1

පයිතගරස් සම්බන්ධය

- පයිතගරස් ප්‍රමේයය ආශ්‍රිත
  - ද්විමාන තලයේ
  - ත්‍රිමාණයේ

  ගැටලු විසඳීම
- පයිතගරස් ප්‍රමේයයේ විලෝමය හා එහි භාවිත

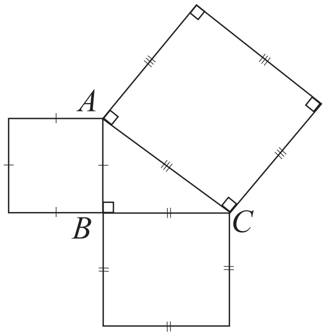
සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණයක පාද මත ඇති ත්‍රිකෝණවල වර්ගඵල අතර සම්බන්ධයක් පයිතගරස් ප්‍රමේයයෙන් කියැවේ. ක්‍රි.පූ. 569 - 500 කාලයේ විසූ පයිතගරස් නම් ගණිතඥයාගේ නමින් මෙම සම්බන්ධය නම් කෙරී ඇත. නමුත් මෙම කාලයට පෙර බැබිලෝනියානු, චීන හා ඉන්දීය ජාතිකයන් ද මෙම සම්බන්ධය දැන සිටි බවට සාක්ෂි ඇත. පයිතගරස් නම් ගණිතඥයා විසූ කාලයෙන් වසර 300කට පමණ පසු විසූ යුක්ලීඩ් නම් ගණිතඥයා තමන් විසින් රචිත "The Elements of Geometry" නම් ග්‍රන්ථයේ පයිතගරස් සම්බන්ධය සාධනය කර දක්වා ඇති නමුත් මීට පෙර ද මෙය භාවිත කර ඇති බවට සාක්ෂි හමු වී ඇත.

Educational Publications Department

1.1 ➡ පයිතගරස් ප්‍රමේයය

ප්‍රමේයය: සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණයක කර්ණය මත ඇඳි සමචතුරස්‍රයේ වර්ගඵලය ඉතිරි පාද මත ඇඳි සමචතුරස්‍රවල වර්ගඵලයන්හි ඓක්‍යයට සමාන වේ.

රූපසටහනක් ඇසුරෙන් මෙම ප්‍රතිඵලය පහත දැක්වෙන ආකාරයට නිරූපණය කළ හැකි ය.



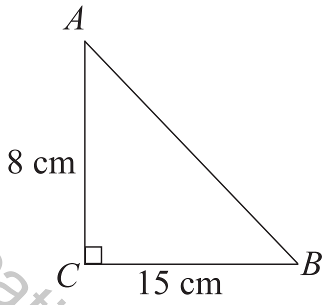
ඉහත ABC ත්‍රිකෝණය සඳහා පයිතගරස් සම්බන්ධය පහත පරිදි දැක්විය හැකි ය.

$$\boxed{AC^2 = AB^2 + BC^2}$$

දැන් අපි පයිතගරස් සම්බන්ධය යොදා ගෙන ගැටලු විසඳන ආකාරය විමසා බලමු.

නිදසුන 1

රූපයේ දී ඇති සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණයේ AB පාදයේ දිග සොයන්න.



විසඳුම

පයිතගරස් ප්‍රමේයයට අනුව,

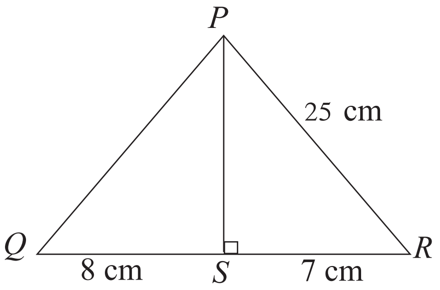
$$\begin{aligned}
AB^2 &= AC^2 + BC^2 \\
AB^2 &= 8^2 + 15^2 \\
&= 64 + 225 \\
&= 289 \\
\therefore AB &= \pm\sqrt{289} \\
AB &= \pm 17
\end{aligned}$$

දිගක් සෘණ විය නොහැකි බැවින් $AB = +17$ විය යුතු ය.

$\therefore AB$ හි දිග 17 cm වේ.

නිදසුන 2

රූපයේ දී ඇති තොරතුරුවලට අනුව PQ හි දිග සොයන්න.



Educational Publications Department

විසඳුම

මේ සඳහා පළමුවෙන් ම PS දිග සොයාගත යුතු වේ.
PSR සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණයට පයිතගරස් ප්‍රමේයය යෙදීමෙන්,

$$PR^2 = PS^2 + SR^2$$
$$PS^2 = PR^2 - SR^2$$
$$\therefore PS^2 = 25^2 - 7^2$$
$$= 576$$
$$PS = \pm\sqrt{576}$$
$$\therefore PS = \pm 24$$

PS දිග සෘණ විය නොහැකි බැවින් $PS = 24$ cm වේ.
දැන්, PSQ ත්‍රිකෝණයට පයිතගරස් ප්‍රමේයය යෙදීමෙන්,

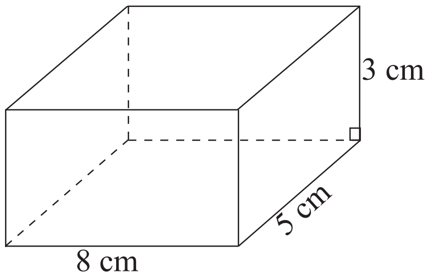
$$PQ^2 = PS^2 + QS^2$$
$$PQ^2 = 24^2 + 8^2$$
$$= 576 + 64$$
$$= 640$$
$$\therefore PQ = \pm\sqrt{640}$$
$$PQ = \pm 8\sqrt{10}$$

එනම්, PQ හි දිග $8\sqrt{10}$ cm වේ.

ඝනක හා ඝනකාභවල විකර්ණවල දිග සෙවීමේ දී ද පයිතගරස් ප්‍රමේයය යොදා ගත හැකි ය. එය නිදසුනක් ඇසුරෙන් විමසා බලමු.

නිදසුන 3

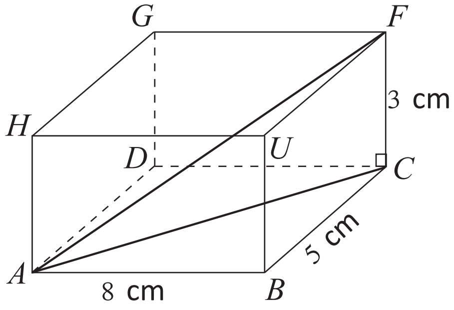
දිග 8 cm ද පළල 5 cm ද උස 3 cm ද වන ඝනකාභයක් රූපයේ දැක්වේ. මෙහි සම්මුඛ ශීර්ෂ දෙකක් අතර දුර සොයන්න.



Educational Publications Department

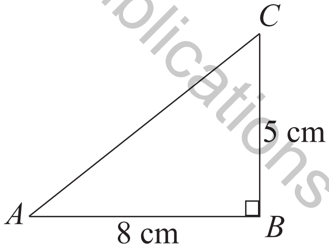
විසඳුම

පහත දැක්වෙන පරිදි, ඝනකාභයේ ශීර්ෂ නම් කර ගනිමු.



සම්මුඛ ශීර්ෂ දෙකක් අතර දුර සෙවිය යුතු ය.
එනම්, AF දිග සෙවිය යුතුය,

ඒ සඳහා අපි මුලින් ම ABC සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණය සලකා AC දිග සොයමු.



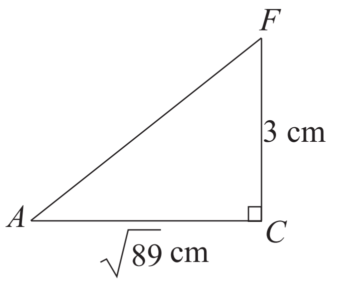
පයිතගරස් ප්‍රමේයය යෙදීමෙන්,

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$
$$AC^2 = 8^2 + 5^2$$
$$= 64 + 25$$
$$= 89$$

(AC^2 සොයා ගැනීම ප්‍රමාණවත් ය.)

දැන් අපි ACF ත්‍රිකෝණය සලකමු. මෙය සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණයකි. එසේ වීමට හේතුව වන්නේ CF රේඛාව $ABCD$ තලයට ලම්බ නිසා එම තලය මත පිහිටි AC රේඛාවට ද CF රේඛාව ලම්බ වීමයි; ඒ අනුව $A\hat{C}F = 90^\circ$ වේ.

Educational Publications Department



දැන් ACF ත්‍රිකෝණයට පයිතගරස් ප්‍රමේයය යෙදීමෙන්,

$$AF^2 = AC^2 + CF^2$$
$$AF^2 = \sqrt{89}^{\,2} + 3^2$$
$$= 89 + 9$$
$$= 98$$
$$AF = \pm\sqrt{2 \times 49}$$
$$\therefore\ AF = \pm\, 7\sqrt{2}$$

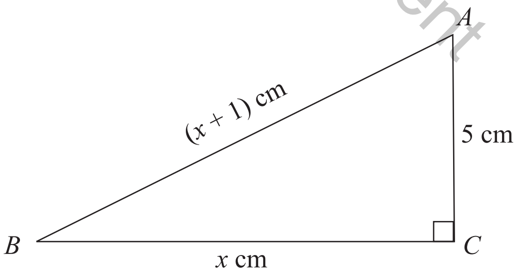
දිගක් සෘණ විය නොහැකි බැවින් $AF = +\,7\sqrt{2}$ cm වේ.
එනම් මෙම ඝනකාභයේ සම්මුඛ ශීර්ෂ දෙකක් අතර දුර $7\sqrt{2}$ cm වේ.

නිදසුන 4

ඍජුකෝණික ත්‍රිකෝණයක කුඩාතම පාදයේ දිග 5 cm වේ. අනෙක් පාදය කර්ණයට වඩා 1 cm ක් දිගෙන් අඩු වේ. ත්‍රිකෝණයෙහි කර්ණයෙහි දිගත් නොදන්නා පාදයෙහි දිගත් සොයන්න.

ත්‍රිකෝණයේ නොදන්නා පාදයෙහි දිග x cm යැයි ගනිමු.
මෙම පාදය කර්ණයට වඩා 1 cm ක් දිගෙන් අඩු නිසා කර්ණයෙහි දිග $x + 1$ cm වේ.
ABC ත්‍රිකෝණයට පයිතගරස් ප්‍රමේයය යෙදීමෙන්,

$$AC^2 + CB^2 = AB^2$$
$$5^2 + x^2 = (x + 1)^2$$
$$25 + x^2 = x^2 + 2x + 1$$
$$2x = 24$$
$$x = 12$$

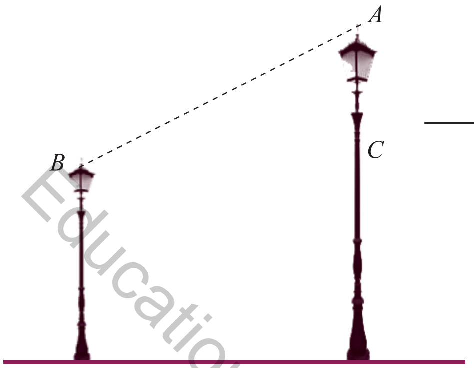


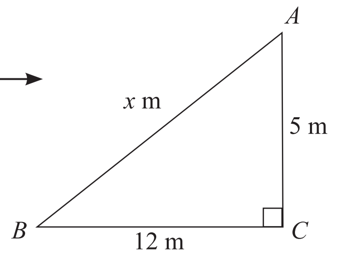
$\therefore$ BC පාදයේ දිග 12 cm වේ.
කර්ණයේ දිග 13 cm වේ.

Educational Publications Department

නිදසුන 5

සතුටු උයනක එකම මට්ටමක, 12 m පරතරයක් සහිතව සවිකර ඇති පහන් කණු දෙකක උස පිළිවෙළින් 3 m සහ 8 m වේ. පහන් කණු දෙකෙහි මුදුන් කවර දුරකින් වේ දැයි නිර්ණය කරන්න.





පහන් කණු දෙකෙහි මුදුන් කවර දුරකින් වේ දැයි නිර්ණය කිරීමට පෙන්වා ඇති පරිදි ABC සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණය භාවිත කළ හැකි වේ. $AB = x$ m යැයි ගනිමු.

පයිතගරස් ප්‍රමේයයෙන්,

$$AB^2 = AC^2 + CB^2$$
$$x^2 = 5^2 + 12^2$$
$$= 25 + 144$$
$$= 169$$

$x = 13$ (AB පරතරය සොයන නිසා ධන වර්ගමූලය පමණක් සලකනු ලැබේ.)

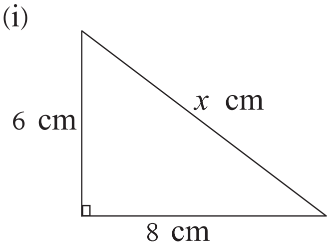
මෙනිසා, පහන් කණු දෙකෙහි මුදුන් 13 m දුරකින් වේ.

1.1 අභ්‍යාසය

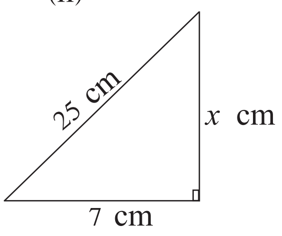
A කොටස

1. පහත දී ඇති එක් එක් රූප සටහනේ දක්වා ඇති තොරතුරුවලට අනුව x හි අගය සොයන්න.

(i)

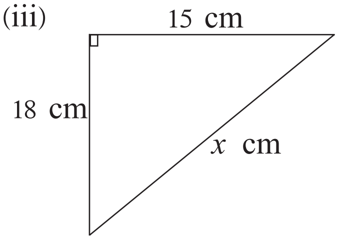


(ii)

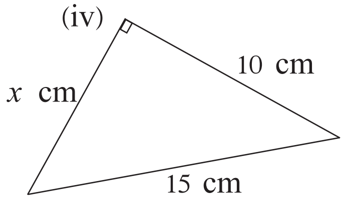


Educational Publications Department

(iii)



(iv)



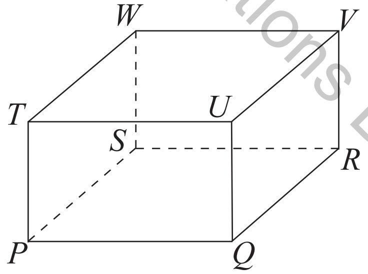
2. සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණයක දිගෙන් කුඩා පාද දෙකෙහි දිග 9 cm සහ 12 cm වේ නම් එහි කර්ණයෙහි දිග නිර්ණය කරන්න.

3. සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණයක දිගෙන් වැඩි පාද දෙකෙහි දිග 24 cm සහ 25 cm වේ නම් එහි අනෙක් පාදයෙහි දිග නිර්ණය කරන්න.

4. පැත්තක දිග 109 cm වන රොම්බසයක එක් විකර්ණයක් දිගෙන් 120 cm වේ නම් ඉතිරි විකර්ණයෙහි දිග සොයන්න.

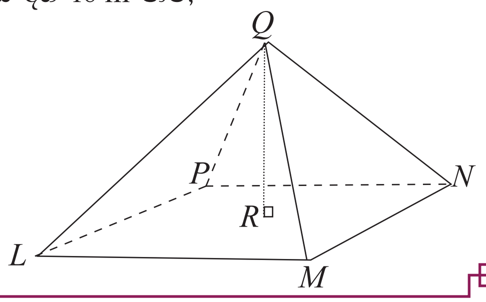
5. රූපයේ දැක්වෙන ඝනකාභයේ PQ = 12 cm, QR = 8 cm හා RV= 9 cm වේ.

(i) SQ දිග,
(ii) QW දිග සොයන්න.



6. රූපයේ දැක්වෙන පතුල සමචතුරස්‍රාකාර සෘජු සවිධි පිරමීඩයේ පතුලේ පැත්තක දිග 8 m වේ. ඇල දාරයේ දිග 10 m නම්,

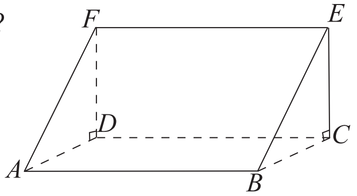
(i) LN දිග,
(ii) QR දිග සොයන්න.



Educational Publications Department

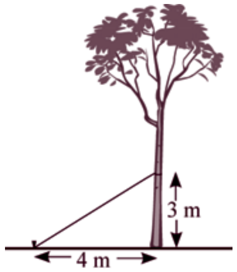
7. රූපයේ දැක්වෙන සෘජු ප්‍රිස්මයේ පතුලේ (තිරස් මුහුණතේ) දිග හා පළල පිළිවෙළින් 4.5 cm හා 2 cm වේ. *EC* උස 1.5 cmකි. මෙහි,

(i) *AB*ට දිගින් සමාන පාද මොනවා ද?
(ii) *CE*ට දිගින් සමාන පාද මොනවා ද?
(iii) *BE* දිග සොයන්න.
(iv) *AE* දිග සොයන්න.



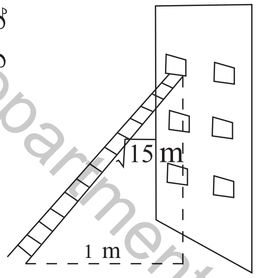
B කොටස

8. ගසක් සෘජු ව රඳවා ගැනීම සඳහා පහත රූපයේ පරිදි කඹයක් යොදා ගැට ගසා ඇත. කඹය සෘජුව පවතියි. කඹයෙහි දිග සොයන්න.

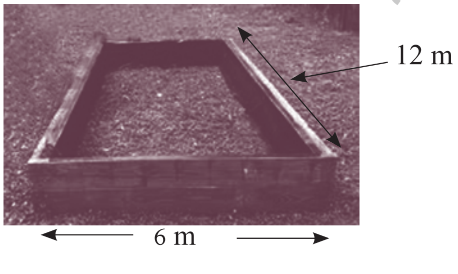


9. නැවක රූපසටහනක් මෙහි දැක්වේ. දී ඇති තොරතුරු ඇසුරෙන් නැවේ කුඹ ගසේ උස සොයන්න.

10. ගොඩනැගිල්ලක තීන්ත ගෑම සඳහා ඉනිමගක් තබා ඇති ආකාරය රූපයේ දැක්වේ. දී ඇති දත්ත ඇසුරෙන් ඉනිමගේ දිග සොයන්න.

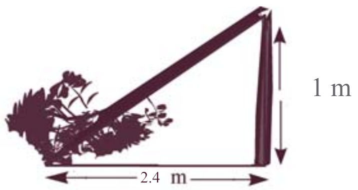


11. රූපයේ දැක්වෙන්නේ සෘජුකෝණාස්‍රාකාර හැඩයක් සහිත ලී රාමුවකි. එහි සෘජුකෝණාස්‍රාකාර හැඩය නිවැරදි ව පවත්වා ගැනීමට එක් එක් විකර්ණයෙහි දිග කුමක් විය යුතු ද?

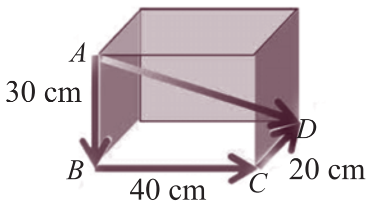


Educational Publications Department

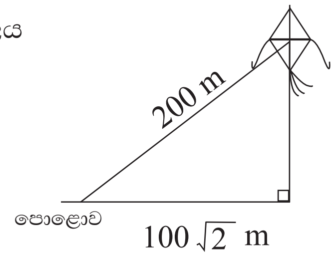
12. ගසක් කැඩී ඇති අයුරු රූපයේ දැක්වේ. එය පොළොවේ සිට 1 mක් ඉහළින් කැඩී මුලෙහි සිට 2.4 m දුරින් බිම පතිත වී තිබිණි. කඩා වැටීමට පෙර ගසේ උස සොයන්න.



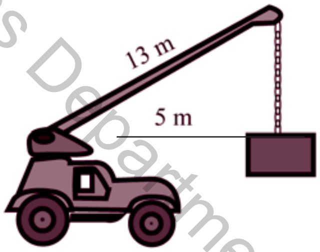
13. රූපයේ දැක්වෙන්නේ ඝනකාභාකාර හිස් මාළු ටැංකියකි. එහි A හා D ශීර්ෂ අතර දුර කොපමණ ද?



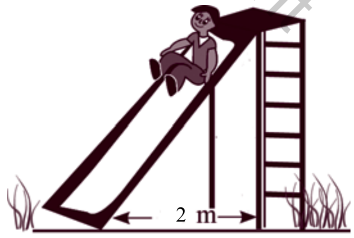
14. රූපයේ දී ඇති තොරතුරු අනුව සරුංගලය පොළොවේ සිට කොපමණ උසකින් තිබේ දැයි සොයන්න.



15. රූපයේ දැක්වෙන්නේ දොඹකරයක් ආධාරයෙන් කොන්ක්‍රීට් කුට්ටියක් ඔසවන ආකාරයයි. කොන්ක්‍රීට් කුට්ටිය එල්ලා ඇති දම්වැලේ දිග සොයන්න.

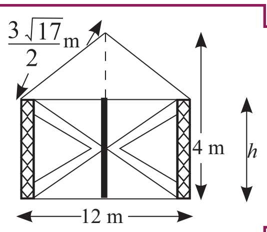


16. රූපයේ දැක්වෙන්නේ ළමා සෙල්ලම් පිටියක දරුවන්ට සෙල්ලම් කිරීම සඳහා සකසන ලද උපකරණයකි. දරුවාට 2.5 m ක දුරක් ලිස්සා යාමට ඉණිමගේ උස කොපමණ විය යුතු ද?



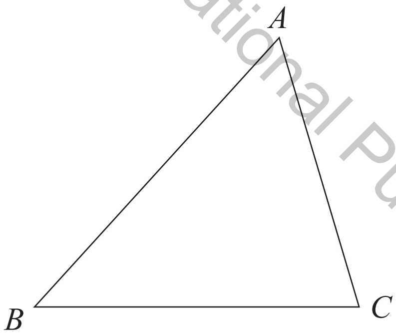
Educational Publications Department

17. රූපයේ දැක්වෙන්නේ ලීවලින් තනා ඇති ගරාජයක ඉදිරි පෙනුමයි. දොරෙහි උස (h) සොයන්න.



1.2 පයිතගරස් ප්‍රමේයයේ විලෝමය

ABC යනු ත්‍රිකෝණයක් යැයි ද $AB^2 + BC^2 = AC^2$ ද වේ නම් ABC යනු ඍජුකෝණික ත්‍රිකෝණයකි.



එනම්, යම් පාද දෙකක වර්ගවල ඓක්‍යය ඉතිරි පාදයෙහි වර්ගයට සමාන වේ නම් එය ඍජුකෝණික ත්‍රිකෝණයකි.

සටහන: $AB^2 + BC^2 = AC^2$ වේ නම් මෙම ABC ඍජුකෝණික ත්‍රිකෝණයෙහි කර්ණය AC වේ.

නිදසුන 1

පහත එක් එක් අවස්ථාවේදී ත්‍රිකෝණයක එක් එක් පාදයෙහි දිග දී ඇත. එයින් කවරක් ඍජුකෝණික ත්‍රිකෝණ වේ දැයි සොයන්න.

(a) 8 cm, 15 cm සහ 17 cm
(b) 6 cm, 9 cm සහ 11 cm
(c) 4.5 cm, 6.0 cm සහ 7.5 cm

(a) 8 cm, 15 cm සහ 17 cm

මෙය ඍජුකෝණික ත්‍රිකෝණයක් නම් මෙයින් විශාලතම දිග වන 17 cm කර්ණයෙහි දිග විය යුතු අතර ඉතිරි පාදවල දිග 8 cm සහ 15 cm ලෙස නිරූපණය විය යුතු බව පෙනෙයි.

තව ද $8^2 + 15^2 = 64 + 225$
$= 289$ ද $17^2 = 289$ ද වන නිසා $8^2 + 15^2 = 17^2$ වේ.

Educational Publications Department

එනිසා 8 cm, 15 cm සහ 17 cm යන ඒවා සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණයක පාදවල දිග නිරූපණය කරයි.

(b) 6 cm, 9 cm සහ 11 cm

මෙය සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණයක් නම්, විශාලතම අගය වන 11 cm කර්ණයෙහි දිග විය යුතු අතර ඉතිරි පාදවල දිග 6 cm සහ 9 cm ලෙස නිරූපණය විය යුතු බව පෙනෙයි.

මෙහි දී $6^2 + 9^2 = 36 + 81$
$= 117$ ද $11^2 = 121$ වන නිසා $6^2 + 9^2 \neq 11^2$ වේ.

එනිසා 6 cm, 9 cm සහ 11 cm යන ඒවා සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණයක පාදවල දිග නිරූපණය නොකරයි.

(c) 4.5 cm, 6.0 cm සහ 7.5 cm;

මෙය සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණයක් නම්, විශාලතම අගය වන 7.5 cm කර්ණයෙහි දිග විය යුතු අතර එනිසා, ඉතිරි පාදවල දිග 4.5 cm සහ 6.0 cm ලෙස නිරූපණය විය යුතු බව පෙනෙයි.

තව ද $4.5^2 + 6.0^2 = 20.25 + 36.0 = 56.25$ ද
$7.5^2 = 56.25$ ද වන නිසා $4.5^2 + 6.0^2 = 7.5^2$ වේ.

එනිසා 4.5 cm, 6.0 cm සහ 7.5 cm යන ඒවා සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණයක පාදවල දිග නිරූපණය කරයි.

නිදසුන 2

දිග 4 cm, 8 cm හා 10 cm වන රේඛා ඛණ්ඩ ත්‍රිත්වය පාද ලෙස පිහිටන සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණයක් පැවතිය හැකි දැයි නිර්ණය කරන්න.

විසඳුම

ඉහත දී ඇති පාද සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණයක පිහිටයි නම්, දිගින් වැඩිම පාදය කර්ණය විය යුතු බැවින් එය 10 cm විය යුතු ය. ඉතිරි පාද දෙක වන 4 cm හා 8 cm සෘජුකෝණය සාදන පාද දෙක විය යුතු ය.

මෙම පාද තුන සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණයක පාද වේ නම් පයිතගරස් සම්බන්ධය අනුව $4^2 + 8^2$ හි අගය 10^2 ට සමාන විය යුතු ය.

Educational Publications Department

දැන් $4^2 + 8^2$

$= 16 + 64$

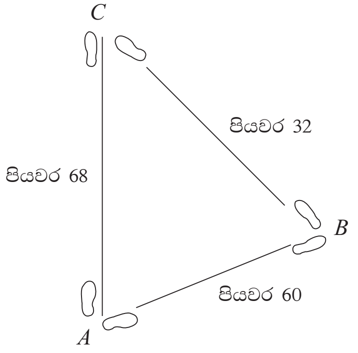
$= 80$

හා $10^2 = 100$ ද වේ.

ඒ අනුව $4^2 + 8^2 \neq 10^2$ බැවින් මෙම රේඛා ඛණ්ඩ ත්‍රිත්වය සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණයක පාද ලෙස නොපිහිටයි.

නිදසුන 2

ශිෂ්‍යාවක් ක්‍රීඩා පිටියේදී, A ස්ථානයෙන් ආරම්භව යම් දිශාවකට පියවර 60ක් මැන එම ස්ථානය B ලෙස සලකුණු කළා ය. එතැන් සිට තවත් දිශාවකට පියවර 32ක් මැන එම ස්ථානය C ලෙස සළකුණු කළා ය. ඇය C ස්ථානයෙන් ආරම්භව A ස්ථානයට කෙළින්ම පැමිණියේ නම් පියවර 68ක් අවශ්‍ය වේ. ශිෂ්‍යාව A සිට B දක්වා පැමිණි දිශාවට ලම්බ වූ දිශාවක් ඔස්සේ B සිට C ට ගමන් කර ඇති බව ඇයගේ මිතුරියක් ප්‍රකාශ කළාය. උවංගාගේ මිතුරියගේ ප්‍රකාශය ගැන කුමක් කිව හැකි ද?



මෙය සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණයක් නම්, විශාලතම අගය වන 68 කර්ණයෙහි දිග විය යුතු අතර ඉතිරි පාදවල පියවර 32 සහ පියවර 60 ලෙස නිරූපණය විය යුතු බව පෙනෙයි.

තව ද $32^2 + 60^2 = 1024 + 3600$

$= 4624$ ද $68^2 = 4624$ ද වන නිසා $32^2 + 60^2 = 68^2$ වේ.

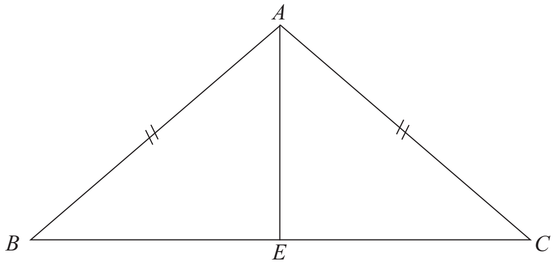
එනිසා පියවර 60, පියවර 32 සහ පියවර 68 යන ඒවා සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණයක පාදවල දිග නිරූපණය කරයි.

එනිසා ABC කෝණය සෘජු කෝණයක් වේ. එනිසා ශිෂ්‍යාවට ගමන් ගත් දිශා එකිනෙක ලම්බ වේ. මේ අනුව ශිෂ්‍යාවගේ මිතුරියගේ ප්‍රකාශය සත්‍ය වේ.

Educational Publications Department

නිදසුන 3

ABC යනු AB සහ AC පාද සම දිගකින් වන පරිදි වූ සමද්විපාද ත්‍රිකෝණයකි. E ලක්ෂ්‍යය $AE = BE$ වන පරිදි BC පාදය මත වේ. $AB : AE = BC : AB = K : 1$ වන අතර $AE = x$ නම් ABC ත්‍රිකෝණයෙහි එක් එක් පාදයෙහි දිග k හා x ඇසුරෙන් සොයන්න. ABC යනු සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණයක් වේ නම් K නිර්ණය කරන්න. එවිට, AEC ද සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණයක් වන බව පෙන්වන්න.



මෙහි $AE = BE$ ද $AE = x$ ද නිසා $BE = x$ වේ.
$AB : AE = k : 1$ නිසා එවිට $AB = kx$ වේ.
තව ද $AB : AE = BC : AB$ වන නිසා $BC : AB = k : 1$ ද එවිට $BC = k\,kx$ වේ.
එනම්, $BC = k^2 x$ වේ.
එනිසා ABC ත්‍රිකෝණයෙහි එක් එක් පාදයෙහි දිග $AB = k\,x$ ද $BC = k^2\,x$ ද $AC = k\,x$ ද වේ.

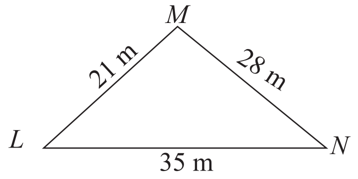
ABC යනු සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණයක් වේ නම් පයිතගරස්ගේ ප්‍රමේයය යෙදීමෙන්
$CA^2 + AB^2 = BC^2$
$\Rightarrow (kx)^2 + (kx)^2 = (k^2x)^2.$
$\Rightarrow k^2x^2 + k^2x^2 = k^4x^2.$
$\Rightarrow 2k^2x^2 = k^4x^2.$
$\Rightarrow 2k^2 = k^4$. (x යනු පාදයක දිග නිසා එය නිශ්ශුන්‍ය වේ)
$\Rightarrow 2 = k^2$. (k ධන වන නිසා හා $k \neq 0$ නිසා)
$\Rightarrow k = \sqrt{2}$.
මේ නිසා $BC : AB = \sqrt{2} : 1$ වේ.

AEC ත්‍රිකෝණය සඳහා, $AE = x$ ද $EC = BC - BE$
$= k^2\,x - x$
$= 2x - x$
$= x$ ද වේ.

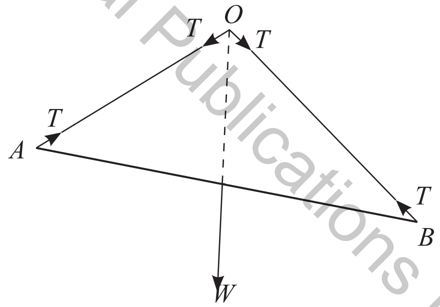
තව ද $AC = AB$
$= kx$
$= \sqrt{2}\,x$ මේ අනුව $AE^2 + EC^2 = x^2 + x^2$
$= 2x^2$
$= AC^2$
$\therefore$ පයිතගරස් ප්‍රමේයයේ විලෝමයට අනුව AEC ද සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණයක් වේ.

Educational Publications Department

1. රූපයේ දැක්වෙන ත්‍රිකෝණයේ M ශීර්ෂ කෝණයේ අගය කොපමණ විය යුතු දැයි පයිතගරස් ප්‍රමේයය විලෝමය ඇසුරෙන් නිර්ණය කරන්න.



2. ඒකාකාර නොවූ AB සිහින් දණ්ඩක්, O සුමට නැදැත්තක් මතින් දමා දණ්ඩේ දෙකෙළවරට සම්බන්ධ කළ සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවකින් පහත රූප සටහනෙහි පරිදි සමතුලිතව පවත්වා ගනියි.



මෙම දණ්ඩේ දිග 41 cm ද AO සහ OB තන්තු කොටස්වල දිග පිළිවෙළින් 9 cm සහ 40 cm වේ නම් AOB යනු සෘජු කෝණයක් බව පෙන්වන්න.

3. ABC ත්‍රිකෝණයෙහි AB, BC සහ CA පාදවල දිග පිළිවෙළින් 7 cm, 25 cm සහ 24 cm වේ. ABC යනු සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණයක් බව පෙන්වන්න.

