}26$, ou seja, $28{,}26\ cm^2$.
Volume:
$V = A_b \cdot a \rightarrow V = 28{,}26 \cdot 12 \rightarrow$
$\rightarrow V = 339{,}12$, ou seja, $339{,}12\ cm^3$.
Agora, vamos calcular o volume dos cilindros indicados pelos estudantes.
João: $A_b = \pi r^2 = \pi \cdot 2^2 = 4 \cdot 3{,}14 =$
$= 12{,}56$, ou seja, $12{,}56\ cm^2$.
Volume:
$V = A_b \cdot a \rightarrow V = 12{,}56 \cdot 27 \rightarrow$
$\rightarrow V = 339{,}12$, ou seja, $339{,}12\ cm^3$.
Marcos: $A_b = \pi r^2 = \pi \cdot 5^2 =$
$= 25 \cdot 3{,}14 = 78{,}5\ cm^2$.
Volume: $V = A_b \cdot a \rightarrow V = 78{,}5 \cdot 20 \rightarrow$
$\rightarrow V = 1\,570$, ou seja, $1\,570\ cm^3$.
Taís:
Área da base: $A = \pi r^2 = \pi \cdot 6^2 =$
$= 36 \cdot 3{,}14 = 113{,}04\ cm^2$, ou seja, $113{,}04\ cm^2$.
Volume:
$V = A_b \cdot a \rightarrow V = 113{,}04 \cdot 3 \rightarrow$
$\rightarrow V = 339{,}12$, ou seja, $339{,}12\ cm^3$.
Resposta: João e Taís.

b) Algumas respostas possíveis: Raio da base igual a 4 cm e altura igual a 6,75 cm; raio da base igual a 5 cm e altura igual a 4,32 cm.

6. Quantidade de água consumida pelos habitantes do povoado em 7 dias:
$120 \cdot 100 \cdot 7 = 84\,000$.
Como $1\,000\ L = 1\ m^3$, temos que a capacidade do reservatório deve ser de $84\ m^3$.
$A_b = \pi r^2 = \pi \cdot (2{,}5)^2 = 3 \cdot 6{,}25 =$
$= 18{,}75$, ou seja, $18{,}75\ m^2$.
$V = A_b \cdot a \rightarrow 84 = 18{,}75 \cdot a$
$a = \frac{84}{18{,}75} \rightarrow a = 4{,}48$, ou seja, 4,48 m.
Resposta: Alternativa **d**.

7. Decompondo o polígono que representa a lateral da caçamba em dois trapézios, temos que a caçamba é formada por dois prismas de base trapezoidal cujos volumes podem ser obtidos da seguinte maneira:
Prisma **I**:
$A = \frac{(B + b) \cdot h}{2} = \frac{(3 + 1{,}5) \cdot 1}{2} =$
$= \frac{4{,}5}{2} = 2{,}25$, ou seja, $2{,}25\ m^2$.
Logo, o volume é:
$V = A_b \cdot a \rightarrow V = 2{,}25 \cdot 2 \rightarrow V = 4{,}5$,
ou seja, $4{,}5\ m^3$.
Prisma **II**:
$A = \frac{(B + b) \cdot h}{2} = \frac{(3 + 2{,}5) \cdot 1}{2} =$
$= 1{,}375$, ou seja, $1{,}375\ m^2$.
Logo, o volume é:
$V = A_b \cdot a \rightarrow V = 1{,}375 \cdot 2 \rightarrow$
$\rightarrow V = 2{,}75$, ou seja, $2{,}75\ m^3$.
Portanto, o volume da caçamba é a soma dos dois volumes, ou seja: $4{,}5 + 2{,}75 =$
$= 7{,}25$, ou seja, $7{,}25\ m^3$.

8. a) $A_b = \pi r^2 = \pi \cdot 4^2 = 16 \cdot 3{,}14 = 0{,}24$, ou seja, $50{,}24\ cm^2$.
$V = A_b \cdot a \rightarrow V = 50{,}24 \cdot 16 \rightarrow$
$\rightarrow V = 803{,}84$, ou seja, $803{,}84\ cm^3$.
Resposta: $803{,}84\ cm^3$.

b) Como o volume da água congelada é 9% maior do que na forma líquida, denominamos **x** o volume da água em forma líquida em centímetro cúbico e calculamos:
$x + \frac{9}{100} x = 803{,}84 \rightarrow$
$\rightarrow x = \frac{803{,}84}{1{,}09} \simeq 737{,}47$.
Resposta: $737{,}47\ cm^3$.

9. $A_b = \frac{1 \cdot 13}{2} = \frac{13}{2} = 6{,}5$, ou seja, $6{,}5\ m^2$.
$V = A_b \cdot a \rightarrow V = 6{,}5 \cdot 1{,}5 \rightarrow V = 9{,}75$,
ou seja, $9{,}75\ m^3$.

10. a) É possível utilizar qualquer modelo de embalagem para calcular o volume das latas de ervilha. Utilizando o modelo **I**, temos que o raio do círculo da base do cilindro mede 4 cm e a altura, 9 cm. Sendo assim, temos: Área da base:
$A_b = \pi r^2 = \pi \cdot 4^2 = 16 \cdot 3{,}14 = 50{,}24$, ou seja, $50{,}24\ cm^2$.
Volume:
$V = A_b \cdot 9 \rightarrow V = 50{,}24 \cdot 9 \rightarrow$
$\rightarrow V = 452{,}16$, ou seja, $452{,}16\ cm^3$.

b) Modelo **I**: $A = 2 \cdot (16 \cdot 18) +$
$+ 2 \cdot (8 \cdot 18) + 2 \cdot (8 \cdot 16) =$
$= 576 + 288 + 256 = 1\,120$, ou seja, $1\,120\ cm^2$.
Modelo **II**: $A = 2 \cdot (16 \cdot 16) +$
$+ 4 \cdot (16 \cdot 9) = 512 + 576 = 1\,088$, ou seja, $1\,088\ cm^2$.
Modelo **III**: $A = 2 \cdot (8 \cdot 32) +$
$+ 2 \cdot (8 \cdot 9) + 2 \cdot (9 \cdot 32) =$
$= 512 + 144 + 576 = 1\,232$, ou seja, $1\,232\ cm^2$.

c) Modelo **I**:
$V = A_b \cdot a \rightarrow V = 16 \cdot 8 \cdot 18 \rightarrow$
$\rightarrow V = 2\,304$, ou seja, $2\,304\ cm^3$.
Modelo **II**:
$V = A_b \cdot a \rightarrow V = 16 \cdot 16 \cdot 9 \rightarrow$
$\rightarrow V = 2\,304$, ou seja, $2\,304\ cm^3$.
Modelo **III**:
$V = A_b \cdot a \rightarrow V = 8 \cdot 32 \cdot 9 \rightarrow$
$\rightarrow V = 2\,304$, ou seja, $2\,304\ cm^3$.
Todos os modelos têm a mesma capacidade.

d) Resposta esperada: Modelo **II**, pois, entre as opções, é o que utiliza menos papelão.

11. Resposta pessoal. Exemplo de problema: Catarina está estocando embalagens de um produto. Uma embalagem lembra um cilindro e outra lembra um prisma cuja base é um prisma hexagonal. Ambas têm 10 cm de altura e 14 cm^2 de base. Compare o volume que cada embalagem ocupa.
Resposta: ambos ocupam $140\ cm^3$.

Atividades – p. 211 e 212

1. a) $(6m - 7n)^2 =$
$= (6m)^2 - 2 \cdot 6m \cdot 7n + (7n)^2 =$
$= 36m^2 - 84mn + 49n^2$
Resposta: **II**.

b) $(5a + 4b)^2 = (5a)^2 + 2 \cdot 5a \cdot 4b +$
$+ (4b)^2 = 25a^2 + 40ab + 16b^2$
Resposta: **I**.

c) $(3x - 2y^3) \cdot (3x + 2y^3) =$
$= (3x)^2 - (2y^3)^2 = 9x^2 - 4y^6$
Resposta: **III**.

2. a) Como a largura é 20 metros menor que o comprimento (x) temos que a expressão que representa a largura é $x - 20$.

b) Como a área de um quadrilátero é dado pelo produto da sua largura pelo seu comprimento: $x(x - 20) \cdot (x - 20)$

3. a) $(8x + 2y)^2 = (8x)^2 + 2 \cdot 8x \cdot 2y +$
$+ (2y)^2 = 64x^2 + 32xy + 4y^2$

b) $(7m - n^2)^2 = (7m)^2 - 2 \cdot 7m \cdot$
$\cdot n^2 + (n^2)^2 = 49m^2 - 14mn^2 + n^4$

4. a) $(5x^2 - 8y)^2 = (5x^2)^2 - 2 \cdot 5x^2 \cdot 8y +$
$+ (8y)^2 = 25x^4 - 80x^2y + 64y^2$

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

b) $(4a + 2b^3)^2 = (4a)^2 + 2 \cdot 4a \cdot 2b^3 + (2b^3)^2 = 16a^2 + 16ab^3 + 4b^6$

c) $(3m - n^2) \cdot (3m + n^2) = (3m)^2 - (n^2)^2 = 9m^2 - n^4$

d) $(a^2 - 3ab)^2 = (a^2)^2 - 2 \cdot a^2 \cdot 3ab + (3ab)^2 = a^4 - 6a^3b + 9a^2b^2$

5. a) $(100 + 2)^2 = 100^2 + 2 \cdot 100 \cdot 2 + 2^2 = 10\,000 + 400 + 4 = 10\,404$

b) $(100 + 7)^2 = 100^2 + 2 \cdot 100 \cdot 7 + 7^2 = 10\,000 + 1\,400 + 49 = 11\,449$

c) $(100 + 1)^2 = 100^2 + 2 \cdot 100 \cdot 1 + 1^2 = 10\,000 + 200 + 1 = 10\,201$

6. a) Resposta esperada: 99, que é a base da potência, pode ser escrita por meio da diferença $100 - 1$. A partir disso, utiliza-se o quadrado da diferença de dois termos para a realização do cálculo mental: $99^2 = (100 - 1)^2 = 100^2 - 200 + 1 = 9\,801$.

b) • $98^2 = (100 - 2)^2 = 100^2 - 400 + 4 = 9\,604$

• $93^2 = (100 - 7)^2 = 100^2 - 1\,400 + 49 = 8\,649$

• $95^2 = (100 - 5)^2 = 100^2 - 1\,000 + 25 = 9\,025$

7. Alternativa **c**.

$(a - b)^2 = 1^2$

$a^2 - 2ab + b^2 = 1$

$a^2 + b^2 - 2 \cdot 1 = 1$

$a^2 + b^2 = 1 + 2$

$a^2 + b^2 = 3$

8. $A = (x + y)^2 - [(y + 1) \cdot (y - 1)] + [(x - y) \cdot (2x - (x + y)] = (x + y)^2 - (y^2 - 1) + [(x - y) \cdot (x - y)] = x^2 + 2xy + y^2 - y^2 + 1 + x^2 - 2xy + y^2 = 2x^2 + y^2 + 1$

9. Desenvolvendo os produtos notáveis da segunda coluna encontramos as relações de cada item com a primeira coluna.

$(\sqrt{2}x + 2) \cdot (\sqrt{2}x - 2) \rightarrow (\sqrt{2}x)^2 - 2$

$\sqrt{2}x + 2\sqrt{2}x - 2^2 \rightarrow 2x^2 - 4$ **(II)**

$(\sqrt{2}x + 1)^2 \rightarrow (\sqrt{2}x + 1) \cdot (\sqrt{2}x + 1)$

$\rightarrow (\sqrt{2}x)^2 + \sqrt{2}x + \sqrt{2}x + 1 \rightarrow$

$\rightarrow 2x^2 + 2\sqrt{2}x + 1$ **(I)**

$(\sqrt{2}x + 3) \cdot (\sqrt{2}x + 3) \cdot (\sqrt{2}x - 3) \rightarrow$

$\rightarrow (\sqrt{2}x + 3) \cdot ((\sqrt{2}x)^2 - (3)^2) \rightarrow$

$\rightarrow (\sqrt{2}x + 3) \cdot (2x^2 - 9) \rightarrow$

$\rightarrow 2x^3\sqrt{2} + 6x^2 - 9x\sqrt{2} - 27$ (IV)

$(\sqrt{2}x - 3) \cdot (\sqrt{2}x - 3) \cdot (\sqrt{2}x + 3) \rightarrow$

$\rightarrow (\sqrt{2}x - 3) \cdot ((\sqrt{2}x)^2 - 3^2) \rightarrow$

$\rightarrow (\sqrt{2}x - 3) \cdot (2x^2 - 9) \rightarrow$

$\rightarrow 2x^3\sqrt{2} - 6x^2 - 9x\sqrt{2} - 27$ **(III)**

Resposta: **I**-B; **II**-A; **III**-D; **IV**-C

Reveja – p. 213

1. AB: 4 cm; AC: $4 + 6 = 10$, ou seja, 10 cm; BC: 6 cm; BD: x.

$\frac{4}{10} = \frac{x}{6} \rightarrow 10x = 4 \cdot 6 \rightarrow 10x = 24 \rightarrow$

$\rightarrow x = \frac{24}{10} \rightarrow x = 2{,}4$, ou seja, 2,4 cm.

Resposta: Alternativa **b**.

2. $\frac{10}{60} = \frac{10{,}3}{x} \rightarrow 10x = 60 \cdot 10{,}3 = 61{,}8$

Assim, o comprimento total da tirolesa é 61,8 m.

Resposta: Alternativa **c**.

3. Altura em que a bomba da água é acionada:

$\frac{4}{5} \cdot 12 = \frac{48}{5} = 9{,}6$ ou seja, 9,6 m.

$A_b = \pi r^2 = \pi \cdot (4{,}6)^2 \simeq 3{,}14 \cdot 21{,}16 \simeq \simeq 66{,}44$, ou seja, 66,44 m^2.

$V = A_b \cdot a \rightarrow V = 66{,}44 \cdot 9{,}6 \rightarrow$

H V = 637,824, ou seja, 637,824 m^3.

Resposta: Alternativa **b**.

4. Os triângulos ADE e ACB são semelhantes pelo caso AA. Sendo assim, temos:

$\frac{8}{8 + 6} = \frac{10}{10 + x} \rightarrow 8 \cdot (10 + x) = 10 \cdot 14 \rightarrow 80 + 8x = 140 \rightarrow$

$\rightarrow 8x = 140 - 80 \rightarrow 8x = 60 \rightarrow$

$\rightarrow x = \frac{60}{8} \rightarrow x = 7{,}5$, ou seja, 7,5 cm.

Assim, o lado AB mede:

10 cm + 7,5 cm = 17,5 cm.

Resposta: Alternativa **a**.

5. $A^2 = 25 \rightarrow A = \sqrt{25}$ ou $A = -\sqrt{25}$.

Como o segundo termo também é positivo (+30), o valor de **A** é positivo, então:

$A = \sqrt{25} = 5$

$B = 3^2 = 3 \cdot 3 = 9$

Resposta: Alternativa **c**.

Unidade 10

Semelhança de polígonos, estatística e fatoração de polinômios

Página de Abertura – p. 214

a) Espera-se que os estudantes identifiquem que, na fotografia, as árvores têm alturas quase uniformes e estão dispostas de maneira linear, elementos que indicam que foram plantadas e, assim, que não se trata de uma floresta nativa.

b) Sendo **x** a medida da largura do papel A5, vale: $\frac{x}{210} = \frac{210}{297} \rightarrow$

$\rightarrow x \simeq 148$ mm.

c) Resposta pessoal. Espera-se que o estudante compartilhe com a turma as suas experiências pessoais.

Atividades – p. 216 e 217

1. O item **a** não apresenta figuras semelhantes, pois os lados dos polígonos não são proporcionais, visto que $\frac{10}{15} \neq \frac{8}{13}$.

O item **b** apresenta figuras semelhantes, pois todos os ângulos internos correspondentes são congruentes e os lados correspondentes são proporcionais, visto que $\frac{12}{6} = \frac{14}{7} = \frac{10}{5} = 2$, sendo 2 a razão de semelhança.

Resposta: item **b**. 2.

2. a) As dimensões da imagem obtida devem ser reduzidas em 25%, ou seja, devem corresponder a 75% das dimensões da figura original.

Como $75\% = \frac{3}{4}$, temos:

$\frac{3}{4} \cdot 16 = 12$ e $\frac{3}{4} \cdot 12 = 9$.

Resposta: 12 cm e 9 cm.

b) $\frac{16}{12} = \frac{12}{9} = \frac{4}{3}$

c) • Perímetro da figura original: $16 + 16 + 12 + 12 = 56$, ou seja, 56 cm. Perímetro da figura reduzida: $12 + 12 + 9 + 9 = 42$, ou seja, 42 cm.

Razão: $\frac{56}{42} = \frac{4}{3}$

• Área da figura original: $16 \cdot 12 = 192$, ou seja, 192 cm^2.

Área da figura reduzida: $12 \cdot 9 = 108$, ou seja, 108 cm^2.

Razão: $\frac{192}{108} = \frac{48}{27} = \frac{16}{9}$

d) Resposta esperada: A razão obtida no item **b** é igual à obtida entre os perímetros das imagens e diferente daquela obtida entre as áreas das imagens, no item **c**.

3. As figuras **B** e **C**, pois todos os lados dessas figuras são proporcionais aos lados correspondentes na figura **A**. Na figura **B**, por exemplo, a medida de cada lado é o triplo da medida do lado correspondente na figura **A**. Já na figura **C**, a medida de cada lado é o dobro da medida do lado correspondente na figura **A**. Além disso, todos os ângulos internos correspondentes dessas figuras (**A**, **B** e **C**) têm mesma medida.

4. a) $1{,}5 \cdot 2 = 3$; $2{,}5 \cdot 2 = 5$; $2 \cdot 2 = 4$.

Resposta: 3 m, 5 m e 4 m.

b) Atividade de construção geométrica. Resposta pessoal.

Atividades – p. 221 a 223

1. **a** e **c**: caso LAL; **b** e **d**: caso AA.

2. a) $\frac{4{,}5}{x} = \frac{2{,}7}{4{,}5} \rightarrow 2{,}7x = 20{,}25$

$x = \frac{20{,}25}{2{,}7} = 7{,}5$

Resposta: 7,5 cm.

b) $\frac{6{,}3}{x} = \frac{7}{5} \rightarrow 7x = 31{,}5$

$x = \frac{31{,}5}{7} = 4{,}5$

Resposta: 4,5 cm.

3. Resposta esperada: Os triângulos ABE e DCE são semelhantes pelo caso de semelhança de triângulos **AA**, pois $A\hat{B}E \equiv D\hat{C}E$ (ângulos retos) e $A\hat{E}B \equiv D\hat{E}C$ (ângulos opostos pelo vértice).

4. O perímetro do triângulo indicado é: $8 + 10 + 12 = 30$, ou seja, 30 cm.

Se o perímetro de um triângulo semelhante a esse é igual a 9 cm, calculamos a razão entre os perímetros para determinarmos a razão de semelhança: $\frac{9}{30} = \frac{3}{10}$.

Assim, determinamos as medidas dos lados do triângulo que os estudantes devem desenhar: $8 \cdot \frac{3}{10} = 2{,}4$;

$10 \cdot \frac{3}{10} = 3$ e $12 \cdot \frac{3}{10} = 3{,}6$.

Resposta: 2,4 cm, 3 cm e 3,6 cm.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

5. Como CD = 18, então BC = 18, pois ABCD é um quadrado. Como $B\hat{O}C$ e $G\hat{O}D$ são congruentes (ângulo comum) e $O\hat{C}B$ e $O\hat{D}G$ também são congruentes entre si (ângulos retos), pelo caso de semelhança AA, temos que os triângulos OCB e ODG são semelhantes.

Assim: $\frac{OC}{BC} = \frac{OD}{GD} \rightarrow \frac{27}{18} = \frac{45}{GD}$

$27 \cdot GD = 810 \rightarrow GD = \frac{810}{27} = 30$

Resposta: 30 cm.

6. Como os triângulos ABC e DEC são semelhantes, temos que:

$\frac{12,5}{5} = \frac{DC}{3,4} \rightarrow 5 \cdot DC = 42,5$

$DC = \frac{42,5}{5} = 8,5.$

Assim, AD = 12,5 − 8,5 = 4

Resposta: 4 m.

7. Note que os triângulos ABC e EDC são semelhantes. Assim:

$\frac{60}{24} = \frac{x}{64} \rightarrow 24x = 3\,840$

$x = \frac{3\,840}{24} = 160$, ou seja, 160 passos.

Como a largura do rio corresponde a 160 passos e cada passo de Roseli mede cerca de 75 cm, fazemos:

160 · 75 = 12 000, ou seja, 12 000 cm.

Dividindo por 100, obtém-se a medida em metros: 12 000 : 100 = 120.

Resposta: 120 m.

8. Resposta pessoal. Exemplo de problema: Dado o triângulo ABC semelhante ao triângulo DEF, se $B\hat{A}C$ mede 57° e a medida de seu ângulo correspondente EDF pode ser expressa por 2x + 11°, quanto vale **x**?

Resposta:

2x + 11° = 57° ⇒ 2x = 46° ⇒ x = 23°

Portanto, **x** vale 23°.

9. a) 0,27 · 25 = 6,75.

Resposta: 6,75 m.

b) Uma possível estratégia:

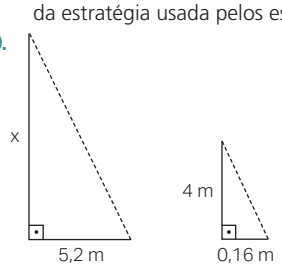
$\frac{1,70}{0,5} = \frac{h}{6,75} \rightarrow 0,5h = 11,475$

$h = \frac{11,475}{0,5} = 22,95$

Resposta: 22,95 m.

