



Online skripta

# FIZIKA

Fizika - online skripta za maturu

## Sadržaj

### 1. MATEMATIČKA ZNANJA I VJEŠTINE

Mjerne jedinice	4
Račun apsolutne pogreške	8
Vektori	9

### 2. MEHANIKA

Put i pomak	12
Brzina i jednoliko pravocrtno gibanje	14
Akceleracija i jednoliko ubrzano gibanje	16
Slobodni pad i vertikalni hitac	18
Komponente vektora i horizontalni hitac	21
Sile i Newtonovi zakoni	25
Gibanje tijela na kosini	31
Impuls sile, količina gibanja i ZOKG	33
Rad, energija i snaga	35
Oblici energije i ZOE	38
Sudari	43
Jednoliko gibanje po kružnici	45
Opći Newtonov zakon gravitacije i Keplerovi zakoni	47

### 3. MEHANIKA FLUIDA

Tlak - atmosferski, hidrostatski i hidraulički	50
Uzgon i Arhimedov zakon	53
Jednadžba kontinuiteta i Bernoullijev zakon	55

## Online skripte by gradivo.hr

Idealna skripta za svakoga! Pronađi objašnjenja svih gradiva, ilustracije, formule i tablice. Sve je napisano jednostavnim jezikom i sažeto tako da možeš u sekundi doći do informacije koju trebaš!

Slobodno podijeli i s drugima! Naše skripte su uvijek bile i uvijek će ostati besplatne. To je naš mali doprinos svim srednjoškolcima!

# Mjerne jedinice

## Potencije broja 10

$$10^1 = 10$$

$$10^2 = 100$$

$$10^3 = 1\,000$$

$$10^4 = 10\,000$$

$$10^5 = 100\,000$$

$$10^6 = 1\,000\,000$$

$$10^7 = 10\,000\,000$$

$$10^8 = 100\,000\,000$$

$$10^9 = 1\,000\,000\,000$$

$$10^{10} = 10\,000\,000\,000$$

10 nula

$$10^{-1} = 0,1$$

$$10^{-2} = 0,01$$

$$10^{-3} = 0,001$$

$$10^{-4} = 0,0001$$

$$10^{-5} = 0,00001$$

$$10^{-6} = 0,000001$$

$$10^{-7} = 0,0000001$$

$$10^{-8} = 0,00000001$$

$$10^{-9} = 0,000000001$$

$$10^{-10} = 0,0000000001$$

10 nula

## Prefiksi mjernih jedinica

prefiks	oznaka	veličina	primjer
piko	P	$10^{-12}$	1 pikometar (pm) = $10^{-12}$ metara
nano	n	$10^{-9}$	1 nanometar (nm) = $10^{-9}$ metara
mikro	μ	$10^{-6}$	1 mikrometar ( $\mu\text{m}$ ) = $10^{-6}$ metara
ili	m	$10^{-3}$	1 milimetar (mm) = $10^{-3}$ metara
centi	c	$10^{-2}$	1 centimetar (cm) = $10^{-2}$ metara
deci	d	$10^{-1}$	1 decimetar (dm) = $10^{-1}$ metara
deka	da	$10^1$	1 dekametar (dam) = $10^1$ metara
hekt	h	$10^2$	1 hektometar (hm) = $10^2$ metara
kilo	k	$10^3$	1 kilometar (km) = $10^3$ metara
mega	M	$10^6$	1 megametar (Mm) = $10^6$ metara
giga	G	$10^9$	1 gigametar (Gm) = $10^9$ metara

## Pretvaranje mjernih jedinica

$$\begin{aligned}
 1 \text{ m}^2 &= 0,000\,001 \text{ km}^2 \\
 / \quad \backslash \\
 1 \text{ m} \times 1 \text{ m} &= 0,001 \text{ km} \times 0,001 \text{ km} \\
 &= 0,000\,001 \text{ km}^2 \\
 &= 10^{-6} \text{ km}^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 1 \text{ m}^3 &= 0,000\,000\,001 \text{ km}^3 \\
 / \quad \backslash \\
 1 \text{ m} \times 1 \text{ m} \times 1 \text{ m} &= 0,001 \text{ km} \times 0,001 \text{ km} \times 0,001 \text{ km} \\
 &= 0,000\,000\,001 \text{ km}^3 \\
 &= 10^{-9} \text{ km}^3
 \end{aligned}$$