4. පහත දී ඇති රේඛා ඛණ්ඩ ත්‍රිත්ව අතුරින් සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණයක පාද වන රේඛා ඛණ්ඩ ත්‍රිත්ව තෝරන්න. ගණනය කිරීම් මගින් ඔබේ පිළිතුර පැහැදිලි කරන්න.

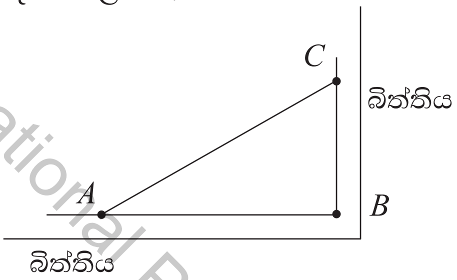
(i) $AB = 10$ cm, $BC = 8$ cm, $AC = 6$ cm වන ABC ත්‍රිකෝණය
(ii) $PQ = 17$ cm, $PR = 8$ cm, $RQ = 10$ cm වන PQR ත්‍රිකෝණය
(iii) $LM = 17$ cm, $MN = 15$ cm, $NL = 8$ cm වන LMN ත්‍රිකෝණය
(iv) $XY = 24$ cm, $YZ = 10$ cm, $XZ = 26$ cm වන XYZ ත්‍රිකෝණය
(v) $CA = 20$ cm, $AT = 15$ cm, $CT = 18$ cm වන CAT ත්‍රිකෝණය

Educational Publications Department

5. පහත එක් එක් අවස්ථාවේදී, ත්‍රිකෝණයක පාදවල දිග ඉදිරිපත් කර ඇත. එයින් කවරක් සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණ වේ දැයි සොයන්න.

(a) 3 cm, 3 cm සහ $3\sqrt{2}$ cm
(b) $\sqrt{2}$ cm, $\sqrt{3}$ cm, $\sqrt{6}$ cm
(c) $8\sqrt{3}$ cm, 6 cm සහ $2\sqrt{39}$ cm

6. සාදන ලද නිවසක මුල්ලක් පරීක්ෂා කිරීම සඳහා පහත පරිදි මිනුම් ලබා ගෙන ඇත. රූපය බලන්න.



$AB = 4$ m, $BC = 3$ m සහ $CA = 5$ m වේ. මෙම මුල්ල ගැන ඔබට කුමක් ප්‍රකාශ කළ හැකි ද?

Educational Publications Department

2

ත්‍රිකෝණමිතිය

- කෝණ මිනුම්
    - රේඩියන
    - අංශක
- ත්‍රිකෝණමිතික අනුපාත
- ත්‍රිකෝණමිතික අනුපාත ආශ්‍රිත ගණනය කිරීම් සඳහා වගු භාවිතය
- ත්‍රිකෝණමිතික අනුපාතවල භාවිත
    - ආරෝහණ කෝණය
    - අවරෝහණ කෝණය
- ත්‍රිකෝණයක වර්ගඵලය

Educational Publications Department

අප ඉගෙන ගන්නා ත්‍රිකෝණමිතිය විෂය කරුණු භාවිතයෙන් ඉහත ගැටලුවට විසඳුමක් සොයා ගත හැකි ය. ඒ කුළුණේ උස මැනීමෙන් තොරවයි.

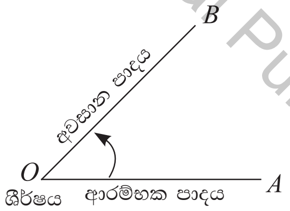
ත්‍රිකෝණමිතියේ දී ත්‍රිකෝණයක කෝණ සහ පාදවල මිනුම් අතර සම්බන්ධතා පිළිබඳ ව අධ්‍යයනය කෙරේ. එම සම්බන්ධතා ගොඩනගන්නේ ත්‍රිකෝණමිතික අනුපාත ඇසුරෙනි. ත්‍රිකෝණමිතික අනුපාත අර්ථ දැක්වීම සඳහා මූලිකව සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණ යොදා ගනී. පසුව ඕනෑම ත්‍රිකෝණයක පාද හා කෝණ අතර සම්බන්ධතා සෙවීම සඳහා ද එම අනුපාත යොදා ගත හැකි ය.

බිම් මැනුම් ක්ෂේත්‍රයේ දීත් ගෘහ නිර්මාණ ශිල්පයේ දීත් ඉදිකිරීම් ක්ෂේත්‍රයේදීත් නාවික කටයුතු සඳහාත් විශේෂයෙන් ඉංජිනේරු විද්‍යාවේ දීත් ත්‍රිකෝණමිතිය බහුල ව භාවිත වේ. ධ්වනිය, ආලෝකය, විද්‍යුත් චුම්බක ආදි කම්පන තරංග ආශ්‍රිත අධ්‍යයනයන් සඳහා ද ත්‍රිකෝණමිතික අනුපාතවල භාවිත අත්‍යවශ්‍ය ය. එපමණක් නොව පරිගණක තාක්ෂණයේ දී ත්‍රිමාණ සජීවීකරණය (3D animation) සඳහා ද ත්‍රිකෝණමිතික දැනුම අවශ්‍ය වේ. දෛශික ආශ්‍රිත විෂය කරුණු අධ්‍යයනය සඳහා ද ත්‍රිකෝණමිතිය අවශ්‍ය වේ.

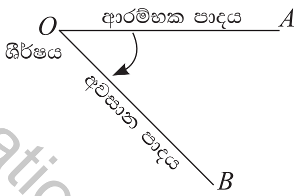
2.1 කෝණය

කෝණයක් නිර්මාණය විය හැකි ආකාර විමසා බලමු.

රේඛාවක්, රේඛාව මත වූ ලක්ෂ්‍යයක් වටා භ්‍රමණය වීමෙන් කෝණයක් සෑදෙන අයුරු විමසා බලමු.
OA රේඛාව, O ලක්ෂ්‍යය වටා භ්‍රමණය වීමෙන් AOB කෝණය ජනනය වේ.



1 රූපය

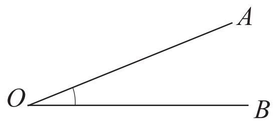


2 රූපය

O ලක්ෂ්‍යය වටා වාමාවර්ත ව භ්‍රමණය වීමෙන් ජනිත කෝණ ධන කෝණ (1 රූපය) ලෙසත්,

O ලක්ෂ්‍යයට වටා දක්ෂිණාවර්ත ව (ඔරලෝසුවේ කටු කැරකෙන අතට) භ්‍රමණය වීමෙන් ජනිත කෝණ ඍණ කෝණ (2 රූපය) ලෙසත් සැලකේ.

සරල රේඛා ඛණ්ඩ දෙකක් හමුවීමෙන් කෝණයක් නිර්මාණය වන බව ද කිව හැකි ය.



මෙම කෝණ $A\hat{O}B$ හෝ $B\hat{O}A$ ලෙස අංකනය කෙරේ.

Educational Publications Department

කෝණ මනින ඒකක

රේඛාවක්, එය මත වූ ලක්ෂ්‍යයක් වටා සම්පූර්ණ වටයක් භ්‍රමණය වීමෙන් සෑදෙන කෝණය 360° කි. අංශක එකක් (1°) සමාන කොටස් හැටකට බෙදීමෙන් ලැබෙන එක් කොටසක් "කලා" එකක් ලෙස හැඳින්වෙන අතර එය $1'$ ලෙස අංකනය කෙරේ. කලා එකක් සමාන කොටස් හැටකට බෙදීමෙන් ලැබෙන එක් කොටසක් "විකලා" එකක් ලෙස හැඳින්වෙන අතර එය $1''$ ලෙස අංකනය කෙරේ.

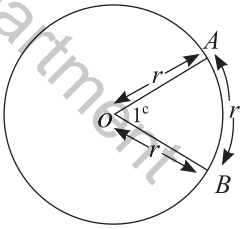
එනම්, $1^\circ = 60'$

$1' = 60''$ වේ.

රේඩියන (Radian)

රේඩියන යනු කෝණ මනින තවත් ඒකකයකි. පහත රූපය බලන්න. එහි අරය r වූ වෘත්තයක් ඇඳ ඇත. එහි අරයට සමාන දිගක් වෘත්තය මත ලකුණු කර ඇත.

වෘත්තයක අරයට සමාන චාප දිගකින් කේන්ද්‍රයේ ආපාතනය කරන කෝණය රේඩියන එකක් ලෙස අර්ථ දැක්වේ. මෙම කෝණයේ විශාලත්වය, වෘත්තයේ අරය අනුව වෙනස් නොවන බව පෙන්විය හැකි ය. මෙහි දී එම සාධනය පිළිබඳව අවධානය යොමු නොකෙරේ.



රේඩියන එකක අගය, 1^c හෝ 1 rad ලෙස අංකනය කරනු ලැබේ.
දැන් අපි රේඩියන හා අංශක අතර සම්බන්ධතාව විමසා බලමු,

මුලින් ම, අරය r වූ වෘත්තයක s දිග චාප කොටසකින් කේන්ද්‍රයේ ආපාතනය කරන කෝණයෙහි අගය රේඩියන $\frac{s}{r}$ බව තහවුරු කර ගන්න.

Educational Publications Department

ඒ අනුව, අරය r වන වෘත්තයක පරිධිය $2\pi r$ වන නිසා, මුළු පරිධිය ම මගින් කේන්ද්‍රයේ ආපාතනය කරන කෝණය රේඩියන $2\pi\frac{r}{r} = 2\pi$ වේ.
නමුත් අංශකවලින් මෙම කෝණයේ අගය 360^{o} ක් නිසා,

$$360^{o} = \left(\frac{2\pi r}{r}\right)^{c}.$$

$$360^{o} = 2\pi^{\,c}.$$

එනම්, $2\pi^{\,c} = 360^{o}.$

$$\therefore\ \pi^{\,c} = 180^{o}.$$

$$\pi^{\,c} = 180^{o}.$$

එනම් රේඩියන π, අංශක 180කට සමාන වේ.

සටහන: π මගින් දැක්වෙන අගය 3.14159... වන අතර එය තවදුරටත් පහසුව සඳහා ආසන්න වශයෙන් $\frac{22}{7}$ ලෙස ගන්නා බව මතකයට නගාගන්න.

මේ සම්බන්ධතාව භාවිත කර අංශකවලින් දන්නා කෝණයක අගය රේඩියන බවටත් රේඩියනවලින් දී ඇති කෝණයක අගය අංශක බවටත් පරිවර්තනය කළ හැකි වේ.

නිදසුන 1

90^{o} රේඩියනවලින් ලියන්න.

$180^{o} = \pi^{c}$ නිසා

$$\frac{180^{o}}{2} = \frac{\pi^{c}}{2}$$

$$\therefore\ 90^{o} = \frac{\pi^{c}}{2}$$

නිදසුන 2

75^{o} රේඩියනවලින් ලියන්න.

$180^{o} = \pi^{c}$ නිසා

$$75^{o} = \frac{\pi^{c}}{180^{o}} \times 75^{o}$$

$$= \frac{5\,\pi^{c}}{12}$$

Educational Publications Department

නිදසුන 3

$\frac{\pi^c}{3}$ කෝණය අංශකවලින් ලියන්න.

$\pi^c = 180^\circ$

$\frac{\pi^c}{3} = \frac{180^\circ}{3}$

$= \underline{\underline{60^\circ}}$

නිදසුන 4

$\frac{5\pi^c}{3}$ කෝණය අංශකවලින් ලියන්න.

$\pi^c = 180^\circ$

$\frac{5\pi^c}{6} = 180^\circ \times \frac{5}{6}$

$= \underline{\underline{150^\circ}}$

2.1 අභ්‍යාසය

1. අංශකවලින් දී ඇති එක් එක් කෝණය රේඩියනවලින් ලියන්න.

   (i) 30° (ii) 120° (iii) 165°

2. රේඩියනවලින් දී ඇති එක් එක් කෝණය අංශකවලින් ලියන්න.

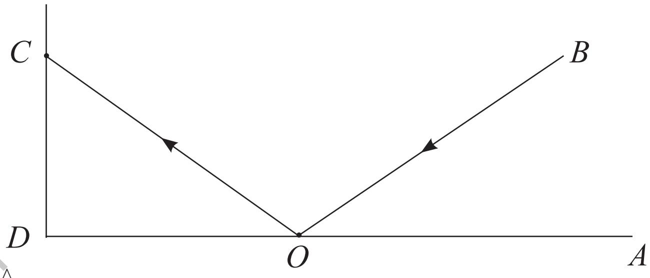
   (i) $\frac{\pi^c}{8}$ (ii) $\frac{3\pi^c}{4}$ (iii) $\frac{11\pi^c}{9}$

3. වෘත්තාකාර ආස්තරයක කේන්ද්‍රයේ $\frac{\pi^c}{10}$ කෝණයක් ආපාතනය කරන පරිදි උපරිම වශයෙන් කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩ කීයක් කපාගත හැකි ද?

4. වෘත්තාකාර තහඩුවකින් එක සමාන කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩ 18ක් සම්පූර්ණ තහඩුවම යොදාගෙන කපා ගත යුතුව ඇත. එවැනි එක් කොටසක් මගින් කේන්ද්‍රයේ ආපාතිත කෝණය අංශක කීයක් විය යුතු ද

Educational Publications Department

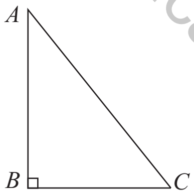
5. ආලෝක කිරණයක් AD පෘෂ්ඨයේ වැදී O හිදී පරාවර්තනය වන්නේ $A\hat{O}B = D\hat{O}C$ වන පරිදි ය.



(i) $A\hat{O}B = 30^\circ$ හා $OD = 4$ cm වන පරිදි ඉහත රූපය පිටපත් කරගන්න.
(ii) DC දිග සෙන්ටිමීටරවලින් (ආසන්න පළමු දශමස්ථානයට) මැන ලියන්න.
(iii) DC දිග වැඩිකර ගැනීමට $A\hat{O}B$ විශාල කළ යුතු ද? කුඩා කළ යුතු ද?
(iv) $A\hat{O}B = 60^\circ$ වන පරිදි රූපය වෙනස්කර DC හි නව දිග මැන ලියන්න.

2.2 ත්‍රිකෝණමිතික අනුපාත

ත්‍රිකෝණමිතික අනුපාත අර්ථ දක්වන්නේ සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණ ඇසුරෙනි. ඒ සඳහා $A\hat{B}C$ සෘජුකෝණයක් වන ABC ත්‍රිකෝණය සලකමු.



සෘජුකෝණය ඉදිරියෙන් ඇති AC පාදයට කර්ණය යැයි කියනු ලැබේ.

මෙතැන් සිට ත්‍රිකෝණයේ කෝණ නිරූපණය කිරීමට ඊට අදාළ ශීර්ෂයේ අංකනයම යොදා ගන්නා බව සලකන්න.

A කෝණය අනුබද්ධයෙන්,

BC ට සම්මුඛ පාදය යැයි ද
AB ට බද්ධ පාදය යැයි ද කියනු ලැබේ.

එලෙස ම, C කෝණය අනුබද්ධයෙන්,

AB ට සම්මුඛ පාදය යැයි ද
BC ට බද්ධ පාදය යැයි ද කියනු ලැබේ.

එනම් AB පාදය, $\hat{C}$ හි සම්මුඛ පාදය වන අතර $\hat{A}$ හි බද්ධ පාදය වේ. එලෙසම BC පාදය ගැන ද නිරීක්ෂණය කරන්න. ඒ අනුව අප සලකනු ලබන කෝණය අනුව බද්ධ පාදය හා සම්මුඛ පාදය වෙනස් වන බව ඔබට පැහැදිලි වන්නට ඇත.

Educational Publications Department

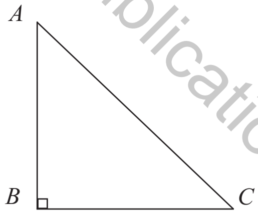
තව ද, සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණයක සෘජුකෝණයට සම්මුඛ පාදය වන කර්ණය, ත්‍රිකෝණයේ දිගම පාදය ද වේ.

සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණයකින් නිරූපණය කළ හැකි කෝණයකට (සෘජුකෝණය හැර) අදාළ මූලික ත්‍රිකෝණමිතික අනුපාත තුනක් තිබේ. ඒවා සයින (sine), කෝසයින (cosine) සහ ටැංජන (tangent) යන නම්වලින් හැඳින්වෙන අතර මෙසේ අර්ථ දැක්වේ.
මෙහිදී ත්‍රිකෝණමිතික අනුපාත සුළු කෝණ සඳහා අර්ථ දැක්වෙන අතර පසුව ඒවා මහා කෝණ දක්වා විස්තීරණය කෙරේ.

$$\text{කෝණයක සයිනය} = \frac{\text{එම කෝණයට සම්මුඛ පාදයේ දිග}}{\text{කර්ණයේ දිග}}$$

$$\text{කෝණයක කෝසයිනය} = \frac{\text{එම කෝණයට බද්ධ පාදයේ දිග}}{\text{කර්ණයේ දිග}} \quad \text{සහ}$$

$$\text{කෝණයක ටැංජනය} = \frac{\text{එම කෝණයට සම්මුඛ පාදයේ දිග}}{\text{එම කෝණයේ බද්ධ පාදයේ දිග}} \quad \text{යන්නෙන් ලැබේ.}$$



A කෝණයෙහි සයිනය $\sin A$ ලෙස ලියනු ලැබේ. ඒ අනුව,
ABC ත්‍රිකෝණයට අදාළ මූලික ත්‍රිකෝණමිතික අනුපාත ලියමු.
A කෝණය සඳහා

$$\sin A = \frac{\text{සම්මුඛ පාදයේ දිග}}{\text{කර්ණයේ දිග}} = \frac{BC}{AC},$$

$$\cos A = \frac{\text{බද්ධ පාදයේ දිග}}{\text{කර්ණයේ දිග}} = \frac{AB}{AC},$$

$$\tan A = \frac{\text{සම්මුඛ පාදයේ දිග}}{\text{බද්ධ පාදයේ දිග}} = \frac{BC}{AB}$$

Educational Publications Department

එලෙසම C කෝණය සඳහා

$$\sin C = \frac{AB}{AC}\ ,$$

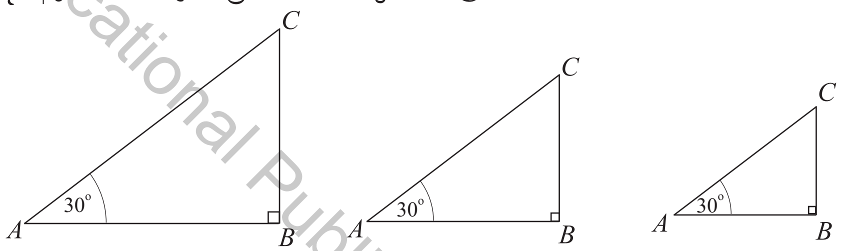
$$\cos C = \frac{BC}{AC}\ \text{සහ}$$

$$\tan C = \frac{AB}{BC}\ .$$

දැන් මූලික ත්‍රිකෝණමිතික අනුපාත පිළිබඳ ඔබට වැටහීමක් ලැබෙන්නට ඇත.

වැදගත් ප්‍රතිඵලයක්

පහත දී ඇති සමරූපී ත්‍රිකෝණ තුන සලකන්න.



$\sin A$, $\cos A$ හා $\tan A$ හි අගයයන් ත්‍රිකෝණවල පාදවල දිග මත රඳා පවතී ද? මෙම සෑම ත්‍රිකෝණයකටම $A = 30^\circ$ ලෙස නියතව ඇති සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණ නිසා ඒවා සමරූපී වේ. එනිසා පාද අතර අනුපාත සමාන වන බැවින් එම අගයයන් පාදවල දිග මත රඳා නොපවතින බව ඔබට වැටහේවි. ත්‍රිකෝණමිතික අනුපාතවල ඇති මෙම ගුණයෙහි ප්‍රායෝගික වැදගත්කම ඉදිරියේදී ඔබට දැකගත හැකි වනු ඇත.

ත්‍රිකෝණමිතික අනුපාත අතර විශේෂ සම්බන්ධතා දෙකක්

(i) $\tan A = \dfrac{\sin A}{\cos A}$. (ii) $\sin^2 A + \cos^2 A = 1$.

මීට ඉහත ලබාගත් ප්‍රතිඵල ඇසුරෙන්,

$$\frac{\sin A}{\cos A} = \frac{BC}{AC} \div \frac{AB}{AC}$$

$$= \frac{BC}{AC} \times \frac{AC}{AB}$$

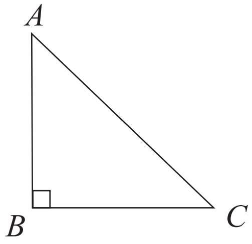
$$= \frac{BC}{AB}$$

$$= \tan A\ .$$

Educational Publications Department

ඒ අනුව $\boxed{\tan A = \dfrac{\sin A}{\cos A}}$ බව ලැබේ.

දෙවන ප්‍රතිඵලය සඳහා යළිත් ABC සෘජුකෝණීක ත්‍රිකෝණය සලකමු.



පයිතගරස් ප්‍රමේයයෙන්,

$BC^2 + AB^2 = AC^2$

දෙපසම AC^2 න් බෙදීමෙන්,

$$\frac{BC^2}{AC^2} + \frac{AB^2}{AC^2} = \frac{AC^2}{AC^2}$$

$$\left(\frac{BC}{AC}\right)^2 + \left(\frac{AB}{AC}\right)^2 = 1$$

$\text{Sin } A = \dfrac{BC}{AC}$ හා $\cos A = \dfrac{AB}{AC}$ බැවින්

$$(\sin A)^2 + (\cos A)^2 = 1.$$

සාමාන්‍යයෙන් $(\sin A)^2$ පහසුව සඳහා $\sin A^2$ ලෙස ලියුවහොත් කෝණය වර්ග වී ඇති බව හැඟවෙන නිසා එය $\sin^2 A$ ලෙස ලියනු ලැබේ.

ඒ අනුව,

$$\boxed{\sin^2 A + \cos^2 A = 1}$$ වේ.

නිදසුන: $\sin A = \dfrac{2}{3}$ හා $\cos A$ ධන වන බව දන්නා විට $\cos A$ හි අගය සොයන්න.
එවිට $\tan A$ හි අගය ද සොයන්න.

$\sin^2 A + \cos^2 A = 1$ නිසා

$$\left(\frac{2}{3}\right)^2 + \cos^2 A = 1.$$

Educational Publications Department

$\cos^2 A = 1 - \frac{4}{9} = \frac{5}{9}$.

$\cos A = \pm\frac{\sqrt{5}}{3}$.

නමුත් $\cos A$ ධන බව දී ඇත.

$\therefore \cos A = \frac{\sqrt{5}}{3}$

$\tan A = \frac{\sin A}{\cos A}$ නිසා

$\tan A = \frac{2}{3} \div \frac{\sqrt{5}}{3}$

$= \frac{2}{3} \times \frac{3}{\sqrt{5}}$

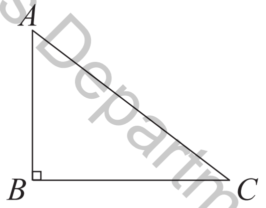
$\tan A = \frac{2}{\sqrt{5}}$

මීළඟට ත්‍රිකෝණමිතික අනුපාත අතර තවත් සම්බන්ධතා කිහිපයක් ලබා ගනිමු.
$A + B + C = 180^{\circ}$ (ත්‍රිකෝණයක අභ්‍යන්තර කෝණවල ඓක්‍යය) සහ $\hat{B} = 90^{\circ}$ බැවින්

$\hat{A} + \hat{C} = 90^{\circ}$

$\hat{C} = 90^{\circ} - \hat{A}$ වේ.

$\sin C = \sin (90^{\circ} - A)$ ——— (1)



තවද ඉහත ABC ත්‍රිකෝණයට අනුව

$\sin C = \frac{AB}{AC}$

$\cos A = \frac{AB}{AC}$

$\sin C = \cos A$ ——— (2)

Educational Publications Department

(1) හා (2) සමීකරණ අනුව

$$\boxed{\sin (90^\circ - A) = \cos A}$$

එවැනි සුළු කිරීමකින්

$$\boxed{\cos (90^\circ - A) = \sin A}$$ බව ද පෙන්විය හැකි ය.

දැන් ටැංජන සඳහා සම්බන්ධයක් ගොඩනගමු.

ABC ත්‍රිකෝණයට අනුව,

$\tan A = \dfrac{BC}{AB}$ සහ

$\tan C = \dfrac{AB}{BC}$ වේ.

$\therefore \tan A = \dfrac{1}{\tan C}$.

$C = 90^\circ - A$ නිසා

$\tan A = \dfrac{1}{\tan (90^\circ - A)}$.

$$\boxed{\tan (90^\circ - A) = \frac{1}{\tan A}}$$

ත්‍රිකෝණමිතියේ දී ඉතා ප්‍රයෝජනවත් වන ප්‍රතිඵල තුනක් දැන් ඔබට ලැබී ඇත,

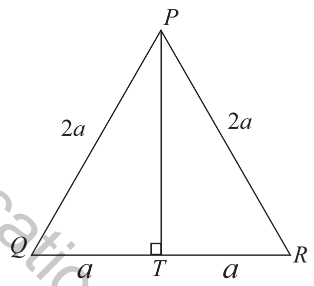
$$\sin (90^\circ - A) = \cos A$$
$$\cos (90^\circ - A) = \sin A$$
$$\tan (90^\circ - A) = \frac{1}{\tan A}$$

දැන් 0°, 30°, 60°, 45°, හා 90° වැනි කෝණ සඳහා මූලික ත්‍රිකෝණමිතික අනුපාතවල අගයන් ලබා ගනිමු.

Educational Publications Department

30° සහ 60° සඳහා ත්‍රිකෝණමිතික අනුපාත

පාදයක දිග $2a$ වූ PQR සමපාද ත්‍රිකෝණයක් සලකමු.



Educational Publications Department

මෙහි එක් එක් කෝණයේ අගය 60° කි.

P සිට QR ට ඇඳි ලම්බයේ අඩිය T යැයි ගනිමු.

මෙහි PQT හා PTR ත්‍රිකෝණ පිළිබඳව ඔබට කුමක් කිව හැකි ද? එම ත්‍රිකෝණ දෙක අංගසම බව මෙසේ සාධනය කරමු.

$PQT\,\Delta$ හා $PTR\,\Delta$ සැලකීමේදී

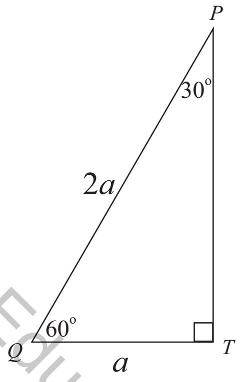
$PQ = PR$ (PQR සමපාද ත්‍රිකෝණයක් නිසා)
PT (පොදු පාදය)
$P\hat{T}Q = P\hat{T}R = 90^\circ$
$PQT\,\Delta \equiv PTR\,\Delta$ (කර්ණ පා.)

අංගසම ත්‍රිකෝණවල අනුරූප අංග සමාන වේ.

$$\therefore\ Q\hat{P}T = T\hat{P}R\,.$$

ඒ අනුව $Q\hat{P}T = T\hat{P}R = 30^\circ$ වේ ($Q\hat{P}R = 60^\circ$ නිසා)

PQT ත්‍රිකෝණයට පයිතගරස් ප්‍රමේයය යෙදීමෙන්,



$$PQ^2 = PT^2 + QT^2$$
$$(2a)^2 = PT^2 + a^2$$
$$\therefore PT^2 = 4a^2 - a^2 = 3a^2$$
$$PT = \sqrt{3}\,a$$

ඒ අනුව,

PQT ත්‍රිකෝණය සැලකීමෙන් සුදුසු පරිදි පහත හිස්තැන් සම්පූර්ණ කරන්න.

$$\sin 60^{\circ} = \frac{PT}{PQ} = \frac{\sqrt{3}\,a}{2a} = \frac{\sqrt{3}}{2} = 0.8660...$$

$$\cos 60^{\circ} = \frac{QT}{PQ} = \frac{...}{...} = \frac{...}{...} = ...$$

$$\tan 60^{\circ} = \frac{PT}{QT} = \frac{...}{...} = \frac{...}{...} = ...$$

ඉහත රූපය ම සැලකිල්ලට ගනිමින් 30° සඳහා ත්‍රිකෝණමිතික අනුපාත ලියන්න.

$$\sin 30^{\circ} = \frac{QT}{PQ} = \frac{......}{......} = ...$$

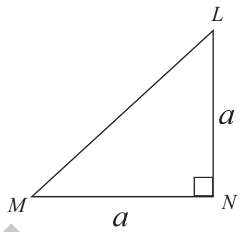
$$\cos 30^{\circ} = \frac{PT}{PQ} = \frac{......}{......} = ...$$

$$\tan 30^{\circ} = \frac{QT}{PT} = \frac{......}{......} = ...$$

Educational Publications Department

45° සඳහා ත්‍රිකෝණමිතික අනුපාත

සමාන පාද එක එකක් a දිගින් යුත් සමද්විපාද සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණයක් සලකමු.



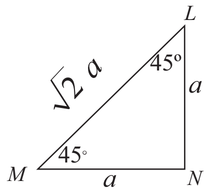
LMN ත්‍රිකෝණයට පයිතගරස් ප්‍රමේයය යෙදීමෙන්,

$$LM^2 = MN^2 + LN^2$$
$$= a^2 + a^2$$
$$= 2a^2$$
$$\therefore LM = \sqrt{2}\,a$$

LMN සමද්විපාද ත්‍රිකෝණයක් නිසා,

$\hat{L} = \hat{M} = 45^{\circ}$ක් වේ.

ඒ අනුව,



$$\sin 45^{\circ} = \frac{LN}{LM} = \frac{a}{\sqrt{2}a} = \frac{1}{\sqrt{2}} = 0.7071...$$

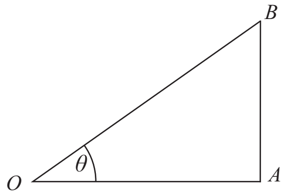
පහත හිස්තැන් සම්පූර්ණ කර 45° සඳහා cos සහ tan ත්‍රිකෝණමිතික අනුපාත ලබා ගන්න.

$$\cos 45^{\circ} = \frac{MN}{LM} = \frac{......}{......} = ...$$

$$\tan 45^{\circ} = \frac{......}{......} = \frac{......}{......} = ...$$

Educational Publications Department

0^o සඳහා ත්‍රිකෝණමිතික අනුපාත පිළිබඳ විවරණයක්



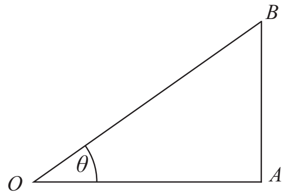
0^o සහිත සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණයක් ගොඩනැගිය නොහැකි බව මුලින්ම සිහිපත් කරමු.

එසේ වුව ද, මෙහි θ කෝණය ඉතා කුඩා වන විට, එනම් θ කෝණය 0^o කරා එළැඹෙන විට B ලක්ෂ්‍යය A කරා එළඹේ. ඒ ඇසුරෙන් 0^oසඳහා ත්‍රිකෝණමිතික අනුපාතවලට ලැබෙන අගයයන් ගැන සලකා බලමු.

θ කෝණය 0^o කරා එළඹෙන විට, B ලක්ෂ්‍යය A කරා එළැඹේ.
එවිට θ හි සම්මුඛ පාදය AB හි දිග 0 කරා එළැඹේ.
ඒ අනුව $\sin 0^o = 0$ විය යුතු බව ඔබට පෙනේ.

තව ද θ කෝණය 0^o කරා එළැඹෙන විට OB හි දිග θ කෝණයෙහි බද්ධ පාදය වන OAහි දිග කරා එළැඹේ.
ඒ අනුව $\cos 0^o = 1$ විය යුතු ය.
මෙලෙසම $\tan 0^o = 0$ විය යුතු බව ද විවරණය කරන්න.

90° සඳහා ත්‍රිකෝණමිතික අනුපාත පිළිබඳ විවරණයක්



මෙහි ත්‍රිකෝණයේ θ කෝණය ක්‍රමයෙන් විශාල කරගෙන ගොස් 90^oකරා එළඹෙන අවස්ථාව සලකන්න.
ඒ අනුව පහත ප්‍රතිඵල ලැබෙන බව විවරණය කරන්න.

$\sin 90^o = 1$

$\cos 90^o = 0$

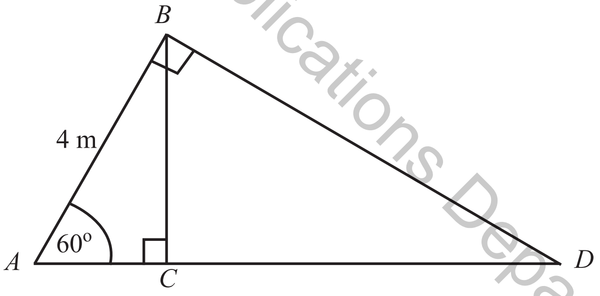
$\tan 90^o = \frac{1}{0}$ අර්ථ නොදැක්වේ.

Educational Publications Department

	0^{o}	30^{o}	45^{o}	60^{o}	90^{o}
sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0
tan	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	අර්ථ නොදැක්වේ

Educational Publications Department

නිදසුන 1



වහලයක බාල්ක හා පරාල යොදා සාදා ඇති සැකිල්ලක් රූපයේ දැක්වේ. AB හි දිග 4 m වේ. BC, BD හා AD හි දිග සොයන්න.