Resposta pessoal. A resposta depende da estratégia usada pelos estudantes.

10.



$\frac{x}{5,2} = \frac{4}{0,16} \rightarrow x = 130$

Dessa forma, a altura da torre é 130 m.

Conexões – p. 224 e 225

1. a) Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes expressem o entendimento de que a Etnomatemática reconhece que descobertas matemáticas são influenciadas pelos saberes, costumes, visões de mundo, entre outros aspectos, de povos ou etnias.

b) Uma resposta possível: o processo de colonialismo europeu pelo mundo influenciou descobertas, universidades e academias, além de intercâmbios culturais e econômicos, incorporando visões europeias na Ciência moderna.

2. a) Resposta esperada: Tales de Mileto utilizou um bastão de madeira (recurso material) e observou que os raios solares (recurso natural) eram paralelos e incidiam de maneira inclinada no solo. Desse modo, concluiu que as sombras projetadas pelo bastão e pela pirâmide tinham medidas proporcionais.

b) Resposta esperada: Precisariam ser conhecidas a medida da altura do bastão, a medida do comprimento da sombra projetada pelo bastão e a medida do comprimento da sombra projetada pela pirâmide adicionada à metade da medida do comprimento da base da pirâmide.

3. a) A altura do bastão. A altura da pirâmide.

b) Sim, como $C\hat{A}B \equiv C'\hat{A}'B'$ e $B\hat{C}A \equiv B'\hat{C}'A$, pelo caso **AA** de semelhança de triângulos, podemos afirmar que esses triângulos são semelhantes entre si.

Atividades – p. 230 e 231

1. a) Nível básico. Nível avançado.

b) 15%.

c) 12 + 36 = 48; 48 funcionários.

d) 90%

2. a) 30 atendentes.

b)

Funcionários da empresa

Classificação	Frequência (f)	Frequência acumulada (fa)	Frequência relativa (fr)	Frequência acumulada relativa (far)
Júnior	15	15	50%	50%
Pleno	9	24	30%	80%
Sênior	6	30	20%	100%
Total	30		100%	

Fonte: Departamento de recursos humanos da empresa.

c) 24 atendentes. 80%.

3. a) Segunda-feira: $\frac{20}{100} \cdot 1\,080 = 216$ ou seja, 216 visitantes;

terça-feira: $\frac{12,5}{100} \cdot 1\,080 = 135$, ou seja, 135 visitantes; quarta-feira: $\frac{30}{100} \cdot 1\,080 = 324$, ou seja, 324 visitantes; quinta-feira: $\frac{15}{100} \cdot 1\,080 = 162$, ou seja, 162 visitantes;

sexta-feira: $\frac{22,5}{100} \cdot 1\,080 = 243$, 243 visitantes.

b)

Visitantes da feira cultural

Dia da semana	Frequência (f)	Frequência acumulada (fa)	Frequência relativa (fr)	Frequência acumulada relativa (far)
Segunda-feira	216	216	20%	20%
Terça-feira	135	351	12,5%	32,5%
Quarta-feira	324	675	30%	62,5%
Quinta-feira	162	837	15%	77,5%
Sexta-feira	243	1 080	22,5%	100%
Total	1 080		100%	

Fonte: Diretoria da escola.

c) Resposta pessoal. Exemplo de problema: Qual é o porcentual de visitantes que visitaram o museu de segunda-feira até quarta-feira?

Resposta: 62,5%.

4. a) 0 ⊢ 250

b) 45 + 17 = 62

Resposta: 62 municípios.

c) • Aproximadamente 2,7%. • 92%

d) Resposta esperada: Não, pois nessa tabela de distribuição de frequências os dados estão agrupados em intervalos de classe, não apresentando a extensão territorial de cada município.

5. a)

Concentração da vitamina D em pessoas adultas

Concentração (ng/mL)	Frequência (f)	Frequência acumulada (fa)	Frequência relativa (fr)	Frequência acumulada relativa (far)
0 ⊢ 20	11	11	36,67%	36,67%
20 ⊢ 40	16	27	53,33%	90%
40 ⊢ 60	3	30	10%	100%
Total	30		100%	

Fonte: Pesquisadores da universidade.

b) • 12 pessoas. • $\frac{12}{30} = 0,4$

Resposta: 40%.

c) Resposta pessoal.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

Pensar e praticar – p. 232
$0{,}16 \cdot 58208 = 9313{,}28$.
Resposta: Aproximadamente 9313 vereadores.

Atividade – p. 233
1. De acordo com o infográfico, as mulheres representam 58,2% dos indivíduos que têm Ensino Superior completo, enquanto os homens representam apenas 41,8%. Assim, as mulheres são a maioria.
Alternativa **b**.

Conexões – p. 234 e 235
1. a) Resposta pessoal. A resposta depende dos hábitos do estudante.
b) Resposta pessoal. Espera-se que o estudante consiga elencar motivos baseados em uma análise crítica e realista.
2. Resposta pessoal. Espera-se que o estudante expresse o entendimento de que conhecer conceitos estatísticos permite avaliar de maneira crítica algumas informações.
3. Resposta pessoal. Espera-se que o estudante consiga organizar as informações da imagem em um fluxograma.
4. A escala do eixo vertical não se inicia no zero e esse fato é omitido, pois nenhuma indicação é feita para representar essa supressão na escala. Essa alteração na escala leva a uma distorção da percepção da informação, pois o crescimento dos dados representados parece, nesse caso, menos acentuado do que realmente é, já que os dados se iniciam em 2 000 mortes, em intervenções policiais em 2013, o que já é um número que indica uma quantidade elevada de mortes. Gráficos de setores cuja soma das categorias representadas nos setores não é igual 100% podem ser usados para dar falsa credibilidade a notícias falsas que têm a intenção enganosa de chamar a atenção para um setor específico (maior ou menor setor, por exemplo), presumindo que os leitores não farão a verificação da soma dos percentuais indicados nas categorias; gráficos de colunas ou de barras com escalas inapropriadas para representar a real proporção entre os dados que se deseja apresentar podem ser utilizados em pesquisas de intenção de votos, por exemplo, a fim de que determinado candidato aparente maior vantagem em relação a outro candidato.
5. Resposta pessoal. Em seus argumentos, os estudantes podem citar termos relacionados com a Estatística como pesquisa, tabela, gráfico, dados, fonte de dados, cálculos porcentuais, entre outros.

Pensar e praticar – p. 236
A decomposição do número 30 em fatores primos é: $2 \cdot 3 \cdot 5$. A decomposição do número 12 em fatores primos é $2 \cdot 2 \cdot 3$.

Pensar e praticar – p. 237
Resposta esperada: Não, pois o único fator comum entre os termos desse polinômio é o número 1.

Pensar e praticar – p. 237
Em ambos os itens, foram utilizadas as seguintes etapas: agrupamento dos termos semelhantes; colocação em evidência dos fatores semelhantes.

Pensar e praticar – p. 238
Foram realizadas as etapas de comutação dos termos do polinômio e sua escrita em forma fatorada.

Atividades – p. 239 e 240
1. a) $3y(6x + 9) = 18xy + 27y$
Resposta: **III**.
b) $(3a + 2b) \cdot (5 - b^2) = 3a \cdot 5 - 3a \cdot b^2 + 2b \cdot 5 + 2b \cdot (-b^2) = 15a - 3ab^2 + 10b - 2b^3$
Resposta: **II**.
2. a) Uma resposta possível:
$8x^3y - 2xy^2 = 2 \cdot 4 \cdot xy \cdot x^2 - 2xy \cdot y = 2xy(4x^2 - y)$
b) Uma resposta possível:
$12a^2b^3c + 9a^4b^2c^2 = 3a^2b^2c \cdot 4b + 3a^2b^2c \cdot 3a^2c = 3a^2b^2c(4b + 3a^2c)$
c) Uma resposta possível:
$m^4n^3p + 6m^3p^3 = m^3p \cdot mn^3 + m^3p \cdot 6p^2 = m^3p(mn^3 + 6p^2)$
d) Não é possível fatorar.
3. $2xy^2(4x^3 + 2z - 3x^2y^2) = 8x^4y^2 + 4xy^2z - 6x^3y^4$
Resposta: Alternativa **c**.
4. Como $A = x + y$, $B = x - y$ e $C = x \cdot y$, temos:
$$\frac{A^2 - B^2}{C} = \frac{(x + y)^2 - (x - y)^2}{x \cdot y} = \frac{x^2 + 2xy + y^2 - (x^2 - 2xy + y^2)}{x \cdot y} = \frac{x^2 + 2xy + y^2 - x^2 + 2xy - y^2}{x \cdot y} = \frac{2xy + 2xy}{x \cdot y} = \frac{4xy}{x \cdot y} = 4$$
Alternativa **c**.
5. a) Resposta possível:
$2m^3 - n^2 - 2mn + m^2n = 2m^3 - 2mn - n^2 + m^2n = 2m \cdot (m^2 - n) + n \cdot (m^2 - n) = (2m + n) \cdot (m^2 - n)$
b) Resposta possível:
$6a^2 + 2ab + 3a + b = 6a^2 + 3a + 2ab + b = 3a \cdot (2a + 1) + b \cdot (2a + 1) = (2a + 1) \cdot (3a + b)$
c) Resposta possível:
$3x^5 - 18x^2y + x^3y - 6y^2 = 3x^2 \cdot (x^3 - 6y) + y \cdot (x^3 - 6y) = (3x^2 + y) \cdot (x^3 - 6y)$
6. Sendo o produto notável $a^2 - b^2 = (a + b) \cdot (a - b)$ e $a = 525$ e $b = 523$, temos: $525^2 - 523^2 = (525 + 523) \cdot (525 - 523) = 1048 \cdot 2 = 2096$
Assim, a soma dos algarismos $S = 2 + 0 + 9 + 6 = 17$
Resposta: Alternativa **d**.
7. O número representado pelo quadradinho é 6.
$x^2 - 6xy^2 + 9y^4 = (x)^2 - 2 \cdot x \cdot 3y^2 + (3y^2)^2 = (x - 3y^2)^2$
8. O perímetro de um retângulo é dado por $P = 2c + 2l$, em que **c** e **l** são o comprimento e a largura do retângulo. Como os lados desse retângulo são $(ax + by)$ e $(bx + ay)$, temos:
$P = 2 \cdot (ax + by) + 2 \cdot (bx + ay)$
$P = 2ax + 2by + 2bx + 2ay$
Agrupando e colocando os termos semelhantes em evidência, temos:
$P = 2(a + b)(x + y)$
Resposta: Alternativa **a**.
9. a) $4x^4 + 12x^2 + 9 = (2x^2)^2 + 2 \cdot 3 \cdot 2x^2 + (3)^2 = (2x^2 + 3)^2$
b) $9a^2 - 30ab^2 + 25b^4 = (3a)^2 - 2 \cdot 3a \cdot 5b^2 + (5b^2)^2 = (3a - 5b^2)^2$
c) $25m^2 - n^6 = (5m + n^3) \cdot (5m - n^3)$
d) $16p^4 + 9q^2 - 24p^2q = (4p^2)^2 - 2 \cdot 4p^2 \cdot 3q + (3q)^2 + (3q)^2 = (4p^2 - 3q)^2$
10. a) $2x + 5$ e $y^2 + 6$.
b) $(2x + 5)(y^2 + 6)$
c) $(y^2 \cdot 5) + (6 \cdot 5) + (6 \cdot 2x) + (y^2 \cdot 2x) = 5y^2 + 30 + 12x + 2xy^2$
d) $2xy^2 + 12x + 5y^2 + 30 = 2x(y^2 + 6) + 5(y^2 + 6) = (2x + 5)(y^2 + 6)$
11. Em P, colocando-se x^2 em evidência, temos:
$P = x^3 + x^2y + x^2 - y^2$
$P = x^2 (x + y) + x^2 - y^2$
Como $x^2 - y^2 = (x + y)(x - y)$
$P = x^2 (x + y) + (x + y)(x - y)$
Como $x + y = 4$ e $y = 4 - x$, podemos escrever P como:
$P = 4x^2 + 4(x - 4 + x)$
$P = 4x^2 + 8x - 16$
Alternativa **d**.
12. O terreno de lado **a** tem área igual a $\mathbf{a^2}$ e o terreno de lado **b** tem área igual a $\mathbf{b^2}$, assim a diferença entre as áreas é:
$a^2 - b^2 = (a + b) \cdot (a - b)$
Alternativa **b**.
13. $(3x + 2y)^2 = 9x^2 + 2 \cdot 3x \cdot 2y + 4y^2 = 9x^2 + 4y^2 + 12xy$
Substituindo as informações do enunciado, temos:
$9x^2 + 4y^2 + 12xy = 25 + 12 \cdot 2 = 25 + 24 = 49$
Alternativa **d**.
14. Analisando cada um dos itens, temos:
$(3a^2 - 2b)^2 = (3a^2 - 2b) \cdot (3a^2 - 2b) = 9a^4 - 12a^2b + 4b^2$ (**V**)
$(a - b)^3 = -b^3 + 2ab^2 - 3a^2b + a^3$ (**F**)
$(8a - 7b)(8a + 7b) = 64a^2 - 49b^2$ (**V**)
$(2a - 4b)^2 = 4a^2 - 16ab + 16b^2$ (**F**)
$(a + b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$ (**V**)
Alternativa **a**.
15. Resposta pessoal. Exemplo de problema:
Represente por meio de uma expressão fatorada a área da figura rosa.
Resposta:
$5x \cdot 10 + 2x(3y - 10) = 50x + 6xy - 20x = 30x + 6xy = 6x(5 + y)$
Portanto, $6x(5 + y)$.

Reveja – p. 241
1. Como $\frac{25}{18,75} = \frac{24}{18} \rightarrow 25 \cdot 18 = 18,75 \cdot 24 \rightarrow 450 = 450$, temos que os lados correspondentes são proporcionais.
Temos ainda que: $72° + 66° = 138°$, o que prova que o ângulo formado entre os lados de medidas 24 cm e 25 cm no primeiro triângulo mede 42° ($180° - 138° = 42°$).
Sendo assim, pelo caso LAL, os triângulos são semelhantes.
Resposta: Alternativa **d**.
2. $12 + 8 + 4 = 24$;
$\frac{24}{32} = 0,75$ ou 75%.
Resposta: Alternativa **d**.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

3. $10a^2b^4 + 8a^4b^3 - 2a^3b^3 =$
$= 2 \cdot 5 \cdot a^2 \cdot b^3 \cdot b + 2 \cdot 4 \cdot a^2 \cdot a^2 \cdot b^3 - 2 \cdot$
$\cdot a^3 \cdot b^3 = 2a^2b^3 \cdot (5b + 4a^2 - a)$.
Resposta: Alternativa **c**.

4. a: $(3x^2 + 2xy) \cdot (-y) = -3x^2y - 2xy^2$
b: $(yx) \cdot (3x + 2 - y) = -3x^2y + 2xy - xy^2$
c: $(3x + y) \cdot (x - 2y) = 3x^2 - 6xy +$
$+ xy - 2y^2 = 3x^2 - 5xy - 2y^2$
d: $(3x - y) \cdot (x + y) = 3x^2 +$
$+ 3xy - xy - y^2 = 3x^2 + 2xy - y^2$
Resposta: Alternativa **d**.

Unidade 11

Triângulo retângulo, equações e pesquisa estatística

Página de Abertura – p. 242

a) Resposta pessoal. A resposta depende dos conhecimentos prévios do estudante.
b) Espera-se que os estudantes identifiquem que a posição dos elementos do monumento lembra um triângulo retângulo e corretamente infiram que o teorema de Pitágoras se refere a essa figura geométrica.
c) Resposta pessoal. A resposta depende dos conhecimentos prévios do estudante.

Pensar e praticar – p. 243

Como $B\hat{A}C$ mede 90°, então os outros dois ângulos do triângulo devem somar 90°, pois 90° + 90° = 180°.
Resposta: 90°.

Atividades – p. 246

1. a) Catetos: $\overline{AB}$ e $\overline{BC}$; hipotenusa: $\overline{AC}$.
b) Catetos: $\overline{DF}$ e $\overline{EF}$; hipotenusa: $\overline{DE}$.
c) Catetos: $\overline{GH}$ e $\overline{HI}$; hipotenusa: $\overline{GI}$.

2. Resposta pessoal. Atividade de construção geométrica.

3. a) $13x = 12 \cdot 5 \rightarrow 13x = 60$
$x = \frac{60}{13} \simeq 4{,}6$, ou seja, aproximadamente 4,6 cm.
b) $6^2 = 8x \rightarrow 8x = 36$
$x = \frac{36}{8} = 4{,}5$, ou seja, 4,5 cm.
c) $x^2 = 3 \cdot 6 \rightarrow x^2 = 18$
Como **x** corresponde à medida de um lado de triângulo, temos: $x = \sqrt{18} \simeq 4{,}2$, ou seja, aproximadamente 4,2 cm.
d) Sendo **n** a projeção do cateto $\overline{AC}$ sobre a hipotenusa, temos:
$4^2 = 3 \cdot n \rightarrow 16 = 3n$
$n = \frac{16}{3} \simeq 5{,}33$
$x^2 = 8{,}33 \cdot 5{,}33 \rightarrow x^2 \simeq 44{,}40$
Como **x** corresponde à medida de um lado de triângulo, temos:
$x = \sqrt{44{,}40} \simeq 6{,}7$, ou seja, aproximadamente 6,7 cm.

Atividades – p. 249 e 250

1. a) $x^2 = 9^2 + 12^2 \rightarrow x^2 = 81 + 144$
$x^2 = 225$
Como **x** corresponde à distância que a escada alcança, temos:
$x = \sqrt{225} = 15$, ou seja, 15 cm.
Resposta: 15 cm.
b) $17^2 = x^2 + 15^2 \rightarrow 289 = x^2 + 225$
$x^2 = 289 - 225 \rightarrow x^2 = 64$
Como **x** corresponde à medida do lado de um triângulo, temos:
$x = \sqrt{64} = 8$, ou seja, 8 dm.
Resposta: 8 dm.
c) $20^2 = x^2 + 10^2 \rightarrow 400 = x^2 + 100$
$x^2 = 400 - 100 \rightarrow x^2 = 300$
Como **x** corresponde à medida do lado de um triângulo, temos:
$x = \sqrt{300} \simeq 17{,}3$, ou seja, aproximadamente 17,3 mm.
Resposta: $\sqrt{300}$ mm ou aproximadamente 17,3 mm.

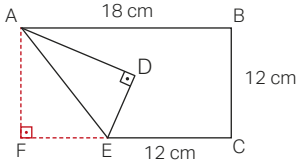
2. a) $10^2 = 6^2 + 8^2$
$100 = 36 + 64 \rightarrow 100 = 100$
É triângulo retângulo.
b) $12^2 = 144$ e $9^2 + 7^2 = 130$
$144 \neq 130$
Não é triângulo retângulo.
c) $8^2 = 4^2 + (4\sqrt{3})$
$64 = 16 + 48 \rightarrow 64 = 64$.
É triângulo retângulo.
Resposta: Itens **a** e **c**.

3. a) Sendo **d** a medida da diagonal do quadrado, temos:
$d^2 = a^2 + a^2 \rightarrow d^2 = \sqrt{2\,a^2}$
$d = \sqrt{2\,a^2} \rightarrow d = a\sqrt{2}$
Resposta esperada: Pode ser expressa por $d = a\sqrt{2}$, em que a medida da diagonal de um quadrado é igual ao produto da medida de um dos lados desse quadrado e $\sqrt{2}$.
b) Resposta esperada: Sim, o valor medido e o valor calculado são próximos; a medida obtida usando a régua é indicada por um número racional com aproximação de uma casa decimal, e o resultado do cálculo da diagonal, por envolver na fórmula um número irracional, pode ser representado por uma aproximação expressa com uma casa decimal.

4. Sendo **h** a medida da altura do muro em metro, temos:
$(2{,}5)^2 = (1{,}5)^2 + h^2$
$6{,}25 = 2{,}25 + h^2$
$h^2 = 6{,}25 - 2{,}25$
$h^2 = 4 \rightarrow h = \sqrt{4} = 2$, ou seja, 2 m.
Logo, com a altura do muro sendo 2 m e o tamanho da escada sendo 3 m, conseguimos, pelo teorema de Pitágoras, determinar a distância **d** do muro à escada, em metro.
$3^2 = 2^2 + d^2 \rightarrow 9 = 4 + d^2$
$d^2 = 9 - 4 \rightarrow d^2 = 5$
$d = \sqrt{5} \simeq 2{,}24$, ou seja, aproximadamente 2,24 m.
Resposta: Alternativa **c**.

5. Sendo **x** a medida do lado do quadrado **C**, temos:
$169 = 25 + x^2 \rightarrow x^2 = 169 - 25$
$x^2 = 144$
Resposta: 144 cm².

6. Podemos completar a figura formando o triângulo AFE, retângulo em **F**, como na imagem a seguir.



REPRODUÇÃO/ENEM, 2019.

No triângulo AFE, sendo **x** a medida do segmento de reta AE, temos:
$x^2 = 6^2 + 12^2 \rightarrow x^2 = 36 + 144 \rightarrow$
$\rightarrow x^2 = 180 \rightarrow x = \sqrt{180} \rightarrow$
$\rightarrow x = 6\sqrt{5}$, ou seja, $6\sqrt{5}$ cm.
Resposta: Alternativa **d**.

7. Sendo **v** o comprimento da viga em metro, temos:
$v^2 = (1{,}6)^2 + (1{,}2)^2 \rightarrow v^2 = 2{,}56 + 1{,}44$
$v^2 = 4 \rightarrow v = \sqrt{4} = 2$
Respostas esperadas: Não é possível utilizar a viga de 1,8 m, pois a distância AC é de 2 m. Já a viga de 2,5 m pode ser utilizada, desde que cortada de maneira que uma das partes obtidas tenha 2 m de comprimento.