$$1 \text{ km}^2 = 1000 \text{ } 000 \text{ m}^2$$

/    \

$$1 \text{ km} \times 1 \text{ km} = 1000 \text{ m} \times 1000 \text{ m}$$

$$= 1000 \text{ } 000 \text{ m}^2$$

$$= 10^6 \text{ km}^2$$

$$1 \text{ km}^3 = 1000 \text{ } 000 \text{ } 000 \text{ m}^3$$

/    \

$$1 \text{ km} \times 1 \text{ km} \times 1 \text{ km} = 1000 \text{ m} \times 1000 \text{ m} \times 1000 \text{ m}$$

$$= 1000 \text{ } 000 \text{ } 000 \text{ m}^3$$

$$= 10^9 \text{ km}^3$$

$$1 \text{ m}^2 = 0,000 \text{ } 001 \text{ km}^2 = 10^{-6} \text{ km}^2$$

$$1 \text{ m}^2 = 100 \text{ dm}^2 = 10^2 \text{ dm}^2$$

$$1 \text{ m}^2 = 10 \text{ } 000 \text{ cm}^2 = 10^4 \text{ cm}^2$$

$$1 \text{ m}^2 = 1 \text{ } 000 \text{ } 000 \text{ mm}^2 = 10^6 \text{ mm}^2$$

$$1 \text{ m}^3 = 0,000 \text{ } 000 \text{ } 001 \text{ km}^3 = 10^{-9} \text{ km}^3$$

$$1 \text{ m}^3 = 1 \text{ } 000 \text{ dm}^3 = 10^3 \text{ dm}^3$$

$$1 \text{ m}^3 = 1 \text{ } 000 \text{ } 000 \text{ cm}^3 = 10^6 \text{ cm}^3$$

$$1 \text{ m}^3 = 1 \text{ } 000 \text{ } 000 \text{ } 000 \text{ mm}^3 = 10^9 \text{ mm}^3$$

U svijetu fizike najčešće pretvorbe s kojima se susrećemo su za jedinicu brzine i gustoće:

$$10 \text{ km/h} = 10 \cdot \frac{1000 \text{ m}}{3600 \text{ s}}$$

←  
 60 min × 60 sec

$$= 2.78 \text{ m/s}$$

$$10 \text{ m/s} = 10 \cdot \frac{\frac{1}{1000}}{\frac{1}{3600}}$$

$$= 10 \cdot \frac{3600}{1000}$$

$$= 36 \text{ km/h}$$

$$10 \text{ kg/m}^3 = 10 \cdot \frac{1000 \text{ g}}{10^6 \text{ cm}^3}$$
$$= 0.01 \text{ g/cm}^3$$

$$10 \text{ g/cm}^3 = 10 \cdot \frac{10^3 \text{ kg}}{10^6 \text{ m}^3}$$
$$= 10000 \text{ kg/m}^3$$
$$= 10^4 \text{ kg/m}^3$$

Ova skripta je free jer svi mi volimo besplatne stvari!  
Ako želiš toga još, **skeniraj ovaj QR kod** i isprobaj besplatno ostale materijale na našoj stranici.



## Račun absolutne pogreške

Pri određivanju vrijednosti neke fizikalne veličine koristeći veći broj mjerena rješenje zapisujemo pomoću srednje vrijednosti i absolutne pogreške. Srednja vrijednost je zbroj svih mjerena podijeljen s brojem mjerena:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

Absolutnu pogrešku  $\Delta x$  računamo kao absolutnu vrijednost razlike najvećeg odstupanja od srednje vrijednosti i same srednje vrijednosti:

$$\Delta x = |x_{max} - \bar{x}|$$

Bitno je znati da  $x_{max}$  ne predstavlja najveću izmjerenu vrijednost već najveće odstupanje od srednje vrijednosti.

Konačno rješenje zapisujemo u obliku:

$$x = \bar{x} \pm \Delta x$$

### PRIMJER RAČUNA S ABSOLUTNOM POGREŠKOM

$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$
5 cm	3 cm	5 cm	4 cm

$n = 4$

$$\bar{x} = \frac{5 + 3 + 5 + 4}{4}$$

$$\bar{x} = 4.25 \text{ cm}$$

najveće odstupanje od  $\bar{x}$

$$\Delta x = |3 - 4.25|$$

$$\Delta x = 1.25 \text{ cm}$$

$$x = \underline{\underline{(4.25 \pm 1.25) \text{ cm}}}$$

U tablici su prikazana 4 mjerena. Do srednje vrijednosti dolazimo zbrajanjem svih mjerena i dijeljenjem s brojem 4. U ovom je slučaju  $x_{max}$  manji od  $\bar{x}$ .