ABC සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණය සැලකීමෙන්,

$$\sin 60^{o} = \frac{BC}{AB}\ .$$

$$\therefore \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{BC}{4}\ .$$

$$\therefore BC = 2\sqrt{3}\ .$$

BC හි දිග $2\sqrt{3}$ m වේ.

ABD සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණය සැලකීමෙන්,

$$\tan 60^{\circ} = \frac{BD}{AB} \cdot$$

$$\therefore \sqrt{3} = \frac{BD}{4}$$

$$\therefore BD = 4\sqrt{3}$$

$\therefore BD$ හි දිග $4\sqrt{3}$ m වේ.

ABD සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණ සැලකීමෙන්,

$$\cos 60^{\circ} = \frac{AB}{AD} \cdot$$

$$\therefore \frac{1}{2} = \frac{4}{AD} \cdot$$

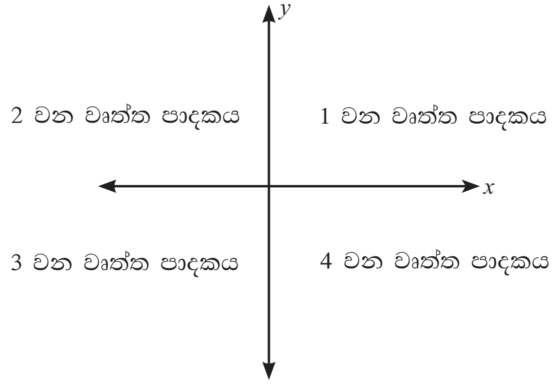
$$AD = 8$$

AD හි දිග 8 m වේ.

ප්‍රක්ෂේපණ ඇසුරෙන් sin, cos සහ tan අගයන් අර්ථ දැක්වීම

මේ දක්වා අප සලකා බැලුවේ 90° දක්වා වූ සුළුකෝණ සඳහා ත්‍රිකෝණමිතික අනුපාත ලබා ගැනීමයි. එමෙන්ම 90° අවස්ථාව ද ඉහත විවරණය කරගතිමු. දැන් 90° හා 180° අතර වූ මහාකෝණ සඳහා අවධානය යොමු කරමු. ඒ සඳහා ඉහත සැලකෙන සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණ ආශ්‍රිත අර්ථ දැක්වීමේ ක්‍රමය යොදාගත නොහැකි බව වටහා ගන්න.
එමනිසා ප්‍රක්ෂේපණ ඇසුරෙන් ත්‍රිකෝණමිතික අගයන් අර්ථ දැක්වීමට යොමුවෙමු.

කාටීසීය තලයේ ox අක්ෂයේ ධන දිශාවේ සිට වාමාවර්තව සාමාන්‍යයෙන් කෝණ මනිනු ලැබේ. පහත රූපයේ පරිදි වෘත්තපාද නම් කරනු ලැබේ.

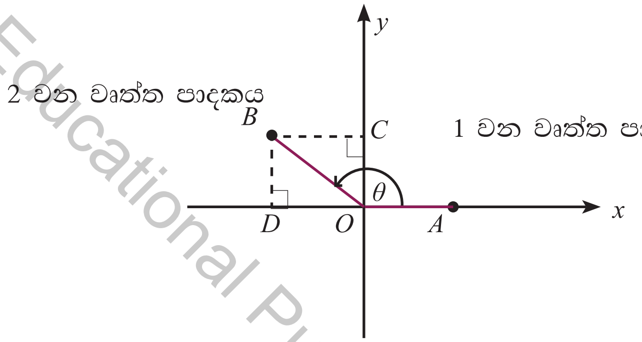


Educational Publications Department

මෙම පරිච්ඡේදයේදී දෙවන වෘත්තපාදකය දක්වා ඇති කෝණ පිළිබඳ ව පමණක් සලකනු ලැබේ.

දැන් ප්‍රක්ෂේපණ ඇසුරෙන් ත්‍රිකෝණමිතික අනුපාත අර්ථ දැක්වීමට යොමුවෙමු.

O මූල ලක්ෂ්‍යය වූ කාටීසිය ආකාරයේ අක්ෂ පද්ධතියක් සලකන්න. එහි x-අක්ෂය මත OA රේඛාව දිග වෙනස් නොවන සේ OB පිහිටුම කරා භ්‍රමණයෙන් θ කෝණය නිර්මාණය වන ආකාරය නිරීක්ෂණය කරන්න.



දැන් sin, cos හා tan අර්ථ දැක්වෙන්නේ පහත පරිදි ය.

$$\sin\theta = \frac{y\text{-අක්ෂය මත } OB \text{ හි ප්‍රලම්බ ප්‍රක්ෂේපණය}}{OB}$$

$$\cos\theta = \frac{x\text{-අක්ෂය මත } OB \text{ හි ප්‍රලම්බ ප්‍රක්ෂේපණය}}{OB}$$

$$\tan\theta = \frac{y\text{-අක්ෂය මත } OB \text{ හි ප්‍රලම්බ ප්‍රක්ෂේපණය}}{x\text{-අක්ෂය මත } OB \text{ හි ප්‍රලම්බ ප්‍රක්ෂේපණය}}$$

OB හි y අක්ෂය මත ප්‍රලම්බ ප්‍රක්ෂේපණය යනු OC රේඛා ඛණ්ඩය වන අතර C ලක්ෂ්‍ය y-අක්ෂය මත වැටී ඇති පැත්ත අනුව ධන හෝ ඍණ බව ද සැලකිල්ලට ගත යුතු ය. ඉහත රූපය අනුව එම ප්‍රක්ෂේපණ (විශාලත්වයෙන්) OC දිගට සමාන වන අතර ලකුණ ධන වේ.

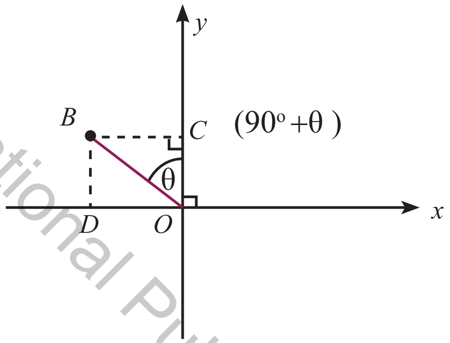
මෙලෙසම OB හි x - අක්ෂය මත ප්‍රලම්බ ප්‍රක්ෂේපණය විශාලත්වයෙන් OD දිගට සමාන වන අතර ලකුණ ඍණ වේ.
මේ අනුව θ මහා කෝණයක් විට $\sin\theta$ සඳහා ධන අගයක් ද $\cos\theta$ හා $\tan\theta$ සඳහා ඍණ අගයක් ද ලැබෙන බව වටහා ගන්න.

Educational Publications Department

සටහන: මෙලෙස ප්‍රක්ෂේපණ ඇසුරෙන් සයින, කෝසයින සහ ටැංජන අර්ථ දැක්වීම, සුළු කෝණ සඳහා වන ත්‍රිකෝණමිතික අනුපාත හා ගැළපෙන අතර මහා කෝණ මෙන්ම වෙනත් කෝණ සඳහා ද විස්තීරණය වේ. මෙය සුළු කෝණ සඳහා ද ගැලපෙන බව සිතා බලන්න.

2.3 sin, cos, tan අගයන් අතර සම්බන්ධතා

θ සුළු කෝණයක් වන, දී ඇති රූප සටහන් බලන්න.



Educational Publications Department

මෙහිදී $\sin(90^o + \theta) = \dfrac{(+)\,OC}{OB} = \dfrac{OC}{OB}$ වේ. ——— ①

මෙහි + ලෙස යොදා ඇත්තේ OC දිග ධන ලකුණ සමග ගත යුතු බව හැඟවීමටයි. ප්‍රක්ෂේපණයට අනුව ලැබෙන OBC සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණයට අනුව

$$\cos\ \theta = \frac{OC}{OB} \quad \text{——— ②}$$

∴ ① හා ② අනුව,

$$\boxed{\sin(90^o + \theta) = \cos\ \theta.}$$

මෙලෙසම $\cos(90^o + \theta) = \dfrac{(-)\,OD}{OB} = -\dfrac{OD}{OB}$ ——— ③

නමුත් OBC සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණය අනුව

$$\sin\ \theta = \frac{BC}{OB} = \frac{OD}{OB} \quad \text{——— ④}$$

$\therefore$ ③ හා ④ අනුව,

$$\cos(90^\circ + \theta) = -\sin\theta.$$

මෙලෙසම $\tan(90^\circ + \theta) = -\dfrac{1}{\tan\theta}$ බව ද ලබා ගන්න.

සුදුසු රූප සටහනක් ඇසුරෙන් පහත ප්‍රතිඵල ද පිහිටුවීමට උත්සාහ කරන්න.

$$\sin(180^\circ - \theta) = \sin\theta$$
$$\cos(180^\circ - \theta) = -\cos\theta$$
$$\tan(180^\circ - \theta) = -\tan\theta$$

Educational Publications Department

නිදසුන: $\sin 120^\circ$ හි අගය සොයන්න.

I ක්‍රමය

$\sin 120^\circ = \sin(90^\circ + 30^\circ)$

$= \cos 30^\circ$

$= \dfrac{\sqrt{3}}{2}.$

II ක්‍රමය

$\sin 120^\circ = \sin(180^\circ - 60^\circ)$

$= \sin 60^\circ$

$= \dfrac{\sqrt{3}}{2}.$

නිදසුන: $\cos 150^\circ$ හි අගය සොයන්න.

I ක්‍රමය

$\cos 150^\circ = \cos(90^\circ + 60^\circ)$

$= -\sin 60^\circ$

$= -\dfrac{\sqrt{3}}{2}.$

II ක්‍රමය

$\cos 150^\circ = \cos(180^\circ - 30^\circ)$

$= -\cos 30^\circ$

$= -\dfrac{\sqrt{3}}{2}.$

නිදසුන: tan 135° හි අගය සොයන්න.

I ක්‍රමය

$\tan 135^\circ = \tan (90^\circ + 45^\circ)$

$= -\tan 45^\circ$

$= -1$

II ක්‍රමය

$\tan 135^\circ = \tan (180^\circ - 45^\circ)$

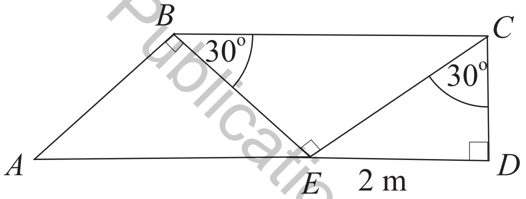
$= -\tan 45^\circ$

$= -1$

$\tan 135 = \dfrac{\sin 135}{\cos 135}$ මගින් ද ලබා ගත හැකි ය.

2.2 අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන්නේ වහලයක ලී දඬු යොදා ඇති සැකිල්ලකි. *DE* දණ්ඩේ දිග 2m වේ.



ත්‍රිකෝණමිතික අනුපාත යොදා ගනිමින් සෑම දණ්ඩකම දිග සොයන්න.

2. ප්‍රක්ෂේපණ ඇසුරෙන් ත්‍රිකෝණමිතික අනුපාත අර්ථ දැක්වීමේ ක්‍රමය යොදාගනිමින් පහත ප්‍රතිඵල තහවුරු කරන්න.

$\sin 0^\circ = 0$	$\sin 90^\circ = 1$	$\sin 180^\circ = 0$
$\cos 0^\circ = 1$	$\cos 90^\circ = 0$	$\cos 180^\circ = -1$
$\tan 0^\circ = 0$	$\tan 180^\circ = 0$	

3. පහත එක් එක් අනුපාතවල අගය සොයන්න.

(i) $\sin 150^\circ$ (ii) $\cos 120^\circ$ (iii) $\tan 150^\circ$ (iv) $\tan 120^\circ$

4. n යනු ධන නිඛිලයක් වන විට $S_n = \dfrac{1}{n}\left(\sin \dfrac{n\pi}{3} + \cos \dfrac{n\pi}{3}\right)$ යන පදය සලකන්න. n සඳහා දී ඇති අගය යොදාගනිමින් ඊට අනුරූප S_n හි අගය සොයන්න.

$n = 1$, $n = 2$ සහ $n = 3$

Educational Publications Department

5. $0^{\circ} \leq \theta \leq 180^{\circ}$ වන θ කෝණයක් සඳහා පහත ප්‍රතිඵල තහවුරු කිරීමට ප්‍රක්ෂේපණ අර්ථ දැක්වීම යොදාගන්න.

$-1 \leq \sin\theta \leq 1$

$-1 \leq \cos\theta \leq 1$

6. $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ හා $\tan\theta = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$ ප්‍රතිඵල ධන θ කෝණයක් සඳහා වලංගු වේ. එම ප්‍රතිඵල භාවිතයෙන් $\sin\theta = \dfrac{1}{4}$ හා θ මහා කෝණයක් බව දී ඇති විට $\cos\theta$ හා $\tan\theta$ සොයන්න.

2.3 ත්‍රිකෝණමිතික අනුපාත ආශ්‍රිත ගණනය කිරීම් සඳහා වගු භාවිතය

මේ දක්වා ඉගෙන ගත් ජ්‍යාමිතික ක්‍රම සහ සූත්‍ර භාවිතයෙන් ඕනෑම කෝණයක ත්‍රිකෝණමිතික අගයන් වන sin, cos හා tan අගය සෙවීම අපහසු ය. එනිසා ත්‍රිකෝණමිතික අගය සෙවීම සඳහා ත්‍රිකෝණමිතික වගු හෝ ගණක යන්ත්‍ර භාවිත කරනු ලැබේ. වගු භාවිතයෙන් කෝණවල ත්‍රිකෝණමිතික අගය ලබාගන්නා අයුරු මුලින්ම විමසා බලමු. වගු භාවිතයේ දී කෝණය අංශකවලින් තිබීම අවශ්‍ය ය.

නිදසුන 1

$\sin 44^{\circ}$ හි අගය සොයන්න.

ප්‍රකෘති සයින இயற்கைச் சைன்கள் NATURAL SINES

	0'	10'	20'	30'	40'	50'	60'		1'	2'	3'	4'	5'	6'	7'	8'	9'
									මධ්‍යන අන්තරය இடை வித்தியாசங்கள் Mean Differences								
41	.6561	.6583	.6604	.6626	.6648	.6670	.6691	48	2	4	7	9	11	13	15	17	20
42	.6691	.6713	.6734	.6756	.6777	.6799	.6820	47	2	4	6	9	11	13	15	17	19
43	.6820	.6841	.6862	.6884	.6905	.6926	.6947	46	2	4	6	8	11	13	15	17	19
44	.6947	.6967	.6988	.7009	.7030	.7050	.7071	45	2	4	6	8	10	12	15	17	19
	60'	50'	40'	30'	20'	10'	0'		1'	2'	3'	4'	5'	6'	7'	8'	9'

$\sin 44^{\circ} = 0.6947$ වේ.

Educational Publications Department

නිදසුන 2

Sin $67^{\circ}\ 15'$ හි අගය සොයන්න.

ප්‍රකෘති සයින இயற்கைச் சைன்கள் NATURAL SINES																		
									මධ්‍යන්‍ය අන්තරය இடை வித்தியாசங்கள் Mean Differences									
	0'	10'	20'	30'	40'	50'	60'		1'	2'	3'	4'	5'	6'	7'	8'	9'
45°	0.7071	0.7092	0.7112	0.7133	0.7153	0.7173	0.7193	44°	2	4	6	8	10	12	14	16	18
46	.7193	.7214	.7234	.7254	.7274	.7294	.7314	43	2	4	6	8	10	12	14	16	18
66	.9135	.9147	.9159	.9171	.9182	.9194	.9205	23	1	2	3	5	6	7	8	9	10
67	.9205	.9216	.9228	.9239	.9250	.9261	.9272	22	1	2	3	4	6	7	8	9	10
68	.9272	.9283	.9293	.9304	.9315	.9325	.9336	21	1	2	3	4	5	6	7	9	10
69	.9336	.9346	.9356	.9367	.9377	.9387	.9397	20°	1	2	3	4	5	6	7	8	9

එනම්, sin $67^{\circ}\ 15' = 0.9216 + 0.0006 = 0.9222$

Educational Publications Department

නිදසුන 3

sin $114^{\circ}\ 30'$ හි අගය සොයන්න.

sin $114^{\circ}\ 30'$ හි අගය sin $(180^{\circ} - 65^{\circ}\ 30')$ මගින් හෝ sin $(90^{\circ} + 24^{\circ}\ 30')$ මගින් සෙවිය හැකි ය.

$180^{\circ} - 65^{\circ}\ 30'$ මගින් පිළිතුර සෙවීම කෙරෙහි යොමු වෙමු.

$$\begin{aligned}\sin 114^{\circ}\ 30' &= \sin(180^{\circ} - 65^{\circ}\ 30') \\ &= \sin 65^{\circ}\ 30'\end{aligned}$$

ප්‍රකෘති සයින இயற்கைச் சைன்கள் NATURAL SINES																		
									මධ්‍යන්‍ය අන්තරය இடை வித்தியாசங்கள் Mean Differences									
	0'	10'	20'	30'	40'	50'	60'		1'	2'	3'	4'	5'	6'	7'	8'	9'
65	0.9063	0.9075	0.9088	0.9100	0.9112	0.9124	0.9135	24	1	2	4	5	6	7	8	10	11
66	.9135	.9147	.9159	.9171	.9182	.9194	.9205	23	1	2	3	5	6	7	8	9	10
67	.9205	.9216	.9228	.9239	.9250	.9261	.9272	22	1	2	3	4	6	7	8	9	10
68	.9272	.9283	.9293	.9304	.9315	.9325	.9336	21	1	2	3	4	5	6	7	9	10
69	.9336	.9346	.9356	.9367	.9377	.9387	.9397	20	1	2	3	4	5	6	7	8	9

වගුවට අනුව sin $114^{\circ}\ 30' = 0.9100$

Educational Publications Department

නිදසුන 4

කෝසයින අගයන් ලබා ගැනීමේ දී ප්‍රකෘති සයින වගුව ම භාවිත කෙරේ. කෝසයින් අගය ලබා ගැනීමේ දී පහළ තීරුව හා දකුණත් පස තීරුව භාවිත කළ යුතු ය. cos 18° $22'$හි අගය ලබා ගන්නා ආකාරය පහත වගුව ඇසුරෙන් විමසා බලමු.

ප්‍රකෘති සයින இயற்கைச் சைன்கள் NATURAL SINES

									මධ්‍යනය අන්තරය இடை வித்தியாசங்கள் Mean Differences								
	0'	10'	20'	30'	40'	50'	60'		1'	2'	3'	4'	5'	6'	7'	8'	9'
70°	0.9397	0.9407	0.9417	0.9426	0.9436	0.9446	0.9455	19	1	2	3	4	5	6	7	8	9
71	.9455	.9465	.9474	.9483	.9492	.9502	.9511	18	1	2	3	4	5	6	6	7	8
72	.9511	.9520	.9528	.9537	.9546	.9555	.9563	17	1	2	3	4	4	5	6	7	8
73	.9563	.9572	.9580	.9588	.9596	.9605	.9613	16	1	2	2	3	4	5	6	7	7
87	.9986	.9988	.9989	.9990	.9992	.9993	.9994	2	0	0	0	1	1	1	1	1	1
88	.9994	.9995	.9996	.9997	.9997	.9998	.9998	1									
89	0.9998	0.9999	0.9999	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0°									
	60'	50'	40'	30'	20'	10'	0'		1'	2'	3'	4'	5'	6'	7'	8'	9

මෙහි දී දකුණත් පස ඇති තීරුවෙන් 18° තෝරා ගෙන පහළ පේළියෙන් $20'$ තෝරාගනු ලැබේ. එවිට, cos 18° $20'$ = 0.9492 ලැබෙන බව ඔබට පෙනෙනු ඇත.

කෝසයින කියවීමේ දී මධ්‍යනය අන්තරය අඩු කළ යුතු ය. එබැවින්, මධ්‍යනය අන්තරයෙන් $2'$ ට අයත් අගය වන 0.0002, 0.9492න් අඩු කර cos 18° $22'$ හි අගය ලබා ගත යුතු වේ.

එනම්,

$$\begin{array}{r} 0.9492 \\ -\ 0.0002 \\ \hline 0.9490 \\ \hline\hline \end{array}$$

ඒ අනුව cos 18° $22' = 0.9490$ ලෙස ලැබේ.

කෝසයින අගය සෙවීම, $\cos A = \sin(90^{\circ} - A)$ ප්‍රතිඵලය ඇසුරෙන් ද ලබා ගත හැකි ය.

$$\cos A = \sin(90^{\circ} - A)$$

එනම්, $\cos 18^{\circ}22' = \sin(90^{\circ} - 18^{\circ}22')$

$90^{\circ} = 89^{\circ}60'$ නිසා

$$\begin{array}{r} 89^{\circ}60' \\ -18^{\circ}22' \\ \hline 71^{\circ}38' \\ \hline\hline \end{array}$$

ඒ අනුව, $\cos 18^{\circ}22' = \sin 71^{\circ}38'$ වේ.

ඉහත වගුව භාවිතයෙන් sin $71^{\circ}\ 38'$ හි අගය ලබා ගනිමු.

$$\sin 71^{\circ}38' = 0.9483 + 0.0007$$
$$= 0.9490$$
$$\therefore \cos 18^{\circ}\ 22' = 0.9490$$ වේ.

කෝසයින අගයන් සෙවීම සඳහා මෙම ක්‍රමය බහුල ව භාවිත කෙරේ.

දැන් ත්‍රිකෝණමිතික අනුපාතයක් දන්නා විට වගු ඇසුරෙන් ඊට අදාළ කෝණය සොයා ගන්නා ආකාරය විමසා බලමු.

නිදසුන 5

cos 133° හි අගය සොයන්න.

$\cos 133^{\circ} = \cos (90^{\circ} + 43^{\circ})$ මගින් හෝ $133^{\circ} = 180^{\circ} - 47^{\circ}$ සෙවිය හැකි ය.

I ක්‍රමය

$\cos\ 133^{\circ} = \cos (90^{\circ} + 43^{\circ})$

$\cos (90^{\circ} + \theta) = -\sin \theta$ නිසා

$\cos (90^{\circ} + 43^{\circ}) = -\sin 43^{\circ}$

පහත දී ඇති වගුව ඇසුරෙන්

$\sin 43^{\circ} = 0.6820$

$\therefore \cos\ 133^{\circ} = -0.6820$

II ක්‍රමය

$\cos\ 133^{\circ} = \cos (180^{\circ} - 47^{\circ})$

$\cos (180^{\circ} - \theta) = -\cos \theta$ නිසා

$(\cos 180^{\circ} - 47^{\circ}) = -\cos 47^{\circ}$

$\cos\ 133^{\circ} = -\cos 47^{\circ}$

පහත දී ඇති වගුව ඇසුරෙන්

$\cos 47^{\circ} = 0.6820$

$\therefore \cos\ 133^{\circ} = -0.6820$

$133^{\circ} = 180^{\circ} - 47^{\circ}$ අනුව, $\cos (180^{\circ} - 47^{\circ}) = -\cos 47^{\circ}$ භාවිතයෙන් cos 133° හි අගය සොයමු.

ප්‍රකෘති සයින   இயற்கைச் சைன்கள்   NATURAL SINES

°	0'	10'	20'	30'	40'	50'	60'		1'	2'	3'	4'	5'	6'	7'	8'	9'
									මධ්‍යන්‍ය අන්තරය / இடை வித்தியாசங்கள் / Mean Differences								
40	0.6428	0.6450	0.6472	0.6494	0.6517	0.6539	0.6561	49	2	4	7	9	11	13	15	18	20
41	.6561	.6583	.6604	.6626	.6648	.6670	.6691	48	2	4	7	9	11	13	15	17	20
42	.6691	.6713	.6734	.6756	.6777	.6799	.6820	47	2	4	6	9	11	13	15	17	19
43	.6820	.6841	.6862	.6848	.6905	.6926	.6947	46	2	4	6	8	11	13	15	17	19
44	.6947	.6967	.6988	.7009	.7030	.7050	.7071	45	2	4	6	8	10	12	15	17	19
	60'	50'	40'	30'	20'	10'	0'		1'	2'	3'	4'	5'	6'	7'	8'	9'

ප්‍රකෘති කෝසයින
இயற்கைக் கோசைன்கள்
NATURAL COSINES

Educational Publications Department

නිදසුන 6

$\tan 72^{o}\ 15'$හි අගය සොයන්න.

ප්‍රකෘති ටැංජන இயற்கைத் தான்சன்கள் NATURAL TANGENTS

	0'	10'	20'	30'	40'	50'	60'		1'	2'	3'	4'	5'	6'	7'	8'	9'
									මධ්‍යන්‍ය අන්තරය இடை வித்தியாசங்கள் Mean Differences								
45°	1.0000	1.0058	1.0117	1.0176	1.0235	1.0295	1.0355	44°	6	12	18	24	30	36	41	47	53
46	.0355	.0416	.0477	.0538	.0599	.0661	.0724	43	6	12	18	25	31	37	43	49	55
70°	2.747	2.773	2.798	2.824	2.850	2.877	2.904	19	3	5	8	10	13	16	18	21	23
71	2.904	2.932	2.960	2.989	3.018	3.047	3.078	18	3	6	9	12	14	17	20	23	26
72	3.078	3.108	3.140	3.172	3.204	3.237	3.271	17	3	6	10	13	16	19	23	26	29
73	3.271	3.305	3.340	3.376	3.412	3.450	3.487	16	4	7	11	14	18	22	25	29	32

ඒ අනුව, $\tan 72^{o}\ 15' = 3.108 + 0.0016$

$= 3.1096$

නිදසුන 7

$\tan 170^{o}$ හි අගය සොයන්න.

$\tan 170^{o} = \tan (180^{o} - 10^{o})$

$= - \tan 10^{o}$

$\tan (180^{o} - \theta) = - \tan \theta$ නිසා

$= - 0.1763$

ප්‍රකෘති ටැංජන
இயற்கைத் தான்சன்கள்
NATURAL TANGENTS

	0'	10'	20'	30'	40'	50'	60'		1'	2'	3'	4'	5'	6'	7'	8'	9'
									මධ්‍යන්‍ය අන්තරය இடை வித்தியாசங்கள் Mean Differences								
5	0.0875	0.0904	0.0934	0.0963	0.0992	0.1022	0.1051	84	3	6	9	12	15	18	21	24	26
6	.1051	.1080	.1110	.1139	.1169	.1198	.1228	83	3	6	9	12	15	18	21	24	27
7	.1228	.1257	.1287	.1317	.1346	.1376	.1405	82	3	6	9	12	15	18	21	24	27
8	.1405	.1435	.1465	.1495	.1524	.1554	.1584	81	3	6	9	12	15	18	21	24	27
9	.1584	.1614	.1644	.1673	.1703	.1733	.1763	80°	3	6	9	12	15	18	21	24	27
10°	0.1763	0.1793	0.1823	0.1853	0.1883	0.1914	0.1944	79	3	6	9	12	15	18	21	24	27
11	.1944	.1974	.2004	.2035	.2065	0.2095	0.2126	78	3	6	9	12	15	18	21	24	27
12	.2126	.2156	.2186	.2217	.2247	.2278	.2309	77	3	6	9	12	15	18	21	24	27
13	.2309	.2339	.2370	.2401	.2432	.2462	.2493	76	3	6	9	12	15	18	22	25	28
14	.2493	.2524	.2555	.2586	.2617	.2648	.2679	75	3	6	9	12	16	19	22	25	28

Educational Publications Department

නිදසුන 8

$\sin\theta = 0.5327$ නම් θ හි අගය සොයන්න.

ප්‍රකෘති සයින   இயற்கைச் சைன்கள்   NATURAL SINES

	0'	10'	20'	30'	40'	50'	60'		1'	2'	3'	4'	5'	6'	7'	8'	9'
									මධ්‍යන්‍ය අන්තරය / இடை வித்தியாசங்கள் / Mean Differences								
0°	0.0000	0.0029	0.0058	0.0087	0.0116	0.0145	0.0175	89°	3	6	9	12	15	17	20	23	26
1	.0175	.0204	.0233	.0262	.0291	.0320	.0349	88	3	6	9	12	15	17	20	23	26
2	.0349	.0378	.0407	.0436	.0465	.0494	.0523	87	3	6	9	12	15	17	20	23	26
3	.0523	.0552	.0581	.0610	.0640	.0669	.0698	86	3	6	9	12	15	17	20	23	26
30°	0.5000	0.5025	0.5050	0.5075	0.5100	0.5125	0.5150	59	3	5	8	10	13	15	18	20	23
31	.5150	.5175	.5200	.5225	.5250	.5275	.5299	58	2	5	7	10	12	15	17	20	22
32	.5299	.5324	.5348	.5373	.5398	.5422	.5446	57	2	5	7	10	12	15	17	20	22
33	.5446	.5471	.5495	.5519	.5544	.5568	.5592	56	2	5	7	10	12	15	17	19	22

0.5327 වගුවේ තිබේ දැයි පරීක්ෂා කරන්න. වගුව නිරීක්ෂණයේ දී 0.5327 වගුවේ නොමැති බව පෙනේ. එබැවින්, 0.5327ට ආසන්න ම අඩු අගය ගනිමු. එය 0.5324 වේ.

ඒ අනුව, 0.5324ට අදාළ කෝණය වන්නේ $32^{\circ}10'$වේ.

දැන් 0.5324ත් 0.5327ත් අතර වෙනස සොයමු.

$$\begin{array}{r} 0.5327 \\ -\,0.5324 \\ \hline 0.0003 \\ \hline\hline \end{array}$$

0.5324 තිබූ පේළියේ ම මධ්‍යන්‍ය අන්තරය තීරුවේ 0.0003 ඇති දැයි පරීක්ෂා කරන්න. (මධ්‍යන්‍ය අන්තර තීරුවේ 0.0003 දැක්වෙන්නේ එම අගය 10 000න් ගුණ කළ විට ලැබෙන අගයයි. ඒ අනුව 0.0003 දැක්වෙන්නේ 3 ලෙසයි). එහි 3 නොමැති නම් ඊට ආසන්න ම අගය වන 2ට අනුරූප මධ්‍යන්‍ය අන්තරය වන $1'$ ගනිමු. එය $32^{\circ}\ 10'$ට එකතු කිරීමෙන්,

එනම්, $\sin\theta = 0.5327$ විට,

$\theta = 32^{\circ}\,10' + 1' = 32^{\circ}\,11'$ ලෙස ලබාගත හැකි ය.

θ සඳහා සුදුසු දෙවන වෘත්ත පාදකයේ කෝණයක් ද තිබිය හැකි ය. එම අගයන් සෙවීමට $\sin\theta = \sin(180^{\circ} - \theta)$ සූත්‍රය භාවිත කරමු.

සූත්‍රයට අනුව $\sin 32^{\circ}\,11' = \sin(180^{\circ} - 32^{\circ}\,11')$ වේ.

$= \sin 147^{\circ}\,49'$

එනම් θ කෝණය $32^{\circ}\,11'$ හෝ $147^{\circ}\,49$ වේ.

Educational Publications Department

නිදසුන 9

$\sin\theta = 0.9474$ නම් θහි අගය සොයන්න. මෙහි θ කෝණය මහා කෝණයක් බව සලකන්න.

ප්‍රකෘති සයින இயற்கைச் சைன்கள் NATURAL SINES									මධ්‍යන්‍ය අන්තරය இடை வித்தியாசங்கள் Mean Differences								
	0'	10'	20'	30'	40'	50'	60'		1'	2'	3'	4'	5'	6'	7'	8'	9'
70°	0.9397	0.9407	0.9417	0.9426	0.9436	0.9446	0.9455	19	1	2	3	4	5	6	7	8	9
71	.9455	.9465	.9474	.9483	.9492	.9502	.9511	18	1	2	3	4	5	6	6	7	8
72	.9511	.9520	.9528	.9537	.9546	.9555	.9563	17	1	2	3	4	4	5	6	7	8
73	.9563	.9572	.9580	.9588	.9596	.9605	.9613	16	1	2	2	3	4	5	6	7	7
87	.9986	.9988	.9989	.9990	.9992	.9993	.9994	2	0	0	0	1	1	1	1	1	1
88	.9994	.9995	.9996	.9997	.9997	.9998	.9998	1									
89	0.9998	0.9999	0.9999	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0°									
	60'	50'	40'	30'	20'	10'	0'		1'	2'	3'	4'	5'	6'	7'	8'	9'

$\sin\theta = 0.9474$ නම් වගුවට අනුව $\theta = 71^\circ\ 20'$ වේ.
නමුත් θ මහා කෝණයක් බවදී ඇති බැවින් θ සඳහා $71^\circ\ 20'$ ගත නොහැකි ය.
θ දෙවන වෘත්ත පාදයේ කෝණයක් විය යුතු ය.
$\sin\theta = \sin(180^\circ - \theta)$ බැවින්
$\sin 71^\circ\ 20' = \sin(180^\circ - 71^\circ\ 20')$ වේ.

එනම් $\theta = 180^\circ - 71^\circ\ 20'$
$= \underline{\underline{108^\circ\ 40'}}$

සටහන: මෙහි θ සඳහා $71^\circ 20'$ හා $108^\circ 40'$ යන අගයන් දෙකම ගත හැකි වුවත් θ මහා කෝණයක් බවදී ඇති බැවින් θ සඳහා ගත හැකි අගය වන්නේ $108^\circ\ 40'$ පමණි.

Educational Publications Department

නිදසුන 10

$\cos\theta = 0.9435$ නම් θ හි අගය සොයන්න.