8. Resposta pessoal. Exemplo de problema: Considerando o triângulo retângulo que compõe a estrutura, se nesse triângulo um cateto mede 4 m e o outro cateto mede 6m, quanto mede, em metro, a hipotenusa **x**?
Resposta: $2\sqrt{13}$ m.

Pensar e praticar – p. 251

Número 5, pois 0 + 5 = 5.

Pensar e praticar – p. 252

(1, 4); (3, 2); (7, −2); (−1, 6); (5, 0); $\left(\frac{5}{2}, \frac{5}{2}\right)$; (0, 5); (6, −1).

Atividades – p. 252 a 254

1. a) $x + y = 13$
b) Algumas respostas possíveis:
$x = 7$ e $y = 6$; $x = 8$ e $y = 5$;
$x = -2$ e $y = 15$; $x = 0$ e $y = 13$.

2. a) Fichas **I**, **II** e **IV**.
I. $2 \cdot 4 - 1 = 7$
II. $2 \cdot 2 - (-3) = 7$
III. $2 \cdot 0 - 8 = -8 \neq 7$
IV. $2 \cdot (-1) - (-9) = 7$
b) Fichas **III** e **IV**.
I. $3(-3 + 4 \cdot (7)) = 75 \neq -2$
II. $3\left(\frac{1}{4} + 4 \cdot (-2)\right) = -\frac{93}{4} \neq -2$
III. $3\left(2 + 4 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)\right) = -2$
IV. $3\left(0 + 4 \cdot \left(-\frac{1}{6}\right)\right) = -2$

3. $6a - b = -9$; $5\left(a + \frac{b}{3}\right) = 0$
- $6 \cdot (-1) - 3 = -9$
- $2 \cdot (-1) - 9 \cdot (3) = -29 \neq 30$
- $5 \cdot \left((-1) + \frac{3}{3}\right) = 0$
- $-1 - 3 = -4 \neq 4$

4. $7x + 4y = 2$
Resposta: Alternativa **d**.

5. Algumas respostas possíveis:
$2x - y = 13$; $x + y = 2$; $6x - y = 33$;
$-x + y = -8$;
$2x + y = 7$; $\frac{x}{5} - y = 4$

6. a) $\frac{t + p}{2} = 8{,}3$.
b) $t + p = 8{,}3 \cdot 2 \rightarrow t + p = 16{,}6$;
$t = 10$ e $p = 6{,}6 \rightarrow 10 + 6{,}6 = 16{,}6$;
$t = 9{,}5$ e $p = 7{,}1 \rightarrow 9{,}5 + 7{,}1 = 16{,}6$;
$t = 8$ e $p = 8{,}6 \rightarrow 8 + 8{,}6 = 16{,}6$.
Uma resposta possível:
$t = 9{,}5$ e $p = 7{,}1$; $t = 10$ e $p = 6{,}6$;
$t = 8$ e $p = 8{,}6$.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

7. a) $3x + 2y = 1700$; **x**: massa de cada pote azul; **y**: massa de cada pote vermelho.
b) Algumas respostas possíveis: pote azul: 400 g e pote vermelho: 250 g; pote azul: 300 g e pote vermelho: 400 g; pote azul: 500 g e pote vermelho: 100 g; pote azul: 150 g e pote vermelho: 625 g.

8. **I.** $\frac{x}{3} + \frac{y}{3} = 1$; II: $x - 2y = -9$;
I. $\frac{x}{3} + \frac{y}{3} = 1 \xrightarrow{(0,3)} \frac{0}{3} + \frac{3}{3} = 1$
I. $\frac{x}{3} + \frac{y}{3} = 1 \xrightarrow{(3,0)} \frac{3}{3} + \frac{0}{3} = 1$
II. $x - 2y = -9 \xrightarrow{(3,6)} 3 - 2 \cdot 6 = -9$
II. $x - 2y = -9 \xrightarrow{(1,5)} 1 - 2 \cdot 5 = -9$

9. a) $10x + 2y = 86$.
b) $10 \cdot 8 + 2 \cdot 3 = 80 + 6 = 86$;
$10 \cdot 5 + 2 \cdot 18 = 50 + 36 = 86$;
$10 \cdot 3 + 2 \cdot 28 = 30 + 56 = 86$;
Uma resposta possível:
$x = 8$ e $y = 3$; $x = 5$ e $y = 18$; $x = 3$ e $y = 28$.
c) $10 \cdot 10 + 2 \cdot (-7) = 100 - 14 = 86$.
Sim. Resposta esperada: Não é adequada, uma vez que as incógnitas **x** e **y** correspondem à quantidade de cédulas de real e, por conseguinte, não podem ter valor negativo.

10. Os lados do terreno paralelos ao rio têm ao todo medida $2x$, e os não paralelos têm ao todo medida $2y$. Assim, o custo do material será de:
$2x \cdot 4 + 2y \cdot 2 = 7500 \rightarrow 4(2x + y) = 7500$
Alternativa **a**.

Atividades – p. 256 e 257

1. a) Ficha **II**.
$\begin{cases} x - 2y = 1 \\ 3x + y = 10 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3 - 2 \cdot 1 = 1 \\ 3 \cdot 3 + 1 = 10 \end{cases}$
b) Ficha **III**.
$\begin{cases} 2x + 4y = 4 \\ \frac{x}{2} + 3y = 5 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2 \cdot (-2) + 4 \cdot 2 = 4 \\ -\frac{2}{2} + 3 \cdot 2 = 5 \end{cases}$

2. a) Como são 35 estudantes, então $x + y = 35$.
Como há 5 homens a mais que mulheres, então $x = y + 5$, ou seja, $x - y = 5$.
Resposta: Alternativa **II**.
b) Ficha **III**.
$\begin{cases} x + y = 35 \\ x - y = 5 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 20 + 15 = 35 \\ 20 - 15 = 5 \end{cases}$
c) 20 homens e 15 mulheres.

3. Resposta esperada: Ambos fizeram uma afirmação verdadeira, pois $x = 2$ e $y = 0$, assim como $x = 3$ e $y = 2$, são soluções do sistema de equações apresentado, pois
$4 \cdot 2 - 2 \cdot 0 = 8$
$2 - \frac{0}{2} = 2$
$4 \cdot 3 - 2 \cdot 2 = 8$
$3 - \frac{2}{2} = 2$

4. a) Sendo **x** o preço do pão de queijo e **y** o preço do suco de laranja, temos:
$\begin{cases} 2x + y = 14 \\ x + 2y = 16 \end{cases}$
b) Para a 1ª equação, $2x + y = 14$, algumas soluções possíveis são:
$2 \cdot 3{,}5 + 7 = 7 + 7 = 14 \rightarrow (3{,}5; 7)$;
$2 \cdot 4 + 6 = 8 + 6 = 14 \rightarrow (4, 6)$;
$2 \cdot 5 + 4 = 10 + 4 = 14 \rightarrow (5, 4)$;
Para a 2ª equação, $x + 2y = 16$, algumas soluções possíveis são:
$3{,}5 + 2 \cdot 6{,}25 = 3{,}5 + 12{,}5 = 16 \rightarrow$
$\rightarrow (3{,}5; 6{,}25)$; $4 + 2 \cdot 6 = 4 + 12 =$
$= 16 \rightarrow (4, 6)$; $6 + 2 \cdot 5 = 6 + 10 =$
$= 16 \rightarrow (6, 5)$;
Assim, a solução comum é (4, 6).
Resposta: Pão de queijo: R$ 4,00; suco de laranja: R$ 6,00.

5. Seja **x** e **y** a quantidade, em litro, de tinta amarela e de tinta azul, respectivamente. Deste modo,
$x + y = 20$
$x = y - 5$
Note que $x = 7{,}5$ e $y = 12{,}5$ satisfazem as duas equações.
Resposta: 7,5 L de tinta amarela e 12,5 L de tinta azul.

6. Resposta pessoal. Exemplo de problema: Em um restaurante, há apenas dois tipos de mesas.
Tipo **I**: mesas com 4 cadeiras.
Tipo **II**: mesas com 2 cadeiras.
Sabendo que há 38 cadeiras no total e que a quantidade de mesas do tipo **I** é 2 a mais que as mesas do tipo **II**, quantas mesas de cada tipo há no restaurante?
Resposta: Tipo **I**: 7 mesas. Tipo **II**: 5.

Atividades – p. 260

1. a) $x = -1$ e $y = 3$.
Adicionando, membro a membro, as duas equações, tem-se:
$\begin{cases} x + y = 2 \\ x - y = -4 \end{cases}$
$2x = -2$
$x = -1$
Substituindo o valor de **x** na 2ª equação:
$x - y = -4 \rightarrow -1 - y = -4 \rightarrow y = 3$
b) $x = 5$ e $y = 12$.
Isolando **y** na 1ª equação obtém-se $y = 3x - 3$ e substituindo-o na 2ª equação, tem-se:
$x + 2 \cdot (3x - 3) = 29 \rightarrow$
$\rightarrow x + 6x - 6 = 29 \rightarrow 7x = 35 \rightarrow x = 5$
Substituindo o valor de **x** na 2ª equação:
$5 + 2y = 29 \rightarrow 2y = 24 \rightarrow y = 12$
c) $x = 4$ e $y = 7$.
Adicionando, membro a membro, as duas equações, tem-se:
$\begin{cases} 4x + 3y = 37 \\ -4x + 2y = -2 \end{cases}$
$5y = 35$
$y = 7$
Substituindo o valor de **y** na 1ª equação:
$4x + 3 \cdot 7 = 37 \rightarrow 4x = 16 \rightarrow x = 4$
d) $x = 3$ e $y = -6$.
$\begin{cases} 6x + 4y = -6 \\ 5x - 2y = 27\ (\times 2) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 6x + 4y = -6 \\ 10x - 4y = 54 \end{cases}$
$16x = 48$
$x = 3$
Substituindo o valor de **x** na 1ª equação:
$6 \cdot 3 + 4y = -6 \rightarrow 4y = -24 \rightarrow y = -6$

2. P (6, 8)
$\begin{cases} x + y = 14\ (\times 2) \\ x - 2y = -10 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2x + 2y = 28 \\ x - 2y = -10 \end{cases}$
$3x = 18$
$x = 6$
Substituindo o valor de **x** na 1ª equação:
$6 + y = 14 \rightarrow y = 8$

3. Algumas respostas possíveis:
$\begin{cases} x + y = 7 \\ x - y = -1 \end{cases}$; $\begin{cases} 3x - y = 5 \\ 2x + 4y = 22 \end{cases}$;
$\begin{cases} x - 3y = -9 \\ 6x - 2y = 10 \end{cases}$.

4. Do enunciado, tem-se:
$\begin{cases} x + y = 70 \\ 20x + 10y = 950 \end{cases}$
Multiplicando a 1ª equação por -10:
$\begin{cases} -10x - 10y = -700 \\ 20x + 10y = 950 \end{cases}$
Adicionando, membro a membro, as duas equações:
$10x = 250 \rightarrow x = 25$
Substituindo o valor de **x** na 1ª equação:
$25 + y = 70 \rightarrow y = 45$
Portanto, foram vendidas 25 entradas inteiras e 45 meias-entradas.

5. Sendo **x** a quantidade de infrações leves e **y** a quantidade de infrações médias sofridas pelo motorista, tem-se:
$\begin{cases} x + y = 5 \\ 3x + 4y = 17 \end{cases}$
Isolando **x** na primeira equação, temos: $x = 5 - y$. Substituindo-o na segunda equação, temos:
$3(5 - y) + 4y = 17 \rightarrow 15 - 3y + 4y = 17 \rightarrow$
$\rightarrow 15 + y = 17 \rightarrow y = 17 - 15 \rightarrow y = 2$
Substituindo **y**, temos: $x = 5 - 2 = 3$.
Assim, a quantidade de infrações leves e médias foi, respectivamente, 3 e 2.
Razão: $\frac{3}{2}$.
Resposta: Alternativa **b**.

6. a) $6x$ e $-6x$.
b) Não.
c) Algumas respostas possíveis: Multiplicar a primeira equação por -5 e a segunda por 4; multiplicar a primeira equação por -4 e a segunda por 6.
d) $x = 2$ e $y = 1$.
Adicionando, membro a membro, as equações: $-7y = -7 \rightarrow y = 1$
Substituindo o valor de **y** na 1ª equação:
$6x + 8 \cdot 1 = 20 \rightarrow 6x = 12 \rightarrow x = 2$

7. Resposta esperada: Quando as equações de um sistema de duas equações do 1º grau com duas incógnitas não apresentam termos opostos com a mesma incógnita, é possível multiplicar os termos de uma equação (ou os termos de ambas as equações) por um número, de maneira a obter termos opostos nelas, e, em seguida, utilizar o método da adição para resolver esse sistema.

8. a) $x = -2$ e $y = 5$.
Multiplicando a 1ª equação por -3 e a 2ª por 2, tem-se:
$\begin{cases} -12x - 6y = -6 \\ 14x + 6y = 2 \end{cases}$
Adicionando, membro a membro, as equações:
$2x = -4 \rightarrow x = -2$
Substituindo o valor de **x** na 1ª equação:
$4 \cdot (-2) + 2y = 2 \rightarrow 2y = 10 \rightarrow y = 5$
b) $x = 1$ e $y = -1$.
Multiplicando a 1ª equação por 6 e a 2ª por 8, tem-se:
$\begin{cases} 36x - 48y = 84 \\ 40x + 48y = -8 \end{cases}$

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

Adicionando, membro a membro, as equações: $76x = 76 \rightarrow x = 1$
Substituindo o valor de **x** na 2ª equação:
$5 \cdot 1 + 6y = -1 \rightarrow 6y = -6 \rightarrow y = -1$

9. Seja **x** o número de carros e **y** o número de motocicletas.
Assim: $x + y = 100$

$$\begin{cases} x + y = 100 \\ 30x + 15y = 2\,700 \end{cases}$$

Multiplicando a 1ª equação por –15 e, em seguida, adicionando as duas equações, tem-se:

$$\begin{cases} -15x - 15y = -1\,500 \\ 30x + 15y = 2\,700 \end{cases}$$

$$15x = 1\,200$$
$$x = 80$$

Substituindo o valor de **x** na 1ª equação:
$80 + y = 100 \rightarrow y = 20$
Portanto, havia 80 carros e 20 motocicletas.

10. Seja **x** a quantidade de quilogramas de garrafas PET e **y** a quantidade de quilogramas de alumínio. Assim:
$2{,}20x + 6{,}60y = 6\,710$
$x + y = 1\,550$
Isolando **x** na segunda equação e substituindo-o na primeira, encontramos $y = 750$.
Substituindo **y** na segunda equação:
$x + 750 = 1\,550$
Logo $x = 800$.
Dessa forma, nesse mês foram coletados 800 kg de garrafas PET e 750 kg de alumínio.

Pensar e praticar – p. 265

A população corresponde a todos os estudantes da escola. Resposta esperada: Amostra casual simples.

Atividades – p. 266 a 268

1. a) Resposta esperada: Verificar quantos livros inteiros cada estudante leu, em média, durante o ano para identificar a melhor ação a ser realizada para o incentivo à leitura dos estudantes no ano letivo seguinte.
b) Por amostra. Resposta esperada: A escola possui uma grande quantidade de estudantes.
c) 60 estudantes.
d) Gráfico de colunas: frequência; gráfico de setores: frequência relativa.
e) Ações **II** e **III**, pois a pesquisa apontou que, em média, cada estudante leu 1,6 livro inteiro durante o ano ($1{,}6 \leqslant 4$ e $1{,}6 < 2$).

2. Pesquisa censitária: **III**; pesquisa por amostra: **I**, **II** e **IV**.
I: sistemática; **II**: estratificada; **IV**: casual simples.

3. Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes apresentem resultados com base na análise de dados coletados durante a pesquisa.

Reveja – p. 269

1. $w^2 = 10 \cdot 6{,}4 \rightarrow w^2 = 64 \rightarrow$
$\rightarrow w = \sqrt{64} \rightarrow w = 8$, ou seja, 8 cm.
Sendo **G** a projeção da altura no segmento de reta FE, no triângulo DEG, temos:
$6^2 = (3\sqrt{2})^2 + y^2 \rightarrow 36 = 18 + y^2 \rightarrow$
$\rightarrow 36 - 18 = y^2 \rightarrow y = 18 \rightarrow$
$\rightarrow y = \sqrt{18} \rightarrow y = 3\sqrt{2}$
Assim, no triângulo DEF, pelas relações métricas, temos:
$(3\sqrt{2})^2 = (3\sqrt{2}) \cdot x \rightarrow \frac{(3\sqrt{2})^2}{3\sqrt{2}} = x \rightarrow$
$\rightarrow 3\sqrt{2} = x \rightarrow x \simeq 4{,}2$, ou seja, aproximadamente 4,2 cm.
Resposta: Alternativa **c**.

2. Sendo **x** a metade da distância entre os pontos **A** e **B**, ou seja, a distância de um ponto de fixação até a torre, temos:
$75^2 = 60^2 + x^2 \rightarrow 5\,625 = 3\,600 + x^2 \rightarrow$
$\rightarrow 5\,625 - 3\,600 = x^2 \rightarrow x^2 = 2\,025 \rightarrow$
$\rightarrow x = \sqrt{2\,025} \rightarrow x = 45$.
Assim, temos: $45 + 45 = 90$, ou seja, 90 m.
Resposta: Alternativa **d**.

3. $5x - 3y = 12$
a: $5 \cdot 9 - 3 \cdot 11 = 45 - 33 = 12 \rightarrow$
$\rightarrow 12 = 12$;
b: $5 \cdot (-3) - 3 \cdot (-9) = -15 + 27 = 12 \rightarrow$
$\rightarrow 12 = 12$;
c: $5 \cdot (-3) - 3 \cdot (-1) = -15 + 3 = -12 \rightarrow$
$\rightarrow -12 \neq 12$;
d: $5 \cdot 0 - 3 \cdot (-4) = 0 + 12 = 12 \rightarrow$
$\rightarrow 12 = 12$.
Resposta: Alternativa **c**.

4.

$$\begin{cases} -x + 2y = -14 \\ 2x + 5y = -8 \end{cases}$$

Isolando **x** na primeira equação, temos:
$-x = -14 - 2y \rightarrow x = 14 + 2y$.
Substituindo-o na segunda equação, temos:
$2(14 + 2y) + 5y = -8 \rightarrow 28 + 4y + 5y$
$= -8 \rightarrow 9y = -8 - 28 \rightarrow 9y = -36 \rightarrow$
$\rightarrow y = \frac{-36}{9} = -4$
Substituindo **y**, temos:
$x = 14 + 2 \cdot (-4) = 14 - 8 = 6$.
Logo, $x = 6$ e $y = -4$.
Resposta: Alternativa **b**.

5. A única alternativa que descreve uma situação de pesquisa amostral estratificada é a alternativa **b**, pois, nessa situação, a empresa está dividindo a população (funcionários) em subgrupos (departamentos) e, dentro de cada subgrupo, está realizando uma seleção aleatória de equipes e, em seguida, de indivíduos.

Unidade 12

Equação do 2º grau, vistas ortogonais, noções de função

Página de Abertura – p. 270

a) Resposta pessoal.
b) Espera-se que os estudantes identifiquem que a sombra teria seu menor tamanho quando o Sol estivesse em sua elevação máxima no céu naquele dia, o que, dependendo da região e do dia do ano, ocorre por volta do meio-dia.
c) Resposta pessoal.

Atividades – p. 272

1. a) $12x^2 + 20x = -4x - 36 + 8x^2$
$12x^2 - 8x^2 + 20x + 4x + 36 = 0$
$4x^2 + 24x + 36 = 0$
b) $-x + 42 = 6x^2 - x$
$6x^2 - x + x - 42 = 0$
$6x^2 - 42 = 0$
c) $x^2 - 5 = -2x^2 + 6x + 4$
$x^2 + 2x^2 - 5 - 4 - 6x = 0$
$3x^2 - 6x - 9 = 0$
d) $x(x + 3) = 40$
$x^2 + 3x - 40 = 0$

2. Substituindo as opções na equação $10x^2 - 5x - 30 = 0$, temos:
$10 \cdot 5^2 - 5 \cdot 5 - 30 = 10 \cdot 25 - 25 - 30 =$
$= 250 - 55 = 195 \neq 0$
$10 \cdot 2^2 - 5 \cdot 2 - 30 = 10 \cdot 4 - 10 - 30 =$
$= 40 - 40 = 0$
$10 \cdot (-1)^2 - 5 \cdot (-1) - 30 =$
$= 10 \cdot 1 + 5 - 30 = 10 - 25 = -15 \neq 0$
$10 \cdot 0^2 - 5 \cdot 0 - 30 =$
$= 10 \cdot 0 - 0 - 30 = 0 - 30 = -30 \neq 0$
$10 \cdot 10^2 - 5 \cdot 10 - 30 =$
$= 10 \cdot 100 - 50 - 30 =$
$= 1\,000 - 80 = 920 \neq 0$
$10 \cdot \left(-\frac{3}{2}\right)^2 - 5 \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) - 30 =$
$= 10 \cdot \frac{9}{4} + \frac{15}{2} - 30 = \frac{90}{4} +$
$+ \frac{15}{2} - 30 = \frac{90}{4} + \frac{30}{4} - \frac{120}{4} = 0$
Resposta: 2 e $-\frac{3}{2}$.

3. a) **II**.
b) $x(x - 1) = 132 \rightarrow x^2 - x - 132 = 0$
c) Raízes da equação: −11 e 12; resposta do problema: 12.

Pensar e praticar – p. 274

Resposta esperada: As raízes são números opostos.