Sviđa ti se što vidiš? E pa ima toga još! **Skeniraj QR kod** pored i pretplati se na pripreme za maturu koje su ti uvijek dostupne, u neograničenim količinama!



# Vektori

## RAZLIKA IZMEĐU VEKTORA I SKALARA

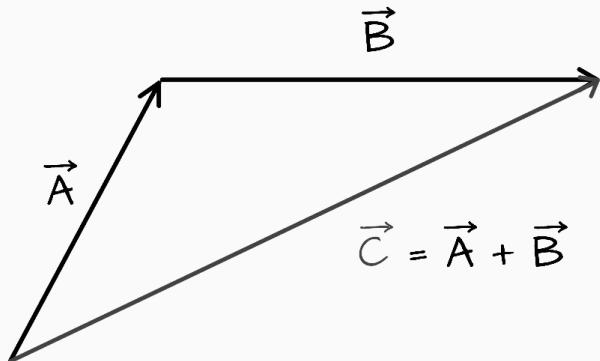


Vektori su usmjerene dužine kod kojih razlikujemo početnu i završnu točku. Za razliku od skalara koji imaju samo iznos, svaki vektor ima i orijentaciju i smjer.

## ZBROJ VEKTORA NA ISTOM PRAVCU



## ZBROJ VEKTORA KOJI NISU NA ISTOM PRAVCU



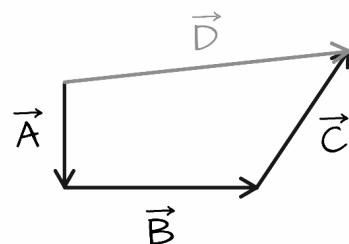
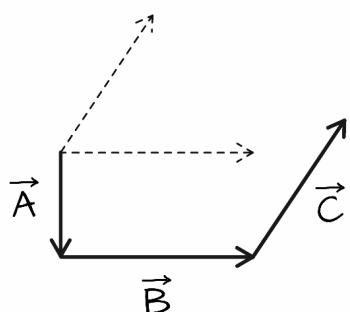
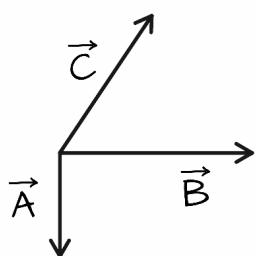
Vektore  $\vec{A}$  i  $\vec{B}$  koji se ne nalaze na istom pravcu zbrajamo tako da najprije početak vektora  $\vec{B}$  dovedemo na kraj vekotra  $\vec{A}$ . Nakon toga spojimo početak vektora  $\vec{A}$  s krajem vektora  $\vec{B}$ .

## ZBROJ TRI VEKTORA

■ Kako bi zbrojili  
3 vektora ...

■ Translatiramo  
vektore  $\vec{B}$  i  $\vec{C}$

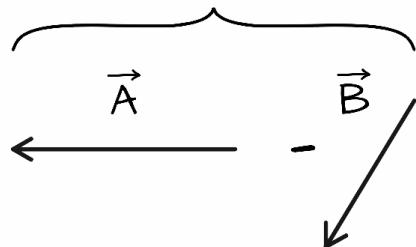
■ Nacrtamo rezultantni  
vektor od početne  
točke do krajnje



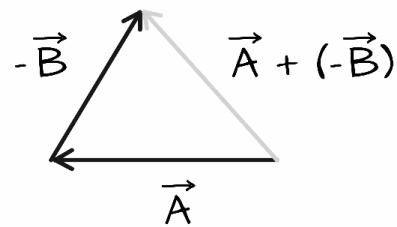
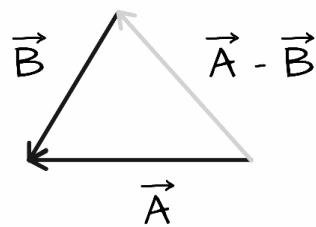
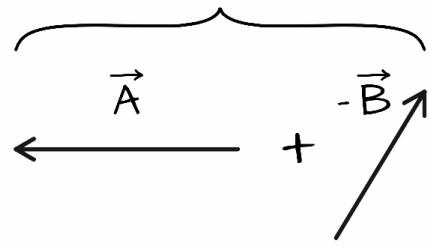
Zbrajanje 3 ili više vektora se svodi na uzastopno dodavanje novih vektora na kraj prethodnog kao što je prikazano na slici. Analogno zbrajanju 2 vektora, na kraju spajamo početak prvog i kraj zadnjeg vektora.