ප්‍රකෘති සයින இயற்கைச் சைன்கள் NATURAL SINES

									මධ්‍යන්‍ය අන්තරය இடை வித்தியாசங்கள் Mean Differences								
	0'	10'	20'	30'	40'	50'	60'		1'	2'	3'	4'	5'	6'	7'	8'	9'
70°	0.9397	0.9407	0.9417	0.9426	0.9436	0.9446	0.9455	19	1	2	3	4	5	6	7	8	9
71	.9455	.9465	.9474	.9483	.9492	.9502	.9511	18	1	2	3	4	5	6	6	7	8
72	.9511	.9520	.9528	.9537	.9546	.9555	.9563	17	1	2	3	4	4	5	6	7	8
73	.9563	.9572	.9580	.9588	.9596	.9605	.9613	16	1	2	2	3	4	5	6	7	7
87	.9986	.9988	.9989	.9990	.9992	.9993	.9994	2	0	0	0	1	1	1	1	1	1
88	.9994	.9995	.9996	.9997	.9997	.9998	.9998	1									
89	0.9998	0.9999	0.9999	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0°									
	60'	50'	40'	30'	20'	10'	0'		1'	2'	3'	4'	5'	6'	7'	8'	9'

Educational Publications Department

0.9435 වගුවේ නොමැති බැවින් එයට ආසන්නම අඩු අගය ගත යුතු ය. එය 0.9426 වේ.

0.9426ට අදාළ කෝණය $19^{o}\,30'$ වේ.

0.9435ත් 0.9426ත් අතර වෙනස වන 0.0009ට අනුරූප මධ්‍යන්‍ය අන්තරය වන $9'$;

$19^{o}\,30'$න් අඩු කිරීමෙන්;

$\theta = 19^{o}\,21'$ ලෙස ලැබේ.

දෙවන වෘත්ත පාදයේ කෝණවල කෝසයින් අගය සෘණ අගයක් ගන්නා බැවින් θ සඳහා දෙවන වෘත්ත පාදකයේ කෝණයක් නොමැත. එනිසා ගත හැකි එකම අගය $19^{o}\,21$ වේ.

නිදසුන 11

tan $\theta = 0.3589$ නම් θහි අගය සොයන්න.

ප්‍රකෘති ටැංජන   இயற்கைத் தாள்சன்கள்   NATURAL TANGENTS

	0'	10'	20'	30'	40'	50'	60'		මධ්‍යන්‍ය අන්තරය / இடை வித்தியாசங்க்ள / Mean Differences 1'	2'	3'	4'	5'	6'	7'	8'	9'
0°	0.0000	0.0029	0.0058	0.0087	0.0116	0.0145	0.0175	89°	3	6	9	12	15	17	20	23	26
1	.0175	.0204	.0233	.0262	.0291	.0320	.0349	88	3	6	9	12	15	17	20	23	26
2	.0349	.0378	.0407	.0437	.0466	.0495	.0524	87	3	6	9	12	15	18	20	23	26
3	.0524	.0553	.0582	.0612	.0641	.0670	.0699	86	3	6	9	12	15	18	20	23	26
17	.3057	.3089	.3121	.3153	.3185	.3217	.3249	72	3	6	10	13	16	19	22	26	29
18	.3249	.3281	.3314	.3346	.3378	.3411	.3443	71	3	6	10	13	16	19	23	26	29
19	.3443	.3476	.3508	.3541	.3574	.3607	.3640	70°	3	7	10	13	16	20	23	26	29
20°	0.3640	0.3673	0.3706	0.3739	0.3772	0.3805	0.3839	69	3	7	10	13	17	20	23	27	30

tan $\theta = 0.3589$ නම්

$\theta = 19^{o}\,45'$ ලෙස ලැබේ.

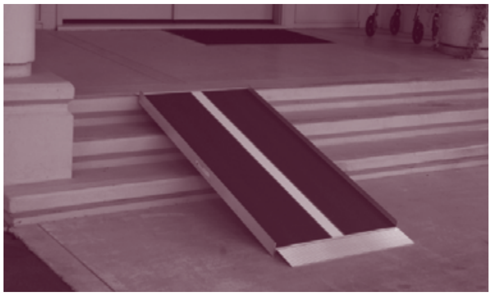
මෙහිදී ද θ සඳහා දී ඇති ටැංජන අගය ධන අගයකි. (+ 0.3589) දෙවන වෘත්ත පාදයේ කෝණවල ටැංජන අගය ඍණ වන බැවින් θ සඳහා ගත හැකි වෙනත් කෝණයක් දෙවන වෘත්ත පාදයේ නොමැත. $\therefore\ \theta = 19^{o}\,45'$ වේ.

නිදසුන 12

ගොඩනැගිල්ලකට රෝද පුටුවලින් පැමිණෙන අයට ඇතුළු වීමට පහසු වන පරිදි රූපයේ දැක්වෙන ආකාරයේ ආනත තලයක් (ramp) සවි කිරීමට අවශ්‍ය ව ඇත. ගොඩනැගිල්ලට ඇතුළු වන ස්ථානයේ ඇති පඩියේ උස 15 cmක් ද, ආනත තලයේ තිරසට ආනතිය 10^{o}ක් ද වේ.

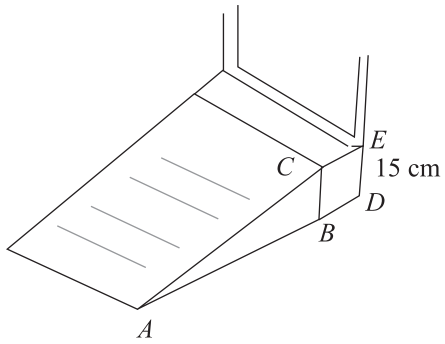
(i) ආනත තලය ඔස්සේ දෙරටුවට දුර කොපමණ ද?

(ii) ආනත තලයට පිවිසෙන ස්ථානය ගොඩනැගිල්ලට පිවිසෙන ස්ථානයේ සිට කොපමණ තිරස් දුරකින් තිබිය යුතු ද?



Educational Publications Department

ගණනය කිරීමේ පහසුව සඳහා රූපය පහත දැක්වෙන පරිදි අංකනය කර ගනිමු.



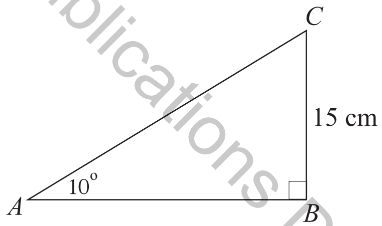
ඉහත රූපයේ ABC, සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණයක් වන අතර $BC = 15$ cm වේ. දැන්, අපි පහසුව සඳහා පහත පරිදි රූප සටහනක් ඇඳගනිමු.

(i) $\sin 10^\circ = \dfrac{BC}{AC}$

$\sin 10^\circ = \dfrac{15}{AC}$

$AC = \dfrac{15}{\sin 10^\circ}$

$AC = 86.38$



ඒ අනුව ආනත තලය ඔස්සේ දොරටුවට දුර 86.38 cm වේ.

(ii) $\tan 10^\circ = \dfrac{BC}{AB}$

$\tan 10^\circ = \dfrac{15}{AB}$

$AB = \dfrac{15}{\tan 10^\circ}$

$AB = 85.07$

ඒ අනුව ආනත තලයට පිවිසෙන ස්ථානයට ගොඩනැගිල්ලේ ප්‍රවේශයේ සිට ඇති තිරස් දුර 85.07 cm වේ.

Educational Publications Department

නිදසුන 13

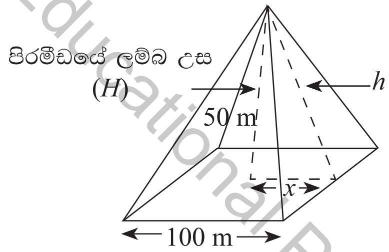
සමචතුරස්‍රාකාර පතුලක් සහිත ඍජු පිරමීඩයක පතුලේ පැත්තක දිග 100 m කි. පිරමීඩයේ ලම්බ උස 50 mක් වේ.

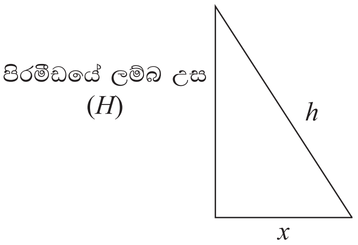
(i) පතුලේ විකර්ණයක දිග

(ii) ත්‍රිකෝණාකාර මුහුණතක ලම්බ උස

(iii) ත්‍රිකෝණාකාර මුහුණතක් හා පතුලක් අතර කෝණය සොයන්න.

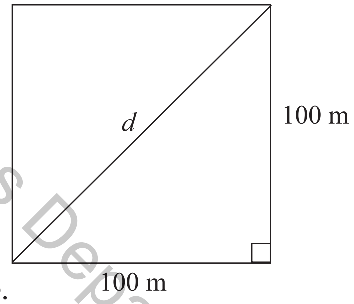
මුලින්ම, දී ඇති දත්ත රූපසටහනක ලකුණු කරමු.





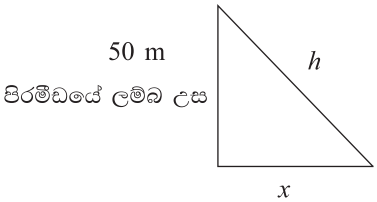
(i) මෙහි පතුල සමචතුරස්‍රාකාර වේ.

$$d = \sqrt{100^2 \times 100^2}$$
$$= 100\sqrt{2}$$



$\therefore$ පතුලේ විකර්ණයක දිග $100\sqrt{2}$ m වේ.

(ii) ත්‍රිකෝණාකාර මුහුණතක ලම්බ උස h නම්, පහත ත්‍රිකෝණය සැලකීමෙන්,



$$x = \frac{\text{සමචතුරස්‍රාකාර පාදයක දිග}}{2}$$
$$= 50 \text{ m}$$

Educational Publications Department

පයිතගරස් ප්‍රමේයය යෙදීමෙන්,

$$h^2 = 50^2 + 50^2$$

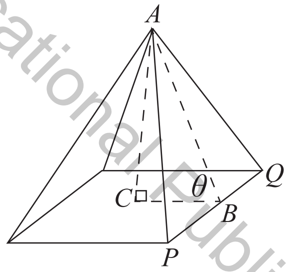
$$h^2 = 2 \times 50^2$$

$$h = 50\sqrt{2}$$

එනම්, ත්‍රිකෝණාකාර මුහුණතක ලම්බ උස $50\sqrt{2}$ m වේ.

(iii) ත්‍රිකෝණාකාර මුහුණතක් හා පතුල යන තල අතර කෝණය සොයමු.

මුලින් ම,
ත්‍රිකෝණාකාර මුහුණතක් හා පතුල අතර කෝණය යන්නෙන් අදහස් වන්නේ කුමක් දැයි විමසා බලමු.



ත්‍රිකෝණාකාර මුහුණතක් හා පතුල හමුවන පොදු දාරය PQ ලෙස නම් කර ගනිමු. ශීර්ෂයේ සිට PQ දාරයට ත්‍රිකෝණාකාර මුහුණත ඔස්සේ ඇඳි ලම්බය AB රේඛාවෙන් දැක්වේ.
BC යනු PQ දාරයට පතුල ඔස්සේ ඇඳි ලම්බය වේ, මෙහි C යනු සමචතුරස්‍රයේ කේන්ද්‍රයයි.
AB හා BC රේඛා අතර කෝණය වන $A\hat{B}C$, ත්‍රිකෝණාකාර මුහුණත හා පතුල අතර කෝණය වේ.

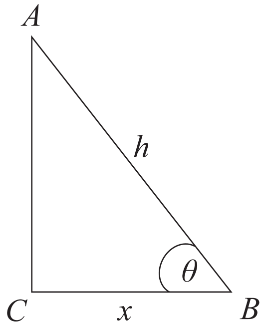
සාධාරණව, තල දෙකක් අතර කෝණය යනු එම තල දෙක ඡේදනය වන පොදු දාරය මත ඕනෑම ලක්ෂ්‍යයක දී එම පොදු දාරයට ලම්බව එක් එක් තලය මත පිහිටි රේඛා 2 ක් අතර කෝණයයි. එය රූප සටහනේ θ මගින් දැක්වේ.

$$\therefore \cos\theta = \frac{x}{h}$$

$$= \frac{50}{50\sqrt{2}}$$

$$\cos\theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\underline{\underline{\theta = 45^{\circ}}}$$



Educational Publications Department

2.3 අභ්‍යාසය

1. වගු භාවිතයෙන් පහත දැක්වෙන එක් එක් අගය සොයන්න.

(i) $\sin 38^{\circ}$ (iii) $\cos 72^{\circ}$ (v) $\tan 85^{\circ}$

(ii) $\sin 45^{\circ}\, 13'$ (iv) $\cos 48^{\circ}\, 20'$ (iv) $\tan 52^{\circ}\, 64'$

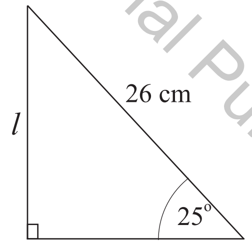
2. වගු භාවිතයෙන් එක් එක් කෝණයේ අගය සොයන්න.

(i) $\sin \alpha = 0.6862$ (iii) $\cos \alpha = 0.9848$ (v) $\tan \alpha = 0.0349$

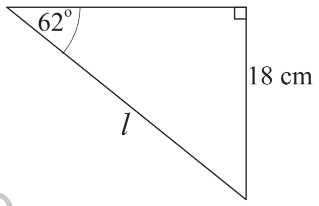
(ii) $\sin \beta = 0.3010$ (iv) $\cos \beta = 0.9050$ (vi) $\tan \beta = 1.771$

3. පහත දී ඇති එක් එක් ත්‍රිකෝණයේ 'l' මගින් දැක්වෙන පාදයේ දිග ගණනය කරන්න. (ඔබගේ පිළිතුර ආසන්න පළමු දශමස්ථානයට ලබා දෙන්න)

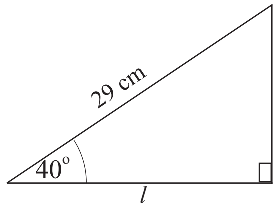
(i)



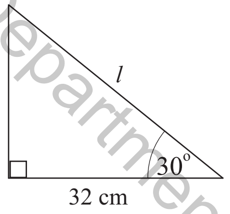
(ii)



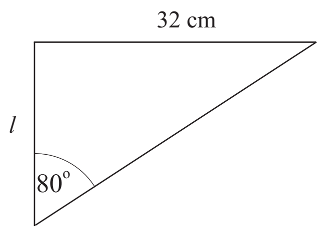
(iii)



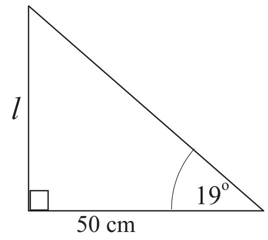
(iv)



(v)

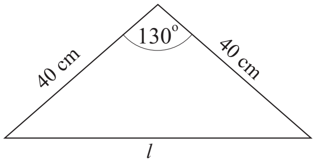


(vi)

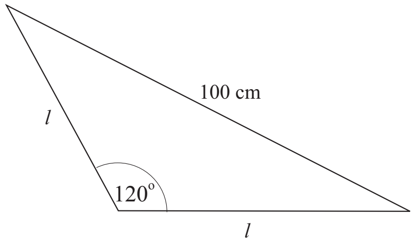


Educational Publications Department

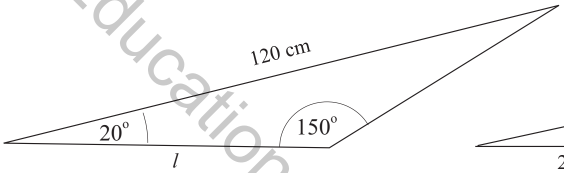
(vii)



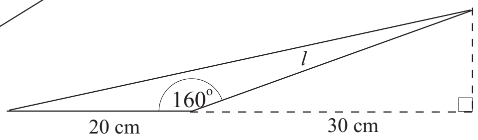
(viii)



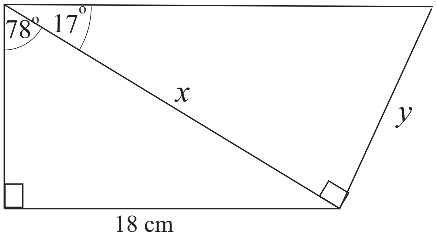
(ix)

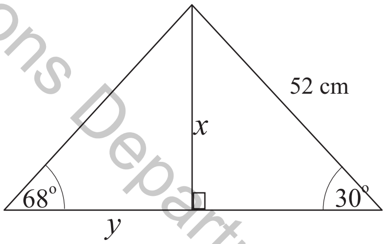


(x)

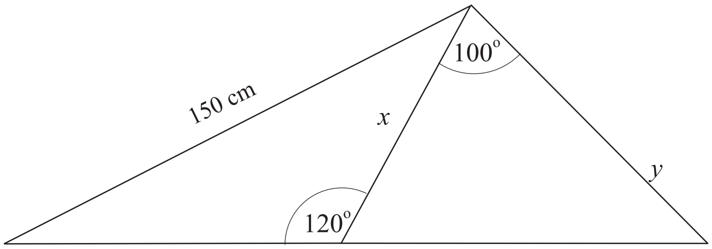


4. පහත දැක්වෙන එක් එක් රූපයේදී ඇති දත්ත අනුව x හා y හි අගය සොයන්න.



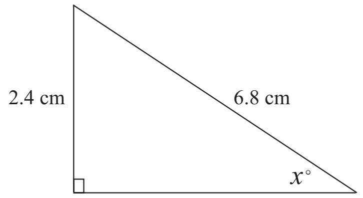


5. x හි අගය සොයන්න.

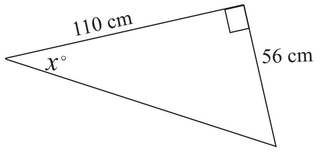


Educational Publications Department

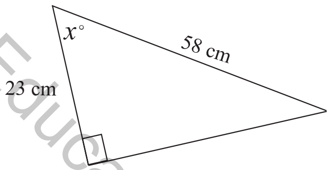
(i)



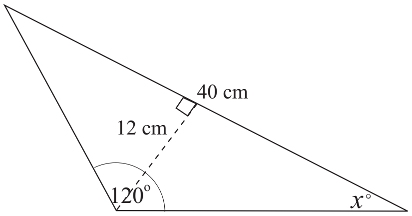
(ii)



(iii)

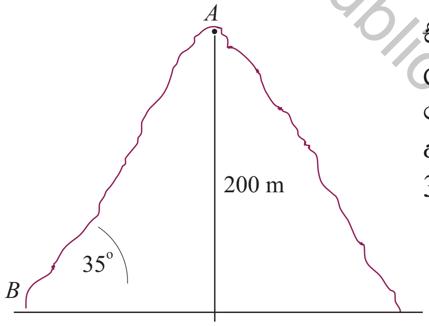


(iv)



6. කණුවක් සිරස්ව සිටුවා ඇත්තේ එහි මුදුනට ගැට ගසා ඇති ලණුවක් අනෙක් කෙළවර කණුවේ පාමුල සිට 10 mක් දුරින් කණුව පිහිටි සම බිමේ ඇති කුඤ්ඤයකට ලණුව ඇදී සිටින සේ ගැට ගැසීමෙනි. කණුවත් ලණුවත් අතර කෝණය 26°ක් නම් කණුවේ උස ගණනය කරන්න.

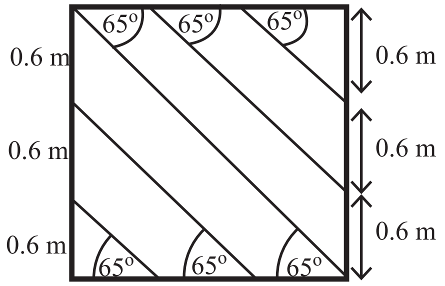
7.



සිරස් උස 200 m වූ කන්දක මුදුනේ වූ A ලක්ෂයේ සිට පාමුල B ලක්ෂ්‍යයක් වෙත කෙළින්ම කම්බියක් ඇදීමට අවශ්‍යව ඇත. AB කම්බියෙහි තිරස සමග ආනතිය 35° නම් එහි දිග සොයන්න.

8. සමචතුරස්‍රාකාර පතුලක් සහිත පිරමීඩයක පතුලේ පැත්තක දිග 60 cm ද ඇල දාරයේ දිග 50 cm ද වේ. මෙහි පතුල හා ත්‍රිකෝණාකාර මුහුණතක් යන තල දෙක අතර කෝණය සොයන්න.

9.



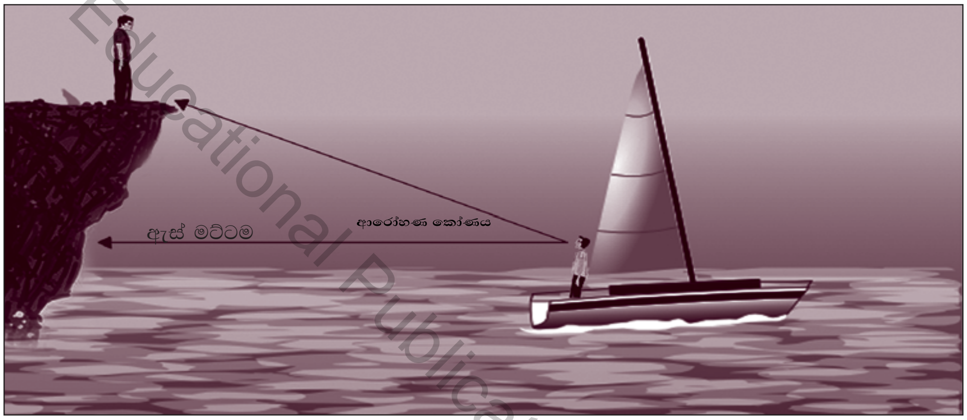
ජනෙල් සැකිල්ලක (Grill) හරස් කම්බි 3ක් යෙදිය යුතු ආකාරය රූපයේ දැක්වේ. ඒ එක් එක් කම්බියේ දිග සොයන්න. මුළු දිග 3.5 m වූ කම්බියක්, මෙම කොටස් 3 කපා ගැනීමට ප්‍රමාණවත් ද?

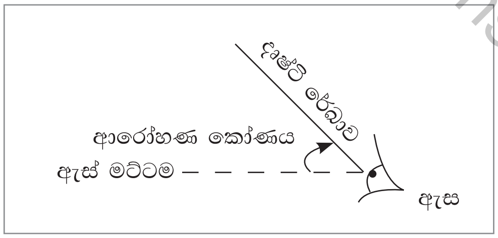
Educational Publications Department

2.4 ත්‍රිකෝණමිතික අනුපාතවල භාවිත තවදුරටත්

දැන් අපි මෙතෙක් උගත් ත්‍රිකෝණමිතික අනුපාත ද්විමාන සහ ත්‍රිමාන අවස්ථා ආශ්‍රිත ගණිතමය ගැටලු විසඳීම සඳහා තවදුරටත් යොදා ගන්නා ආකාරය විමසා බලමු.
මෙහිදී අප යමක් නිරීක්ෂණය කරන විට සෑදෙන කෝණවල ආකාර දෙකක් වන ආරෝහණ කෝණ හා අවරෝහණ කෝණ පිළිබඳ ව අධ්‍යයනය කරමු.

ආරෝහණ කෝණය

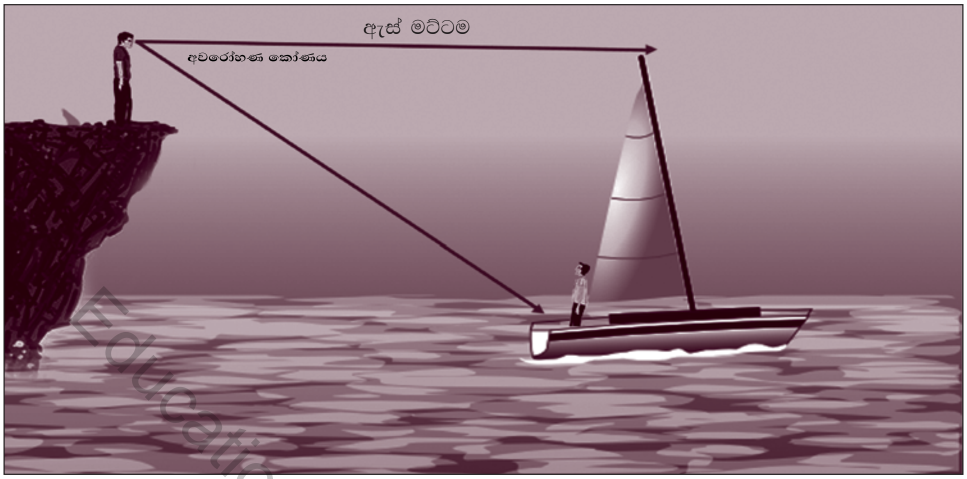


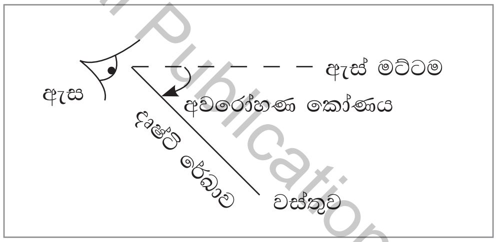


ඇස් මට්ටමට ඉහළින් පිහිටි යම් වස්තුවක් දෙස බැලීමේ දී නිරීක්ෂකයාගේ ඇස් මට්ටමත් (තිරස් රේඛාවත්) වස්තුව දෙස බලන දෘෂ්ටි රේඛාවත් අතර කෝණය, ආරෝහණ කෝණය ලෙස හැඳින්වේ.

Educational Publications Department

අවරෝහණ කෝණය





ඇස් මට්ටමට වඩා පහළින් පිහිටි යම් වස්තුවක් දෙස බැලීමේ දී නිරීක්ෂකයාගේ ඇස් මට්ටමත්, (තිරස් රේඛාවත්) වස්තුව දෙස බලන දෘෂ්ටි රේඛාවත් අතර කෝණය අවරෝහණ කෝණය ලෙස හැඳින්වේ.

Educational Publications Department

නිදසුන 1

25 m උස සිරස් කණුවක පාමුල සිට 20 m තිරස් දුරින් එම තිරස් තලයේ ම පිහිටි ලක්ෂ්‍යයක සිට කණුව මුදුනේ ආරෝහණ කෝණය සොයන්න.

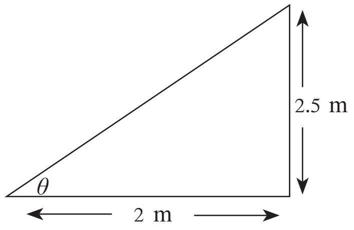
විසඳුම

මුලින් ම අපි ඉහත තොරතුරු දැක්වීමට දළ රූප සටහනක් අඳිමු.

$$\tan\theta = \frac{2.5}{2}$$

$$\tan\theta = 1.25$$

$$\theta = 51^{\circ}\,20'$$



වගු සැලකීමෙන්,

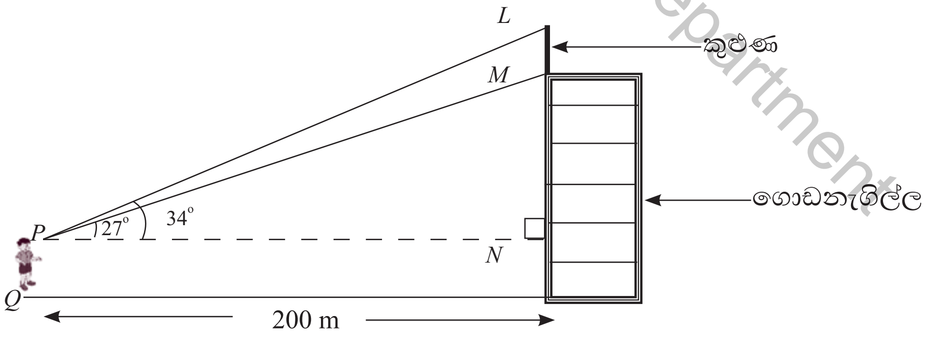
කණුව මුදුනේ ආරෝහණ කෝණය $51^{\circ}\,20'$ වේ.

නිදසුන 2

එකම තිරස් බිමේ ඇති තට්ටු ගොඩනැගිල්ලක පාමුල සිට 200 mක් දුරින් සිටින නුවන්ට ගොඩනැගිල්ලේ ඉහළ ම මහලේ වහල සහ වහලය මත පිහිටි කුළුණක මුදුන පෙනෙන ආරෝහණ කෝණ පිළිවෙළින් 27° සහ 34° වේ. කුළුණේ උස ආසන්න මීටරයට සොයන්න.

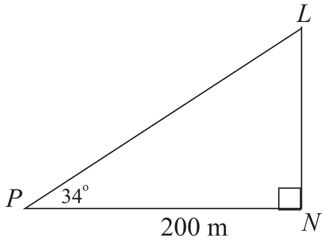
විසඳුම

ගණනය කිරීමේ පහසුව සඳහා රූපසටහනක් ඇඳ, දක්වා ඇති පරිදි අංකනය කර ගනිමු.



දැන් පහසුව සඳහා එක් එක් ත්‍රිකෝණය වෙන වෙන ම සළකමු.

Educational Publications Department

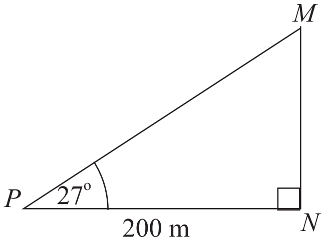


PNL ත්‍රිකෝණය සැලකීමෙන්,

$$\tan 34^\circ = \frac{LN}{200}$$

$$\therefore LN = 200 \times \tan 34^\circ$$
$$\Rightarrow LN = 134.90$$

PMN ත්‍රිකෝණය සැලකීමෙන්,



$$\tan 27^\circ = \frac{MN}{PN}$$

කුළුණේ උස $\tan 27^\circ = \dfrac{MN}{200}$

$$\therefore MN = 200 \times \tan 27^\circ$$
$$\Rightarrow MN = 101.9$$
$$= LM = LN - MN$$
$$= 134.90 - 101.91$$
$$= 32.99$$
$$\approx 33$$

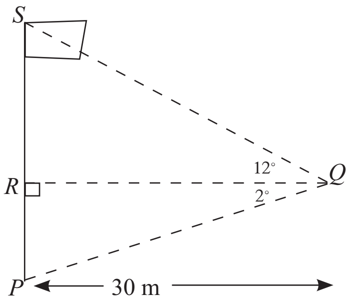
$\therefore$ කුළුණේ උස ආසන්න මීටරයට 33 m වේ.

මෙවැනි ගැටලුවල දී අවසාන පිළිතුර තෙක් දශමස්ථාන කිහිපයක් සහිතව සුළු කර අවසාන පිළිතුර පමණක් වැටයීම මගින් වඩාත් නිවැරදි පිළිතුරක් ලබා ගත හැකි ය.

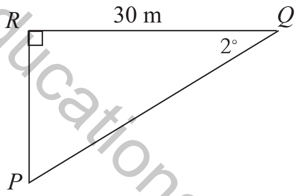
නිදසුන 3

කොඩි ගසක පාමුල සිට සම බිමෙහි 30 mක් දුරින් සිටින ළමයෙකුට කොඩි ගසේ මුදුන පෙනෙන ආරෝහණ කෝණය 12° ද පාමුල පෙනෙන අවරෝහණ කෝණය 2° ද නම් කොඩි ගසේ උස ආසන්න පූර්ණ සංඛ්‍යාවට සොයන්න.

Educational Publications Department



PQR ත්‍රිකෝණය සැලකීමෙන්,



$$\tan 2^\circ = \frac{PR}{QR}$$

$$\tan 2^\circ = \frac{PR}{30}$$

$$\therefore \quad PR = 30 \tan 2^\circ$$

$$\Rightarrow PR = 1.05$$

QSR ත්‍රිකෝණය සැලකීමෙන්,

$$\tan 12^\circ = \frac{SR}{QR}$$

$$\tan 12^\circ = \frac{SR}{30}$$

$$SR = 30 \tan 12^\circ$$

$$\Rightarrow SR = 6.38 \text{ m}$$

$$= PR + RS$$

$$= 1.05 + 6.38$$

$$= 7.43$$

$$\simeq 7$$

කොඩි කණුවේ උස ආසන්න ලෙස 7 m වේ.

Educational Publications Department

2.4 අභ්‍යාසය

1. මිනිසෙකු කණුවක පාමුල සිට 15.5 m දුරින් සිටී. ඔහුගේ ඇස්මට්ටමට කණුව පිහිටි සමබිමේ සිට ඇති උස 1.5 m වන අතර ඔහු කණුවේ මුදුන දෙස බැලීමේ දී සැදෙන ආරෝහණ කෝණය 30^{o}කි. කණුවේ උස සොයන්න.

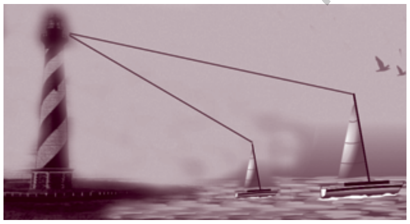
2. ගොඩනැගිල්ලක මුදුනේ අකුණු සන්නායකයක් සවිකර ඇත. ගොඩනැගිල්ල පිහිටි සම බිමේ එහි පාමුල සිට 20 m දුරින් පිහිටි P ලක්ෂ්‍යයක සිට අකුණු සන්නායකයේ පාමුල සහ මුදුනේ ආරෝහණ කෝණ පිළිවෙළින් 40^{o} හා 45^{o}වේ. අකුණු සන්නායකයේ උස ගණනය කරන්න.

3. කන්දක පාමුල මට්ටමේ සිට මුදුන නිරීක්ෂණය කරන්නෙකුට කන්ද මුදුන පෙනෙන ආරෝහණ කෝණය 28^{o} වේ. කන්ද දෙසට 50 mක් සමබිමේ ඇවිද ගොස් කන්දේ මුදුන නිරීක්ෂණය කළ විට කන්ද මුදුන පෙනෙන ආරෝහණ කෝණය 62^{o}කි. කන්දේ උස සොයන්න.