Atividades – p. 274

1. a) $2x^2 + 4x = 0$
$x \cdot (2x + 4) = 0$
Assim, temos: $x = 0$ ou $2x + 4 = 0 \rightarrow$
$\rightarrow 2x = -4 \rightarrow x = -\frac{4}{2} = -2$.
Raízes: 0 e −2.
b) $-5x^2 = 0 \rightarrow x = 0$
Raiz: Duas raízes reais e iguais a 0.
c) $x^2 - 1 = 0 \rightarrow x^2 = 1 \rightarrow x = \pm\sqrt{1} \rightarrow$
$\rightarrow x = \pm 1$
Raízes: 1 e −1.
d) $6x^2 - 9x = 0 \rightarrow x \cdot (6x - 9) = 0$
Assim, temos: $x = 0$ ou
$6x - 9 = 0 \rightarrow 6x = 9 \rightarrow x = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}$.
Raízes: 0 e $\frac{3}{2}$.
e) $15x^2 + 180 = 0 \rightarrow 15x^2 = -180 \rightarrow$
$\rightarrow x^2 = \frac{-180}{15}$
Não tem raiz real.
f) $9x^2 = -72x \rightarrow 9x^2 + 72x = 0 \rightarrow$
$\rightarrow x \cdot (9x + 72) = 0$
Assim, temos: $x = 0$ ou $9x + 72 = 0 \rightarrow$
$\rightarrow 9x = -72 \rightarrow x = \frac{-72}{9} = -8$.
Raízes: 0 e −8.

2. a) $x^2 - 64 = 0 \rightarrow x^2 = 64 \rightarrow$
$\rightarrow x = \pm\sqrt{64} \rightarrow x = \pm 8$
Resposta: $r = -8$ e $s = 8$.
b) $2 \cdot (-8) + \frac{8}{4} = -16 + 2 = -14$

3. Área do quadrado: $4x \cdot 4x = 16x^2$.
Área do triângulo: $\frac{4x \cdot (3x + 15)}{2} =$
$= \frac{12x^2 + 60x}{2} = 6x^2 + 30x$
a) $16x^2 = 6x^2 + 30x$
$10x^2 - 30x = 0$
$x \cdot (10x - 30) = 0$

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

Assim, temos: $x = 0$ ou $10x - 30 = 0 \rightarrow$
$\rightarrow 10x = 30 \rightarrow x = \frac{30}{10} = 3$.
Logo, como se trata de medida de comprimento, $x = 3$.
Sendo assim, a altura do triângulo é de 12 cm ($4 \cdot 3 = 12$).

b) 48 cm ($12 + 12 + 12 + 12 = 48$).

c) 144 cm² ($12 \cdot 12 = 144$).

4. Resposta pessoal.
Exemplo de problema: Sabe-se que o dobro do quadrado de um número, menos seis vezes esse número é igual a zero. Determine esse número.
Resposta: 0 ou 3.

Atividades – p. 276 e 277

1. a) $x^2 + 14x + 49 = 0$
$x^2 + 2 \cdot x \cdot 7 + 7^2 = 0$
$(x + 7)^2 = 0$
$x + 7 = 0$
$x = -7$
Duas raízes reais e iguais a -7.

b) $\frac{x^2}{4} - 5x + 25 = 121$
$\left(\frac{x}{2}\right)^2 - 2 \cdot \frac{x}{2} \cdot 5 + 5^2 = 121$
$\left(\frac{x}{2} - 5\right)^2 = 121$
$\frac{x}{2} - 5 = \pm\sqrt{121}$
$\frac{x}{2} - 5 = \pm 11$
Assim, temos:
$\frac{x}{2} - 5 = 11 \rightarrow \frac{x}{2} = 11 + 5 \rightarrow$
$\rightarrow x = 16 \cdot 2 \rightarrow x = 32$ e
$\frac{x}{2} - 5 = -11 \rightarrow \frac{x}{2} = -11 + 5 \rightarrow$
$\rightarrow x = -6 \cdot 2 \rightarrow x = -12$

c) $4x^2 - 12x + 9 = 36$
$(2x)^2 - 2 \cdot 2x \cdot 3 + 3^2 = 36$
$(2x - 3)^2 = 36$
$2x - 3 = \pm\sqrt{36}$
$2x - 3 = \pm 6$
Assim, temos:
$2x - 3 = 6 \rightarrow 2x = 6 + 3 \rightarrow$
$\rightarrow x = \frac{9}{2}$ e
$2x - 3 = -6 \rightarrow 2x = -6 + 3$
$x = -\frac{3}{2}$

d) $9x^2 + 6x + 1 = 0$
$(3x)^2 + 2 \cdot 3x \cdot 1 + 1^2 = 0$
$(3x + 1)^2 = 0$
$3x + 1 = \pm\sqrt{0}$
$3x + 1 = 0$
$x = -\frac{1}{3}$
Duas raízes reais e iguais a $-\frac{1}{3}$.

2. a) $m \cdot (-4)^2 + (m - 2) \cdot (-4) - 20 = 0$
$16m - 4m + 8 - 20 = 0$
$12m - 12 = 0$
$m = \frac{12}{12} = 1$

b) $(m + 1) \cdot (-4)^2 - m \cdot (-4) + 14 = 0$
$16m + 4m + 16 + 14 = 0$
$20m + 30 = 0$
$m = -\frac{30}{20} = -\frac{3}{2}$

3. a) **I.** $x = \frac{2 \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 1}}{2 \cdot 3} =$
$= \frac{2 \pm \sqrt{-8}}{6}$
Não tem raiz real.

II. $x = \frac{10 \pm \sqrt{(-10)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 16}}{2 \cdot 1} =$
$= \frac{10 \pm \sqrt{36}}{2} = \frac{10 \pm 6}{2}$
Logo, $x_1 = \frac{10 + 6}{2} = \frac{16}{2} = 8$ e
$x_2 = \frac{10 - 6}{2} = \frac{4}{2} = 2$.

III. $x = \frac{-2 \pm \sqrt{(2)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 1}}{2 \cdot 4} =$
$= \frac{-2 \pm \sqrt{-12}}{8}$
Não tem raiz real.

IV. $x = \frac{11 \pm \sqrt{(-11)^2 - 4 \cdot 5 \cdot 2}}{2 \cdot 5} =$
$= \frac{11 \pm \sqrt{81}}{10} = \frac{11 \pm 9}{10}$
Logo, $x_1 = \frac{11 + 9}{10} = \frac{20}{10} = 2$ e
$x_2 = \frac{11 - 9}{10} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$.

V.
$x = \frac{-16 \pm \sqrt{(16)^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-64)}}{2 \cdot (-1)}$
$x = \frac{-16 \pm \sqrt{0}}{-2} = \frac{-16 \pm 0}{-2}$
Logo, $x = \frac{-16}{-2} = 8$.
Duas raízes reais e iguais a 8.

VI. $x = \frac{-6 \pm \sqrt{(6)^2 - 4 \cdot 9 \cdot 1}}{2 \cdot 9} =$
$= \frac{-6 \pm \sqrt{0}}{18} = \frac{-6 \pm 0}{18}$
Logo, $x = -\frac{6}{18} = -\frac{1}{3}$.
Duas raízes reais e iguais a $-\frac{1}{3}$.

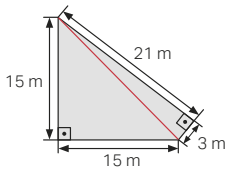
b) Cálculos indicados no item **a**.

I: -8	III: -12	V: 0
II: 36	IV: 81	VI: 0

c) Resposta esperada: A equação cujo discriminante é igual a zero possui duas raízes reais iguais, a equação cujo discriminante é menor que zero não possui raízes reais e a equação cujo discriminante é maior que zero possui duas raízes reais distintas.

4. Pela fórmula resolutiva:
$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
$x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
Então:
$x_1 + x_2 = \frac{-2b}{2a} = \frac{-b}{a} = \frac{-k}{1} = -k$
$\frac{x_1 + x_2}{2} = 2$
Logo, $\frac{-k}{2} = 2 \rightarrow -k = 2 \cdot 2 \rightarrow$
$\rightarrow -k = 4 \rightarrow k = -4$.

5. Dividindo o terreno **B** em duas representações de triângulos, temos:



$A = \frac{15 \cdot 15}{2} + \frac{21 \cdot 3}{2} = 144$
Como as áreas dos terrenos são iguais, temos:
$x \cdot (x + 7) = 144 \qquad x^2 + 7x - 144 = 0$
Resolvendo a equação, temos:
$x = \frac{-7 \pm \sqrt{(7)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-144)}}{2 \cdot 1} =$
$= \frac{-7 \pm \sqrt{625}}{2} = \frac{-7 \pm 25}{2}$
Logo, temos:
$x_1 = \frac{-7 + 25}{2} = \frac{18}{2} = 9$ e
$x_2 = \frac{-7 - 25}{2} = \frac{-32}{2} = -16$.
Assim, as dimensões do terreno **A** serão 9 m e 16 m.
Resposta: Alternativa **b**.

6. a) **III**.

b) $x = \frac{-1 \pm \sqrt{(1)^2 - 4 \cdot \left(-\frac{1}{64}\right) \cdot (-12)}}{2 \cdot \left(-\frac{1}{64}\right)} =$
$= \frac{-1 \pm \sqrt{\left(\frac{1}{4}\right)}}{-\frac{1}{32}} = \frac{-1 \pm \frac{1}{2}}{-\frac{1}{32}}$
Logo, $x_1 = \frac{-1 + \frac{1}{2}}{-\frac{1}{32}} = \frac{-\frac{1}{2}}{-\frac{1}{32}} =$
$= -\frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{32}{1}\right) = 16$ e
$x_2 = \frac{-1 - \frac{1}{2}}{-\frac{1}{32}} = \frac{-\frac{3}{2}}{-\frac{1}{32}} =$
$= -\frac{3}{2} \cdot \left(-\frac{32}{1}\right) = 48$.
Respostas: 16 e 48.

c) O bando pode ter 16 ou 48 macacos.

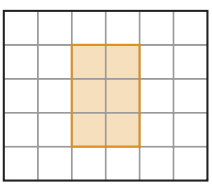
7. Resposta pessoal. O problema proposto por Bhaskara apresenta elementos da natureza; porém, os estudantes podem usar qualquer contexto para elaborar seu problema. Incentivá-los a usar contextos do seu dia a dia.
Exemplo de problema: Um pedaço de tecido retangular tem a medida do comprimento dada pelo dobro da medida da largura. Sabendo que a área desse tecido é 200 dm², qual é a medida de seu menor lado?
Resposta: 10 dm.

Atividades – p. 282 e 283

1. Resposta esperada: **II**.

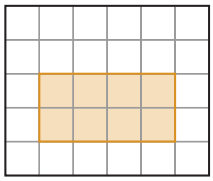
2. Atividade de construção geométrica.

3.

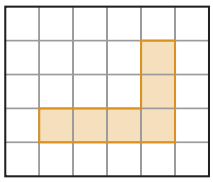


Plano **I**.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA



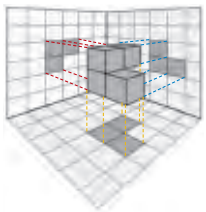
Plano **II**.



EDITORIA DE ARTE

Plano **III**.

4.



REPRODUÇÃO/ ENEM, 2020

Resposta: Alternativa **e**.

5. **I-e**; **II-d**; **III-a**.

- Atividade de construção geométrica.

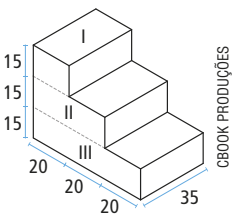
Conexões – p. 284 e 285

1. Respostas pessoais.

2. a) Resposta pessoal. Algumas respostas possíveis: o desenvolvimento acelerado de novas tecnologias e a automação de processos, que modificaram as relações de trabalho, bem como o surgimento de novas demandas resultantes de transformações do meio ambiente e da sociedade, como a instalação de painéis solares, que originou novos postos de trabalho, e o aumento da expectativa de vida, que ocasionou o surgimento do profissional "cuidador de pessoas idosas", por exemplo.

b) Respostas pessoais.

3.



CBOOK PRODUÇÕES

Volume **I**: $15 \cdot 20 \cdot 35 = 10\,500$
Volume **II**: $15 \cdot 40 \cdot 35 = 21\,000$
Volume **III**: $15 \cdot 60 \cdot 35 = 31\,500$
Volume total:
$10\,500 + 21\,000 + 31\,500 = 63\,000$
Resposta: 63 000 cm³.

Pensar e praticar – p. 287

Para determinar em quanto tempo, após o comando, o tanque atingiu 151 m³, fazemos $g(x) = 151$:
$151 = 125 + 2x \rightarrow 2x = 26 \rightarrow x = 13$
Resposta: 13 minutos.

Atividades – p. 288 a 290

1. a) Resposta esperada: Não. Para cada massa de cenouras, obtemos um único valor a pagar, o que pode ser calculado multiplicando essa massa pelo preço por quilograma.

b) A variável que representa o valor a pagar.

c) Considerando que para cada massa de cenoura obtemos um valor a pagar, e sendo v(c) o valor a ser pago e **c** a massa de cenoura, temos: $v(c) = 3{,}85c$.

d) • $v(2) = 3{,}85 \cdot 2 = 7{,}70$
• $v(5) = 3{,}85 \cdot 5 = 19{,}25$

e) Resposta possível: Os valores indicam que Lucas deve cobrar R$ 7,70 por 2 kg de cenouras e R$ 19,25 por 5 kg de cenouras.

f) Resposta pessoal.
Exemplo de situação: o valor a pagar em um restaurante por quilograma em função da massa de comida no prato.
Variável dependente: valor a pagar.
Variável independente: massa de comida.

2. a) $f(6) = 45 - 2 \cdot 6$
$f(6) = 45 - 12 = 33$ e
$f(20) = 45 - 2 \cdot 20$
$f(20) = 45 - 40 = 5$.

b) $g(1) = 1^2 - 3$
$g(1) = 1 - 3 = -2$ e $g(12) = 12^2 - 3$
$g(12) = 144 - 3 = 141$.

3. a) $g(8) = 3 \cdot 8 - 16 = 8$

b) $g(8) = 9 + 5 \cdot 8 = 49$

c) $g(8) = \frac{8^2}{2} - 10 = 22$

d) $g(8) = 20 - 2 \cdot 8 = 4$

Resposta: Alternativa **d**.

4. a) Carne bovina (grelhada). 35,9 g.

b) Respostas esperadas: Amendoim (cru): $a(x) = 27{,}2x$; queijo minas: $q(x) = 17{,}4x$; carne bovina (grelhada): $b(x) = 35{,}9x$; peito de frango (grelhado): $p(x) = 32x$.

c) • $a(2) = 27{,}2 \cdot 2 = 54{,}4$, ou seja, 54,4 g.
• $q(1) = 17{,}4 \cdot 1 = 17{,}4$, ou seja, 17,4 g.
• $p(3) = 32 \cdot 3 = 96$, ou seja, 96 g.

d) $0{,}8 \cdot 50 = 40$ e $1{,}2 \cdot 50 = 60$
200 g de carne bovina equivalem a 2 porções de 100 g ($200 : 2 = 100$).
$b(2) = 35{,}9 \cdot 2 = 71{,}8$
Respostas: Entre 40 g e 60 g de proteína. Sim, pois 200 g de carne bovina grelhada (2 porções de 100 g) contêm 71,8 g de proteína, massa maior que 60 g.

5. a) II. $f(x) = x \cdot x = x^2$.

b) $f(4) = 4^2 = 16$ e $f(2{,}5) = (2{,}5)^2 = 6{,}25$.
Resposta esperada: Temos que $f(4) = 16$ indica que um quadrado com 4 cm de lado tem área igual a 16 cm²; $f(2{,}5) = 6{,}25$ indica que um quadrado com 2,5 cm de lado tem área igual a 6,25 cm².

c) $81 = x^2 \rightarrow x = \sqrt{81} \rightarrow x = 9$
Resposta: 9 cm.

6. a) 0,6 kWh

b) 5 h

c) $c(x) = 0{,}2x$

d) • $c(12) = 0{,}2 \cdot 12 = 2{,}4$.
Resposta: 2,4 kWh.
• $c(20) = 0{,}2 \cdot 20 = 4$. Resposta: 4 kWh.
• $c(4) = 0{,}2 \cdot 4 = 0{,}8$; $0{,}8 \cdot 30 = 24$. Resposta: 24 kWh.

e) $30 = 0{,}2 \cdot x \rightarrow x = \frac{30}{0{,}2} = 150$
Resposta: 150 horas.

7. a) $c(x) = 12{,}5x$

b) $c(5) = 12{,}5 \cdot 5 = 62{,}5$; $62{,}5 \cdot 22 = 1375$
$1\,375 \cdot 5{,}95 = 8\,181{,}25$
Resposta: 1 375 L. R$ 8.181,25.

8. Sendo **x** a quantidade de sacas e R$ 50,00 o valor de cada saca, o total arrecadado com as vendas é: 50x.
Sendo R$ 1.200,00 o valor gasto com cada hectare plantado e considerando a plantação de 10 hectares, o total gasto com a plantação foi:
$1\,200 \cdot 10 = 12\,000$, ou seja, R$ 12.000,00.
Assim, o lucro é dado por $L(x) = 50x - 12\,000$.
Resposta: Alternativa **b**.

9. a) Fevereiro.

b) Janeiro: $0{,}07 \cdot 8\,900 = 623$;
$623 + 1\,300{,}00 = 1\,923$.
Resposta: R$ 1.923,00.
Fevereiro: $0{,}07 \cdot 15\,600 = 1\,092$;
$1\,092 + 1\,300 = 2\,392$. Resposta: R$ 2.392,00.
Março: $0{,}07 \cdot 12\,980 = 908{,}60$;
$908{,}60 + 1\,300 = 2\,208{,}60$. Resposta: R$ 2.208,60.

c) $s(x) = 0{,}07x + 1\,300{,}00$

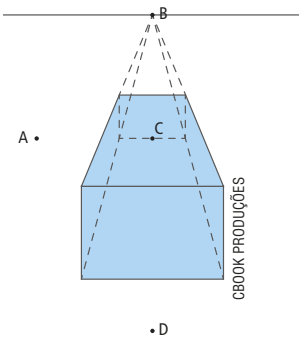
d) $s(10\,000) = 1\,300 + 0{,}07 \cdot 10\,000$
$s(10\,000) = 1\,300 + 700 = 2\,000$
Resposta: R$ 2.000,00.

10. Respostas pessoais. As respostas dependerão da embalagem que o estudante usar.

Reveja – p. 291

1. Para não ter raiz real, a equação deve ter o discriminante menor que 0. Assim, temos:
a: $\sqrt{0^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-50)} = \sqrt{200}$;
discriminante > 0
b: $\sqrt{24^2 - 4 \cdot 16 \cdot 9} = \sqrt{576 - 432} =$
$= \sqrt{144}$; discriminante > 0
c: $\sqrt{10^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-39)} = \sqrt{100 + 156} =$
$= \sqrt{256}$; discriminante > 0
d: $\sqrt{6^2 - 4 \cdot 3 \cdot 4} = \sqrt{36 - 48} =$
$= \sqrt{-12}$; discriminante < 0
Resposta: Alternativa **d**.

2.



CBOOK PRODUÇÕES

Resposta: Alternativa **b**.

3. Considerando que Ulisses cobra R$ 1,20 por quilômetro rodado e sendo **x** a distância percorrida, temos que a quantia variável a ser cobrada é dada por 1,20x. Adicionando R$ 3,00 do preço fixo, temos que a quantia total a ser cobrada [q(x)], em real, é $q(x) = 1{,}20x + 3$.
Resposta: Alternativa **d**.

4. Alternativa **d**.

5. $\frac{x^2 + x}{2} = 91 \rightarrow x^2 + x = 182 \rightarrow$
$\rightarrow x^2 + x - 182 = 0 \rightarrow$
$\rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-182)}}{2 \cdot 1} =$
$= \frac{-1 \pm \sqrt{729}}{2} = \frac{-1 \pm 27}{2}$
Logo, $x_1 = \frac{-1 + 27}{2} = \frac{26}{2} = 13$ e
$x_2 = \frac{-3 - 27}{2} = \frac{-30}{2} = -15$.
Resposta: Alternativa **a**.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

1. (Enem/MEC) Pesquisadores da Universidade de Tecnologia de Viena, na Áustria, produziram miniaturas de objetos em impressoras 3D de alta precisão. Ao serem ativadas, tais impressoras lançam feixes de *laser* sobre um tipo de resina, esculpindo o objeto desejado. O produto final da impressão é uma escultura microscópica de três dimensões, como visto na imagem ampliada.

ENEM, 2020.



A escultura apresentada é uma miniatura de um carro de Fórmula 1, com 100 micrômetros de comprimento. Um micrômetro é a milionésima parte de um metro.
Usando notação científica, qual é a representação do comprimento dessa miniatura, em metro?

a) $1{,}0 \times 10^{-1}$
b) $1{,}0 \times 10^{-3}$
c) $1{,}0 \times 10^{-4}$
d) $1{,}0 \times 10^{-6}$
e) $1{,}0 \times 10^{-7}$

2. Um pesquisador fez alguns experimentos para descobrir a relação entre as marcas criadas na pista quando um carro freia de maneira abrupta e a velocidade do carro no momento da freada. Ele obteve um resultado em que a velocidade do carro, em quilômetro por hora, no momento em que os freios são acionados, pode ser obtida com a fórmula:

$$V = \sqrt{M \cdot e \cdot c}$$

em que:

M é a medida da marca de derrapagem, em metro;

e corresponde à eficiência de frenagem; e

c é o coeficiente de atrito.