## ODUZIMANJE VEKTORA

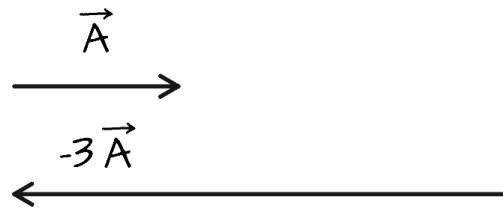
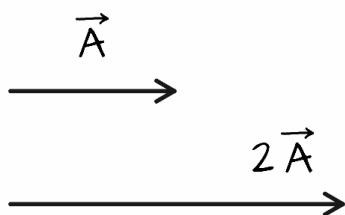
Oduzimanje  $\vec{B}$  od  $\vec{A}$  ...



... je isto kao zbroj  $-\vec{B} + \vec{A}$



## MNOŽENJE VEKTORA SA SKALAROM



a) Množenjem vektora s 2 njegova se duljina produži dva puta

b) Množenjem vektora s negativnim brojem smjer vektora se promjeni, a duljina mu se produži (u ovom slučaju 3 puta)



## Put i pomak

Put i pomak su jedni od prvih pojmova koje definiramo u svijetu fizike. To su dvije slične fizikalne veličine koje je važno naučiti razlikovati. Prije samih definicija i objašnjenja puta i pomaka, definirat ćemo nekoliko pojmova:

**Kinematika** je dio mehanike koji proučava gibanja bez da pita za uzroke. Prvih nekoliko lekcija bavit ćemo se ovom granom mehanike.

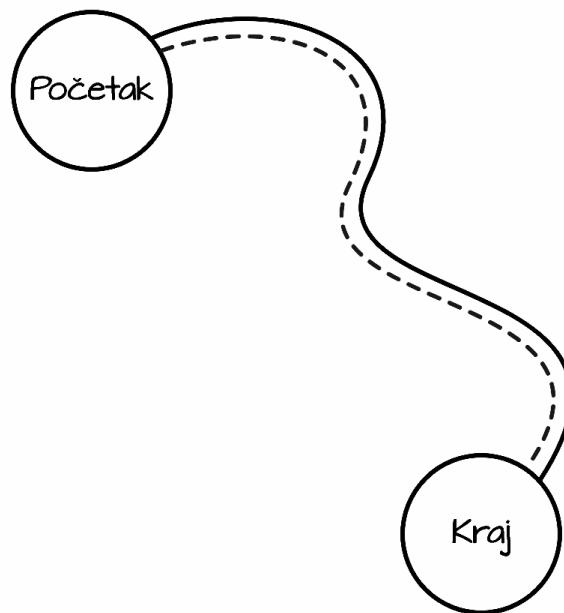
**Gibanje** je promjena položaja tijela u odnosu na neki referentni sustav, tj. okolinu.

**Putanja** je (zamišljeni) trag koji tijelo ostavlja pri gibanju. Može biti pravocrtna i krivocrtna, a duljina putanje bit će jednaka prijeđenom putu.

**Položaj** tijela je trenutna koordinata tijela u određenom koordinatnom sustavu, tj. udaljenost tijela od točke koju smo definirali kao ishodište. Položaj najčešće u jednodimenzionalnom gibanju označavamo s **x**.

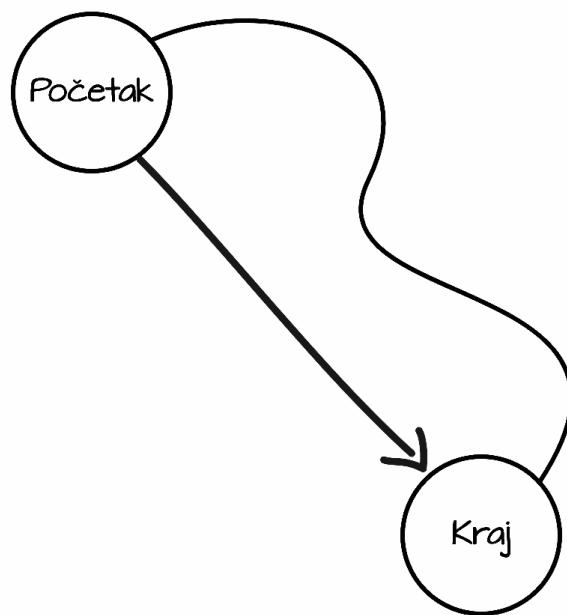
### Put

**Put** je skalarna fizikalna veličina (ima samo iznos) koja predstavlja duljinu putanja kojom se tijelo gibalo od početne do konačne točke. Postoji beskonačno različitih duljina puta kojim možemo doći od početne do konačne točke. Fizikalna oznaka za put je **s**.