4. ගසක පාමුල මට්ටමේ සිට ගොඩනැගිල්ලක් දෙස බලන්නෙකුට ගොඩනැගිල්ලේ මුදුන පෙනෙන ආරෝහණ කෝණය 60°කි. ඔහු ගසට නැග පොළොවේ සිට 8 m ඉහළ තැනක සිට ගොඩනැගිල්ලේ මුදුන දෙන බලන විට ගොඩනැගිල්ල මුදුනේ ආරෝහණ කෝණය 45^{o}කි. ගොඩනැගිල්ලේ උස ආසන්න මීටරයට සොයන්න.

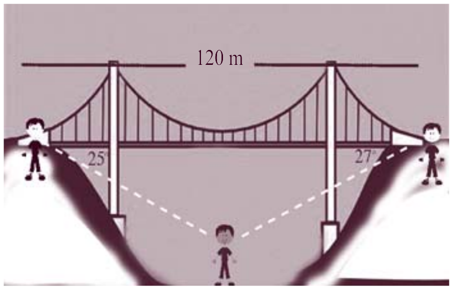
5. ගසක මුදුන දෙස බලන ළමයෙකුට ගසේ මුදුන පෙනුන ආරෝහණ කෝණය 30°කි. ඔහු ගස දෙසට 20 mක් ගමන් කර ගසේ මුදුන දෙස නැවත බලයි. එවිට ඔහුට ගසේ මුදුන පෙනෙන ආරෝහණ කෝණය 60^{o}වේ. ළමයාගේ උස නොසලකා හරිමින් ගසේ උස සොයන්න.

6. ප්‍රදීපාගාරයක මුදුනේ සිට බලන්නෙකුට යාත්‍රා දෙකක් පෙනෙන අවරෝහණ කෝණ පිළිවෙළින් 30^{o} හා 45^{o} වේ. ප්‍රදීපාගාරයේ උස 30 m නම් යාත්‍රා දෙක අතර දුර සොයන්න.



Educational Publications Department

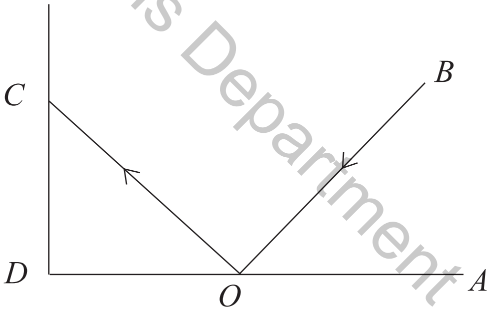
7. කඳු දෙකක් යා කරන 120m දිග පාලමක් හරහා ගමන් කරන මිනිසෙක් පාලමේ එක් කෙළවරක දී ප්‍රපාතයේ ගැඹුරුම තැන දකින අවරෝහණ කෝණය 25° කි. ඔහු පාලම තරණය කර එහි අනෙක් කෙළවරට ගිය විට එතැන සිට ගැඹුරුම තැන දකින අවරෝහණ කෝණය 27°කි. එම තොරතුරුවලට අනුව ප්‍රපාතයේ ගැඹුර සොයන්න.



8. 50 m උස කණුවක පාමුල සිට ඊට ඉදිරියෙන් ඇති කණුවක මුදුන පෙනෙන ආරෝහණ කෝණය 10°කි. දෙවන කණුව පාමුල සිට මුල් කණුවේ මුදුන පෙනෙන ආරෝහණ කෝණය 30°කි.
   (i) කණු දෙක අතර දුර සොයන්න.
   (ii) දෙවන කණුවේ උස සොයන්න.

9. සෘජුකෝණාස්‍රාකාර පිට්ටනියක සම්මුඛ ශීර්ෂ අතර දුර 90 mකි. සම්මුඛ ශීර්ෂ යා කරන රේඛාව එක් දාරයකට 40°ක ආනතියක් දරයි. පිට්ටනියේ දිග හා පළල ආසන්න මීටරයට සොයන්න. පිට්ටනියේ එක් මුල්ලක පුවක් ගසක් ඇත. සම්මුඛ ශීර්ෂයේ සිට එහි මුදුන දකින ආරෝහණ කෝණය 8°ක් නම් ගසේ උස ආසන්න මීටරයට සොයන්න.

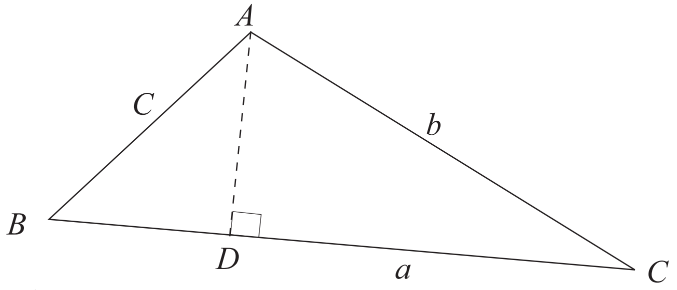
10. රූපයේ දැක්වෙන පරිදි BO ආලෝක කිරණයක් DA ඔස්සේ පිහිටුවා ඇති කැඩපතක වැදී OC ලෙස පරාවර්තනය වන්නේ $A\hat{O}B = D\hat{O}C$ වන පරිදි ය. $O\hat{A}B$ කෝණය වැඩි කරන විට C ලක්ෂ්‍යයට කුමක්වේ දැයි පහදන්න.



රූපයේ දැක්වෙන පරිදි BO ආලෝක කිරණයක් DA ඔස්සේ පිහිටුවා ඇති කැඩපතක වැදී OC ලෙස පරාවර්තනය වන්නේ $A\hat{O}B = D\hat{O}C$ වන පරිදිය.

Educational Publications Department

2.5 ත්‍රිකෝණයක වර්ගඵලය



දී ඇති ABC ත්‍රිකෝණයේ A ට සම්මුඛ පාදයේ දිග a ලෙස ද B ට සම්මුඛ පාදයේ දිග b ලෙස ද C ට සම්මුඛ පාදයේ දිග C ලෙස ද දී ඇත. මෙම අංකනය ත්‍රිකෝණයක සම්මත අංකනය ලෙස ගැනේ. ඊට අමතරව එක් එක් ශිර්ෂයට අදාළ කෝණය එම අක්ෂරයෙන්ම අංකනය කරන බව ද මේ වන විට ඔබ දනී.

මෙම සම්මත අංකනය ඇසුරින් ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය (s) ලබා ගනිමු.
ඒ සඳහා A සිට BC පාදයට ඇඳි ලම්බය AD යැයි ගනිමු.

$ABC\ \Delta$ යේ වර්ගඵලය $= \frac{1}{2} \times$ ආධාරකයේ දිග $\times$ ලම්බ උස

$$= \frac{1}{2} \times BC \times AD$$

$$= \frac{1}{2} \times a \times AD$$

ADC සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණයට අනුව $\text{Sin } C = \frac{AD}{AC}$

$$\therefore \sin C = \frac{AD}{b}$$

$$\therefore AD = b \sin C$$

$\therefore \Delta$ යේ වර්ගඵලය $= \frac{1}{2} \times a \times b \text{ Sin } C$

$$\boxed{S = \frac{1}{2} ab \sin C}$$

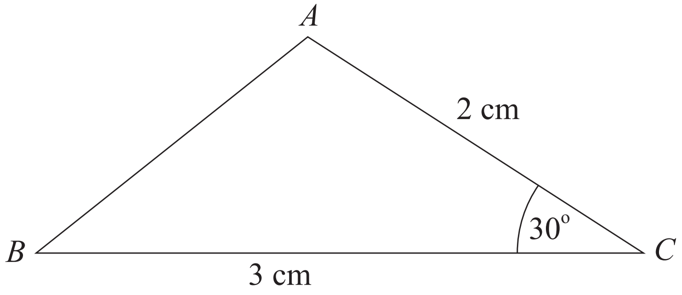
මෙලෙසම $ABC\ \Delta$ යේ වර්ගඵලය $\boxed{S = \frac{1}{2} bc \sin A}$ හා $\boxed{S = \frac{1}{2} ac \sin B}$ යන සූත්‍ර මගින් ද ලබාගත හැකි ය.

සටහන: මෙම සූත්‍ර මගින් ත්‍රිකෝණයක පාද දෙකක දිග හා ඒ පාද අතර කෝණයේ සයින් අගයත් දන්නේ නම් එම ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය සෙවිය හැකි ය.

Educational Publications Department

නිදසුන

පහත දී ඇති ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය සොයන්න.

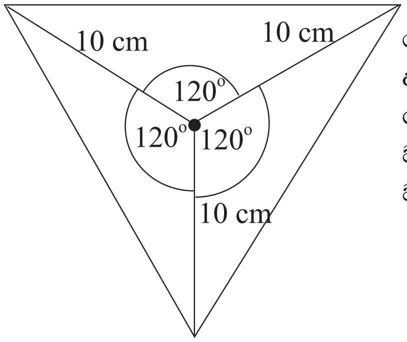


$ABC\,\Delta$ යේ වර්ගඵලය $= \frac{1}{2} \times 2 \times 3 \times \text{Sin } 30^\circ \text{ cm}^2$

$= \frac{1}{2} \times 2 \times 3 \times \frac{1}{2} \text{ cm}^2$

$= \frac{3}{2} \text{ cm}^2$

නිදසුන



රූපයේ දී ඇති ආකාරයට ත්‍රිකෝණාකාර ආස්තරයක් වර්ගඵලය සමාන ත්‍රිකෝණ තුනකට වෙන්කර ගැනේ. එම එක් ත්‍රිකෝණයක වර්ගඵලය සොයා සම්පූර්ණ ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය සොයන්න.

එක් ත්‍රිකෝණයක වර්ගඵලය $= \frac{1}{2} \times 10 \times 10 \times \text{Sin } 120^\circ \text{ cm}^2$

$= \frac{1}{2} \times 100 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ cm}^2 \left(\text{Sin } 120^\circ = \text{Sin } 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

$= 25\sqrt{3} \text{ cm}^3$

සම්පූර්ණ ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය $= 3 \times 25\sqrt{3} \text{ cm}^2$

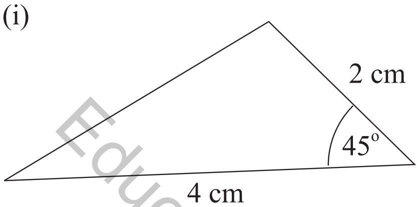
$= 75\sqrt{3} \text{ cm}^2$

Educational Publications Department

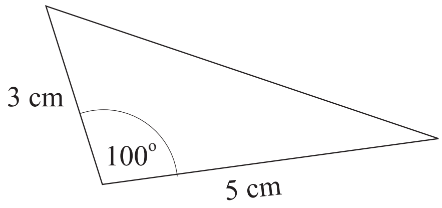
2.4 අභ්‍යාසය

1. පහත දී ඇති ත්‍රිකෝණවල වර්ගඵලය සොයන්න.

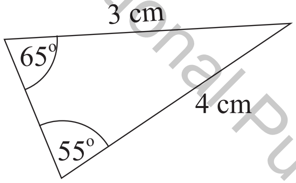
(i)



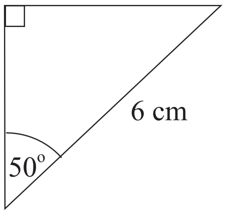
(ii)



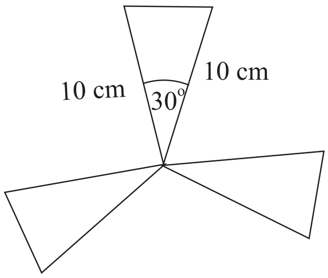
(iii)



(iv)

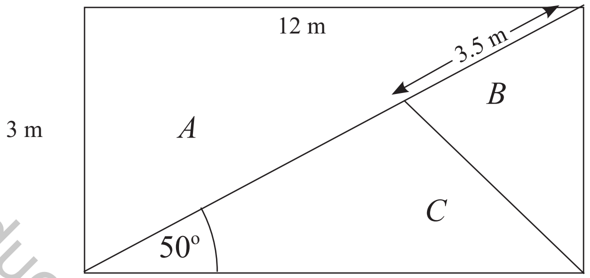


2. පහත දැක්වෙන සුළං පෙත්ත සඳහා අවශ්‍ය තහඩුවල වර්ගඵලය සොයන්න. පෙති තුන එකිනෙකට සමාන වේ.



Educational Publications Department

3. රූපයේ දැක්වෙන ආකාරයට ළදරු පාසලක සෘජුකෝණාකාර බිත්තියක් පාට තුනකින් තීන්ත ආලේප කිරීම සඳහා A, B හා C ලෙස කොටස් 3කට බෙදා ඇත.



(i) A, B, C එක් එක් කොටසේ වර්ගඵලය සොයන්න.

(ii) 10 m^2 ප්‍රමාණයක තීන්ත ආලේප කිරීමට තීන්ත 100 ml අවශ්‍ය නම් A, B හා C කොටස් සඳහා අවශ්‍ය තීන්ත ප්‍රමාණ වෙන වෙනම සොයන්න.

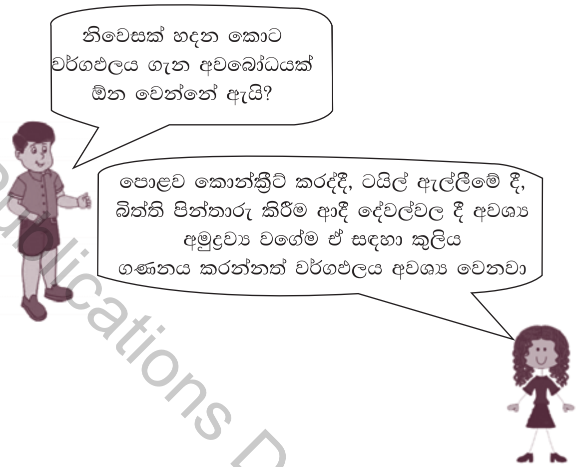
Educational Publications Department

3

- **තල රූපවල වර්ගඵලය**
  - සමචතුරස්‍රය
  - සෘජුකෝණාස්‍රය
  - ත්‍රිකෝණය
  - සමාන්තරාස්‍රය
  - ත්‍රපීසියම
  - කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩය
- **ඝන වස්තුවල පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය**
  - ප්‍රිස්ම
    * ඝනකාභය
    * ඝනකය
    * ත්‍රිකෝණාකාර ප්‍රිස්මය
  - සිලින්ඩරය
  - පිරමීඩය
  - කේතුව
  - ගෝලය

වර්ගඵලය

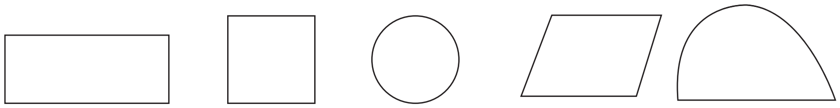
එදිනෙදා ජීවිතයේ දී "ඉඩ" ප්‍රශස්ත මට්ටමින් ප්‍රයෝජනයට ගැනීම සඳහා වර්ගඵලය පිළිබඳ අවබෝධයක් තිබීම ඉතා වැදගත් ය. නිදසුනක් ලෙස නිවෙසක් තැනීමේ අවස්ථාවක් සලකමු. නිවසේ මූලික සැලසුම ඇඳීමේ නිවස ගොඩනැගීමේ සහ ගෘහ අලංකරණය දක්වා ම වර්ගඵලය පිළිබඳ අවබෝධය ඉතා වැදගත් වේ.



උද්‍යාන අලංකරණය, නගර සැලසුම් කිරීම වැනි කටයුතුවල දී ද වර්ගඵලය පිළිබඳ ව අවබෝධයක් තිබීම වැදගත් ය.

තල රූපවල වර්ගඵලය, ඝනවස්තුවල පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය ආදී මාතෘකා ඔස්සේ වර්ගඵලය පිළිබඳ විමසා බැලිය හැකි ය. මුලින් ම අපි තල රූපවල වර්ගඵලය යන්නෙන් අදහස් වන්නේ කුමක් දැයි විමසා බලමු.

3.1 තල රූපවල වර්ගඵලය



ඉහත රූපවල පෙන්වා ඇත්තේ සරල රේඛා හෝ වක්‍ර රේඛා ඛණ්ඩවලින් වටවූ සංවෘත, එක් තලයක ඇඳි රූප වේ. මේවා තල රූප ලෙස හඳුන්වනු ලැබේ.

Educational Publications Department

යම්කිසි තල රූපයක් සඳහා අවශ්‍ය මතුපිට ඉඩ ප්‍රමාණය, එම තල රූපයේ වර්ගඵලය යන්නෙන් අදහස් කෙරෙන බව ඔබ දැනටමත් දන්නවා ඇත.

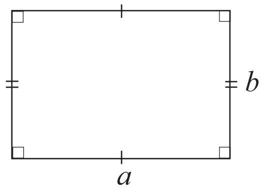
වර්ගඵලයේ ඒකක වන්නේ "වර්ග ඒකක" වේ.

එනම්,
වර්ගඵලයේ ඒකක ලෙස වර්ග කිලෝමීටර (km^2), වර්ග මීටර (m^2), වර්ග සෙන්ටිමීටර (cm^2), වර්ග මිලිමීටර (mm^2) ආදිය භාවිත කෙරේ.

තවද හෙක්ටෙයාර, ආර, අක්කර, පර්චස් වැනි ඒකකවලින් ද වර්ගඵලය මැනිය හැකි ය. **වර්ගමීටර (m^2) වර්ගඵලයෙහි සම්මත ඒකකය ලෙස සැලකේ.** එම නිසා හැකි සෑම විට ම වර්ගඵලය වර්ගමීටරවලින් ප්‍රකාශ කිරීම සුදුසු ය.

දැන් සමචතුරස්‍රය, සෘජුකෝණාස්‍රය, ත්‍රිකෝණය, සමාන්තරාස්‍රය, ත්‍රපීසියම, වෘත්තය වැනි ජ්‍යාමිතික හැඩතලවල වර්ගඵලය සෙවීමේ ක්‍රම මතකයට නගා ගනිමු.

සෘජුකෝණාස්‍රය



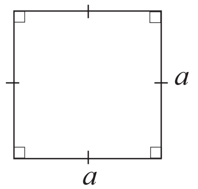
වර්ගඵලය $= \text{දිග} \times \text{පළල}$

$= a \times b$

$= \underline{\underline{ab}}$

සෘජුකෝණාස්‍රයක විශේෂ අවස්ථාවක් වන දිග හා පළල සමාන වන අවස්ථාව හෙවත් සමචතුරස්‍රය සලකමු.

සමචතුරස්‍රය



වර්ගඵලය $= \text{පැත්තක දිග} \times \text{පැත්තක දිග}$

$= a \times a$

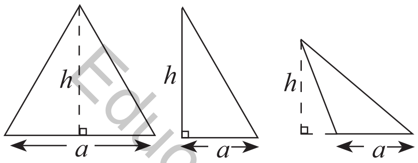
$= \underline{\underline{a^2}}$

Educational Publications Department

ත්‍රිකෝණය

සුළුකෝණික, සෘජුකෝණික හා මහාකෝණික ත්‍රිකෝණ ලෙස ත්‍රිකෝණ වර්ගීකරණය කළ හැකි අතර ඕනෑම ත්‍රිකෝණයක වර්ගඵලය $\frac{1}{2}\times$ ආධාරකය $\times$ ලම්බ උස මගින් ලැබේ. මෙහි දී ආධාරකය ලෙස ත්‍රිකෝණයේ ඕනෑම පාදයක් තෝරා ගත හැකි අතර එවිට ලම්බ උස වන්නේ එම ආධාරකය ලෙස තෝරා ගත් පාදයට සම්මුඛ ශීර්ෂයේ සිට ඇති ලම්බ දුරයි.

ඒ අනුව,



$$\text{වර්ගඵලය} = \frac{1}{2} \times \text{ආධාරකය} \times \text{ලම්බ උස}$$

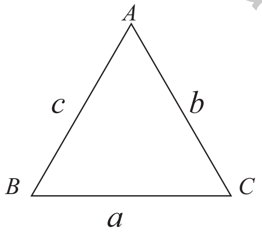
$$= \frac{1}{2} \times a \times h$$

$$= \frac{1}{2}\, ah$$

* පහත දැක්වෙන ආකාරයට ත්‍රිකෝණමිතික අනුපාත ඇසුරෙන් ද ත්‍රිකෝණයක වර්ගඵලය සඳහා ප්‍රකාශනයක් ලබා ගත හැකි ය.

මුලින්ම ත්‍රිකෝණයක සම්මත අංකනය යන්නෙන් අදහස් වන්නේ කුමක්දැයි විමසා බලමු.

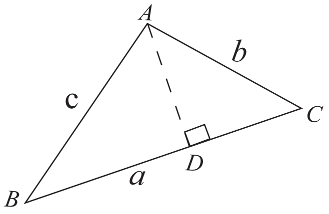
ඕනෑ ම ABC ත්‍රිකෝණයක් සඳහා සම්මත අංකනය



ඕනෑම ABC ත්‍රිකෝණයක් A, B සහ C ශීර්ෂවලට සම්මුඛ පාදවල දිග පිළිවෙළින් a,b සහ c ලෙස ලියනු ලැබීමත් BAC කෝණය $\hat{A}$ ලෙස ද ABC කෝණය $\hat{B}$ ලෙස ද ACB කෝණය $\hat{C}$ ලෙස ද ලියනු ලැබීමත් සම්මත අංකනයයි.

ත්‍රිකෝණයක වර්ගඵලය සඳහා සූත්‍රය (ත්‍රිකෝණමිතික අනුපාත ඇසුරෙන්)

ABC ත්‍රිකෝණයක සලකමු.



Educational Publications Department

සම්මත අංකනයට අනුව, $BC = a, AC = b, AB = c$ වේ. A සිට BC පාදයට ඇඳි ලම්බයේ අඩිය D ලෙස ගනිමු.

මීළඟට $ABD\Delta$ සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණය සැලකීමෙන්,

$$\sin B = \frac{AD}{AB}$$
$$\Rightarrow AD = c\sin B$$

දැන්,

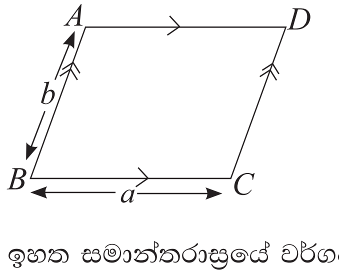
$$ABC\Delta \text{ යේ වර්ගඵලය } = \frac{1}{2}\times BC\times AD$$
$$= \frac{1}{2}\times a\times c\sin B$$
$$= \frac{1}{2}ac\sin B.$$

මේ ආකාරයට ම, B හා C ශීර්ෂවල සිට සම්මුඛ පාදවලට ලම්බ ඇඳි විට ලැබෙන සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණය සැලකීමෙන් $ABC\Delta$ යේ වර්ගඵලය $= \frac{1}{2}bc\sin A = \frac{1}{2}ab\sin C$

බව ද පෙන්විය හැකි ය.

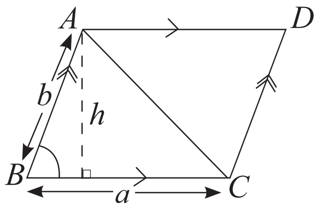
එනම් $ABC\Delta$ යේ වර්ගඵලය $= \frac{1}{2}ac\sin B = \frac{1}{2}bc\sin A = \frac{1}{2}ab\sin C\cdot$

සමාන්තරාස්‍රය



ඉහත සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය ත්‍රිකෝණ වර්ගඵල ඇසුරෙන් ලබා ගත හැකි ය. ඒ සඳහා මෙම සමාන්තරාස්‍රය සමාන ත්‍රිකෝණ දෙකක් ලැබෙන පරිදි වෙන්කර ගනිමු. මේ සඳහා AC විකර්ණය ඇඳ A සිට BC ට ලම්බයක් අඳිමු.

Educational Publications Department



$ABCD$ සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය = 2 × ABC ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය

ABC ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය $= \frac{1}{2} \times a \times h$

ඒ අනුව,

$ABCD$ සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය $= \frac{1}{2} \times ah \times 2$

$= ah$

සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය = පාදයක දිග × එම සමාන්තර පාද අතර පරතරය

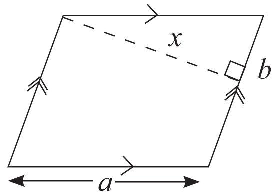
වර්ගඵලය $= a \times h$

$= ah$

වර්ගඵලය $= a \times b \sin B$

සටහන :

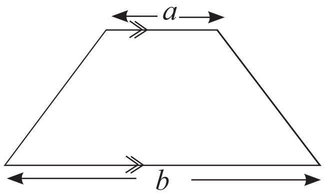
ආධාරක පාදය b වන විට ලම්බ උස x වේ. එවිට සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය පහත පරිදි වේ.



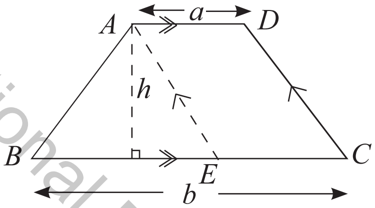
වර්ගඵලය = bx

Educational Publications Department

ත්‍රපීසියම



ත්‍රපීසියම, පහත දක්වා ඇති පරිදි ත්‍රිකෝණයකට හා සමාන්තරාස්‍රයකට වෙන් කර ගෙන එහි වර්ගඵලය සොයමු.



$ABCD$ ත්‍රපීසියමේ වර්ගඵලය = ABE ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය + $AECD$ සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය

ABE ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය $= \frac{1}{2}(b-a)\,h$

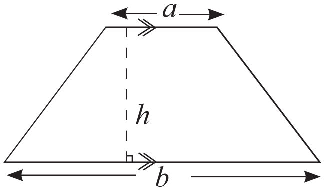
$AECD$ සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය $= ah$

ඒ අනුව ත්‍රපීසියමේ වර්ගඵලය $= \frac{1}{2}(b-a)\,h + ah$

$= \frac{1}{2}(a+b)\,h$

එනම් ත්‍රපීසියමේ වර්ගඵලය $= \frac{1}{2} \times$ සමාන්තර පාද දෙකේ එකතුව $\times$ සමාන්තර පාද අතර ලම්බ උස

එනම්,

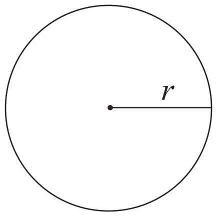


වර්ගඵලය $= \frac{1}{2}(a+b)h$

Educational Publications Department

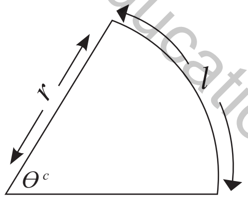
වෘත්තය

අරය r වූ වෘත්තයක වර්ගඵලය සඳහා සූත්‍රය පහත පරිදි වේ.



වර්ගඵලය $= \underline{\underline{\pi r^2}}$

කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩය



ඉහත රූපයේ දැක්වෙන්නේ අරය r වන කේන්ද්‍ර කෝණය θ ද වන කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයකි. මෙහි θ රේඩියනවලින් මැන ඇත.

θ කෝණය මඟින් වෘත්තය මත ආපාතනය කරන චාප කොටසේ දිග l නම් $l = r\theta^c$

අරය r වූ වෘත්තයක් සඳහා, කේන්ද්‍ර කෝණය 2π වේ. එවිට වර්ගඵලය πr^2 වේ.

කේන්ද්‍ර කෝණය 1^c වන කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයක වර්ගඵලය $= \dfrac{\pi r^2}{2\pi} = \dfrac{1}{2} r^2$

කේන්ද්‍ර කෝණය θ^c වූ කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයක වර්ගඵලය $= \dfrac{1}{2} r^2 \times \theta^c$

$$= \underline{\underline{\frac{1}{2} r^2 \theta^c}}$$

එවිට, කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ වර්ගඵලය $S = \dfrac{1}{2} r^2 \theta^c$

θ අංශකවලින් දී ඇති විට,

රේඩියන $\pi = 180^\circ$ බැවින්, රේඩියන $2\pi = 360^\circ$ වේ.

එවිට අරය r වූ වෘත්තයක වර්ගඵලය $= \pi r^2$ වේ.

Educational Publications Department

කේන්ද්‍ර කෝණය 1^0ක කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයක වර්ගඵලය $= \frac{\pi r^2}{360^{\circ}}$

කේන්ද්‍ර කෝණය θක කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයක වර්ගඵලය $= \frac{\pi r^2}{360^{\circ}} \times \theta$

නිදසුන 1

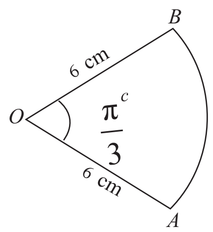
අරය 6 cm වූ ද කේන්ද්‍රයේ $\frac{\pi^c}{3}$ කෝණයක් ආපාතනය කරන්නා වූ ද වෘත්ත චාපයක දිග ගණනය කරන්න.

විසඳුම

AB චාප කොටසේ දිග $= r\theta$

$= 6 \text{ cm} \times \frac{\pi}{3}$

$= \underline{2\pi \text{ cm}}$

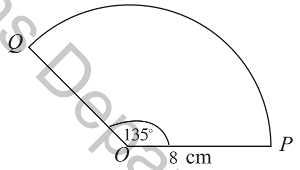


නිදසුන 2

දී ඇති රූපයේ,

(i) පරිමිතිය,

(ii) වර්ගඵලය සොයන්න.



විසඳුම

OPQ හි පරිමිතිය සෙවීම සඳහා PQ හි දිග සොයා ගත යුතු වේ.

චාප කොටසේ දිග $= r\theta$

එහෙත් මෙහි θ හි අගය රේඩියනවලින් ආදේශ කළ යුතු බැවින් දී ඇති කෝණය රේඩියනවලින් ලියා ගනිමු.

Educational Publications Department

$$180^0 = \pi^c$$

$$135^0 = \frac{\pi^c}{180^0} \times 135^0$$

$$= \frac{3}{4}\pi^c \text{ වේ.}$$

අරය r හා කේන්ද්‍රික කෝණය θ වන වෘත්ත චාපයක චාප කොටසේ දිග $r\theta$ වන බැවින්,

චාප කොටසේ දිග $= 8 \times \frac{3\pi}{4} = 6\pi$ cm

$\therefore$ රූපයේ පරිමිතිය $= 6\pi + 8 + 8$

$= \underline{\underline{16 + 6\pi}}$

ඉහත දී ඇති රූපයේ වර්ගඵලය $= \frac{1}{2} r^2\theta$

$= \frac{1}{2} \times 8^2 \times \frac{3\pi}{4}$

$= \underline{\underline{24\pi \text{ cm}^2}}$

සටහන: මෙවැනි පිළිතුරු π ඇසුරෙන් ඉදිරිපත් කළ හැකි ය. අවශ්‍ය විටක සුදුසු පරිදි එහි ආසන්න අගයක් ආදේශ කර පිළිතුර ආසන්නම ලබා ගත හැකි ය.

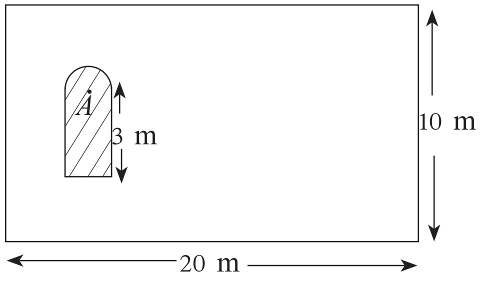
3.2 ➡ සංයුක්ත තල රූප ආශ්‍රිත යෙදීම්

නිදසුන 3

විශේෂිත තල රූප දෙකක් හෝ කිහිපයක් සම්බන්ධ වන සංයුක්ත තල රූපවල වර්ගඵල සොයන ආකාරය පහත දැක්වෙන නිදසුන් ඇසුරෙන් විමසා බලමු.

දී ඇති රූපයේ පෙන්වා ඇත්තේ ඍජුකෝණාස්‍රාකාර උද්‍යානයක සැලැස්මකි. එහි අඳුරු කර පෙන්වා ඇත්තේ සැකසීමට නියමිත පොකුණක දළ සටහන ය. එය අරය 140 cm වූ අර්ධ වෘත්තාකාර කොටසකින් හා ඍජුකෝණාස්‍රාකාර කොටසකින් සමන්විත ය (π හි අගය ආසන්න ලෙස $\frac{22}{7}$ බව සලකන්න).

Educational Publications Department



(i) සෑදීමට නියමිත පොකුණ සඳහා අවශ්‍ය වන ඉඩ ප්‍රමාණය සොයන්න.
(ii) උද්‍යානයේ ඉතිරි කොටසේ තණකොළ වැවීමට නියමිත ය. තණකොළ වැවීමට නියමිත ඉඩ ප්‍රමාණය කොපමණ ද ?

Educational Publications Department

අර්ධ වෘත්තාකාර කොටසේ වර්ගඵලය $= \frac{1}{2}\pi r^2$

$= \frac{1}{2} \times \frac{22}{7} \times 1.4 \times 1.4 = 3.08$

එනම් අර්ධ වෘත්තාකාර කොටසේ වර්ගඵලය 3.08 m^2 වේ.

සෘජුකෝණාස්‍රාකාර කොටසේ පළල, වෘත්තාකාර කොටසේ විෂ්කම්භයට සමාන වන බැවින්,

සෘජුකෝණාස්‍රාකාර කොටසේ පළල $= 1.4 \times 2 = 2.8$ වේ.