Em um dos experimentos, ao acionar um freio, um carro teve a marca de derrapagem medindo 30 m, o coeficiente de frenagem de 0,35 e o coeficiente de atrito de 0,6. De acordo com a fórmula, qual era a velocidade aproximada desse carro, em quilômetro por hora, quando os freios foram acionados?

a) 7 **b)** 6,3 **c)** 3,1 **d)** 2,5

3. (Saresp-SP) Para ingressar na sala segura de um laboratório, Mauro deve apertar 5 botões coloridos na sequência correta. Mauro esqueceu-se da senha, mas lembrou que o primeiro botão a ser apertado era o de cor azul e o último a ser apertado era o de cor verde.



SARESP

Qual é o número máximo de tentativas que Mauro deve fazer para acessar a sala, sabendo que cada cor é apertada uma única vez?

a) 120 **b)** 30 **c)** 12 **d)** 6

4. (Saresp-SP) Uma máquina fotográfica custava R$ 400,00. No Dia dos Pais foi vendida com um desconto de 5% e, logo depois, em cima do novo preço sofreu um aumento de 10%. O seu preço atual, em reais, é:

a) 405,00
b) 412,00
c) 418,00
d) 420,00

5. (Encceja) Uma indústria, necessitando contratar mão de obra, elaborou um gráfico no qual apresenta a distribuição das 80 vagas que precisa preencher. Porém, ficou faltando especificar o percentual de vagas para operador de máquinas.



ENCCEJA, 2019.

Quantas vagas foram oferecidas para operador de máquinas?

a) 20 **b)** 32 **c)** 40 **d)** 48

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

6. (Encceja) Um novo aparelho celular foi lançado por R$ 750,00 para pagamento à vista. A Loja 1 oferece esse aparelho com o seguinte plano de financiamento:
Loja 1: Entrada de R$ 550,00 paga no ato da compra, sendo o restante pago em parcela única, 2 meses após a compra, com taxa de juros simples de 2,50% ao mês.
Uma segunda loja também decide comercializar esse aparelho, oferecendo um plano no mesmo formato do que é ofertado pela **Loja 1**: uma entrada de R$ 250,00, paga no ato da compra, e o restante a ser pago em parcela única, 2 meses após a compra, sujeita a uma taxa mensal de juros simples.
Para que o plano de financiamento dessa segunda loja resulte num desembolso total igual ao que o cliente teria ao comprar esse aparelho financiado na **Loja 1**, a segunda loja deve propor, em seu financiamento, uma taxa mensal de juros simples igual a

a) 1,00%
b) 1,14%
c) 2,50%
d) 6,25%

7. (Encceja) Para comprar uma televisão, um micro-ondas e uma máquina de lavar roupas, Felipe fez uma pesquisa no comércio e observou que o preço do micro-ondas era um quarto do preço da televisão. A máquina de lavar custava R$ 100,00 a menos que a televisão. Com R$ 2 600,00, Felipe comprou os três produtos, sem lhe restar troco. A equação algébrica que oferece como resultado o valor pago pela TV é

a) $x + \frac{1}{2} = 2\,600$
b) $x + (x - 100) = 2\,600$
c) $x + \frac{x}{4} - 100 = 2\,600$
d) $x + \frac{x}{4} + (x - 100) = 2\,600$

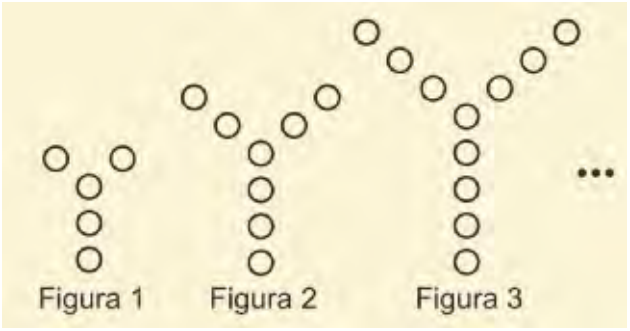
8. Artur encontrou a dízima periódica 0,444... efetuando a divisão de dois números inteiros positivos não nulos *a* e *b*. Em seguida, ele realizou a divisão de *b* por *a*. O resultado encontrado foi:

a) 0,55
b) 0,5252...
c) 2,25
d) 2,2525...

9. (Saresp-SP) Numa gincana de Matemática, Hélio calculou mentalmente dois números de modo que sua soma fosse igual a 12 e sua diferença 2. Lúcia utilizou outra estratégia, determinando esses dois números algebricamente. Dessa forma, um possível sistema de equações para indicar o raciocínio de Lúcia é:

a) $\begin{cases} x + y = 12 \\ 2x + 3y = 1 \end{cases}$
b) $\begin{cases} 2x - y = 9 \\ 4x + 3y = 10 \end{cases}$
c) $\begin{cases} x - y = 5 \\ x + y = 7 \end{cases}$
d) $\begin{cases} x + y = 12 \\ x - y = 2 \end{cases}$

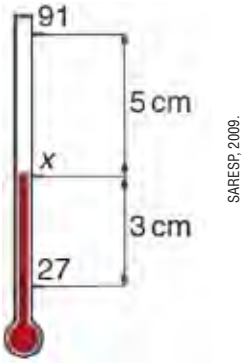
10. (OBMEP) Observe a sequência de figuras abaixo, todas elas com a forma da letra Y. Seguindo este padrão, quantas bolinhas terá a 15ª figura?



OBMEP, 2015.

a) 35 **b)** 47 **c)** 50 **d)** 52 **e)** 60

11. (Saresp-SP) Kátia encontrou um termômetro com marcação numa escala desconhecida. Havia apenas dois números com marcação legível. Para encontrar a temperatura marcada naquele momento, Kátia achou uma boa ideia fazer medições com sua régua, em cm, conforme a figura a seguir.



SARESP, 2009.

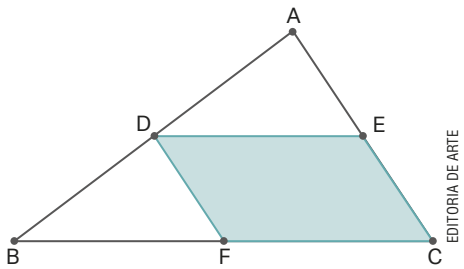
Qual o valor que Kátia encontrou para a temperatura *x*?

a) 31 **b)** 41 **c)** 51 **d)** 61

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

12. José possui um terreno triangular ABC, conforme representado na figura a seguir, e deseja separar uma área para o plantio de milho, que está representada pelo quadrilátero CEDF, em que os pontos *D*, *E* e *F* são pontos médios dos lados AB, AC e BC, respectivamente.

Sabendo que a área total do terreno de José mede 450 m², a área reservada para o plantio de milho, em metro quadrado, é:



EDITORIA DE ARTE

a) 360 **c)** 150
b) 225 **d)** 100

13. (Saresp-SP) Um proprietário de uma casa pretende fazer uma cisterna em forma de paralelepípedo de 5 m de comprimento por 2 m de largura e 1,5 m de profundidade. Qual o volume de água que essa cisterna pode armazenar?

a) 7,5 m³ **c)** 10 m³
b) 8,5 m³ **d)** 15 m³

14. (OBMEP) Qual é o valor da expressão $\frac{242\,424^2 - 121\,212^2}{242\,424 \times 121\,212}$?

a) $\frac{1}{2}$ **c)** 1 **e)** $\frac{7}{4}$
b) $\frac{3}{4}$ **d)** $\frac{3}{2}$

15. (Encceja) Um cliente recebeu sua fatura mensal do cartão de crédito no valor de R$ 2 500,00 mas não podia fazer o pagamento integral da fatura. Para quitação do débito de forma parcelada, a administradora do cartão de crédito ofereceu os seguintes planos de pagamento:

- Plano 1: entrada de R$ 900,00 mais uma parcela de R$ 1 800,00.
- Plano 2: entrada de R$ 400,00 mais saldo devedor de R$ 2 100,00 acrescido de juros de 10%.
- Plano 3: entrada de R$ 1 500,00 mais saldo devedor de R$ 1 000,00 acrescido de juros de 15%.
- Plano 4: entrada de R$ 500,00 mais saldo devedor de R$ 2 000,00 acrescido de juros de 9%.

A qual desses planos o cliente deve aderir para ter o menor gasto total com o pagamento dessa fatura?

a) 1 **b)** 2 **c)** 3 **d)** 4

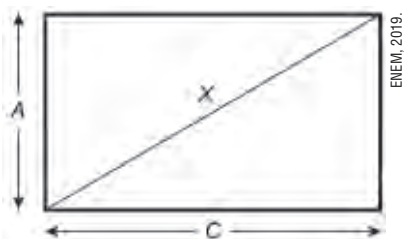
16. (OBMEP) A figura mostra um polígono regular de dez lados com centro O. Qual é a medida do ângulo *a*?



OBMEP, 2007.

a) 15° **b)** 18° **c)** 20° **d)** 30° **e)** 36°

17. (Enem/MEC) A unidade de medida utilizada para anunciar o tamanho das telas de televisores no Brasil é a polegada, que corresponde a 2,54 cm. Diferentemente do que muitos imaginam, dizer que a tela de uma TV tem *X* polegadas significa que a diagonal do retângulo que representa sua tela mede *X* polegadas, conforme ilustração.



ENEM, 2019.

O administrador de um museu recebeu uma TV convencional de 20 polegadas, que tem como razão do comprimento (*C*) pela altura (*A*) a proporção 4 : 3, e precisa calcular o comprimento (*C*) dessa TV a fim de colocá-la em uma estante para exposição.

A tela dessa TV tem medida do comprimento *C* em centímetro, igual a:

a) 12,00 **c)** 30,48 **e)** 50,80
b) 16,00 **d)** 40,64

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

RESOLUÇÕES

Questão 1

Um micrômetro é a milionésima parte de um metro, ou seja, corresponde a 10^{-6} metros. Logo, 100 micrômetros correspondem, em metro, a $10^2 \cdot 10^{-6} = 10^{-4}$, ou seja, $1{,}0 \cdot 10^{-4}$.

Alternativa **c**.

Questão 2

$V = \sqrt{30 \cdot 0{,}35 \cdot 0{,}6} = \sqrt{6{,}3}$ cujo valor aproximado é 2,5.

Alternativa **d**.

Questão 3

Considerando que o primeiro botão é azul e o último é verde, restam três opções de botões: roxo, vermelho e amarelo.

A quantidade de possibilidades será:

$\underbrace{1}_{\text{azul}} \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot \underbrace{1}_{\text{verde}} = 6$ possibilidades.

Alternativa **d**.

Questão 4

95% de 400 correspondem a 380, e 110% de 380 correspondem a 418.

Alternativa **c**.

Questão 5

O gráfico indica que o porcentual de vagas para operador de máquinas foi de 40%, pois 100% − 30% − 10% − 20% = 40%

Calculando 40% de 80 vagas, temos:

$\frac{40}{100} \cdot 80 = \frac{3\,200}{100} = 32$

Portanto, 32 vagas foram oferecidas para operador de máquinas.

Alternativa **b**.

Questão 6

Na **Loja 1**, o valor restante após o pagamento da entrada será de:

750 − 550 = 200, ou seja, R$ 200,00.

Desse modo, os juros sobre o valor restante serão de: $2 \cdot 2{,}5\% \cdot 200 =$

$= 2 \cdot 0{,}025 \cdot 200 = 10$

Portanto, R$ 10,00.

Na segunda loja, o valor restante após o pagamento da entrada será de:

750 − 250 = 500, ou seja, R$ 500,00.

Para que os juros sobre o valor restante resultem também em R$ 10,00, devemos considerar a taxa **x**, tal que:

$2 \cdot x \cdot 500 = 10 \Rightarrow x = \frac{10}{1000} = \frac{1}{100} = 1\%$

Portanto, a taxa de juros na segunda loja deve ser de 1%.

Alternativa **a**.

Questão 7

Considerando **x** o preço da televisão, temos os seguintes preços:

televisão: x

micro-ondas: $\frac{x}{4}$

máquina de lavar: x − 100

Como a soma dos preços dos três produtos é R$ 2.600,00, então o preço **x** da televisão é obtido pela equação: $x + \frac{x}{4} + (x - 100) = 2600$

Alternativa **d**.

Questão 8

A fração geratriz da dízima periódica 0,4444... é $\frac{4}{9}$. Assim, a = 4 e b = 9.

Calculando 9 · 4, encontra-se 2,25.

Alternativa **c**.

Questão 9

Considerando **x** e **y** os números desconhecidos, se a soma deles é 12, tem-se x + y = 12. Ao mesmo tempo, se a diferença entre os números é 2, tem-se x − y = 2.

Alternativa **d**.

Questão 10

A **figura 1** é formada por 5 bolinhas $(3 + 1 + 1 = 2 + 1 + 1 + 1 = 2 + 3 \cdot 1)$.

A **figura 2** é formada por 8 bolinhas $(4 + 2 + 2 = 2 + 3 \cdot 2)$.

A **figura 3** é formada por 11 bolinhas $(5 + 3 + 3 = 2 + 3 \cdot 3)$.

Assim, a **figura 15** será formada por $2 + 3 \cdot 15 = 47$, ou seja, 47 bolinhas.

Alternativa **b**.

Questão 11

Com base na figura, tem-se:

$\frac{91 - x}{5} = \frac{x - 27}{3} \Rightarrow 3(91 - x) = 5(x - 27) \Rightarrow$

$\Rightarrow 273 - 3x = 5x - 135 \Rightarrow 8x = 408 \Rightarrow x = 51$

Alternativa **c**.

Questão 12

Como os triângulos BDF e ADE são semelhantes ao triângulo ABC, sendo a razão de semelhança igual a $\frac{1}{2}$, então suas áreas medem, cada uma, $\frac{1}{4}$ da área do triângulo ABC, ou seja, juntas, medem $\frac{1}{2}$ da área do terreno. Consequentemente, a área do paralelogramo DECF mede $\frac{1}{2}$ da área do triângulo ABC. Sendo assim, a área destinada ao plantio de milho é $\frac{1}{2} \cdot 450\ m^2 = 225\ m^2$.

Alternativa **b**.

Questão 13

Multiplicando as três dimensões da cisterna para obter seu volume, tem-se:

$V = 5 \cdot 2 \cdot 1{,}5 = 15\ m^3$.

Alternativa **d**.

Questão 14

$\frac{242\,424^2 - 121\,212^2}{242\,424 \cdot 121\,212} =$

$= \frac{(2 \cdot 121\,212)^2 - 121\,212^2}{(2 \cdot 121\,212) \cdot 121\,212} =$

$= \frac{2^2 \cdot 121\,212^2 - 121\,212^2}{(2 \cdot 121\,212) \cdot 121\,212} =$

$= \frac{4 \cdot 121\,212^2 - 121\,212^2}{2 \cdot 121\,212^2} =$

$= \frac{121\,212^2 \cdot (4 - 1)}{2 \cdot 121\,212^2} = \frac{3}{2}$

Alternativa **d**.

Questão 15

O cliente terá os seguintes gastos de acordo com cada plano.

Plano 1

900 + 1 800 = 2 700, ou seja, R$ 2.700,00.

Plano 2

$400 + 2\,100 + 0{,}1 \cdot 2\,100 = 2\,500 + 210 =$

$= 2\,710$, ou seja, R$ 2.710,00.

Plano 3

$1\,500 + 1\,000 + 0{,}15 \cdot 1\,000 =$

$= 2\,500 + 150 =$

$= 2\,650$, ou seja, R$ 2.650,00.

Plano 4

$500 + 2\,000 + 0{,}09 \cdot 2\,000 =$

$= 2\,500 + 180 =$

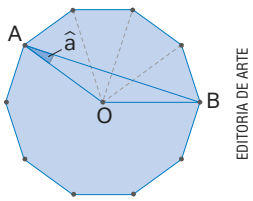
$= 2\,680$, ou seja, R$ 2.680,00.

Portanto, para ter o menor gasto total, o cliente deve aderir ao **Plano 3**.

Alternativa **c**.

Questão 16

Observando a figura, como OA = OB, $\hat{a} = A\hat{O}B$.



EDITORIA DE ARTE

$A\hat{O}B = \frac{4}{10} \cdot 360° = 144°$

$2\hat{a} = 180° - 144°$. Logo, $\hat{a} = 18°$

Alternativa **b**.

Questão 17

A partir da proporção $\frac{C}{A} = \frac{3}{4}$, obtém-se a relação $A = \frac{3C}{4}$.

Como X = 20, pelo teorema de Pitágoras, tem-se que:

$X^2 = C^2 + A^2 \Rightarrow 20^2 = C^2 + \left(\frac{3C}{4}\right) \Rightarrow$

$\Rightarrow C = 16$

16 polegadas correspondem a $16 \cdot 2{,}54 =$

$= 40{,}64$ cm.

Alternativa **d**.

Instruções gerais

Ao longo das Unidades deste livro, na seção **Você Conectado**, exploramos atividades em que foi proposto o uso de três *softwares* de uso livre: a planilha eletrônica **Calc**, o programa de geometria dinâmica **GeoGebra** e a linguagem de programação em blocos **Scratch**.

A planilha eletrônica **Calc** é própria para organizar informações, realizar cálculos, construir tabelas e gráficos, além de diversas outras funções. Os recursos que essa planilha possui contribuem para a realização do trabalho de diversos profissionais e costumam ser utilizados até mesmo para controlar as despesas domésticas. No estudo de Matemática, podemos utilizar essa planilha eletrônica para compreender melhor o que estudamos, como a organização de dados em tabelas e a construção de gráficos de colunas, de barras, de segmentos ou de setores.

Já o **GeoGebra** é um *software* em que se pode representar e estudar figuras geométricas. Com ele, podemos construir diversas figuras e analisar algumas de suas características, além de fazer uma abordagem mais dinâmica por meio de modificações nas construções. É também possível explorar álgebra, cálculos, representações gráficas de funções, entre outros conceitos matemáticos.

O **Scratch** é uma linguagem de programação em blocos que possibilita o aprendizado de programar comandos destinados a indicar, em uma sequência lógica, instruções que são interpretadas para realizar determinada ação. Por ser uma linguagem dinâmica e interativa, pode ser utilizada por qualquer pessoa que queira se iniciar no mundo da programação, independentemente da faixa etária ou do nível de escolaridade.

Esses três *softwares* não têm custo, pois oferecem acesso gratuito. Pode ser feito o *download* deles acessando os *sites* a seguir.

- THE DOCUMENT FOUNDATION. **LibreOffice**. Versão 7.6.7. [Berlim]: The Document Foundation, [2024]. O *software* Calc faz parte do pacote LibreOffice. Disponível em: https://pt-br.libreoffice.org/baixe-ja/libreoffice-novo/.
- GEOGEBRA. [*S. l.*], c2024. *Site*. Disponível em: https://www.geogebra.org/download.
- SCRATCH. [Cambridge (EUA): MIT, 2024]. *Site*. Disponível em: https://scratch.mit.edu/download. Acessos em: 5 jun. 2024.

Observe a seguir as indicações de algumas opções da planilha eletrônica **Calc**.

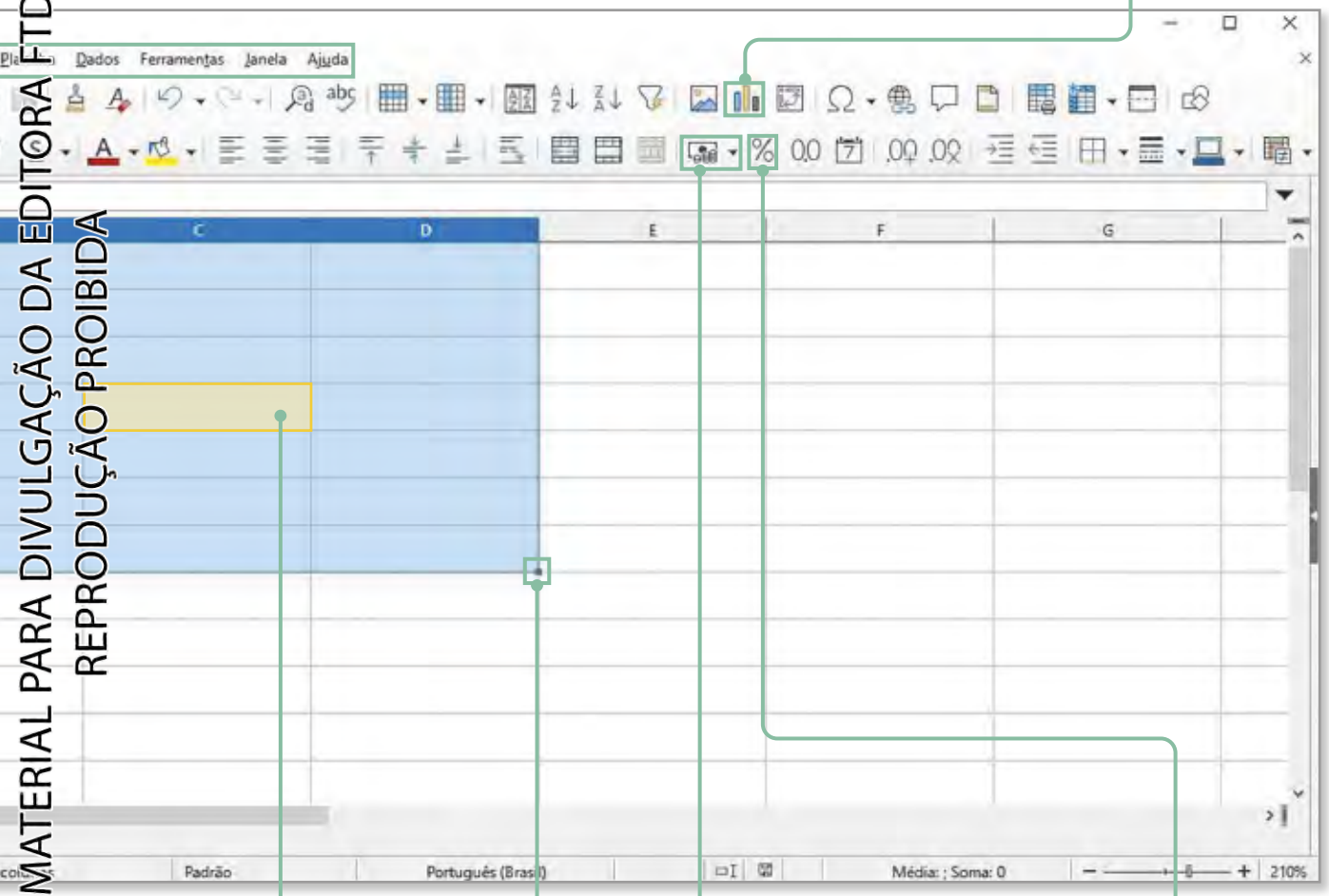


MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

INSERIR
Este grupo apresenta vários elementos que podem ser inseridos em construções na planilha eletrônica.