### Pomak

**Pomak** je vektor usmjeren od početne prema konačnoj točki gibanja. Iznos pomaka jednak je iznosu najkraćeg mogućeg puta kojim možemo doći od početne do konačne točke.



Ako se tijelo pomaknulo iz položaja  $x_1$  na položaj  $x_2$ , tada pomak definiramo kao:

$$\Delta \vec{x} = x_2 - x_1$$

Svida ti se što vidiš? E pa ima toga još! **Skeniraj QR kod** pored i pretplati se na pripreme za maturu koje su ti uvijek dostupne, u neograničenim količinama!



# Brzina i jednoliko pravocrtno gibanje

## Brzina

**Brzina** je vektorska veličina kojom opisujemo promjenu položaja u vremenu. Razlikujemo **srednju** i **trenutnu brzinu** gibanja. Srednju brzinu označavamo s  $\bar{v}$  i računamo kao omjer ukupnog prijeđenog puta i vremena koje je bilo potrebno da tijelo prijede taj put.

$$\bar{v} = \frac{s_{uk}}{t_{uk}}$$

Trenutna brzina je brzina koju tijelo ima u točno određenom trenutku svoga gibanja.

Osnovna mjerna jedinica brzine je  $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ , ali često koristimo i susrećemo mjeru jedinicu  $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ .

$$1 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 3,6 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

Brzinu općenito možemo izračunati i ako znamo koliki je pomak tijelo napravilo u nekom vremenskom intervalu.

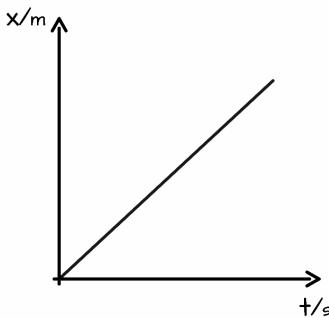
$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$

## Jednoliko pravocrtno gibanje

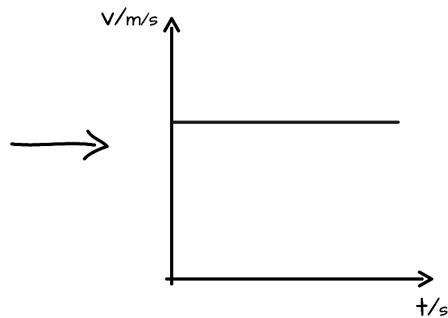
Gibanje pri kojem se brzina tijela ne mijenja u vremenu zove se **jednoliko pravocrtno gibanje**. Brzina je stalnog iznosa i smjera, tj. tijelo prelazi jednakе dijelove puta u jednakim vremenskim intervalima.

Jednoliko pravocrtno gibanje možemo prikazati grafovima ovisnosti brzine i položaja u vremenu.

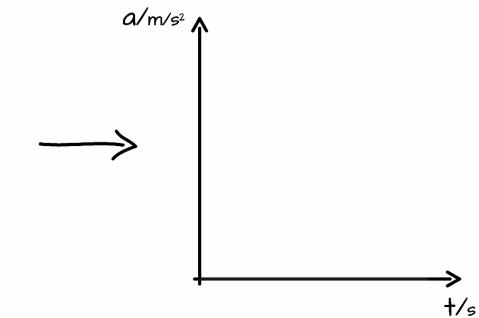
x-t graf



v-t graf



a-t graf



Graf ovisnosti brzine o vremenu (v-t graf) prikazan je vodoravnom linijom koja označava brzinu koja se ne mijenja u vremenu. Graf položaja u vremenu (x-t graf) je pravac određenog nagiba. Brzina jednolikog pravocrtnog gibanja predstavlja **nagib pravca** u x-t grafu. Što je graf okomitiji, tj. nagnut više prema osi koja označava položaj to je brzina gibanja veća.

Ukupni prijeđeni put možemo izračunati kao **površinu** ispod v-t grafa.

Ova skripta je free jer svi mi volimo besplatne stvari!  
Ako želiš toga još, **skeniraj ovaj QR kod** i isprobaj besplatno ostale materijale na našoj stranici.