සෘජුකෝණාස්‍රාකාර කොටසේ වර්ගඵලය $= 2.8 \times 3$
$= 8.4$

මුළු පොකුණට අවශ්‍ය ඉඩ ප්‍රමාණය $= 8.4 + 3.08$
$= \underline{\underline{11.48}}$

එනම් මුළු පොකුණට අවශ්‍ය ඉඩ ප්‍රමාණය 11.48 m^2 වේ.

(ii) උද්‍යානයේ මුළු වර්ගඵලය $= 20 \times 10$
$= 200$

එනම් උද්‍යානයේ මුළු වර්ගඵලය 200 m^2 වේ.

තණකොළ වැවීමට නියමිත ඉඩ ප්‍රමාණය = උද්‍යානයේ මුළු වර්ගඵලය – පොකුණේ වර්ගඵලය

= 200 – 11.48

= 188.52

∴ තණකොළ වැවීමට නියමිත ඉඩ ප්‍රමාණය 188.52 m^2 වේ.

3.1 අභ්‍යාසය

Educational Publications Department

1. හිස්තැන් පුරවන්න.

(i) 60 m^2 = ... cm^2

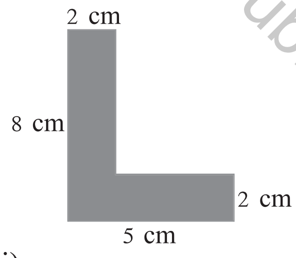
(ii) 170 cm^2 = ... m^2

(iii) 5 mm^2 = ... cm^2

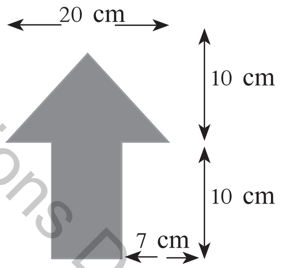
(iv) 16 cm^2 = ... mm^2

2. පහත දී ඇති එක් එක් රූපයේ අඳුරු කළ කොටසේ වර්ගඵලය සොයන්න.

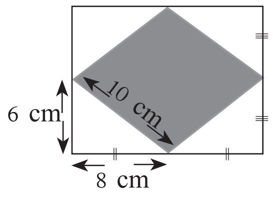
(i)



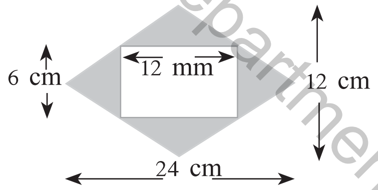
(ii)



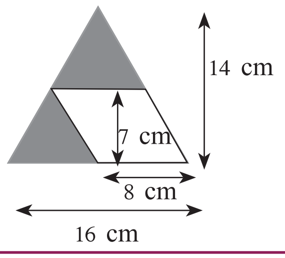
(iii)



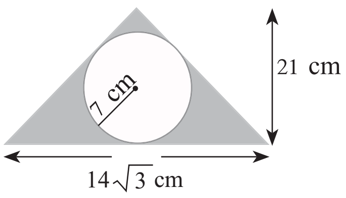
(iv)



(v)

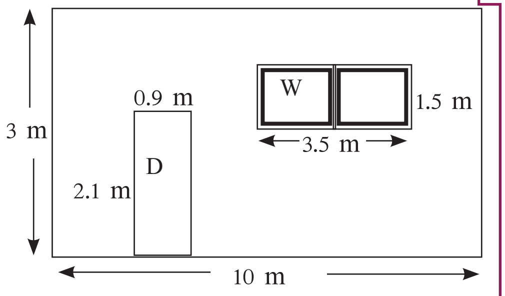


(vi)

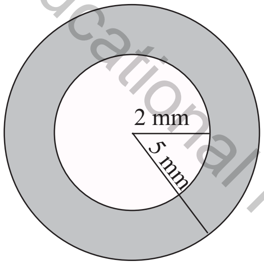


3. නිවසක ඉදිරිපස බිත්තියේ දළ සටහනක් රූපයේ දැක්වේ. එම බිත්තියේ තීන්ත ආලේප කළ යුතුව ඇත. තීන්ත ආලේප කළ යුතු කොටසේ වර්ගඵලය සොයන්න.

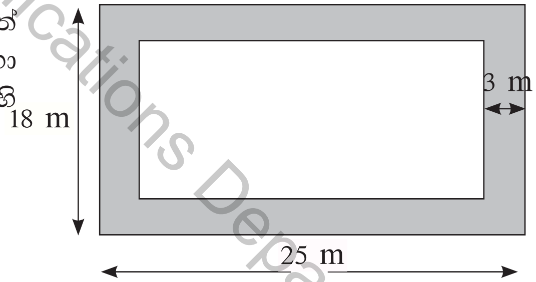
එහි D හා W මගින් දොරක් හා ජනේලයක් දැක්වේ.



4. රූපයේ දැක්වෙන්නේ ලෝහයෙන් තනන ලද තුනී යකඩ මුදුවකි (washer). එහි අඳුරු කර දක්වා ඇති පෘෂ්ඨ කොටසේ වර්ගඵලය සොයන්න. (පිළිතුරු π ඇසුරෙන් ඉදිරිපත් කිරීම සෑහේ.)

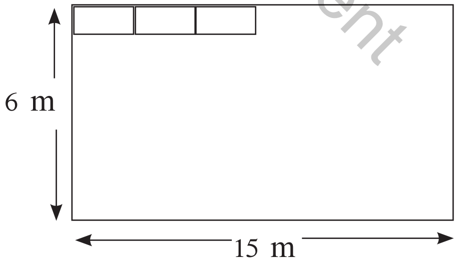


5. දී ඇති රූපයේ අඳුරු කර ඇත්තේ උයනක් වටා ඇති ඇවිදීම සඳහා සකසන ලද මං තීරුවකි. එහි වර්ගඵලය සොයන්න.



6. ගොඩනැගිල්ලක් ඉදිරියේ ඇති බිම්කඩක දළ සටහනක් පහත රූප සටහනේ දැක්වේ.

(i) රූපයේ දක්වා ඇති පරිදි එම බිම් කඩ සම්පූර්ණයෙන් ම ආවරණය වන සේ 200 mm × 100 mm ප්‍රමාණයේ "බිම් ඇතුරුම් ගල්" ඇතිරීමට නියමිත ය. ඒ සඳහා ගල් කොපමණ ප්‍රමාණයක් අවශ්‍ය වේ ද?



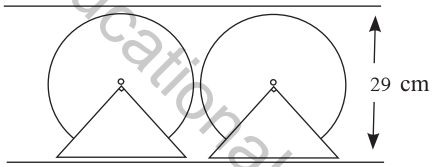
(ii) එක් බිම් ඇතුරුම් ගලක් රුපියල් 850.00ක් වේ නම් ඒ සඳහා වියදම් වන මුදල කොපමණ ද?

Educational Publications Department

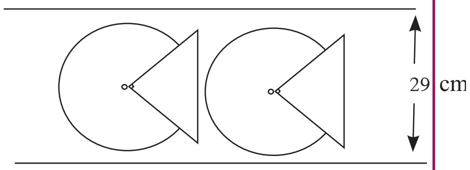
7. වෙළෙඳ ලාංඡනයක් සඳහා සකසන ලද පතරොමක් රූපයේ පෙන්වා ඇත. සමද්විපාද ත්‍රිකෝණය හා වෘත්තයක හැඩ උපයෝගී කරගෙන මෙම ලාංඡනය සාදා ඇත. ත්‍රිකෝණයේ එක් ශීර්ෂයක් වෘත්තයේ කේන්ද්‍රයේ පිහිටන පරිදි මෙය සකසා ඇත.

(i) මෙය රෙදිවලින් සැකසීමට නියමිත නම්, මේ සඳහා කොපමණ රෙදි ප්‍රමාණයක් අවශ්‍ය වේ ද?

(ii) 3 m දිග රෙදි පටියකින් වැඩි ලාංඡන ප්‍රමාණයක් කපා ගත හැක්කේ "රූපය 1" පරිදි කැපුවහොත් ද නැතහොත් "රූපය 2" පරිදි කැපුවහොත් ද?



රූපය 1



රූපය 2

3.3 ඝන වස්තුවල පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය

අපි තල රූපවල වර්ගඵලය පිළිබඳව ඉහත දී සාකච්ඡා කළෙමු. දැන් අප ඝන වස්තුවල පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය පිළිබඳ විමසා බලමු. ඒ සඳහා මුලින් ම ඝන වස්තු හඳුනා ගනිමු.

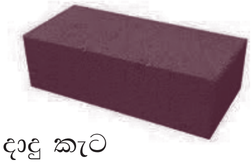
ගඩොල්, වීදුරු බෝල, යගුලිය වැනි වස්තු, එනම් කුහර නොවන වස්තුවලට ඝන වස්තු යැයි කියනු ලැබේ.

ඝන වස්තුවක පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සෙවීම සඳහා ඝන වස්තුවක පෘෂ්ඨය යන්නෙන් අදහස් කරන්නේ කුමක් දැයි හඳුනා ගැනීම අවශ්‍ය වේ.

ඝන වස්තුවකට ඇත්තේ එක් පෘෂ්ඨයකි. ඝන වස්තුවක පෘෂ්ඨය සෑදී ඇති තල පෘෂ්ඨ කොටස් තිබේ නම් ඒවා මුහුණත් ලෙස හැඳින්වේ. පහත දී ඇති ඝන වස්තුවල පෘෂ්ඨ නිරීක්ෂණය කරන්න.

Educational Publications Department

ගඩොල

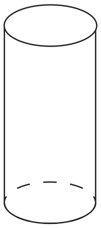


මුහුණත් 6කි. ඒවා ඍජුකෝණාස්‍රාකාර වන අතර සම්මුඛ මුහුණත් ප්‍රමාණයෙන් සමාන වේ.

දාදු කැට

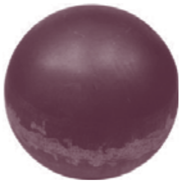
මුහුණත් 6කි. ඒවා සමචතුරස්‍රාකාර වන අතර ප්‍රමාණයෙන් සමාන වේ.

ලී කණුව



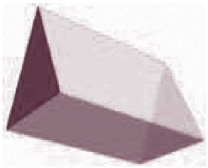
මෙහි පෘෂ්ඨය, වෘත්තාකාර මුහුණත් 2කින් හා වක්‍ර පෘෂ්ඨ කොටසකින් සෑදී ඇත.

යගුලිය



මෙහි තල පෘෂ්ඨ හෙවත් මුහුණත් නොමැත. ඇත්තේ වක්‍ර පෘෂ්ඨයකි.

වීදුරු ප්‍රිස්මය



මෙහි පෘෂ්ඨය, ත්‍රිකෝණාකාර මුහුණත් 2 කින් හා ඍජුකෝණාස්‍රාකාර මුහුණත් 3කින් සමන්විත වේ.

කවපෙත්ත

කව පෙත්ත සෑදී ඇති පෘෂ්ඨ කොටස් මොනවාදැයි සිතා බලන්න.

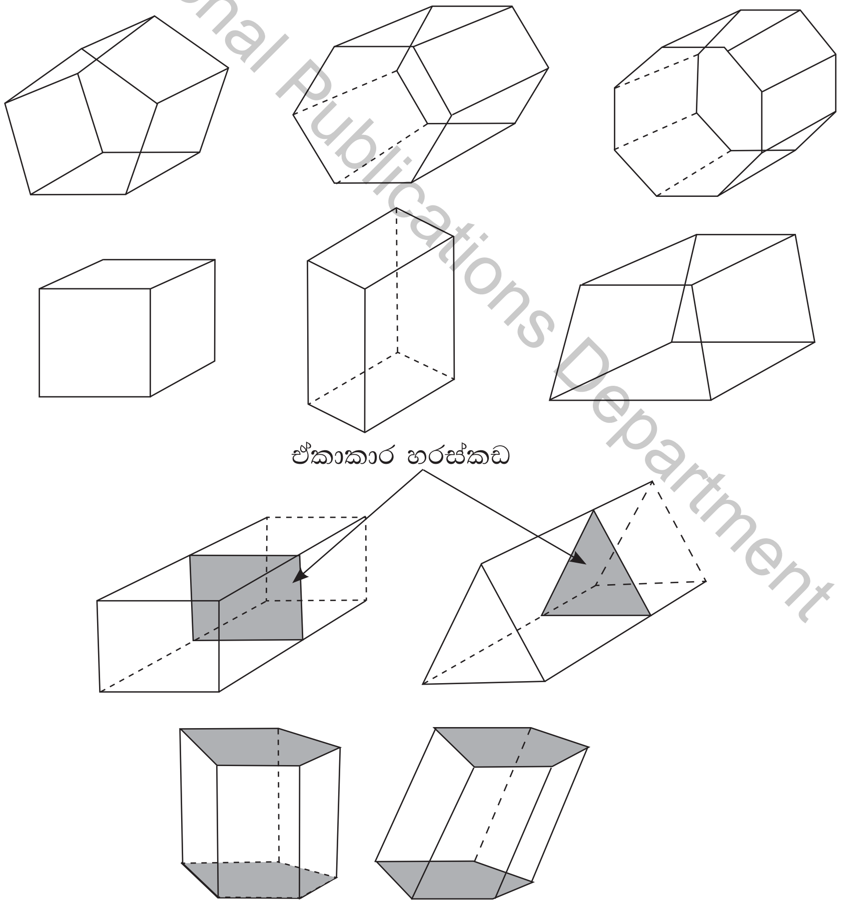
Educational Publications Department

සමහර ඝන වස්තු මුහුණත්වලින් පමණක් සෑදී ඇති අතර සමහර ඝන වස්තුවල පෘෂ්ඨය, මුහුණත් හා වක්‍ර පෘෂ්ඨ කොටස්වල සංකලනයෙන් සෑදී ඇති බවත් යගුලිය, කවපෙත්ත වැනි ඝන වස්තුවල පෘෂ්ඨයේ මුහුණත් නොමැති අතර ඒවා වක්‍ර පෘෂ්ඨ කොටස්වලින් සෑදී ඇති බවත් ඔබට පැහැදිලි වන්නට ඇත.

දැන් ඝන වස්තුවක පෘෂ්ඨය පිළිබඳ ඔබට අවබෝධයක් ලැබෙන්නට ඇත. ඝන වස්තුවේ පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සෙවීමට එම ඝන වස්තුවේ පෘෂ්ඨය සෑදී ඇති පෘෂ්ඨ කොටස්වල වර්ගඵලවල එකතුව ගත යුතු ය. ඝනවස්තු ආකාර හැඩය ඇති කුහර වස්තු ද ඇත. එවැනි වස්තුවල පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සෙවීමේ දී ද ඝන වස්තුවල පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සෙවීමේ සංකල්ප ම භාවිත කළ හැකි ය. අප දන්නා සම්මත ඝන වස්තු කීපයක පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සෙවීම පිළිබඳව දැන් විමසා බලමු.

ප්‍රිස්මවල පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය

ප්‍රිස්ම



Educational Publications Department

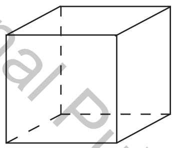
ඉහත රූපවල දැක්වෙනුයේ ඒකාකාර හරස්කඩක් සහිත ඝන වස්තු ය.

එම ඝන වස්තුවල අන්ත දෙකේ ඇති මුහුණත් බහුඅස්‍රාකාර හැඩගන්නා අතර එම තල එකිනෙකට සමාන්තර වේ. එවැනි ඝන වස්තුවලට ප්‍රිස්ම යැයි කියනු ලැබේ. ප්‍රිස්මයක හරස්කඩ සඳහා සමචතුරස්‍ර, ඍජුකෝණාස්‍ර, ත්‍රිකෝණ, පංචාස්‍ර, ෂඩාස්‍ර ආදි බහුඅස්‍ර හැඩ තිබිය හැකි ය.

* මේ අනුව ඝනකය, ඝනකාභය යන ඝන වස්තු ද ප්‍රිස්ම වන බව ඔබට වැටහෙනවා ඇත.

Educational Publications Department

ඝනකයක පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය



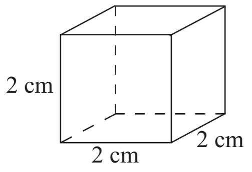
ඉහත රූපයේ දැක්වෙන්නේ ඝනකයකි. මෙය සමාන සමචතුරස්‍රාකාර මුහුණත් හයකින් සමන්විත ය.

එනම්,

ඝනකයේ පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය = සමචතුරස්‍රාකාර මුහුණතක වර්ගඵලය × 6

නිදසුන 1

පහත දී ඇති ඝනකයේ පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සොයන්න.



විසඳුම

පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය $= 2 \times 2 \times 6 \text{ cm}^2$
$= 24 \text{ cm}^2$

පැත්තක දිග l cm වූ සමචතුරස්‍රාකාර මුහුණත්වලින් සෑදුණ ඝනකයක පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සොයන්න.

සමචතුරස්‍රාකාර මුහුණතක වර්ගඵලය $= l \times l \text{cm}^2$

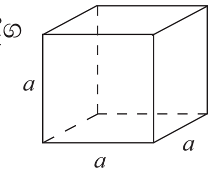
$= l^2 \text{cm}^2$

මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය $= 6 \times l^2 \text{cm}^2$

$= 6l^2 \text{cm}^2$

නිදසුන 2

ඝනකයක පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය 54 cm^2 වේ. එහි පැත්තක දිග සොයන්න.



විසඳුම

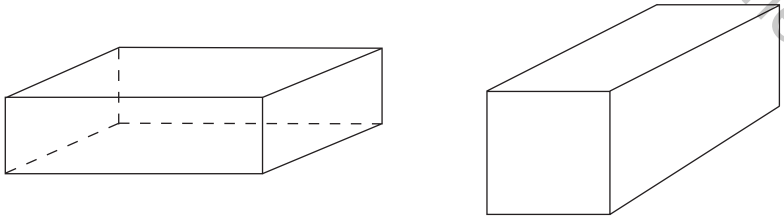
ඝනකයේ පැත්තක දිග a යයි ගනිමු.

එවිට,

$$6a^2 = 54$$
$$a^2 = \frac{54}{6}$$
$$a^2 = 9$$
$$a = \pm 3$$

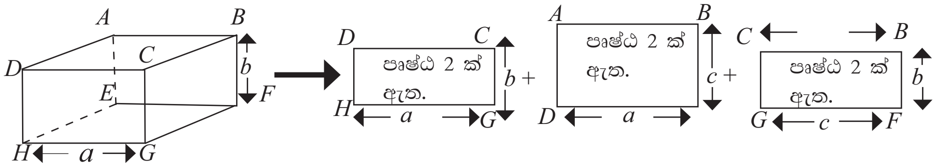
ඝනකයක පැත්තක දිග ඍණ විය නොහැකි බැවින්, පැත්තක දිග 3 cm බැගින් වේ.

ඝනකාභයක පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය

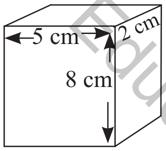


ඉහත රූපවලින් දැක්වෙන්නේ ඝනකාභවල ස්වරූප දෙකකි. ඒවායේ මුහුණත් සමචතුරස්‍ර හෝ සෘජුකෝණාස්‍ර වන බව ඔබට පෙනෙනු ඇත. මේවායේ සම්මුඛ මුහුණත් එකිනෙකට සමාන වේ. ඒ අනුව ඝනකාභයේ පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය වන්නේ සියලු මුහුණත්වල වර්ගඵලවල එකතුවයි. එනම්,

Educational Publications Department



පහත දී ඇත්තේ ඝනකාභයක හැඩැති ලී කුට්ටියකි. මෙහි පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සොයන්න.



පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය $= 2\times(5\times8)+2\times(5\times2)+2\times(8\times2)$

$= 80+20+32$

$= \underline{\underline{132}}$

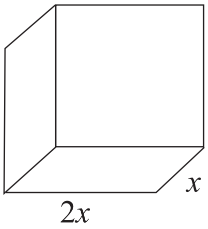
$\therefore$ ලී කුට්ටියේ පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය 132 cm^2 වේ.

Educational Publications Department

නිදසුන 3

ඝනකාභ හැඩැති ලෝහ කුට්ටියක පතුලේ දිග, එහි පළල මෙන් දෙගුණයකි. ඝනකාභයේ උස, පතුලේ පළල මෙන් තුන්ගුණයක් වේ. පතුලේ පළල සෙන්ටිමීටර x ලෙස ගෙන එහි පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සොයන්න.

විසඳුම



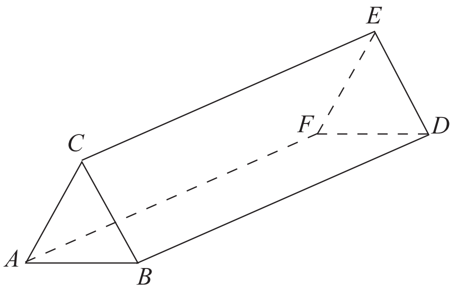
පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය $= 2\times(2x\times x)+2(3x\times2x)+2(3x\times x)$

$= 4x^2+12x^2+6x^2$

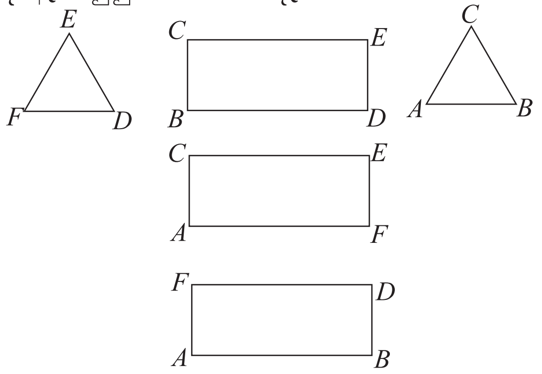
$= \underline{\underline{22x^2}}$

$\therefore$ ලෝහ කුට්ටියේ පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය $22x^2$ cm^2 වේ.

ත්‍රිකෝණාකාර ප්‍රිස්මවල පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය

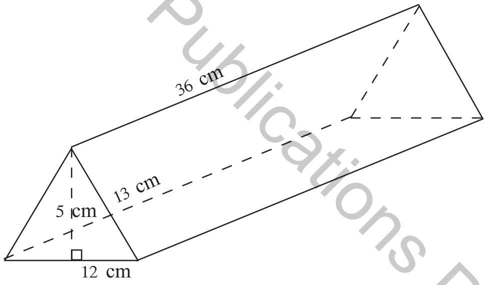


මෙම ප්‍රිස්මය සෑදී ඇති මුහුණත් පහත දැක්වේ.



ත්‍රිකෝණාකාර ප්‍රිස්මයේ පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය = *ABC* මුහුණතේ වර්ගඵලය + *DEF* මුහුණතේ වර්ගඵලය + *BCED* මුහුණතේ වර්ගඵලය + *AFEC* මුහුණතේ වර්ගඵලය + *ABDF* මුහුණතේ වර්ගඵලය

නිදසුන 4



ඉහතින් දී ඇති ප්‍රිස්මයේ පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සොයන්න.

විසඳුම

ත්‍රිකෝණාකාර මුහුණත් දෙකේ වර්ගඵලය $= 2 \times \left(\frac{1}{2} \times 24 \times 5\right)$

$= 120$

සෘජුකෝණාස්‍රාකාර මුහුණත් තුනේ වර්ගඵලය $= 36 \times 13 + 36 \times 13 + 36 \times 24$

$= 468 + 468 + 864$

$= 1800$

∴ ප්‍රිස්මයේ පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය $= 120 + 1800$

$= \underline{\underline{1920}}$

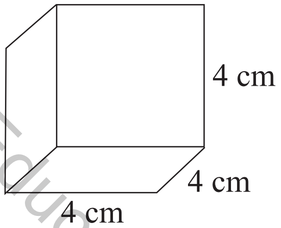
∴ ප්‍රිස්මයේ මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය 1920 cm^2

Educational Publications Department

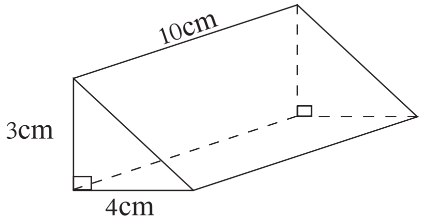
3.2 අභ්‍යාසය

1. දී ඇති එක් එක් රූපයේ පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සොයන්න.

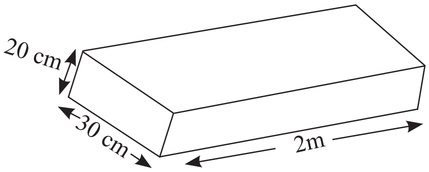
(i)



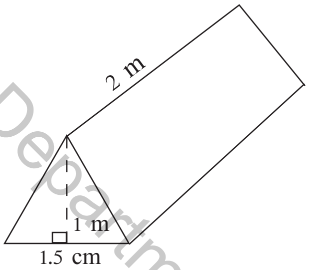
(ii)



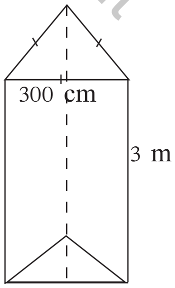
2. පහත රූපයේ දී ඇත්තේ ලීවලින් තනා ඇති සිල්පර කොටයකි. එහි පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සොයන්න.



3. රූපයේ දැක්වෙන්නේ රෙදිවලින් සාදා ඇති කූඩාරමකි. එහි පොළොව සඳහා රෙදි ආවරණයක් නොමැත. මෙම කූඩාරම සඳහා අවශ්‍ය රෙදි ප්‍රමාණය කොපමණ ද?



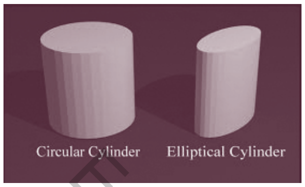
4. දී ඇති රූපයේ දැක්වෙන්නේ හරස්කඩ සමපාද ත්‍රිකෝණාකාර වන ප්‍රිස්මාකාර වූ කොන්ක්‍රීට් කණුවකි. එහි සෘජුකෝණාස්‍රාකාර මුහුණත් වැසෙන පරිදි තුනී ලෑලි (Plywood) ඇලවීමට යෝජිත ය. ඒ සඳහා අවශ්‍ය වන තුනී ලෑලි ප්‍රමාණය සොයන්න. 1 m^2 ක වර්ගඵලයක් වැසෙන පරිදි ෆෝමිකා ඇලවීම සඳහා රුපියල් 3000ක් වැය වේ නම් වියදම් වන මුළු මුදල සොයන්න.

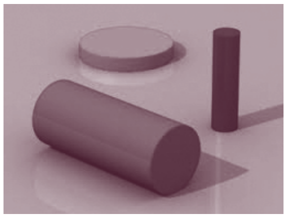


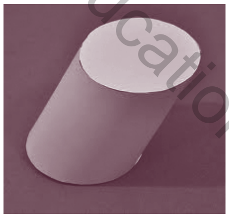
Educational Publications Department

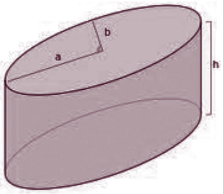
සිලින්ඩරයක පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය

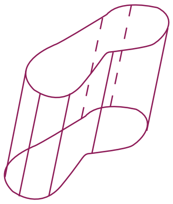
පහත රූපවලින් දැක්වෙන ඝන වස්තු නිරීක්ෂණය කරන්න.





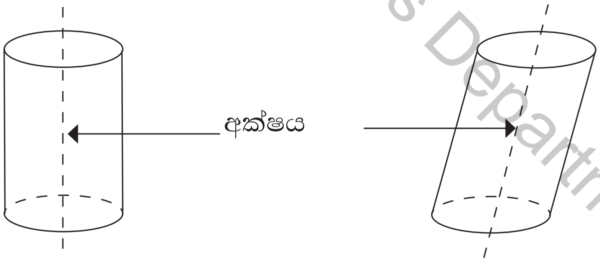






Educational Publications Department

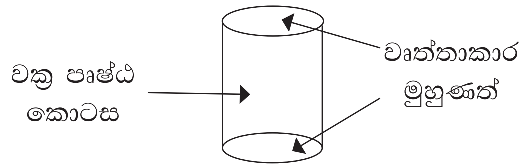
ඉහත දැක්වෙන ඝනවස්තුවල මුහුණත් දෙකක් ඇති අතර එම මුහුණත් දෙකම ම එකම හැඩයක් ගනී. එම මුහුණත්වල මායිම් වන්නේ සරල සංවෘත සුමට වක්‍රයි. තවද මුහුණත් දෙක එකිනෙක සමාන්තර වේ. මෙම ඝන වස්තුවලට ඒකාකාර හරස්කඩක් ද ඇත. මෙවැනි ඝන වස්තු සිලින්ඩර ලෙස හැඳින්වේ.



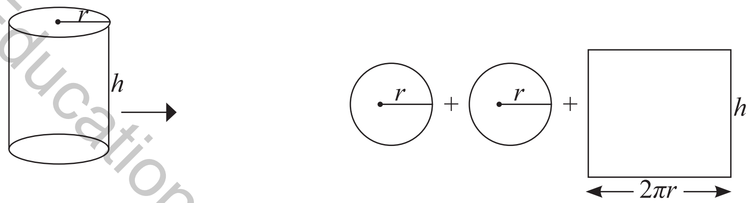
(i) (ii)

ඉහත රූපවල දී ඇති එක් එක් සිලින්ඩරයේ හරස්කඩ වෘත්තාකාර හැඩයක් ගනී. එවැනි සිලින්ඩර වෘත්තාකාර සිලින්ඩර ලෙස හැඳින්වේ. ඉහත රූප දෙකෙහි කඩ ඉරි මගින් දක්වා ඇත්තේ ඒවායේ අක්ෂ වේ. (i) රූපයෙහි අක්ෂය මුහුණත්වලට ලම්බ වන අතර (ii) රූපයෙහි, අක්ෂය මුහුණත්වලට ලම්බ නොවේ. ඒ අනුව (i) රූපයෙන් දැක්වෙන්නේ වෘත්තාකාර ඍජු සිලින්ඩරයකි. (ii) රූපයෙන් දැක්වෙන සිලින්ඩරය ඍජු සිලින්ඩරයක් නොවේ. වෘත්තාකාර ඍජු සිලින්ඩරවල පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සොයන ආකාරය විමසා බලමු.

සෘජු වෘත්ත සිලින්ඩරයක පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සෙවීම



සිලින්ඩරයක පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය = වෘත්තාකාර මුහුණත් දෙකෙහි වර්ගඵලය + වක්‍ර පෘෂ්ඨයේ වර්ගඵලය



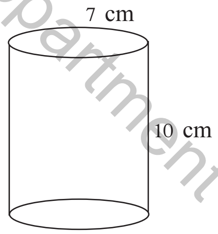
පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය $= 2\pi r^2 + 2\pi rh$

Educational Publications Department

නිදසුන 5

පහත දී ඇති සෘජු වෘත්ත සිලින්ඩරයේ පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සොයන්න (π හි අගය ආසන්න ලෙස $\frac{22}{7}$ බව සලකන්න).

විසඳුම



වෘත්තාකාර පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය $= 2\,\pi \times r^2$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7$

$= 308$

වක්‍රපෘෂ්ඨයේ වර්ගඵලය $= 2\,\pi rh$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 7 \times 10$

$= 440$

මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය $= 308 + 440$

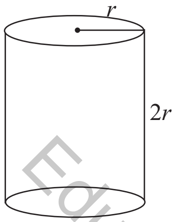
$= 748 \text{ cm}^2$

$\therefore$ සිලින්ඩරයේ මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය 748 cm^2 වේ.

නිදසුන 6

අරය r ද උස එමෙන් දෙගුණයක් ද වූ ඍජු වෘත්ත සිලින්ඩරයක පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සඳහා ප්‍රකාශනයක් π හා r ඇසුරෙන් ගොඩනගන්න.

විසඳුම



$$\text{පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය} = 2\pi r^2 + 2 \times \pi \times r \times 2r$$
$$= 2\pi r^2 + 4\pi r^2$$
$$= \underline{\underline{6\pi r^2}}$$

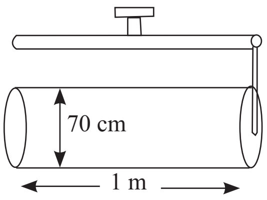
3.3 අභ්‍යාසය

1. පතුලේ අරය 7 cm ද උස 20 cm ද වූ ඝන ඍජු සිලින්ඩරයක
   (i) වක්‍ර පෘෂ්ඨයේ වර්ගඵලය
   (ii) මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සොයන්න.

2. ඝන ඍජු සිලින්ඩරයක වක්‍ර පෘෂ්ඨයේ වර්ගඵලය 880 cm^2 වේ. එහි පතුලේ අරය 10 cm වේ. එම සිලින්ඩරයේ උස සොයන්න.

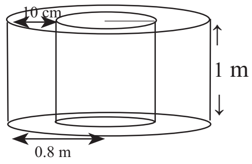
3. රූපයේ දැක්වෙන්නේ සිලින්ඩරාකාර ගල්රෝලකි.

   (i) මෙම ගල් රෝල එක් වටයක් කරකැවීමේ දී සමතලා වන වර්ගඵලය සොයන්න.
   (ii) 1320 m^2ක් සමතලා කිරීමට ගල්රෝල කොපමණ වට ප්‍රමාණයක් සම්පූර්ණයෙන් කැරකැවිය යුතු ද?



Educational Publications Department

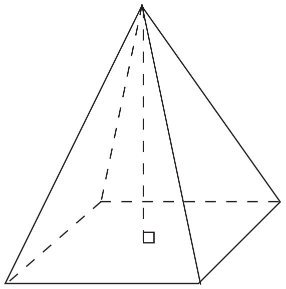
4. පහත රූපයේ දැක්වෙන්නේ ජල ටැංකියකි. එහි ඇතුල් පැත්තේ ජල රෝධනය කිරීමට 1 m^2ක් සඳහා රුපියල් 2400 වැය වේ. ඇතුල් පැත්ත සම්පූර්ණයෙන් ජල රෝධනය කිරීම සඳහා වැය වන මුදල සොයන්න.