FORMATAR
Este grupo apresenta várias opções de formatação da planilha eletrônica.

INSERIR GRÁFICO
Abre uma janela com o assistente para construir gráficos com os dados selecionados da planilha eletrônica.



REPRODUÇÃO/LIBREOFFICE

Esta célula está na **COLUNA C** e na **LINHA 4**. Assim, dizemos que sua localização é **C4**.

FORMATAR COMO MOEDA
Formata os valores das células para a forma de valores monetários em real.

FORMATAR COMO PORCENTAGEM
Formata os valores das células para a forma de porcentagem.

GUIA DE PREENCHIMENTO AUTOMÁTICO
Cria alguns tipos de sequência.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

Observe as indicações de algumas ferramentas do **GeoGebra**.

BARRA DE FERRAMENTAS

Encontramos nela as ferramentas que auxiliam nas construções dos objetos matemáticos. Esta barra está organizada em grupos. Em cada grupo, há várias ferramentas que, ao clicar no ícone, são apresentadas aquelas pertencentes a um mesmo grupo.

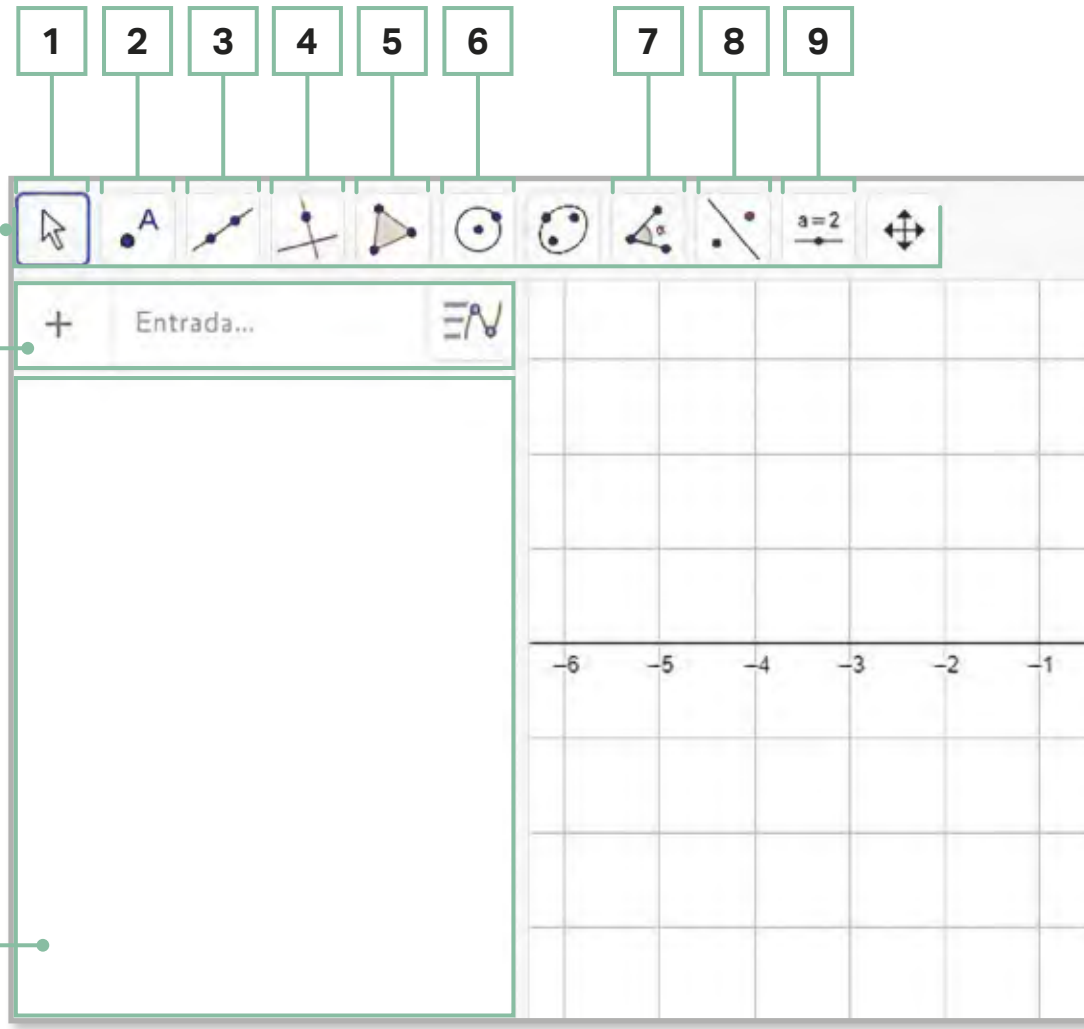
CAMPO DE ENTRADA

Podemos criar e modificar objetos matemáticos por meio de comandos.

JANELA DE ÁLGEBRA

Encontramos nela uma lista dos objetos construídos, com algumas informações algébricas sobre eles.

Algumas ferramentas do **GeoGebra** utilizadas na coleção.



Grupo 1

MOVER: seleciona objetos e move elementos de uma construção geométrica.

Grupo 2

PONTO: constrói um ponto.

INTERSEÇÃO DE DOIS OBJETOS: constrói o(s) ponto(s) de interseção entre dois objetos.

PONTO MÉDIO OU CENTRO: constrói o ponto médio de um segmento de reta ou entre dois pontos, ou o centro de um objeto.

Grupo 3

RETA: constrói uma reta passando por dois pontos.

SEGMENTO: constrói um segmento de reta dados os pontos extremos.

SEGMENTO COM COMPRIMENTO FIXO: constrói um segmento de reta dados um extremo e o comprimento desse segmento de reta.

SEMIRRETA: constrói uma semirreta dados a origem e outro de seus pontos.

VETOR: constrói um vetor dados os pontos extremos.

Grupo 4

RETA PERPENDICULAR: constrói uma reta perpendicular a outra, passando por um ponto selecionado.

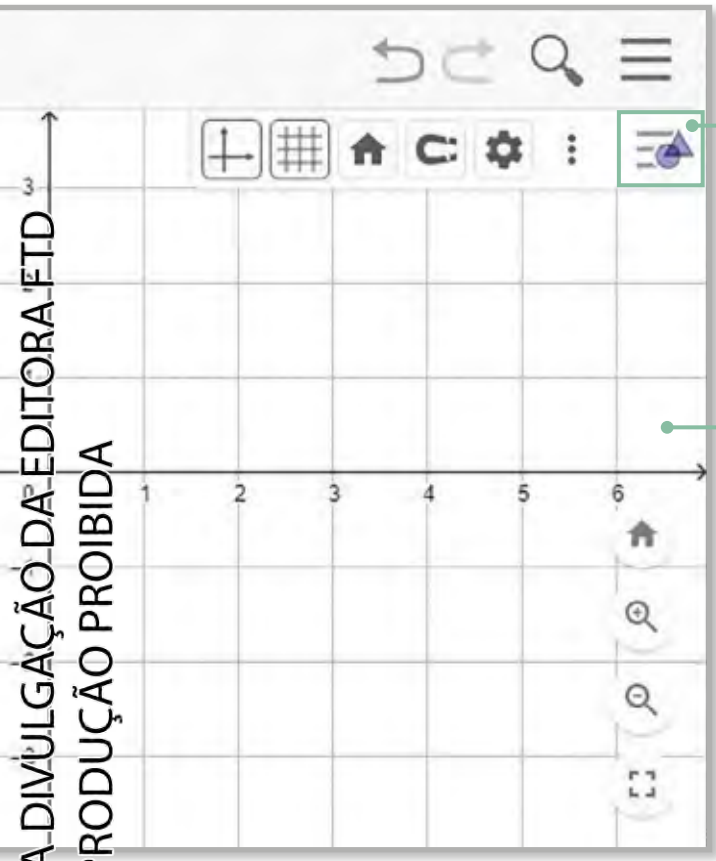
RETA PARALELA: constrói uma reta paralela a outra, passando por um ponto selecionado.

MEDIATRIZ: constrói uma reta mediatriz a um segmento de reta.

BISSETRIZ: constrói uma reta bissetriz de um ângulo.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA



Grupo 5

POLÍGONO: constrói um polígono dados seus vértices.

POLÍGONO REGULAR: constrói um polígono regular dados dois de seus vértices e a quantidade de lados.

Grupo 6

CÍRCULO DADOS O CENTRO E UM DE SEUS PONTOS: constrói um círculo dados o centro e um de seus pontos.

CÍRCULO: CENTRO & RAIO: constrói um círculo dados o centro e a medida de seu raio.

CÍRCULO DEFINIDO POR TRÊS PONTOS: constrói um círculo dados três de seus pontos.

ARCO CIRCULAR: constrói um arco de circunferência dados o centro do círculo e os extremos desse arco de circunferência.

Grupo 7

ÂNGULO: mede um ângulo dados seus lados ou o vértice e um ponto em cada um de seus lados.

ÂNGULO COM AMPLITUDE FIXA: constrói um ângulo dados o vértice, um ponto de um dos lados ou um dos lados e a amplitude.

DISTÂNCIA, COMPRIMENTO OU PERÍMETRO: mede a distância entre dois pontos, o comprimento de um segmento de reta ou o perímetro de uma figura geométrica plana.

ÁREA: mede a área de uma figura geométrica plana.

Grupo 8

REFLEXÃO EM RELAÇÃO A UMA RETA: constrói a figura simétrica de uma figura dada por reflexão em relação a uma reta.

ROTAÇÃO EM TORNO DE UM PONTO: constrói a figura simétrica de uma figura dada por rotação em relação a um ponto.

TRANSLAÇÃO POR UM VETOR: constrói a figura simétrica de uma figura dada por translação em relação a um vetor.

HOMOTETIA: constrói ampliações ou reduções de uma figura dados o ponto central e a razão de homotetia.

Grupo 9

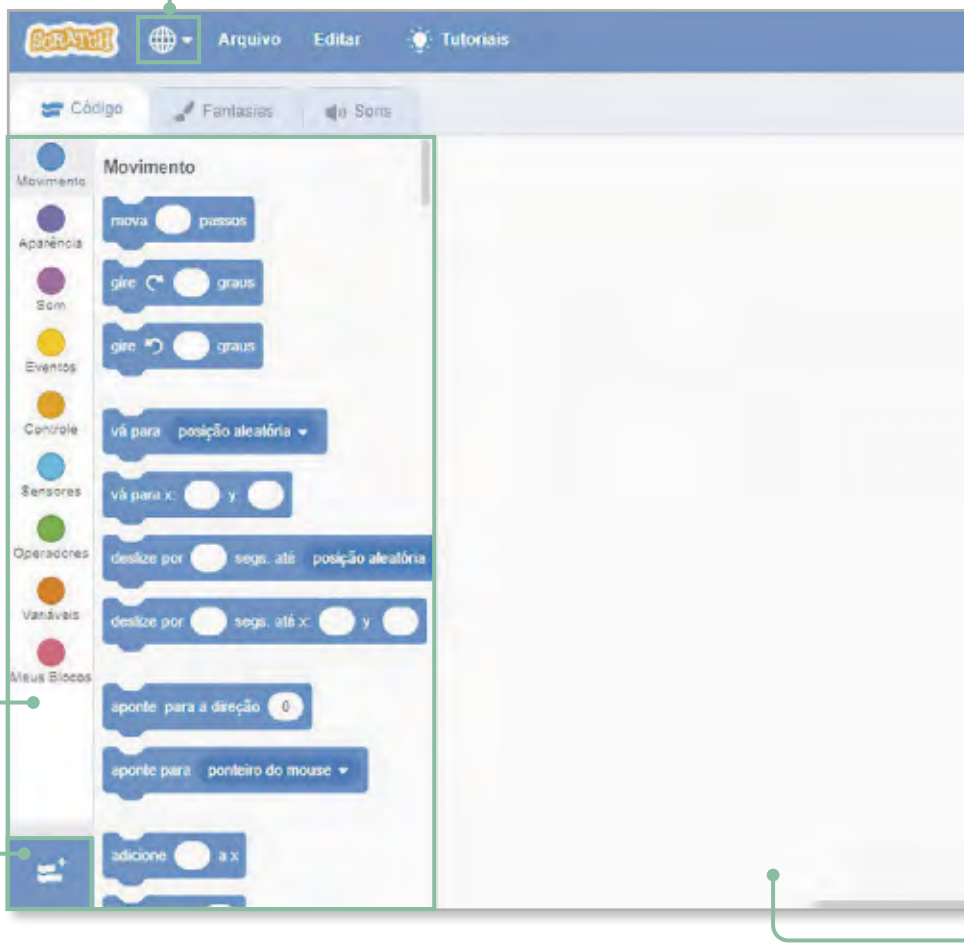
CONTROLE DESLIZANTE: constrói um controle pelo qual é possível ajustar o valor de uma variável movimentando um cursor.

Observe as indicações de algumas funcionalidades e categorias de blocos de comando do **Scratch**.

SELEÇÃO DE IDIOMA
Permite selecionar um idioma.

BLOCOS DE COMANDO POR CATEGORIA
São utilizados na construção do algoritmo. Os blocos de comando são organizados em **Categorias**, de acordo com determinadas funcionalidades.

ADICIONAR UMA EXTENSÃO
Usado para acrescentar na interface algumas extensões, como a caneta, por exemplo.





Nessa categoria, os blocos de comando indicam movimentos (posições e deslocamentos) que os componentes, como personagens ou cenários, realizam na região da tela.



Nessa categoria, os blocos de comando permitem atribuir diferentes tipos de aparências, como balões de fala e de pensamento, fantasias e mudanças de cores, que podem ser executados por personagens ou cenários.



Nessa categoria, os blocos de comando permitem atribuir diferentes tipos de som, como simulação de falas e efeitos sonoros, que podem ser executados por personagens ou cenários.



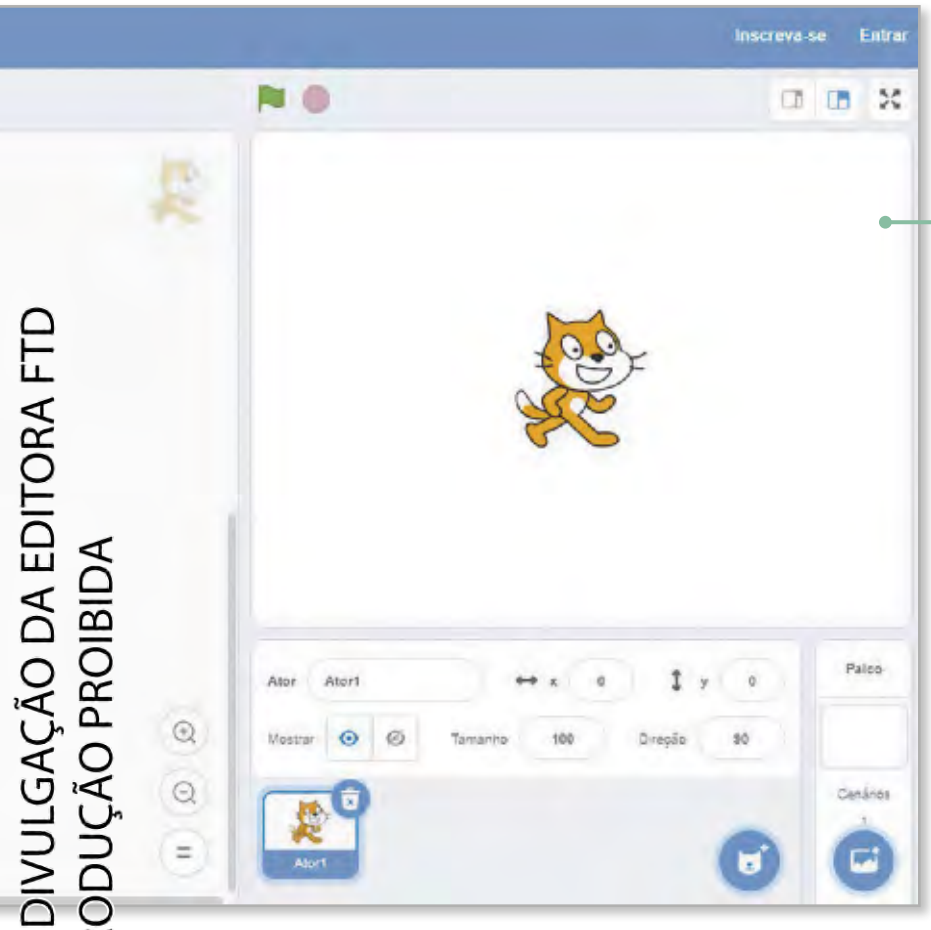
Nessa categoria, os blocos de comando podem ser utilizados para estabelecer o critério ou evento que determina o início da execução do algoritmo construído.



Nessa categoria, os blocos de comando organizam controles predefinidos responsáveis pela execução da estrutura lógica de conexão entre ações de outros blocos de comando.

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA



IMAGENS: REPRODUÇÃO/SCRATCH

ÁREA DE VISUALIZAÇÃO

Região onde podemos observar o teste de execução da programação correspondente ao algoritmo elaborado.

ÁREA DE PROGRAMAÇÃO

Região onde os blocos de comando são posicionados para construir, em sequência lógica, um algoritmo a ser executado de acordo com a personagem ou o cenário escolhido, ou ambos escolhidos.



Nessa categoria, os blocos de comando possibilitam a realização de interações a partir de associações com blocos de comandos de outras categorias.



Nessa categoria, os blocos de comando indicam operações matemáticas e de comparações.



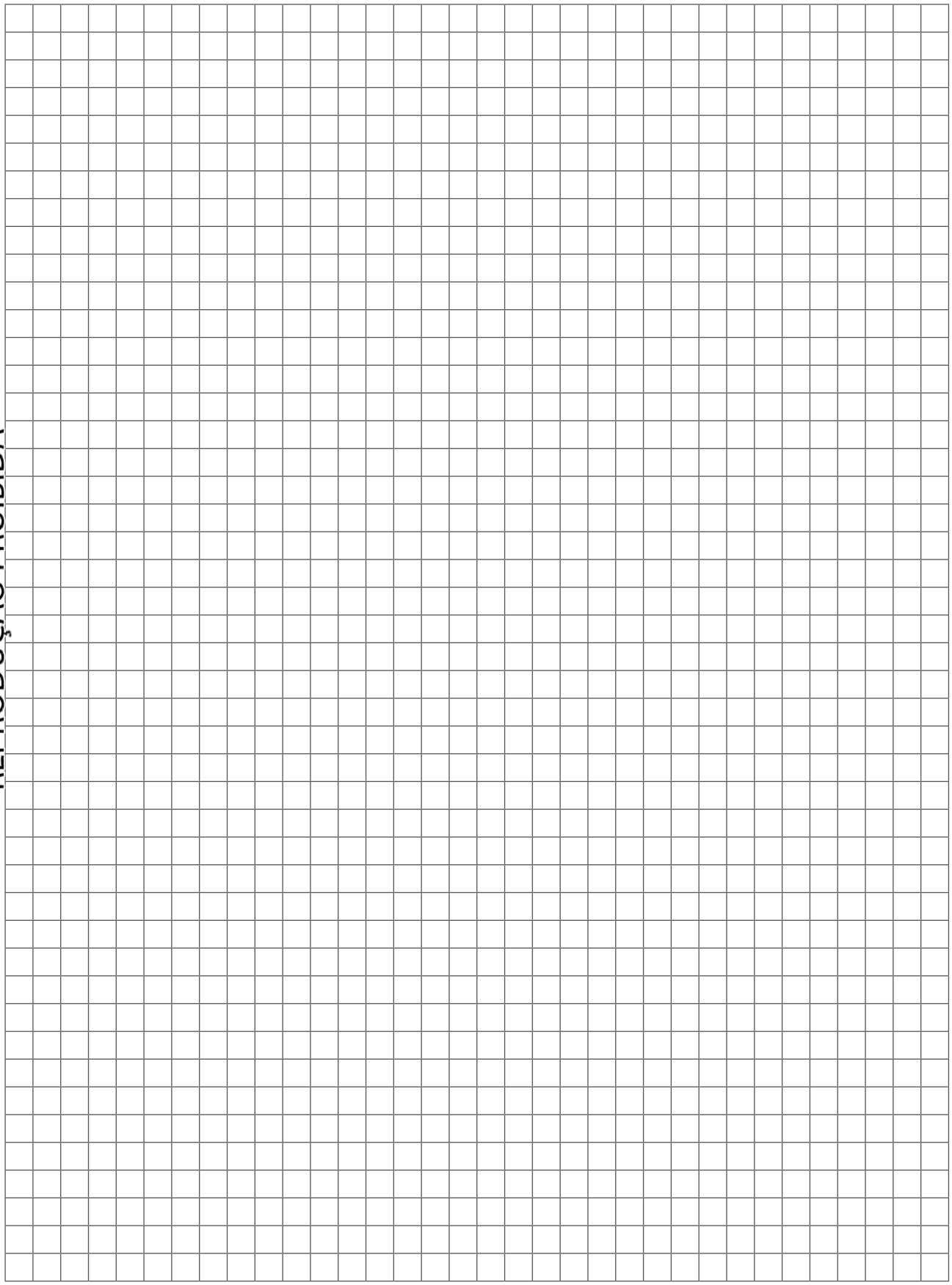
Nessa categoria, os blocos de comando permitem criar ou alterar o valor de variáveis.