# Akceleracija i jednoliko ubrzano gibanje

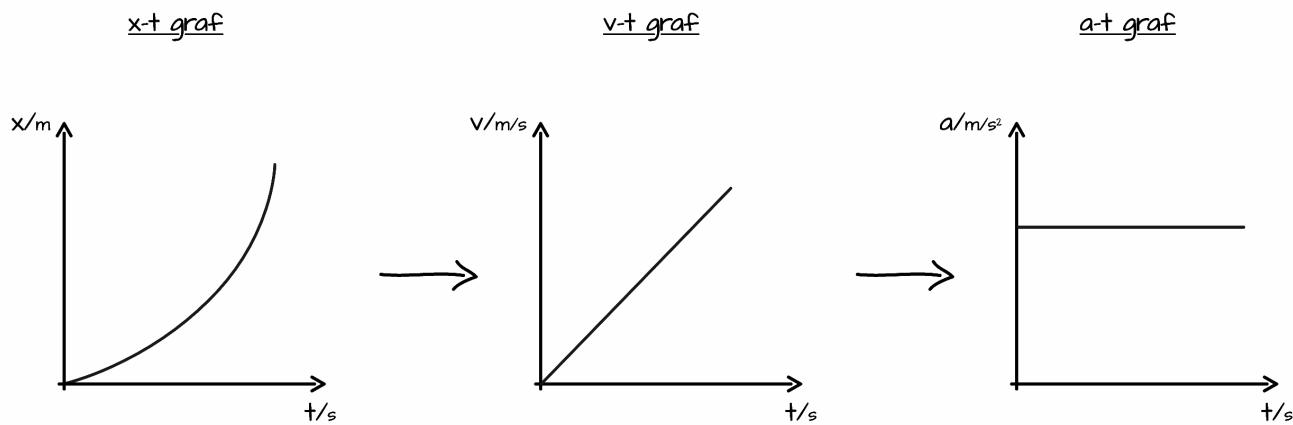
## Akceleracija

Fizikalna veličina kojom opisujemo promjenu brzine u vremenu zove se **akceleracija**. Akceleracija je vektorska veličina koja ima smjer vektora promjene brzine. Mjerna jedinica za akceleraciju je  $\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ .

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

## Jednoliko ubrzano gibanje

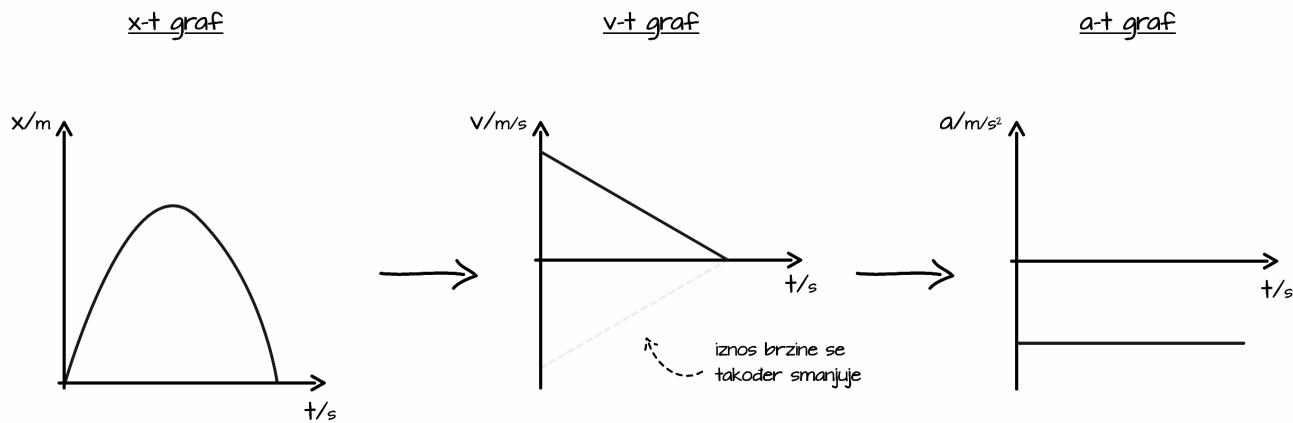
Gibanje tijela pri kojemu se brzina povećava za jednak iznos u jednakim vremenskim intervalima zovemo **jednoliko ubrzano gibanje**. Tijelo ima stalnu akceleraciju koja je pozitivnog iznosa ( $a > 0$ ).



Kod jednolikog ubrzanog gibanja, akceleracija predstavlja nagib u grafu ovisnosti brzine o vremenu (v-t grafu).

## Jednoliko usporeno gibanje

Gibanje tijela pri kojemu se brzina smanjuje za jednak iznos u jednakim vremenskim intervalima zovemo **jednoliko usporeno gibanje**. Tijelo ima stalnu akceleraciju koja je negativnog iznosa ( $a < 0$ ).