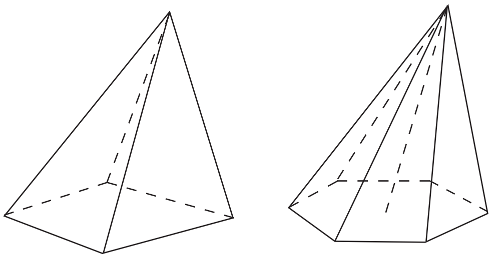
5. ශාලාවක සමාන ඍජු සිලින්ඩරාකාර කණු 16ක් තිබේ. එක් එක් කණුවේ අරය 70 cm ද උස 3.5 m ද වේ. ඒවායේ වක්‍ර පෘෂ්ඨයේ 1m^2ක තීන්ත ආලේප කිරීමට රුපියල් 1200ක් වැය වේ යැයි ඇස්තුමේන්තු කර ඇත. කණු සියල්ලේ ම තීන්ත ආලේප කිරීමට කොපමණ මුදලක් වැයවේ ද?

පිරමීඩවල පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය

Educational Publications Department



(i) රූපය



(ii) රූපය

ඉහතින් දක්වා ඇත්තේ පිරමීඩ කිහිපයකි. ඒවායේ පතුල (ආධාරකය) සඳහා ත්‍රිකෝණ, චතුරස්‍ර, පංචාස්‍ර, ෂඩස්‍ර වැනි බහුඅස්‍ර තිබිය හැකි බව ඔබට වැටහෙනු ඇත. අප මෙම පාඩමේ දී පතුල සවිධි බහුඅස්‍රයක් වන පිරමීඩ පමණක් සලකනු ලැබේ. පතුල සමපාද ත්‍රිකෝණයක් වන පිරමීඩවලට චතුස්තල යැයි කියනු ලැබේ. පිරමීඩයක ආධාරකයට අයත් නොවන ශීර්ෂය, පිරමීඩයේ ආධාරකයේ මධ්‍ය ලක්ෂයට හරි ඉහළින් පිහිටන පිරමීඩ ඍජු පිරමීඩ ලෙස හැඳින්වේ. ඒ අනුව ඉහත (i) රූපය මගින් දැක්වෙන්නේ ඍජු පිරමීඩයකි. එසේ නොවන පිරමීඩ දෙකක් (ii) රූපය මගින් දක්වා ඇත.

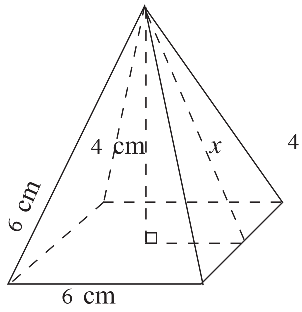
Educational Publications Department

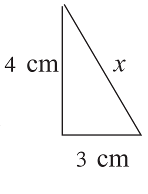
පිරමීඩයේ පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සියලු මුහුණත්වල වර්ගඵලවල එකතුවෙන් ලැබේ. අපේ අවධානය ඍජු පිරමීඩ පිළිබඳව පමණක් යොමු කරමු. දැන් ඍජු පිරමීඩවල පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සෙවීම පිළිබඳ ගැටලු කිහිපයක් විසඳමු.

නිදසුන 7

පහතින් දී ඇත්තේ පතුල සමචතුරස්‍රාකාර හැඩයක් ගන්නා ඍජු පිරමීඩයකි. එහි පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සොයමු.

විසඳුම





$$x^2 = 4^2 + 3^2$$

$$x = \sqrt{16+9}$$

$$x = \sqrt{25}$$

$$x = \underline{\underline{5 \text{ cm}}}$$

සමචතුරස්‍රාකාර පතුලේ වර්ගඵලය $= 6\times 6$

$= 36$

ත්‍රිකෝණාකාර මුහුණත් හතරේ වර්ගඵලය $= 4\times\frac{1}{2}\times 6\times 5$

$= 60$

පිරමීඩයේ මුළු වර්ගඵලය $= 36+60$

$= \underline{\underline{96}}$

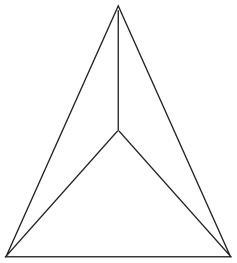
පිරමීඩයේ මුළු වර්ගඵලය $96\,\text{cm}^2$ වේ.

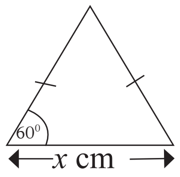
නිදසුන 4

සමපාද ත්‍රිකෝණවලින් සෑදී ඇති චතුස්තලයක පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය $25\sqrt{3}\ \text{cm}^2$ වේ. එහි මුහුණතක දිග පැත්තක දිග සොයන්න.

විසඳුම

මුහුණතක පැත්තක දිග සෙන්ටිමීටර x යැයි ගනිමු.





$$\frac{1}{2}\times x\times x\sin 60\times 4 = 25\sqrt{3}$$

$$\frac{1}{2}\times x\times x\times\sqrt{3}\times 4 = 25\sqrt{3}$$

$$x^2 = 25$$

$$x = 5$$

චතුස්තලයේ පැත්තක දිග 5 cm වේ.

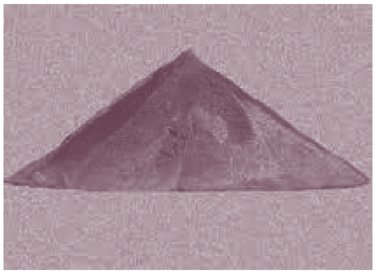
Educational Publications Department

3.4 අභ්‍යාසය

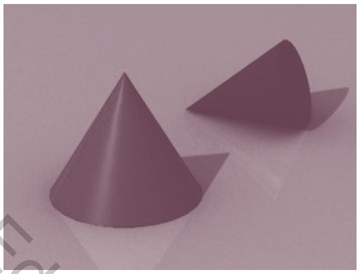
1. රූපයේ දැක්වෙන්නේ පිරමිඩාකාර වහලයකි. එහි පතුල සමචතුරස්‍රාකාර වන අතර එහි පැත්තක දිග 12 m වේ. වහලයේ ඍජු උස 8 m වේ. වහලයේ මතුපිට තීන්ත ගෑමේ දී 4 l කින් 14 m^2ක වර්ගඵලයක ආලේප කළ හැකි නම් වහලයේ මතුපිට තීන්ත ආලේප කිරීම සඳහා තීන්ත ලීටර කොපමණ අවශ්‍ය වේ ද?

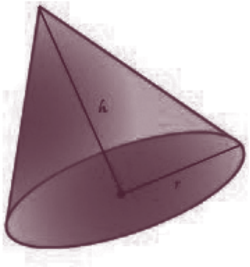
2. බාල දක්ෂයන් විසින් සකස් කළ පිරමිඩාකාර කූඩාරමක් රූපයේ දැක්වේ. ඒ සඳහා වැය වී ඇති රෙදි ප්‍රමාණය ගණනය කරන්න. එහි පතුල සමචතුරස්‍රාකාර වන අතර පැත්තක දිග 6 m ද ඇල දාරයක දිග 5 m ද වේ.

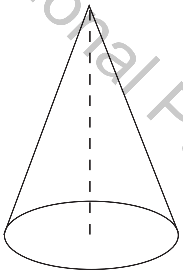
කේතුවක පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය



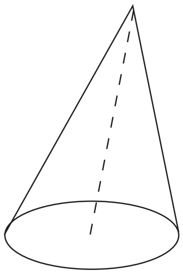
Educational Publications Department







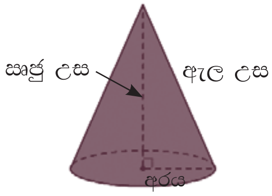
(i)



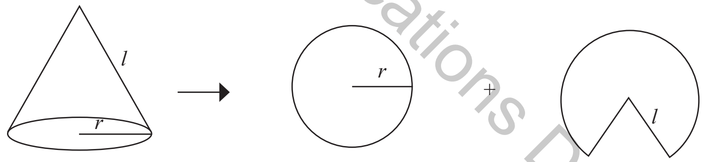
(ii)

ඉහත රූපවලින් දැක්වෙන ඝන වස්තු කේතු ලෙස හඳුන්වනු ලැබේ. එහි (i) හා (ii) රූපවලින් දැක්වෙන කේතු නිරීක්ෂණය කරන්න. ඒවායේ පතුල වෘත්තාකාර හැඩයක් ගනී. (i) රූපයේ කේන්ද්‍රයට හරි කෙළින් ශීර්ෂය පිහිටන බව පෙනේ ද? මෙවැනි කේතු ඍජු කේතු ලෙස හඳුන්වනු ලැබේ.

Educational Publications Department

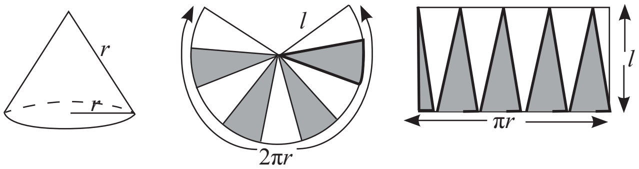


පහත රූපයේ දී ඇත්තේ පතුලේ අරය r ද ඇල උස l ද වූ කේතුවකි. පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සෙවීමේ පහසුව තකා එම කේතුව තුනී ආස්තරයකින් සැදි කුහර කේතුවක් යැයි සිතමු. මුලින් ම එය සෑදී ඇති පෘෂ්ඨ කොටස් මොනවා දැයි බලමු. එහි පතුල වෘත්තාකාර මුහුණතක් වන අතර වක්‍ර පෘෂ්ඨය ඇල උස ඔස්සේ දිග හැරිය විට කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයක හැඩය ගත් ආස්තරයක් වේ. ඒවා වෙන් වෙන්ව සැලකූ විට පහත ආකාර වේ.



එනම් කේතුවේ පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය වන්නේ වෘත්තාකාර මුහුණතේ හා කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩ ආකාර වූ ආස්තරයේ වර්ගඵලවල එකතුවයි. දැන් මෙම වර්ගඵල වෙන වෙන ම සොයමු.

කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයෙහි වක්‍ර දාරයෙහි දිග $2\pi r$ හෙවත් වෘත්තයෙහි පතුලේ පරිධිය ම බව වැටහෙනු ඇත. ඒ අනුව කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ මිනුම් පහත පරිදි වේ.



රූපයේ දක්වා ඇති පරිදි කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ තීරු කපා ඇලවීමෙන් දී ඇති පරිදි සෘජුකෝණාස්‍රාකාර හැඩය ලබා ගනිමු.

Educational Publications Department

ඍජුකෝණාස්‍රයේ දිග πr ද පළල l ද බව පෙනෙනු ඇත. එහි වර්ගඵලය, කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ වර්ගඵලයට සමාන විය යුතුය.

එනම් කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයේ වර්ගඵලය $\pi r \times l$ මගින් ලැබේ.

දෙවනුව පතුලේ වෘත්තාකාර හැඩය සලකමු.

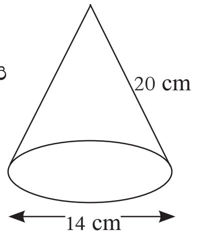
පතුලේ වෘත්තාකාර හැඩයේ වර්ගඵලය $= \pi r^2$

කේතුවේ මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය $= \pi rl + \pi r^2$

Educational Publications Department

නිදසුන 9

රූපයේ දක්වා ඇත්තේ පතුලේ විෂ්කම්භය 14 cm ද ඇල උස 20 cm ද වූ ඍජු කේතුවකි. එහි පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සොයමු.



විසඳුම

වෘත්තාකාර මුහුණතේ වර්ගඵලය $= \pi r^2 = \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \quad = 154$

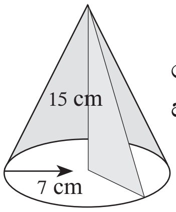
වක්‍රාකාර පෘෂ්ඨයේ වර්ගඵලය $= \pi rl = \frac{22}{7} \times 7 \times 20 \quad = 440$

කේතුවේ පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය $= \pi rl + \pi r^2$

$= 154 + 440 \quad = 594$

$\therefore$ මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය 594 cm^2 වේ.

නිදසුන 10



රූපයේ දැක්වෙන්නේ පතුලේ අරය 7 cm ද ඍජු උස 15 cm ද වූ ඍජු කේතුවකි. එහි වක්‍ර පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සොයන්න.

පළමුවෙන් ම මෙහි ඇල උස සොයාගත යුතු ය. ඒ සඳහා පයිතගරස් ප්‍රමේයය යොදා ගනිමු.

ඇල උස l ලෙස සලකමු. එවිට,

$$l^2 = 15^2 + 7^2$$
$$l^2 = 225 + 49$$
$$l^2 = 274$$
$$l = \sqrt{274}$$

වක්‍ර පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය $= \pi rl$

$$= \frac{22}{7} \times 7 \times \sqrt{274}$$
$$= \underline{\underline{22\sqrt{274}}}$$

$\therefore$ වක්‍ර පෘෂ්ඨයේ වර්ගඵලය $22\sqrt{274}\ \text{cm}^2$ වේ.

Educational Publications Department

නිදසුන 11

කේතුවක පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය 1496 cm^2 වේ. එහි ඇල උස 16 cm නම් පතුලේ අරය සොයන්න.

විසඳුම

වක්‍ර පෘෂ්ඨයේ වර්ගඵලය $= \pi rl$

$$= \frac{22}{7} \times r \times 20$$

වෘත්තාකාර පෘෂ්ඨයේ වර්ගඵලය $= \pi r^2$

$$= \frac{22}{7} r^2$$

මුළු වර්ගඵලය $= 1496$

$$\frac{22}{7}r^2 + \frac{22}{7} \times r \times 20 = 1496$$

$$\frac{22}{7}\left(r^2 + 20r\right) = 1496$$

$$r^2 + 20r = 1496 \times \frac{7}{22}$$

$$r^2 + 20r = 476$$

$$r^2 + 20r - 476 = 0$$

$$(r - 14)(r + 34) = 0$$

$$r - 14 = 0 \qquad r + 34 = 0$$

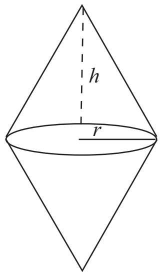
$$r = 14 \qquad r = -34$$

අරය සඳහා අගයන් දෙකක් ලැබුණ ද අරය ධන අගයකි.
$\therefore$ කේතුවේ අරය 14 cm වේ.

Educational Publications Department

නිදසුන 12

අරය r ද ඍජු උස h ද වූ කේතු දෙකක් එක්කර සාදා ඇති ඝනවස්තුවක් රූපයේ දැක්වේ. එහි පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සොයමු.



විසඳුම

වක්‍ර පෘෂ්ඨයක ඇල උස l ලෙස ගනිමු.

$$l^2 = h^2 + r^2$$

$$l^2 = \sqrt{h^2 + r^2}$$

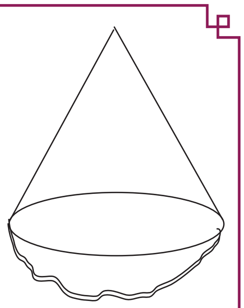
වක්‍ර පෘෂ්ඨයේ වර්ගඵලය $= \pi r l$

$= \pi r \sqrt{h^2 + r^2}$

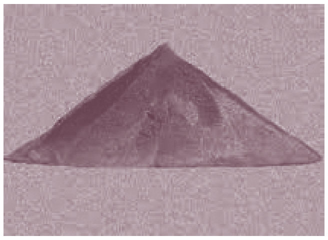
මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය $= 2\pi r \sqrt{h^2 + r^2}$

3.5 අභ්‍යාසය

1. රූපයේ දැක්වෙන්නේ කුඩා ළමුන්ට උත්සව අවස්ථාවක පැළඳීම සඳහා සකස් කළ තොප්පියක රූපයකි. හිසේ වට ප්‍රමාණය 44 cm වන බව උපකල්පනය කරමින් තනා ඇති මෙම තොප්පියේ සෘජු උස 24 cm වේ. තොප්පියක් සඳහා වැය වන කාඩ්බෝඩ් ප්‍රමාණය සොයන්න.

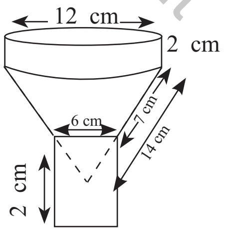


2. වැලි ගොඩක රූපයක් දී ඇත. මෙහි ඇල උස 2.5 m වේ. පතුලේ පරිධිය 4.4 m වේ. මෙම වැලි ගොඩ මගින් ආවරණය වී ඇති,
   (i) බිමේ වර්ගඵලය කොපමණද?
   (ii) වැලි ගොඩේ උස කොපමණද?

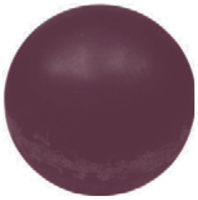


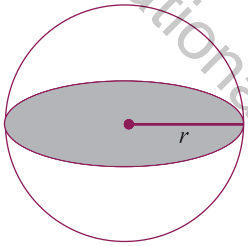
3. රූපයේ දැක්වෙන අයිස්ක්‍රීම් එකෙහි අයිස්ක්‍රීම් දමා ඇති කේතු ආකාර කොටසේ ඇල උස 13 cm ද සෘජු උස 12cm ද වේ. කේතු ආකාර කොටස් මුළු පෘෂ්ඨය ම වැසෙන සේ කොළයකින් ආවරණය කළ යුතු වේ. ඒ සඳහා වැය වන අවම කඩදාසි ප්‍රමාණය සොයන්න.

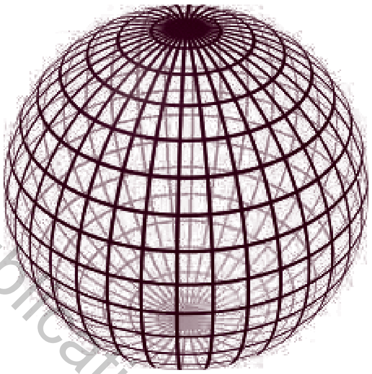
4. රූපයේ දැක්වෙන්නේ තහඩුවලින් තනන ලද පුනීලයකි. දී ඇති මිනුම් උපයෝගී කරගෙන මෙම පුනීලය සෑදීමට වැය වී ඇති තහඩු ප්‍රමාණය සොයන්න.



Educational Publications Department







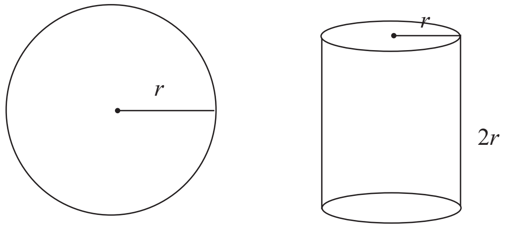
ගෝලය සෑදී ඇත්තේ තනි වක්‍ර පෘෂ්ඨයකිනි. එබැවින් තල මුහුණත්වලට වෙන් කර එහි වර්ගඵලය සෙවිය නොහැකි ය.

එහි පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සෙවීම සඳහා ක්‍රමයක්, ආකිමිඩිස් නම් වූ ග්‍රීක ගණිතඥයා විසින් සොයා ගෙන ඇත.

එම ක්‍රමය නම්, ගෝලයේ අරයට සමාන අරයක් සහිත වෘත්තාකාර හරස්කඩක් ද අරය මෙන් දෙගුණයක උසක් ද ඇති සිලින්ඩරයක වක්‍ර පෘෂ්ඨයේ වර්ගඵලය, ගෝලයේ පෘෂ්ඨ වර්ගඵලයට සමාන බවයි.

Educational Publications Department

එම ක්‍රමය නම්,



ගෝලයේ පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය = සිලින්ඩරයේ වක්‍ර පෘෂ්ඨයේ වර්ගඵලය

$= 2\pi r \times 2r$

$= \underline{\underline{4\pi r^2}}$

අරය $= 14\ cm$ වූ ඝන ගෝලයක පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සොයන්න.

(π හි අගය $\frac{22}{7}$ ලෙස බව ගන්න).

පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය $= 4 \times \frac{22}{7} \times \cancel{14}^{2} \times 14$

$= 2464$

$\therefore$ ගෝලයේ පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය 2464 cm^2 වේ.

Educational Publications Department

3.6 අභ්‍යාසය

1. අරය $21\sqrt{3}$ cm වූ ඝන ගෝලයක පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සොයන්න.

2. ගෝලයක පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය 616 cm^2 නම් එහි අරය සොයන්න.

3. අරය 3.5 cm වූ ඝන අර්ධ ගෝලාකාර වීදුරු බරුවක පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සොයන්න.

4. මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය 1848 cm^2 වූ ඝන අර්ධගෝලයක අරය සොයන්න.

4 පරිමාව

- ඒකාකාර හරස්කඩක් සහිත ඝන වස්තුවල පරිමාව
  - ☛ ප්‍රිස්මය
    - * ඝනකාභය
    - * ඝනකය
    - * ත්‍රිකෝණාකාර ප්‍රිස්මය
- ඝන වස්තුවල පරිමාව ආශ්‍රිත යෙදීම්
- ඒකාකාර හරස්කඩක් රහිත ඝන වස්තුවල පරිමාව
  - ☛ පිරමීඩය
  - ☛ කේතුව
  - ☛ ගෝලය

මාන තුනක් සහිත, කුහර නොවන වස්තු, ඝන වස්තු ලෙස හැඳින්වෙන බව අප මින් පෙර ඉදිරිපත් කළෙමු. ඝන වස්තුවල පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සොයන ආකාරය පිළිබඳව ද විමසා බැලුවෙමු. දැන් අපි ඝන වස්තුවල පරිමාව යන්නෙන් කුමක් අදහස් වන්නේ දැයි සොයා බලමු.

ඝන වස්තුවක් අවකාශයේ අයත් කර ගන්නා ඉඩ ප්‍රමාණය, එම ඝන වස්තුවේ පරිමාව යන්නෙන් අදහස් කෙරේ.

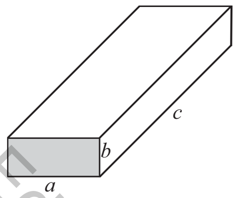
Educational Publications Department

පරිමාව = හරස්කඩ වර්ගඵලය × දිග

ඒ අනුව ඒකාකාර හරස්කඩ සහිත ඝනකය, ඝනකාභය, ත්‍රිකෝණාකාර ප්‍රිස්මය වැනි ඝන වස්තු කීපයක පරිමාව පිළිබඳව විමසා බලමු.
පරිමාව ඉදිරිපත් කරන්නේ ඝන ඒකක වලිනි. උදාහරණ වශයෙන් ඝන සෙන්ටිමීටර (cm^3) හා ඝනමීටර (m^3) දැක්විය හැකි ය.

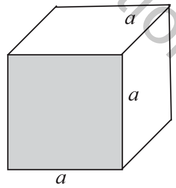
4.1 ඒකාකාර හරස්කඩක් සහිත ඝන වස්තුවල පරිමාව

1. ඝනකාභය



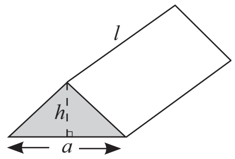
පරිමාව = හරස්කඩ වර්ගඵලය × දිග
$= ab \times c$
$= abc$

2. ඝනකය



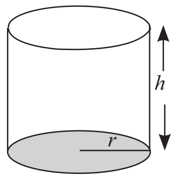
පරිමාව $= a^2 \times a$
$= a^3$

3. ත්‍රිකෝණාකාර ප්‍රිස්මය



පරිමාව $= \frac{1}{2} ah \times l$
$= \frac{1}{2} ahl$

4. සිලින්ඩරය



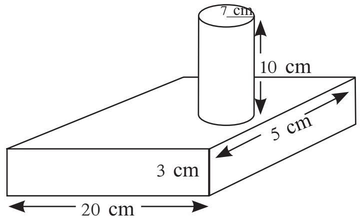
පරිමාව $= \pi r^2 \times h$
$= \pi r^2 h$

බොහෝ අවස්ථාවල දී ගණනය කිරීමේ පහසුව සඳහා π හි අගය ආසන්නව $\frac{22}{7}$ ලෙස සැලකේ.

Educational Publications Department

ඝන වස්තුවල පරිමාව ආශ්‍රිත යෙදීම්

පහත දී ඇත්තේ ඝන වස්තු දෙකක් සංයුක්ත කර සාද ඇති ඝන වස්තුවකි. එවැනි වස්තුවල පරිමාව සෙවීම සඳහා එක් එක් ඝන වස්තුවේ පරිමාව සොයා, එම පරිමා එකතු කළ යුතුය. පහත දී ඇති ඝනවස්තුවේ පරිමාව සොයමු.



ඝනකාභයේ පරිමාව $= 20 \times 5 \times 3$
$= 300$

සිලින්ඩරයේ පරිමාව $= \pi r^2 h$

$$= \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times 10$$

$= 1540$

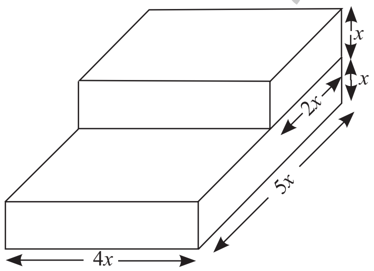
$\therefore$ මුළු පරිමාව $= 300 + 1540$
$= 1840$

එනම්, සංයුක්ත වස්තුවේ පරිමාව 1840 cm^3 වේ.

Educational Publications Department

නිදසුන 1

පහත දැක්වෙන ඝන වස්තුව, ඝනකාභ දෙකක් එක් කර සාදා ඇති අතර එහි මිනුම් x ඇසුරෙන් දී ඇත. එහි පරිමාව x ඇසුරෙන් සොයන්න.



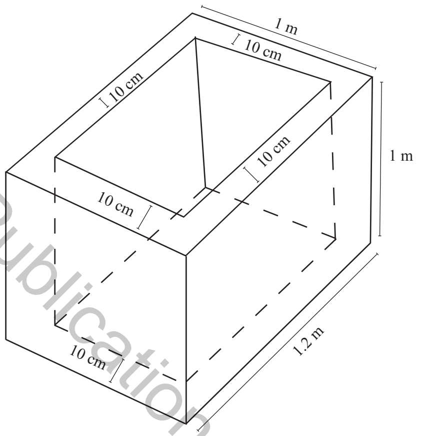
විශාල ඝනකාභයේ පරිමාව $= 5x \times 4x \times x$
$= 20x^3$.

කුඩා ඝනකාභයේ පරිමාව $= 4x \times 2x \times x$
$= 8x^3$.

$\therefore$ මුළු ඝන වස්තුවේ පරිමාව $= 20\,x^3 + 8x^3$
$= 28x^3$.

$\therefore$ සංයුක්ත වස්තුවේ පරිමාව වර්ග ඒකක $28x^3$ වේ.

නිදසුන 2



ඉහත රූපයේ දී ඇත්තේ කොන්ක්‍රීට්වලින් සාදන ලද ජල ටැංකියකි. එය සෑදීම සඳහා යොදා ගෙන ඇති කොන්ක්‍රීට් ප්‍රමාණය සොයන්න.

මෙහි පිටත මිනුම් සහිත ඝනකාභයෙහි පරිමාවෙන් ඇතුළත ඝනකාභයෙහි පරිමාව අඩු කිරීමෙන් කොන්ක්‍රීට් පරිමාව සොයාගත හැකි ය.

පිටත මිනුම් අනුව ඝනකාභයෙහි පරිමාව $= 1.2 \times 1 \times 1$
$= 1.2$

ඇතුළත මිනුම් අනුව ඝනකාභයෙහි පරිමාව $= 1 \times 0.8 \times 0.9$
$= 0.72$

ඒ අනුව කොන්ක්‍රීට් පරිමාව $= 1.2 - 0.72$
$= 0.48$

$\therefore$ ටැංකිය සෑදීම සඳහා වැය වී ඇති කොන්ක්‍රීට් පරිමාව $0.48\ m^3$ වේ.

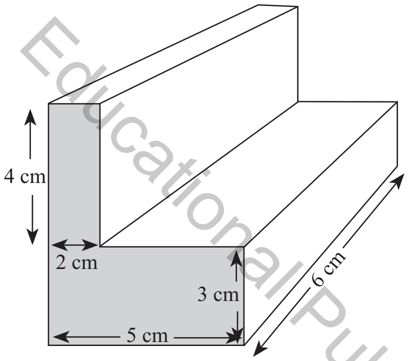
Educational Publications Department

4.1 අභ්‍යාසය

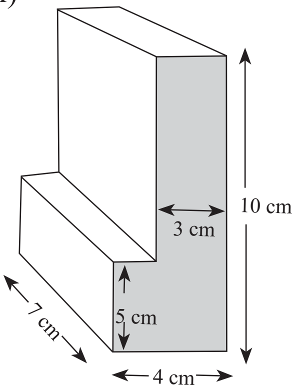
අවශ්‍ය විටදී π සඳහා $\frac{22}{7}$ යොදාගන්න.

1. ඒකාකාර හරස්කඩ සහිත ඝන වස්තු කීපයක් පහත රූපවල දැක්වේ. එක් එක් ඝන වස්තුවේ පරිමාව සොයන්න.

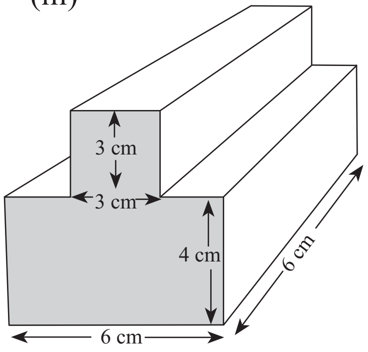
(i)



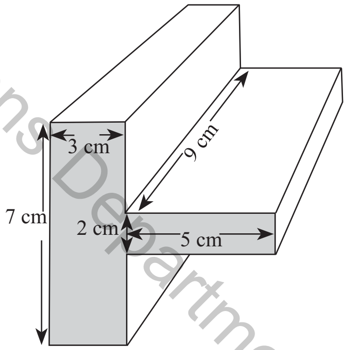
(ii)



(iii)

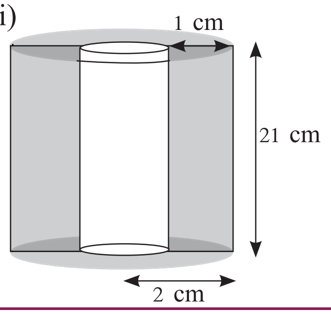


(iv)

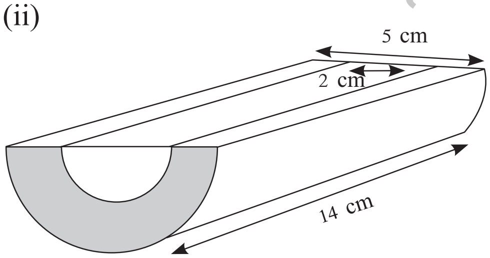


2. පහත දී ඇති එක් එක් රූපයේ පරිමාව සොයන්න.

(i)

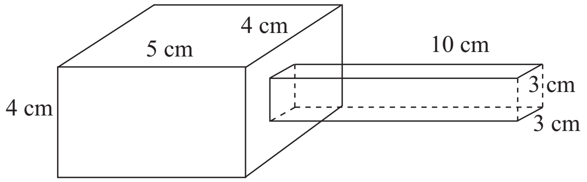


(ii)

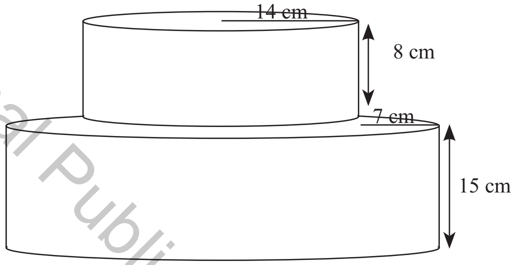


Educational Publications Department

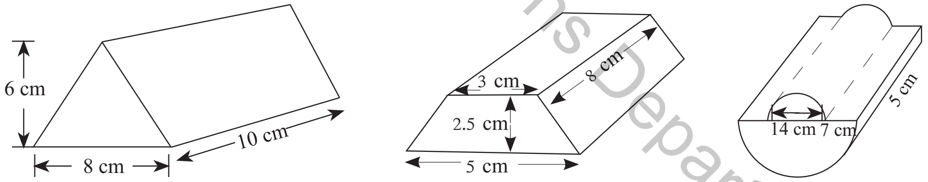
3. වඩු කාර්මිකයෙකු ළඟ තිබූ ලීවලින් සාදන ලද අතකොළුවක් පහත රූපයේ දැක්වේ. ඒ සඳහා වැයවී ඇති ලී පරිමාව සොයන්න.



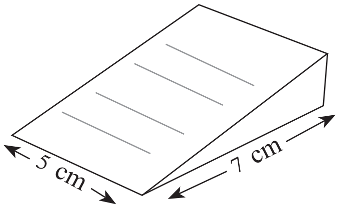
4. රූපයේ දැක්වෙන්නේ රෙජිෆෝම්වලින් තනා ඇති කේක් ආකෘතියකි. එහි පරිමාව සොයන්න.



5. රූපයේ දක්වා ඇත්තේ වීදුරුවලින් සාදන ලද කඩදාසි බරු කිහිපයකි. එක් එක් කඩදසි බරුවේ පරිමාව සොයන්න.