Nessa categoria, o usuário pode armazenar blocos de comando ou conjuntos de blocos que utiliza com maior frequência, otimizando o tempo de programação.

No **Scratch**, há, ainda, uma grande diversidade de extensões disponíveis que podem ser incorporadas durante o trabalho.

Malha quadriculada com quadrinhos de 0,5 cm de lado

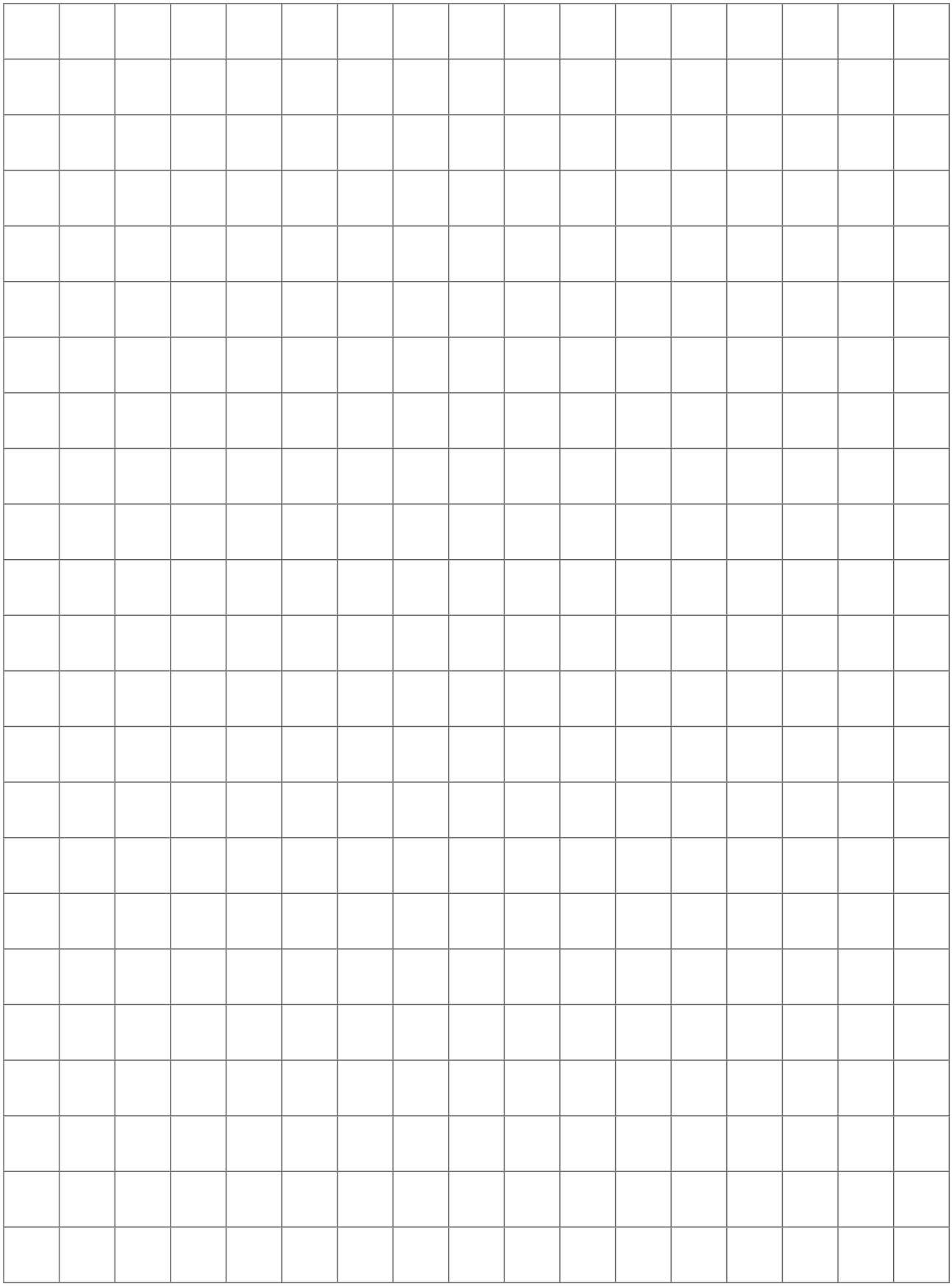


EDITORIA DE ARTE

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

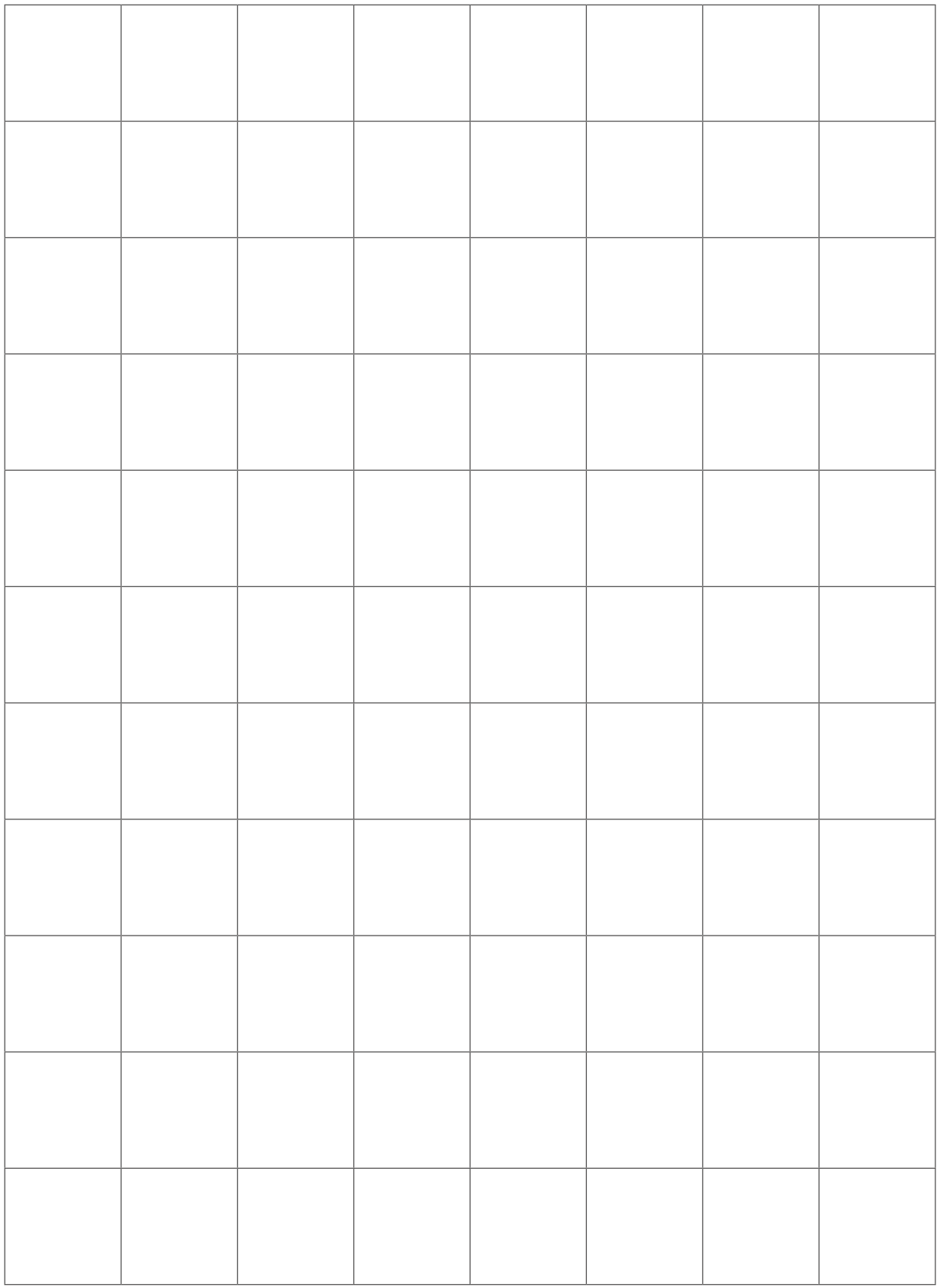
MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

Malha quadriculada com quadrinhos de 1 cm de lado



EDITORIA DE ARTE

Malha quadriculada com quadrinhos de 2 cm de lado

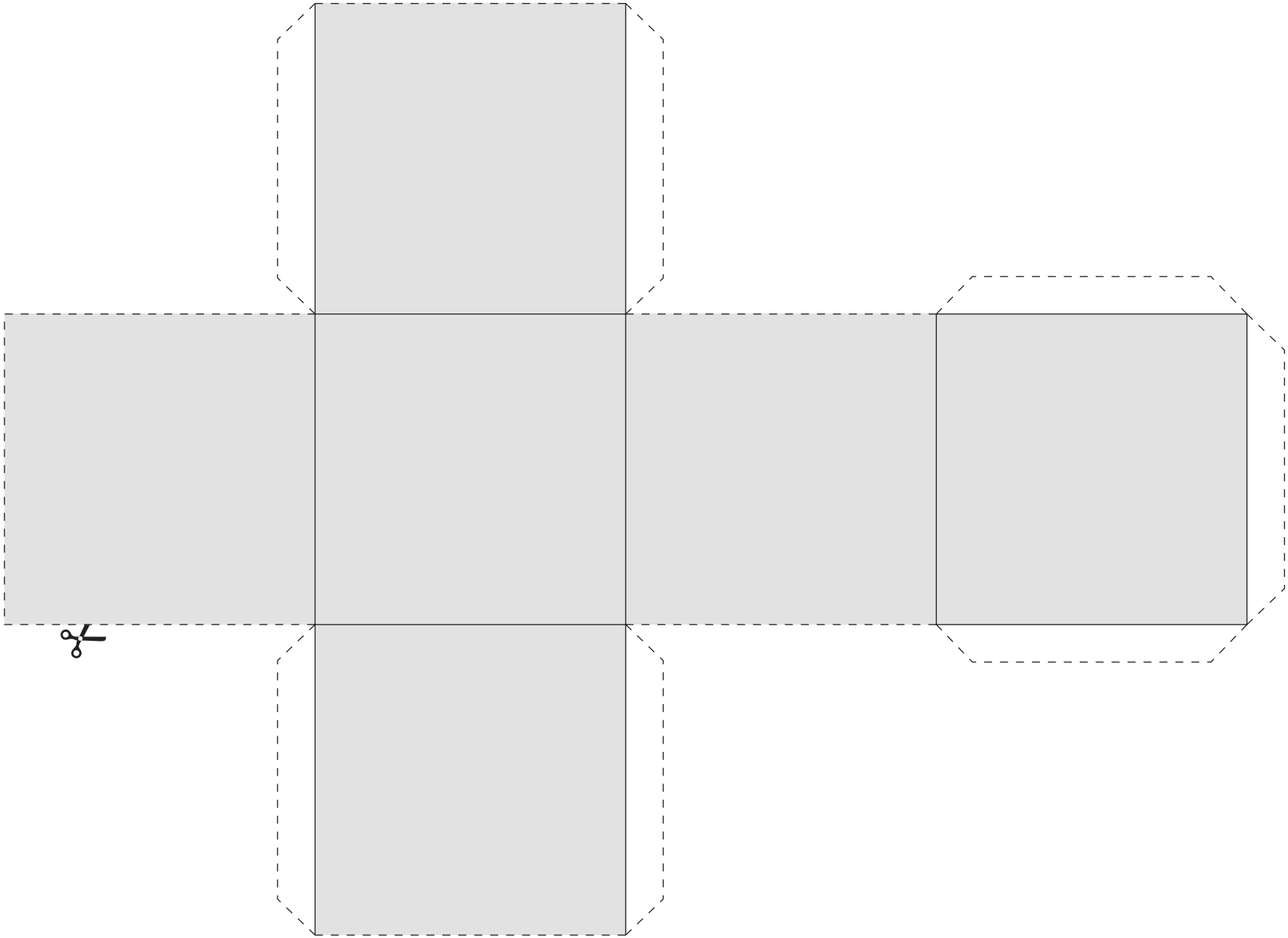


EDITORIA DE ARTE

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

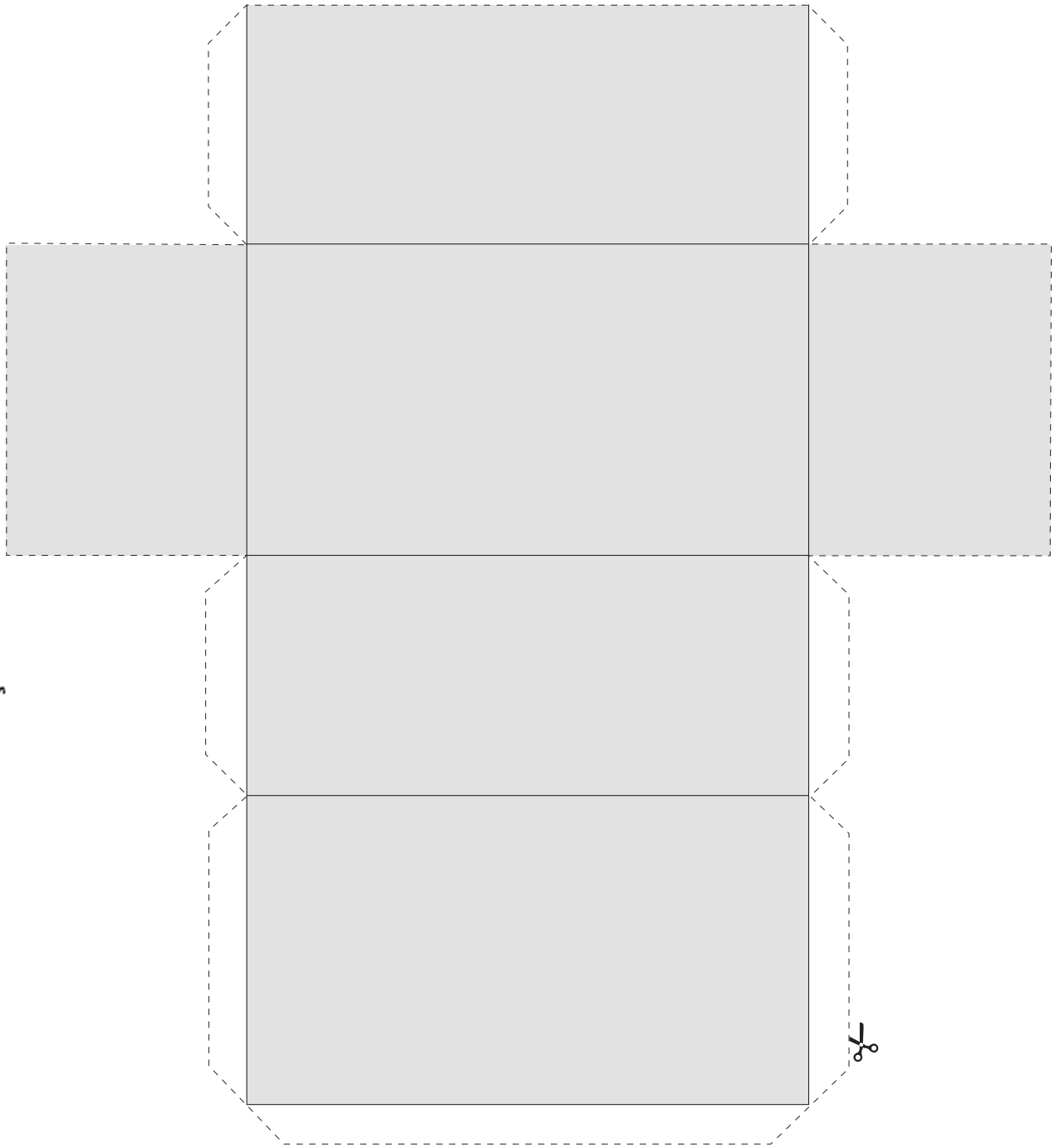
MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