## Početni uvjeti

Kod jednolikog ubrzanog i jednolikog usporenog gibanja važnu ulogu igraju početni uvjeti: početni položaj ( $x_0$  ili  $s_0$ ) i početna brzina ( $v_0$ ). Ako tijelo kreće iz stanja mirovanja njegova je početna brzina jednaka nuli ( $v_0 = 0 \text{ m/s}$ ).

$s_0$ : početni položaj (m)

$s$ : put (m)

$v_0$ : početna brzina (m/s)

$v$ : trenutna/konačna brzina (m/s)

$a$ : akceleracija ( $\text{m/s}^2$ )

$t$ : vrijeme (s)

U formulama koje koristimo za opisivanje jednolikog ubrzanog/usporenog gibanja **predznak "+"** označava jednoliko ubrzano gibanje jer je akceleracija pozitivna, a **predznak "-"** označava jednoliko usporeno gibanje i moramo računati s akceleracijom negativnog iznosa.

$$v = v_0 \pm at$$

$$v^2 = v_0^2 \pm 2as$$

$$s = s_0 + v_0 t \pm \frac{1}{2} at^2$$

Osim formulom, prijedeni put možemo, kao i kod jednolikog pravocrtnog gibanja, izračunati kao površinu ispod v-t grafa.

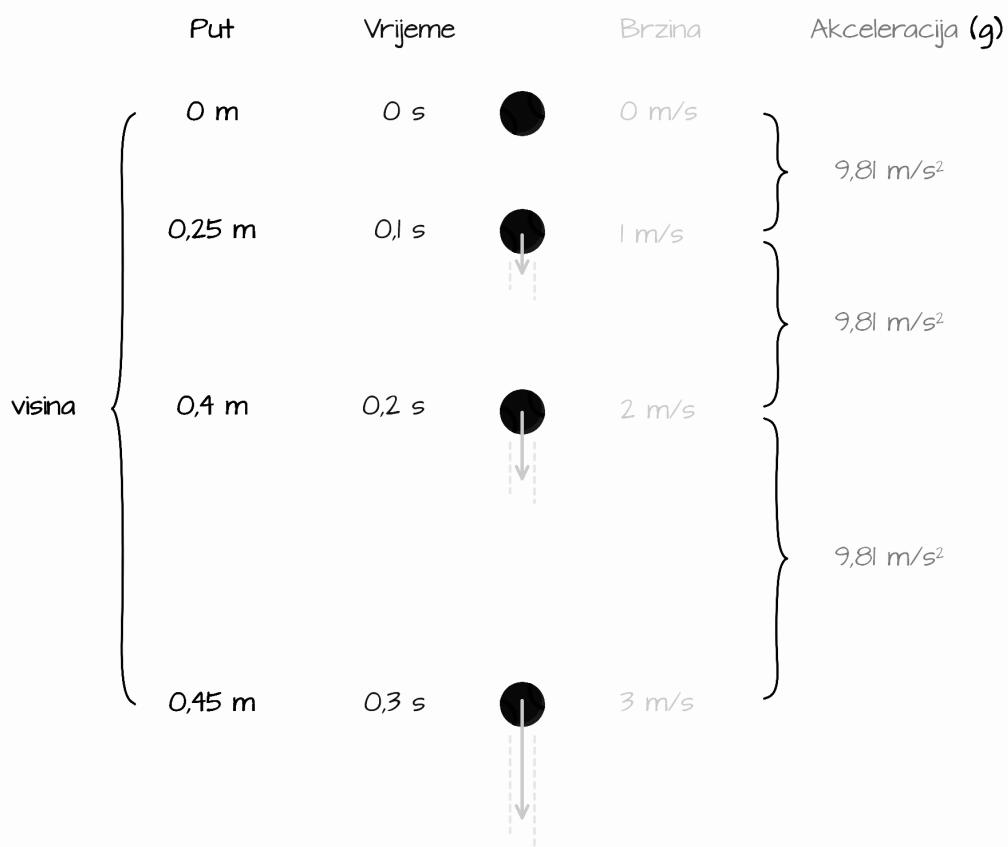
Svida ti se što vidiš? E pa ima toga još! **Skeniraj QR kod** pored i pretplati se na pripreme za maturu koje su ti uvek dostupne, u neograničenim količinama!



# Slobodni pad i vertikalni hitac

## Slobodni pad

Najjednostavniji oblik jednolikog ubrzanog gibanja bez početne brzine je **slobodni pad**. To je gibanje tijela pod utjecajem gravitacijskog ubrzanja sile teže, tj. akceleracije stalnoga iznosa ( $a = g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ ) pri kojemu zanemarujemo otpor zraka. Put koji tijelo prelazi označavamo slovom  $h$  i ukupni prijeđeni put jednak je visini s koje je tijelo pušteno.