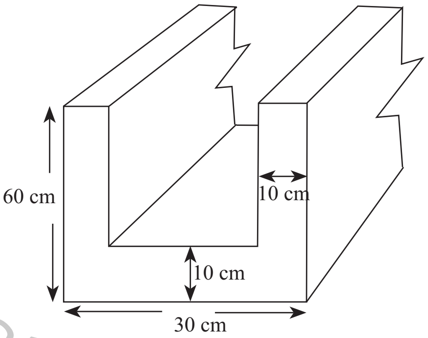


6. දොරක් හැර තැබීම සඳහා යොදා ගන්නා ප්‍රිස්මයක හැඩයෙන් යුත් ලී අඩයක් රූපයේ දැක්වේ. ඒ සඳහා වැය වී ඇති ලී පරිමාව 70 cm^3 නම් එහි උස දී ඇති මිනුම් ඇසුරෙන් සොයන්න.

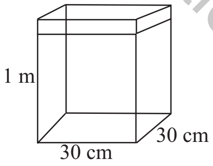


Educational Publications Department

7. රූපයේ දැක්වෙන්නේ ගොඩනැගිල්ලක් වටා ඇති, කොන්ක්‍රීට්වලින් තැනූ කාණුවක කොටසකි. කාණුවේ දිග 30 m වේ. කාණුව සෑදීම සඳහා වැය වී ඇති කොන්ක්‍රීට් ප්‍රමාණය කොපමණ ද?



8. පාසල් සිසුන්ට කැඳ ලබා දීමේ ව්‍යාපෘතියකට අනුව, කැඳ දැමීම සඳහා පහත රූපයේ දැක්වෙන ආකාරයේ භාජන භාවිත කිරීමට තීරණය කෙරිණි. මෙවැනි භාජනයක කට මට්ටමේ සිට 10 cm ක් පහළ මට්ටමක් දක්වා කැඳ පුරවා ඇති විට, දී ඇති මිනුම් භාවිතයෙන්, භාජනයේ ඇති මුළු කැඳ පරිමාව සොයන්න. තවද එක් ළමයෙක් සඳහා 250 ml ක් අල්ලන වීදුරුවකින් එක් වීදුරුව බැගින් ලබා දේ නම් මෙම කැඳ ප්‍රමාණය ළමුන් කී දෙනෙකුට සෑහේ දැයි ගණනය කරන්න.



9. කුඩා දරුවන්ට දිය නෑම සඳහා සාදන ලද සිලින්ඩරාකාර පොකුණක් රූපයේ දැක්වේ. පොකුණේ අරය 70 cm වන අතර 40 cm උසට ජලය පුරවා ඇත.

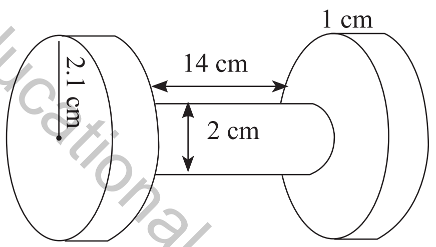
(i) පොකුණේ ඇති ජල පරිමාව සොයන්න.

(ii) පොකුණට ජලය පිරවීම සඳහා 4 lක ධාරිතාවක් සහිත භාජනයක් භාවිත කළේ නම්, පොකුණට සම්පූර්ණයෙන් ම පිරවීම සඳහා මුළුමනින්ම පුරවන ලද එවැනි භාජන කීයක ජලය එම පොකුණට දැමිය යුතු ද?

Educational Publications Department

10. රූපයේ දක්වා ඇත්තේ ලෝහමය ඝන සිලින්ඩරාකාර කොටස් තුනක් එකිනෙක සම්බන්ධ කිරීමෙන් සාදා ඇති බර ඉසිලීම සඳහා සකස් කළ උපකරණයකි. එහි බර 500 g නම් එය තනා ඇති ලෝහයේ ඝනත්වය සොයන්න.

(ඉඟියඃ ඝනත්වය $= \dfrac{\text{ස්කන්ධය}}{\text{පරිමාව}}$ වේ.)



11. යකඩයෙන් තනන ලද පතුලේ අරය r ද උස එමෙන් තුන් ගුණයක් ද වූ ඝන ඍජු සිලින්ඩරයක් සම්පූර්ණයෙන් ම උණු කර, පතුලේ අරය r වූ ද සම උසින් යුක්ත වූ ද ඍජු ඝන සිලින්ඩර 3ක් සාදනු ලබයි. (ලෝහ අපතේ නොගිය බව උපකල්පනය කරන්න) අලුතෙන් සාදන ලද සිලින්ඩරයක උස සොයන්න.

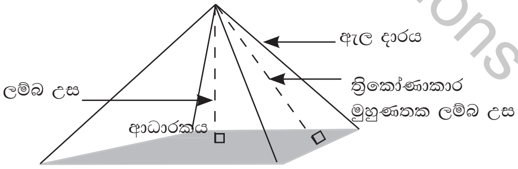
Educational Publications Department

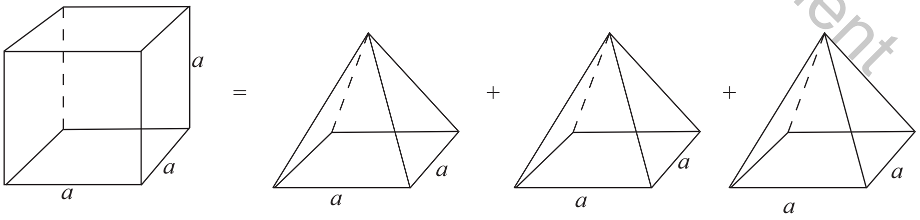
ඒකාකාර හරස්කඩක් රහිත ඝනවස්තු වන පිරමීඩය, කේතුව, ගෝලය වැනි ඝන වස්තුවල පරිමාව සෙවීම සඳහා සූත්‍ර ලබා ගනිමු.

Educational Publications Department

පිරමීඩය

මුලින් ම අපි පිරමීඩයක පරිමාව සෙවීම පිළිබඳව විමසා බලමු.





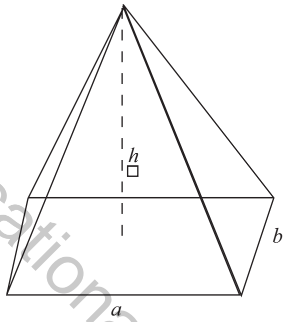
පැත්තක දිග a වන සමචතුරස්‍රාකාර පතුලක් සහිත, උස a වන පිරමීඩ තුනක පරිමාව පැත්තක දිග a වූ ඝනකයක පරිමාවට සමාන බව පරීක්ෂණාත්මකව හෝ සෛද්ධාන්තිකව පෙන්විය හැකි ය.

එනම් $3 \times$ පිරමීඩයේ පරිමාව = ඝනකයේ පරිමාව

පිරමීඩයේ පරිමාව = $\frac{1}{3}$ $\times$ ඝනකයේ පරිමාව

පිරමීඩයේ පරිමාව = $\frac{1}{3}a^3$

පතුල සෘජුකෝණාස්‍රයක් වන අවස්ථාව:

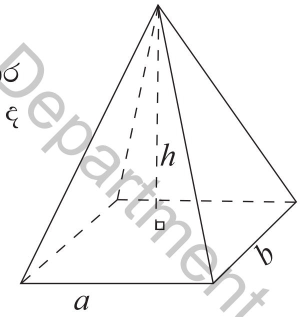


පතුලේ දිග a ද පළල b ද උස h ද වූ පිරමීඩයක පරිමාව V යැයි සලකමු.

එවිට $V = \frac{1}{3} \times$ දිග $\times$ පළල $\times$ උස

$$\therefore \quad V = \frac{1}{3} \times abh$$

නිදසුන 1



පහත රූපයේ දැක්වෙන්නේ සමචතුරස්‍රාකාර ආධාරකයේ පැත්තක දිග 4 cm වූ ද උස 3 cm වූ ද සෘජු පිරමීඩයකි. එහි පරිමාව සොයන්න.

විසඳුම

පිරමීඩයේ පරිමාව

පිරමීඩයේ පරිමාව $= \frac{1}{3} \times$ ආධාරකයේ වර්ගඵලය $\times$ ලම්බ උස

$\therefore$ පරිමාව $= \frac{1}{3} \times 4 \times 4 \times 3$

$= 16$

$\therefore$ පිරමීඩයේ පරිමාව $16\,\text{cm}^3$ වේ.

Educational Publications Department

නිදසුන 2

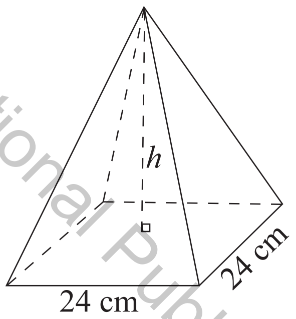
සමචතුරස්‍ර ආධාරකය සහිත පිරමීඩයක ආධාරකයේ පාදයක දිග 24 cm ද පරිමාව 960 cm^3 වේ. එහි

(i) ලම්බ උස,

(ii) ත්‍රිකෝණාකාර මුහුණතක ලම්බ උස සොයන්න.

විසඳුම

මුලින් ම, දී ඇති තොරතුරු රූපසටහනක දක්වමු. පිරමීඩයේ ලම්බ උස h ලෙස සලකමු.



රූපයට අනුව,

$$\text{පිරමීඩයේ පරිමාව} = \frac{1}{3} \times \text{ආධාරකයේ වර්ගඵලය} \times \text{ලම්බ උස}$$

$$960 = \frac{1}{3} \times 24 \times 24 \times h$$

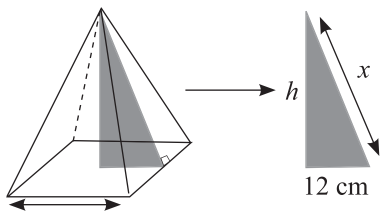
$$h = \frac{960 \times 3}{24 \times 24}$$

$$\therefore h = 5$$

එනම්, පිරමීඩයේ ලම්බ උස 5 cm වේ.

දැන්,

ත්‍රිකෝණාකාර මුහුණතක ලම්බ උස x ලෙස ගනිමු.



Educational Publications Department

x සෙවීමට ඉහත ත්‍රිකෝණය සඳහා පයිතගරස් ප්‍රමේයය යොදමු.

$$h^2 + 12^2 = x^2$$
$$x^2 = 5^2 + 12^2$$
$$x^2 = 25 + 144$$
$$x = 169$$
$$= \sqrt{169}$$
$$= 13$$

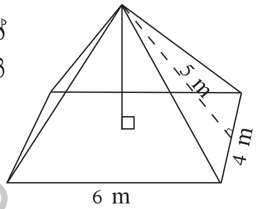
ත්‍රිකෝණාකාර මුහුණතක ලම්බ උස 13 cm වේ.

4.2 අභ්‍යාසය

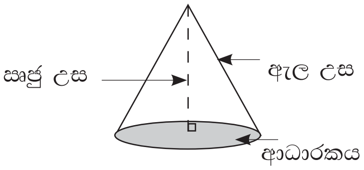
1. පැත්තක දිග 10 cm වූ සමචතුරස්‍ර ආධාරකය සහිත පිරමීඩයක ලම්බ උස 15 cm වේ. එහි පරිමාව සොයන්න.

2. සමචතුරස්‍රාකාර ආධාරකය සහිත පිරමීඩයක පරිමාව 676 cm^3 වේ. එහි ලම්බ උස 3 cm වන විට ආධාරකයේ පාදයක දිග සොයන්න.

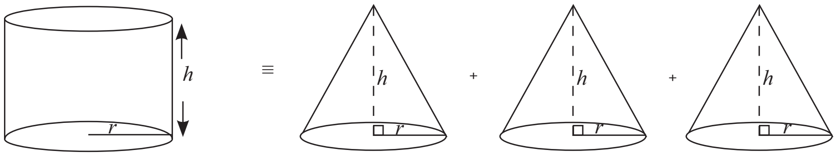
3. පාරක් තැනීම සඳහා ගෙනෙන ලද කළුගල් තොගයක් රූපයේ දැක්වෙන ආකාරයට ගොඩගසා තිබුණි. එහි තිබූ කළුගල් පරිමාව සොයන්න.



කේතුව



දැන් අපි ඍජු වෘත්තාකාර කේතුවක පරිමාව සොයන ආකාරය විමසා බලමු.



Educational Publications Department

පතුලේ අරය r ද ඍජු උස h ද වූ කේතු තුනක පරිමාව පතුලේ අරය r ද උස h ද වූ සිලින්ඩරයක පරිමාවට සමාන වන බව පරීක්ෂණාත්මකව හෝ සෛද්ධාන්තිකව පෙන්විය හැකි ය.

එනම්,

$3 \times$ කේතුවේ පරිමාව $=$ සිලින්ඩරයේ පරිමාව

කේතුවේ පරිමාව $= \frac{1}{3} \times$ සිලින්ඩරයේ පරිමාව

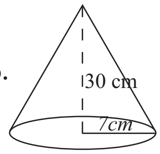
කේතුවේ පරිමාව $= \frac{1}{3} \times$ ආධාරක පෘෂ්ඨයේ වර්ගඵලය $\times$ උස

$$\Rightarrow V = \frac{1}{3} \times \pi r^2 \times h$$

Educational Publications Department

නිදසුන 1

පතුලේ අරය 7 cm ද උස 30 cm ද වූ කේතුවක පරිමාව සොයන්න.



විසඳුම

මුලින් ම, දී ඇති තොරතුරුවලට අනුව රූපය අඳිමු.

කේතුවේ පරිමාව $= \frac{1}{3} \times \pi r^2 h$

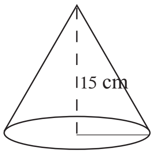
$$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{\cancel{7}} \times \cancel{7} \times 7 \times 30$$

$$= 1540$$

$\therefore$ කේතුවේ පරිමාව 1540 cm^3 වේ.

නිදසුන 2

ඍජු කේතුවක ආධාරකයේ පරිධිය 44 cm වේ. ලම්බ උස 15 cm වේ. මෙම කේතුවේ පරිමාව සොයන්න.



විසඳුම

දී ඇති තොරතුරුවලට අනුව රූපය අඳිමු.

ආධාරක වෘත්තාකාර ආස්තරයේ පරිධිය 44 cm බව දී ඇත.

ආධාරකයේ අරය r යැයි ගනිමු.

$$\therefore 2\pi r = 44$$

$$\therefore 2 \times \frac{22}{7} \times r = 44$$

$$r = \frac{44 \times 7}{2 \times 22}$$

$$= 7 \text{ cm}$$

කේතුවේ පරිමාව $= \frac{1}{3} \times \pi r^2 h$

$$\therefore = \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times 15$$

$$= 770$$

$\therefore$ කේතුවේ පරිමාව $\underline{\underline{770 \text{ cm}^3}}$ වේ.

4.3 අභ්‍යාසය

1. පතුලේ අරය 14 cm ද ලම්බ උස 24 cm ද වූ, ඍජු කේතුවක පරිමාව සොයන්න.

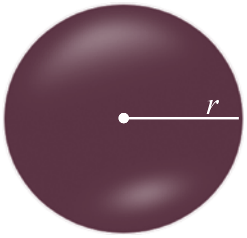
2. අරය 14 cm වූ වෘත්තාකාර කේතුවක පරිමාව 1232 cm^3 වේ. එහි ඍජු උස සොයන්න.

3. අරය හා ඇල උස පිළිවෙළින්,
   (i) 20 cm, 29 cm
   (ii) $\sqrt{2}$ cm, $\sqrt{51}$ cm වූ,
   එක් එක් ඍජු කේතුවේ පරිමාව සොයන්න.

4. ඍජු වෘත්තාකාර කේතුවක හැඩයෙන් යුත් පතුලේ පරිධිය 22 m වූ වැලිගොඩක උස 1 m කි. වැලි ගොඩේ ඇති වැලි පරිමාව සොයන්න.

Educational Publications Department

ගෝලය



අරය r වූ ගෝලයක පරිමාව $\frac{4}{3}\pi r^3$ මගින් ලබා දෙයි.

එනම්, ගෝලයක පරිමාව $= \frac{4}{3}\pi r^3$

Educational Publications Department

නිදසුන 1

අරය 4.2 cm වූ ගෝලයක පරිමාව සොයන්න.

විසඳුම

ගෝලයේ පරිමාව $= \frac{4}{3}\pi r^3$ වේ

$r = 4.2$ නිසා

$$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 4.2 \times 4.2 \times 4.2$$

$$= 310.464 \text{ cm}^3$$

$\therefore$ ගෝලයේ පරිමාව 310.464 cm^3 වේ.

නිදසුන 2

ගෝලයක පරිමාව 38 808 cm^3 වේ. මෙහි අරය සොයන්න.

විසඳුම

ගෝලයේ පරිමාව $= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times r^3$

$$\therefore 38\,808 = \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times r^3$$

$$r^3 = \frac{38808 \times 3 \times 7}{4 \times 22}$$

$$r = 21$$

$\therefore$ ගෝලයේ අරය 21 cm වේ.

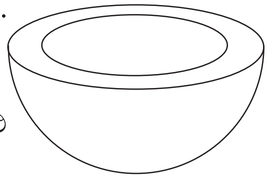
4.4 අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන එක් එක් ගෝලයේ පරිමාව සොයන්න.
   - (i) අරය 14 cm
   - (ii) විෂ්කම්භය 35 cm
   - (iii) අරය 3.5 cm
   - (iv) විෂ්කම්භය 8.4 cm

2. අරය 0.7 cm වූ ඝන අර්ධ ගෝලයක පරිමාව සොයන්න.

3. අරය 6 cm වූ ඝන යකඩ ගෝල 8ක් උණු කර ඒ යකඩ සියල්ලෙන් එක් විශාල ගෝලයක් සාදයි. එහි අරය සොයන්න.

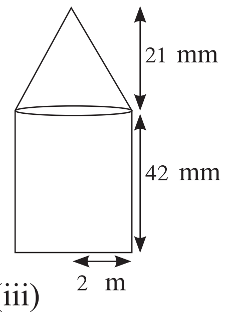
4. රූපයේ දැක්වෙන්නේ අර්ධ ගෝලාකාර යකඩ බඳුනකි. එහි ඇතුළත අරය 42 cm ද පිටත අරය 56 cm ද වේ.
   - (i) බඳුන තනා ඇති යකඩවල පරිමාව සොයන්න.
   - (ii) එහි 1 cm^3ක ස්කන්ධය 7.9 g නම් බඳුනෙහි මුළු බර සොයන්න.



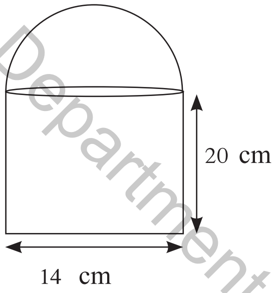
5. පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය 616 cm^2 වූ ඝන ගෝලයක පරිමාව සොයන්න.

6. පහත දී ඇති එක් එක් ඝන වස්තුවේ පරිමාව සොයන්න. මෙම ඝන වස්තු සෘජු කේතු, සෘජු සිලින්ඩර, සෘජු ප්‍රිස්ම, ඝනක සහ අර්ධගෝල ඇසුරෙන් සකසා ඇත.

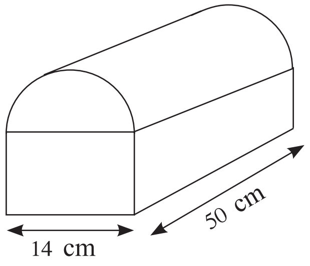
(i)



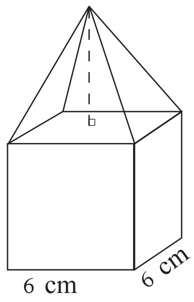
(ii)



(iii)



(iv)



Educational Publications Department

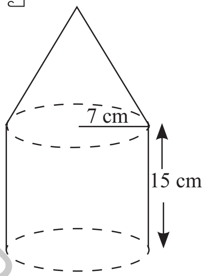
4.3 සංයුක්ත ඝන වස්තු ආශ්‍රිත යෙදීම් තවදුරටත්

එකිනෙකට වෙනස් ඝන වස්තු කීපයක් ආශ්‍රිතව සැකසුණු සංයුක්ත ඝනවස්තුවල පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය හා පරිමාව සොයන ආකාරය නිදසුන් ඇසුරෙන් විමසා බලමු.

නිදසුන 1

අරය 7 cm ද ඍජු උස 10 cm ද වූ ඝන කේතුවක් සහ අරය 7 cm හා උස 15 cm වූ සිලින්ඩරයක් රූපයේ පරිදි සවිකර සංයුක්ත ඝනවස්තුවක් සාදා ඇත.

(i) සංයුක්ත ඝන වස්තුවේ සම්පූර්ණ පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සොයන්න.
(ii) සංයුක්ත ඝන වස්තුවේ මුළු පරිමාව සොයන්න.



Educational Publications Department

(i) ඝන වස්තුවේ මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය = කේතුවේ වක්‍ර පෘෂ්ඨයේ වර්ගඵලය

\+ සිලින්ඩරයේ වක්‍ර පෘෂ්ඨයේ වර්ගඵලය + සිලින්ඩරයේ පතුලේ වර්ගඵලය
(වෘත්තාකාර පෘෂ්ඨයේ)

$\pi rl + 2\pi r \times h + \pi r^2$

l = කේතුවේ ඇල උස
r = කේතුවේ හා සිලින්ඩරයේ අරය
h = සිලින්ඩරයේ උස

$l = \sqrt{7^2 + 10^2}$

$= \sqrt{49 + 100}$

$= \sqrt{149}$

$\pi rl + 2\pi rh + \pi r^2$

$= \frac{22}{7} \times 7 \times \sqrt{149} + 2 \times \frac{22}{7} \times 7 \times 15 + \frac{22}{7} \times 7 \times 7$

$= 22\sqrt{149} + 44 \times 7 \times 15 + 22 \times 7$

$= 268.54 + 4620 + 154 = 5042.54$

$\therefore$ ඝන වස්තුවේ පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය $= 5024.54 \text{ cm}^2$

(iii) ඝන වස්තුවේ මුළු පරිමාව = කේතුවේ පරිමාව + සිලින්ඩරයේ පරිමාව

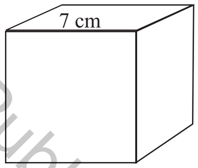
$$= \frac{1}{3}\pi r^2 h + \pi r^2 h$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 7^2 \times 10 + \frac{22}{7} \times 7^2 \times 15$$

$$= 513.33 + 2310$$

$$= \underline{\underline{2823.33}}$$

නිදසුන 2



(a) රූපයේ පරිදි ඝනකයක් ලීයෙන් සාදා ඇත.

(i) එහි පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සොයන්න.
(ii) එහි පරිමාව සොයන්න.

(b) එයින් අරය 3.5 cm වූ ගෝලාකාර කොටසක් හාරා ඉවත් කර ඇත. දැන් ඇති ඝන වස්තුවේ පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය හා පරිමාව සොයන්න.

(a) (i) ඝනකයේ පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය $= 7 \times 7 \times 6$

$= 294 \text{ cm}^2$

(ii) ඝනකයේ පරිමාව $= 7 \times 7 \times 7 = 343 \text{ cm}^3$

(b) නව ඝන වස්තුවේ පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය $= 294 - \frac{22}{7} \times 7^2 + 2 \times \frac{22}{7} \times 7^2$

$= 294 - 154 + 308$

$= 448$

පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය 448 cm^2

Educational Publications Department

(ii) මුළු පරිමාව $= 7 \times 7 \times 7 - \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 7^2$

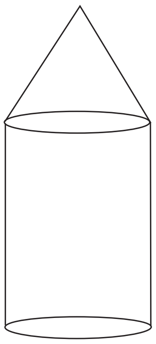
$= 343 - 102.67$

$= 240.33$

මුළු පරිමාව = $\underline{\underline{240.33 \text{ cm}^3}}$

4.5 අභ්‍යාසය

1. ඉටිපන්දමක හැඩය යාබද රූප සටහනෙහි පරිදි වේ. එය ඍජු වෘත්තාකාර සිලින්ඩරාකාර කොටසකින් සහ සමාන අරය සහිත ඍජු වෘත්තාකාර කේතුවකින් සමන්විත වේ. මෙම කේතුවේ උස 3 cm ද සිලින්ඩරාකාර කොටසේ උස 10 cm ද ඉටිපන්දමෙහි අඩියෙහි සහ කේතුවේ අරය 10 cm බැගින් ද වේ.



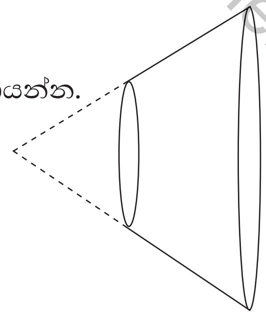
(i) මෙම ඉටිපන්දමෙහි සිලින්ඩරාකාර කොටස කඩදාසියකින් දැවටීමට අවශ්‍යව ඇත. ඒ සඳහා අවශ්‍ය කඩදාසියක අවම ක්ෂේත්‍රඵලය සොයන්න.

(ii) මෙවැනි ඉටිපන්දමක් නිපදවීමට අවශ්‍ය ඉටි ප්‍රමාණය සොයන්න.

2. උස 10 cm සහ අඩියෙහි අරය 21 cm වන ඍජු වෘත්තාකාර කේතුවකින් එහි උඩ කොටසින් උස 5 cm වන කේතුක කොටස ඉවත් කෙරෙයි. එවිට

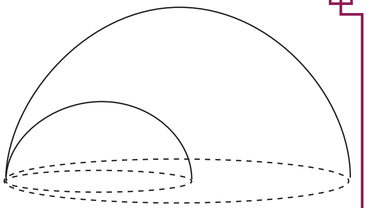
(i) ඉවත් වන කොටසෙහි පරිමාව සහ

(ii) ඉතිරි වන කොටසෙහි පරිමාව සොයන්න.

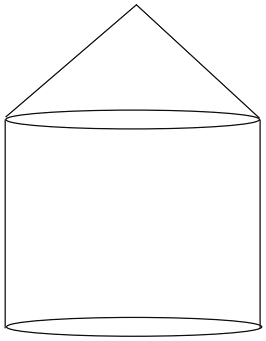


Educational Publications Department

3. මෙම රූප සටහනෙහි පරිදි අරය 20 cm වන ඝන අර්ධ ගෝලයකින් අරය 10 cm වන කුඩා අර්ධ ගෝල කොටසක් කපා ඉවත් කෙරෙයි. එවිට ඉවත් වන කොටසෙහි පරිමාව සොයා එය ඉතිරි වන කොටසෙහි පරිමාවට ඇති අනුපාතය හැකි තරම් සරල අයුරෙන් සොයන්න.



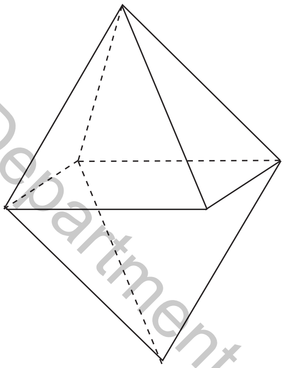
4. යම් ආකෘතියක කොටසක් යාබද රූප සටහනෙහි පරිදි වේ. එය ඍජු වෘත්තාකාර සිලින්ඩරාකාර කොටසකින් සහ අඩිය සමචතුරස්‍රයක් වන පිරමීඩයක හැඩයක් සහිත කොටසකින් සමන්විත වන අතර සිලින්ඩරාකාර කොටසෙහි අරය 28 cm ද සිලින්ඩරාකාර කොටසේ උස 10 cm ද සිලින්ඩරාකාර කොටස සමග ස්පර්ශව ඇති පිරමීඩයෙහි ශීර්ෂ සිලින්ඩරාකාර කොටසෙහි අඩියෙහි පරිධිය මත වේ. පිරමීඩයෙහි උස 10 cm වේ. මෙම කොටසක් තැනීමට අවශ්‍ය අමුද්‍රව්‍ය ප්‍රමාණය සොයන්න.



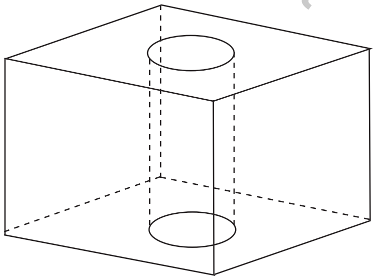
Educational Publications Department

5. පහත දී ඇති එක් එක් සංයුක්ත ඝන වස්තුවෙහි පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සහ පරිමාව සොයන්න.

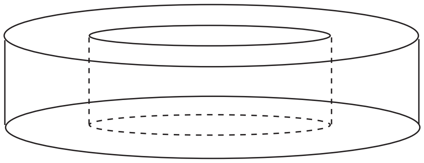
a. මෙහි ඇති එක් එක් පිරමීඩයෙහි ආධාරකය පැත්තක් 20 cm වූ සමචතුරස්‍රයක් වන අතර එම ආධාරක සමපාත වන පරිදි ඒවා සම්බන්ධව ඇත. එක් පිරමීඩයක උස 30 cm ද අනෙක් පිරමීඩයෙහි උස 25 cm ද වේ.



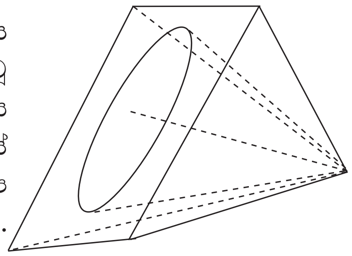
b. පහත රූප සටහනෙහි ඇත්තේ පැත්තක් 60 cm වූ ඝනකයක් වන අතර සම්මුඛ මුහුණත් දෙකක මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය ඔස්සේ වන පරිදි අක්ෂය ඇති අරය 14 cm වන ඍජු වෘත්තාකාර සිලින්ඩරාකාර කුහරයක් ඇත.



c. යාබද රූප සටහනෙහි ඇත්තේ උස 24 cm බැගින් ද අක්ෂ සමපාත වන පරිදි තබන ලද ඍජු වෘත්තාකාර සිලින්ඩරාකාර දෙකකි. ඉහළින් සහ පහළින් තල පෘෂ්ඨ සෑදෙන ලෙස ඒවා අතර සම්පූර්ණයෙන් ඇලුමිනියම් ලෝහයෙන් පුරවා ඇත.



d. යාබද රූප සටහනෙහි ඇත්තේ උස 24cm සහ ආධාරකය පැත්තක් 20 cm වූ සමචතුරස්‍රයකි. අක්ෂය පිරමීඩයෙහි ශීර්ෂය සහ ආධාරකයෙහි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය ඔස්සේ වන රේඛාව හා සමපාත වන පරිදි එම රූප සටහනෙහි පරිදි කේතුවක් ඉවත් කර ඇත. එම කේතුවෙහි අඩියෙහි අරය 7 cm වේ.



Educational Publications Department

6. යාබද රූප සටහනෙහි ඇත්තේ කොටසක් ඉවත් කරන ලද උස 20 cm පමණ වන අයිසිං චොක්ලට් තට්ටු කේක් එකකි. අයිසිං තට්ටුවල සමුච්චිත උස එක් චොක්ලට් තට්ටුවෙහි උසට සමාන වේ. එය අඩියෙහි විෂ්කම්භය 21 cm පමණ වන සිලින්ඩරයක හැඩය සහිත වේ. පහත ඒවා සොයන්න.

a. චොක්ලට් තට්ටුවක උස
b. කේක් එකෙහි දැනට ඇති පරිමාවට චොක්ලට් පරිමාවෙහි අනුපාතය
c. එම කොටස ඉවත් කිරීමට පෙර එහි තිබූ අයිසිං ප්‍රමාණය

පාරිභාෂික පද

අංගසම	Congruent
අංශකය	Degree
අනුපාතය	Ratio
අනුරූප	Corresponding
රේඩියනය	Radian
අභ්‍යන්තර	Interior
අරය	Radius
අවරෝහණ කෝණය	Angle of depression
ආපාතිත	Subtended
ආරෝහණ කෝණය	Angle of elevation
ඇස් මට්ටම	Eye level
උස	Height
ඍජුකෝණාස්‍රය	Rectangle
ඓක්‍යය	Sum
කර්ණය	Hypotenuse
කේතුව	Cone
කේන්ද්‍ර කෝණය	Angle at the centre
කේන්ද්‍රය	Centre
කෝණය	Angle
කෝසයින	Cosine
කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩය	Sector
ගෝලය	Sphere
ඝන	Solid
ඝනකය	Cube
ඝනකාභය	Cuboid
චාපය	Arc

Educational Publications Department

තල රූපය	Plane figure
ත්‍රපීසියම	Trapezium
ත්‍රිකෝණමිතිය	Trigonometry
ත්‍රිකෝණය	Triangle
දිග	Length
දෘෂ්ටි රේඛාව	Vision line
පරිධිය	Circumference
පරිමාව	Volume
පළල	Breadth
පාදය, ආධාරකය	Base
පිරමීඩය	Pyramid
පෘෂ්ඨය	Surface
ප්‍රිස්මය	Prism
බද්ධ; යාබද	Adjacent
බෑවුම් උස	Slant height
මුහුණත	Face
ලම්බ; ලම්බය	Perpendicular
වක්‍ර රේඛාව	Curved line
වර්ගඵලය	Area
වර්ගය	Square
වෘත්තය	Circle
ශීර්ෂය	Vertex
සංවෘත රූපය	Closed figure
ස්පර්ශකය	Tangent
සම්බන්ධතාව	Relationship
සම්මුඛ	Opposite
සමද්විපාද	Iso-sceles
සමපාද	Equilateral
සමාන්තරාස්‍රය	Parallalogram
සයිනය	Sine
සරල රේඛාව	Straight line
සිලින්ඩරය	Cylinder
හරස්කඩ	Cross-section

Educational Publications Department