Molde de um cubo



EDITORIA DE ARTE

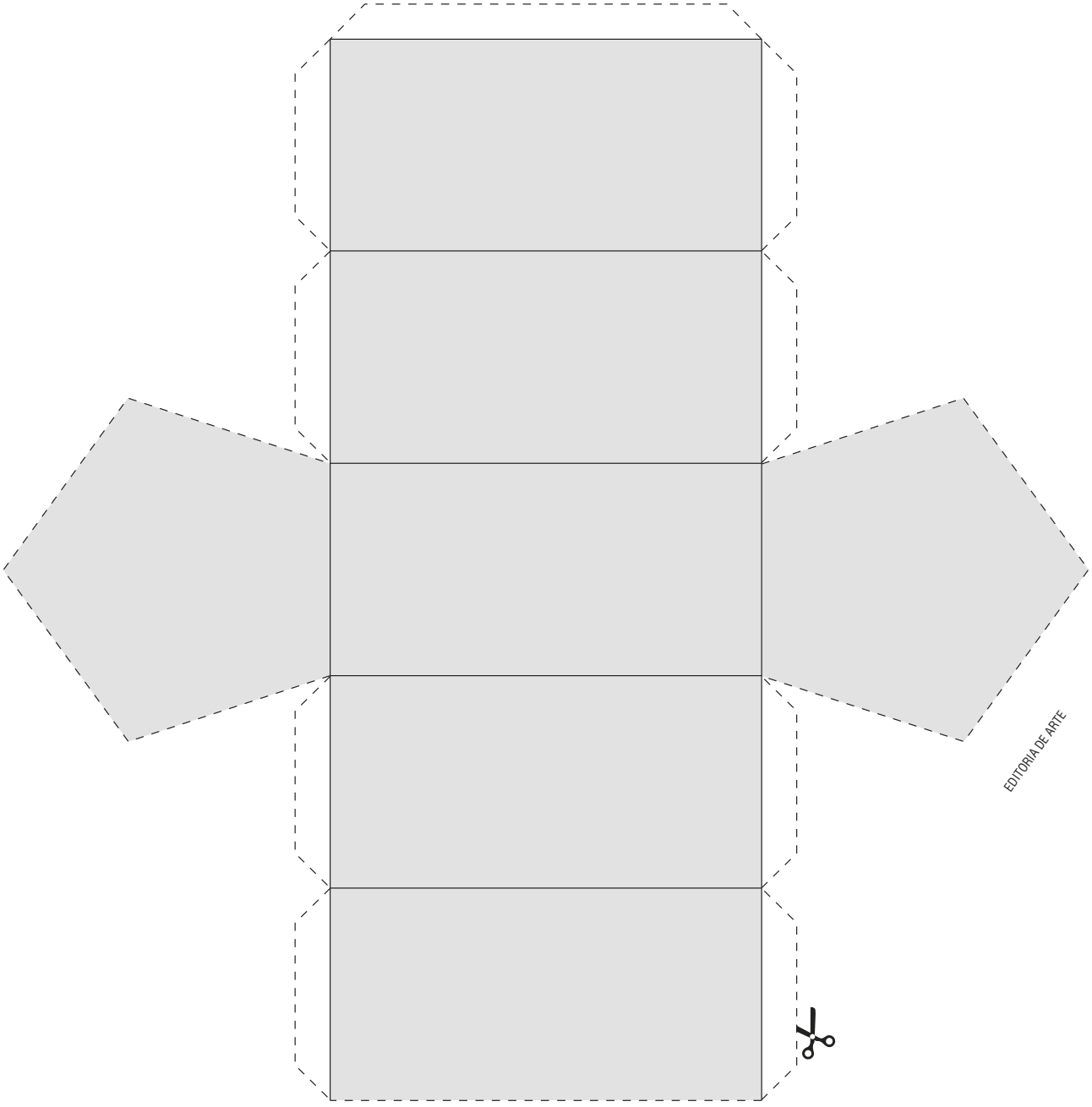
Molde de um bloco retangular



EDITORIA DE ARTE

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

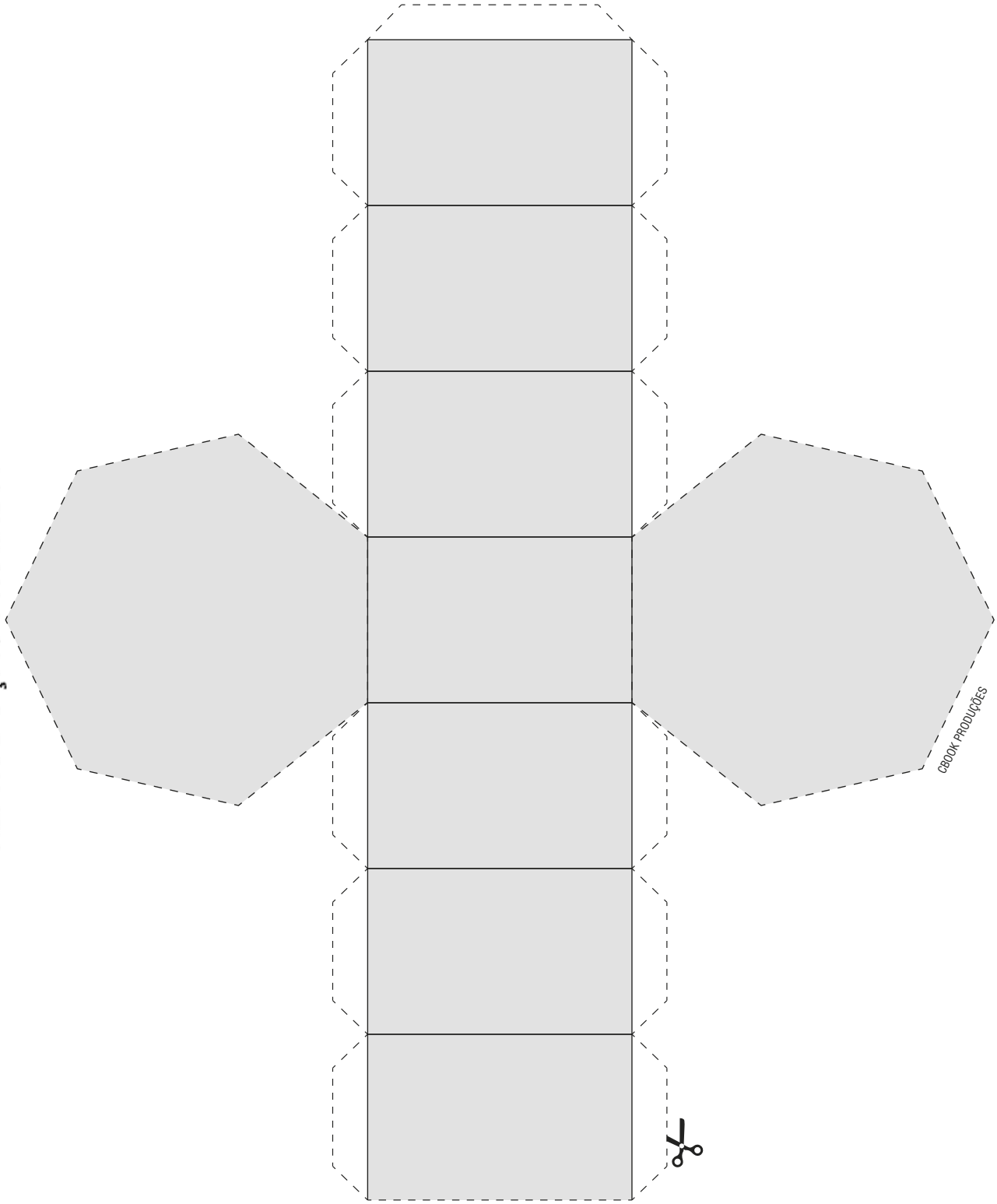
Molde de um prisma de base pentagonal



EDITORIA DE ARTE

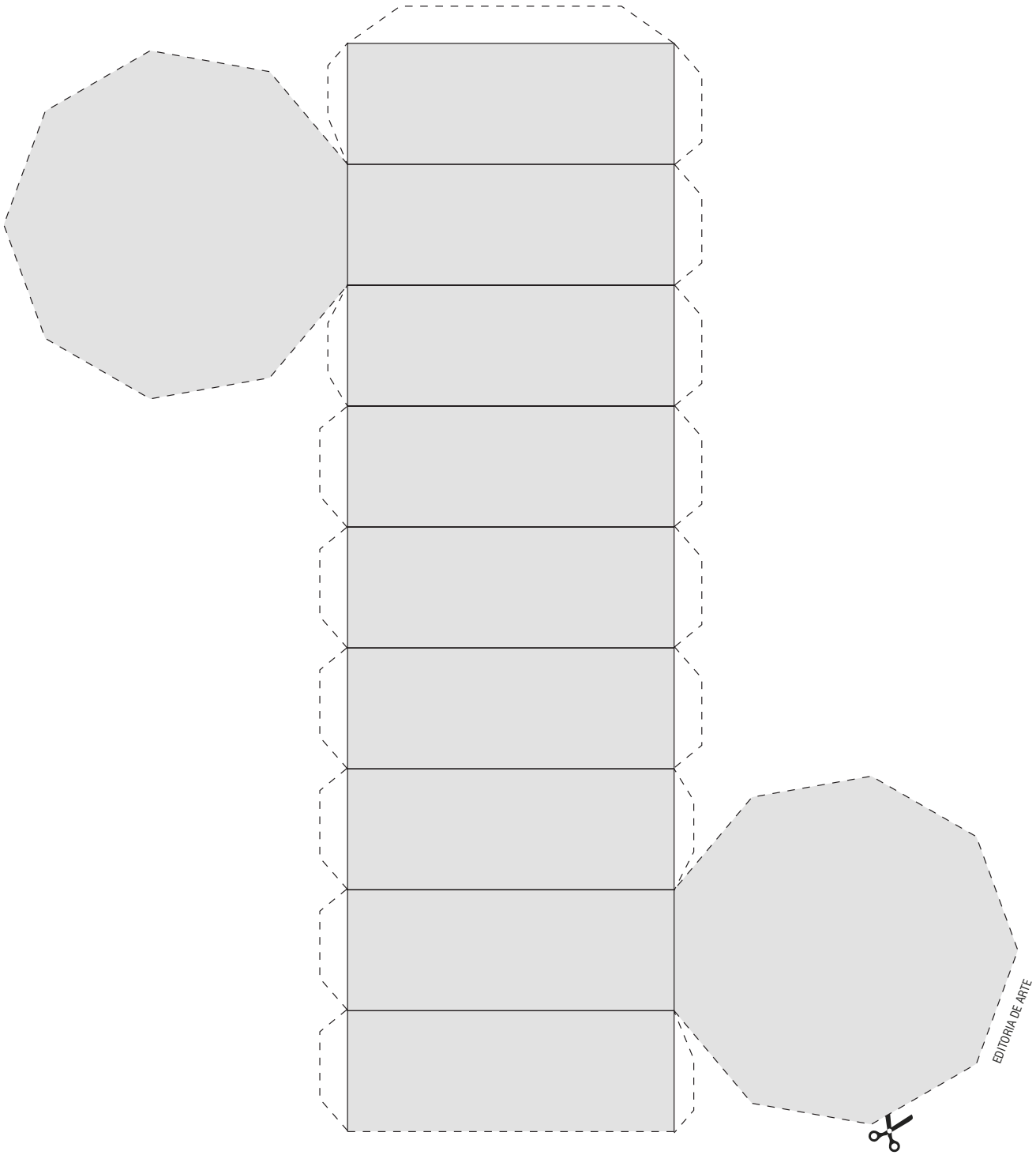
MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

Molde de um prisma de base heptagonal



MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

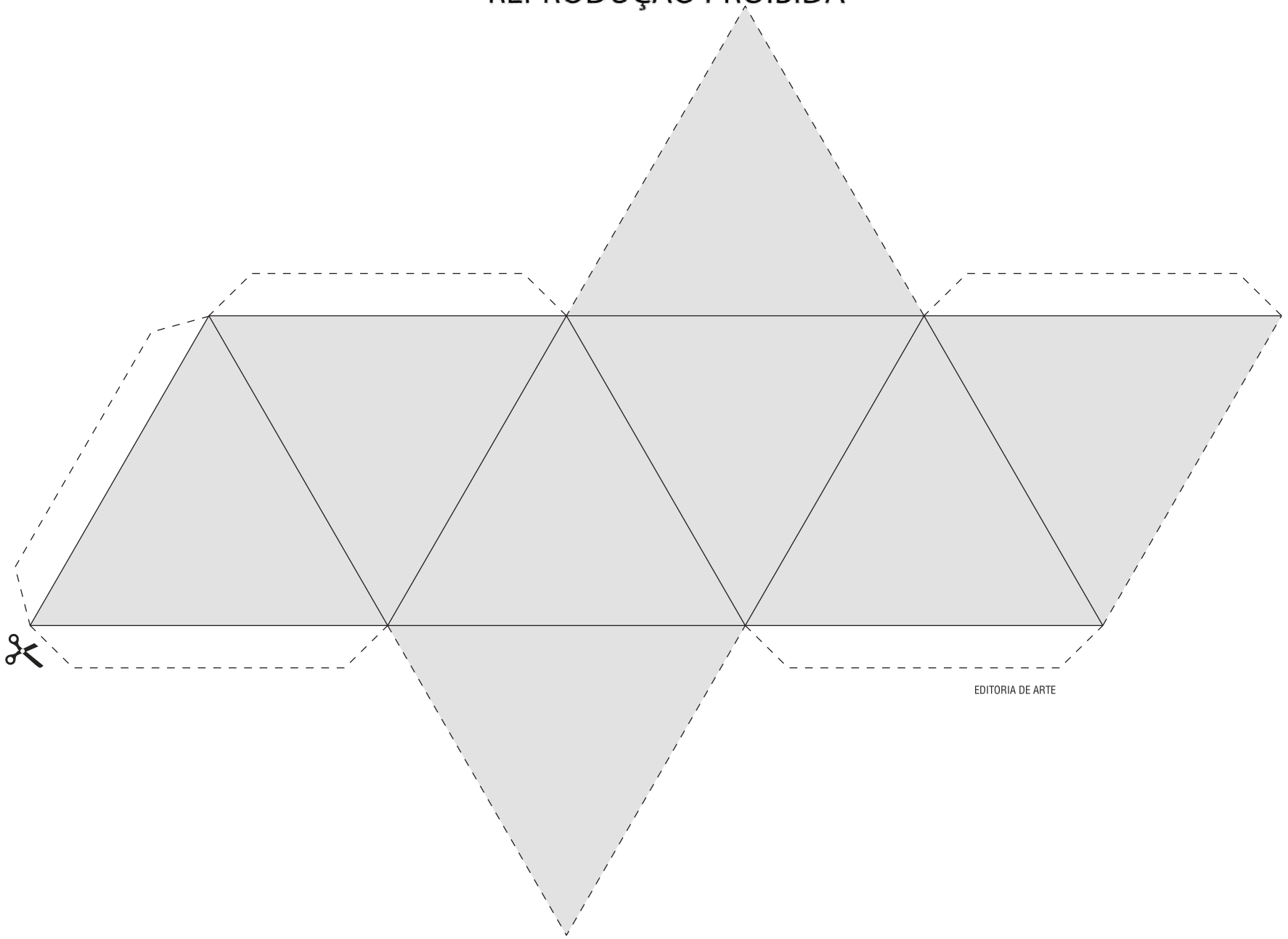
Molde de um prisma de base eneagonal



EDITORIA DE ARTE

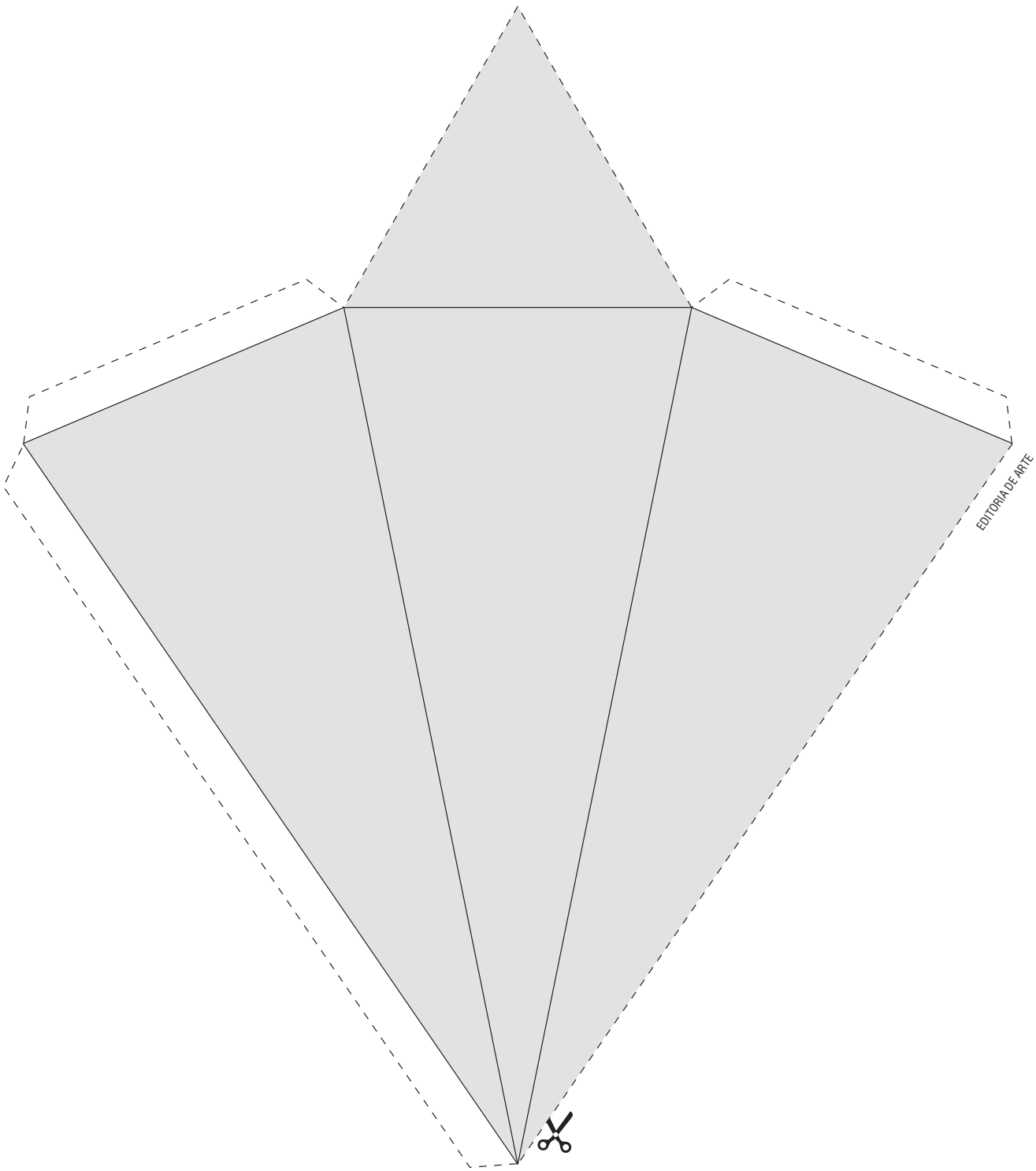
MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA



EDITORIA DE ARTE

Molde de uma pirâmide de base triangular



EDITORIA DE ARTE

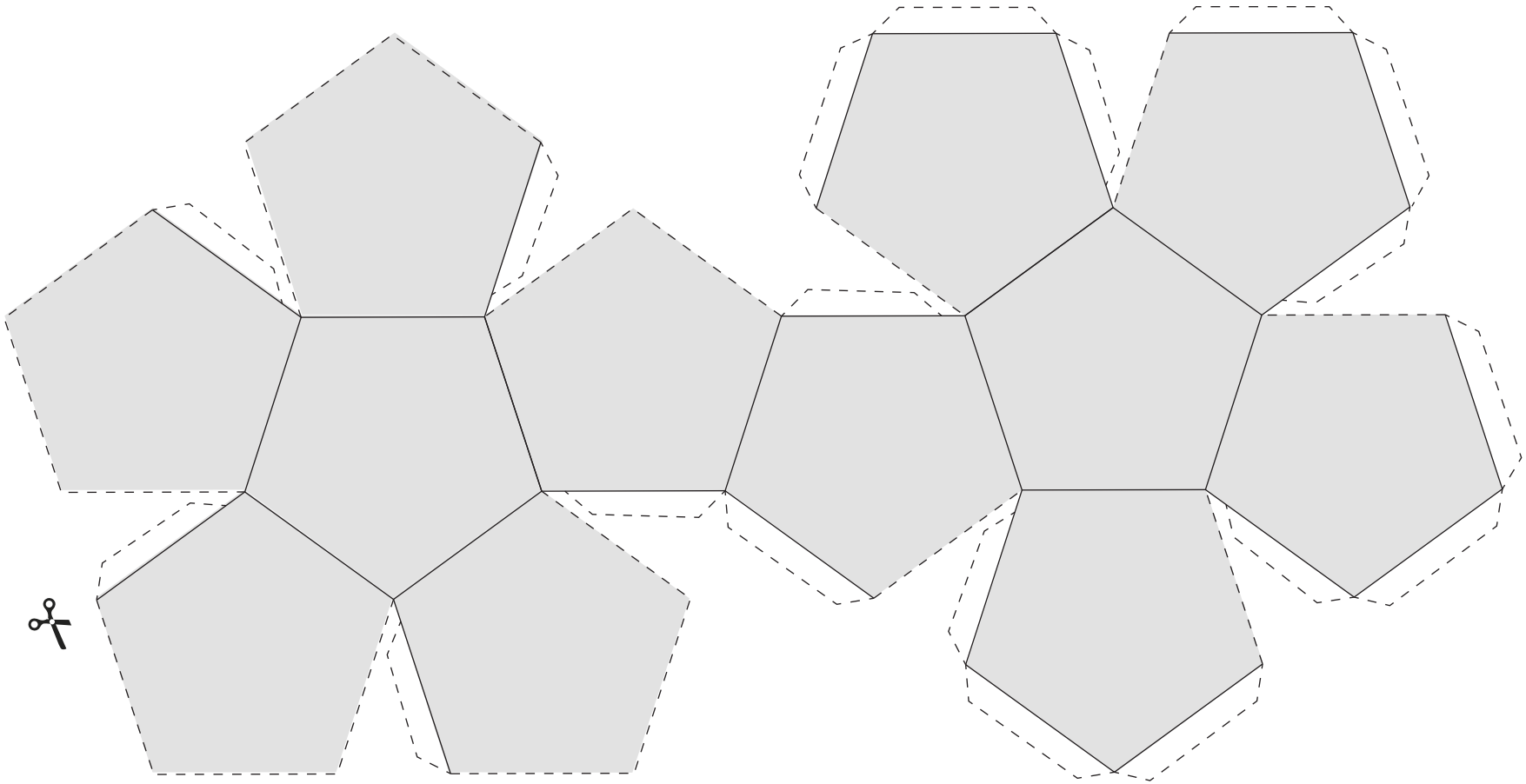
MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

Molde de uma pirâmide de base hexagonal

EDITORIA DE ARTE

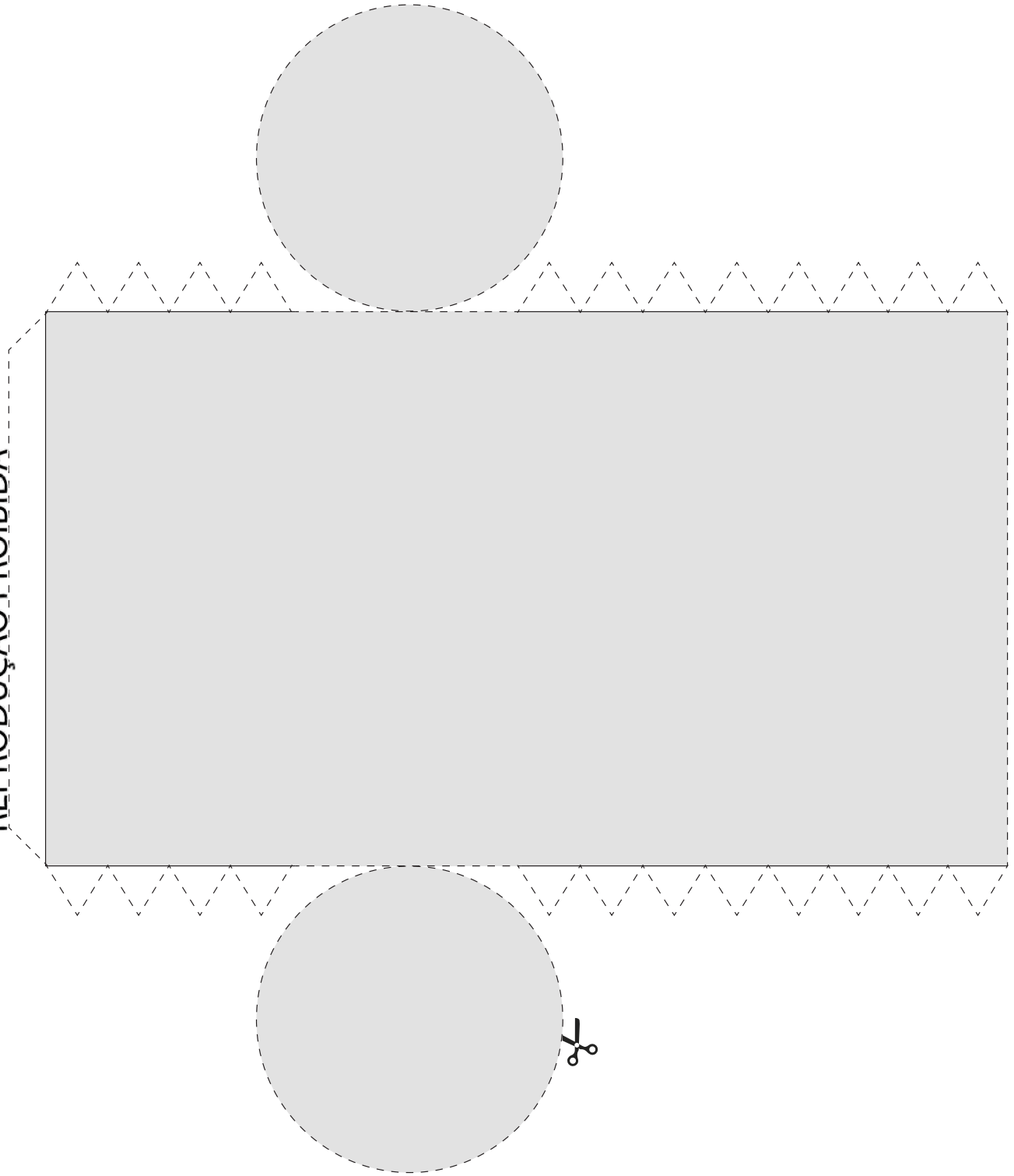
MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA



EDITORIA DE ARTE

Molde de uma representação de um cilindro



EDITORIA DE ARTE

MATERIAL PARA DIVULGAÇÃO DA EDITORA FTD
REPRODUÇÃO PROIBIDA