Formule kojima opisujemo slobodni pad iste su kao i kod jednolikog ubrzanog gibanja, ali bez početne brzine ( $v_0 = 0 \text{ m/s}$ ) i s pripadnim fizikalnim oznakama:

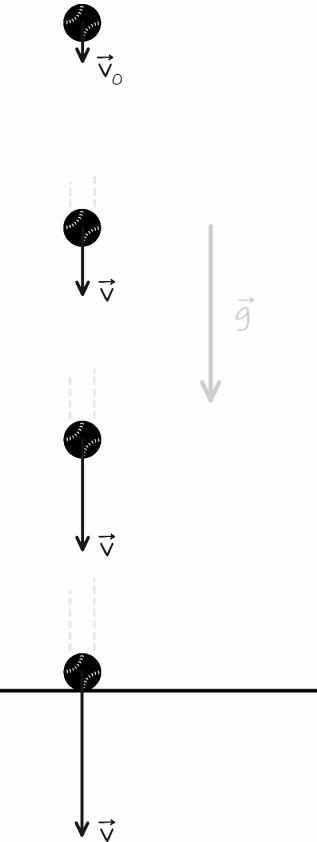
$$v = gt$$

$$v^2 = 2gh$$

$$h = \frac{gt^2}{2}$$

## Vertikalni hitac prema dolje

Gibanje pri kojemu tijelo slobodno pada, ali s početnom brzinom usmjerenom vertikalno prema dolje zovemo **vertikalni hitac prema dolje**.



U formulama za jednoliko ubrzano gibanje moramo koristiti i početnu brzinu, ali i predznak "+" jer se radi o ubrzavanju, tj. akceleracija ima smjer početne brzine.

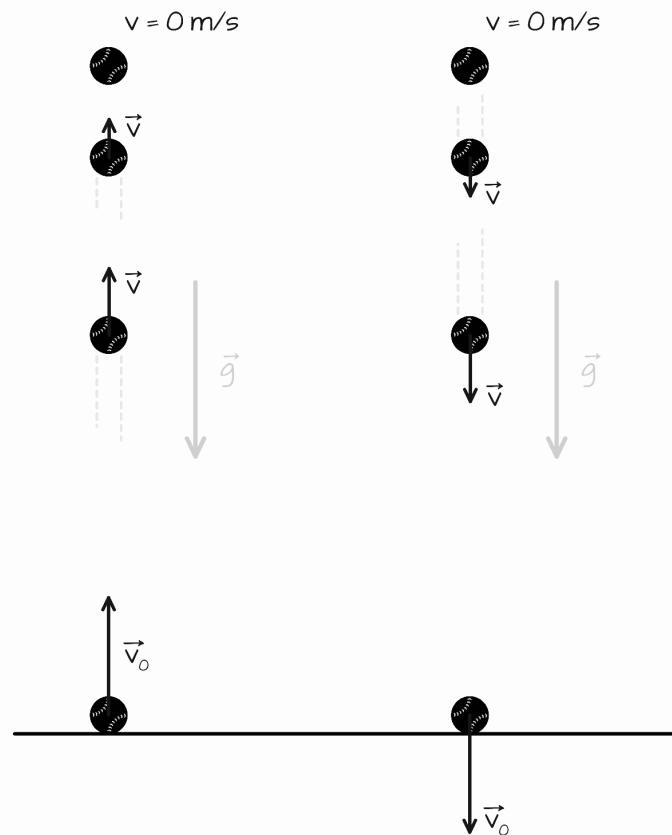
$$v = v_0 + gt$$

$$v^2 = v_0^2 + 2gh$$

$$h = v_0 t + \frac{1}{2}gt^2$$

## Vertikalni hitac prema gore

**Vertikalni hitac prema gore** je složeno gibanje koje možemo promatrati kao dva zasebna gibanja: **jednoliko usporeno gibanje prema gore** i **slobodni pad**.



S obzirom na to da početna brzina ima smjer suprotan smjeru gravitacijskog ubrzanja sile teže (akceleracije) i prvi dio vertikalnog hitca prema gore je jednoliko usporeno gibanje, u formulama uz pripadne oznake koristimo predznak "-".

$$v = v_0 - gt$$

$$v^2 = v_0^2 - 2gh$$

$$h = v_0 t - \frac{1}{2}gt^2$$

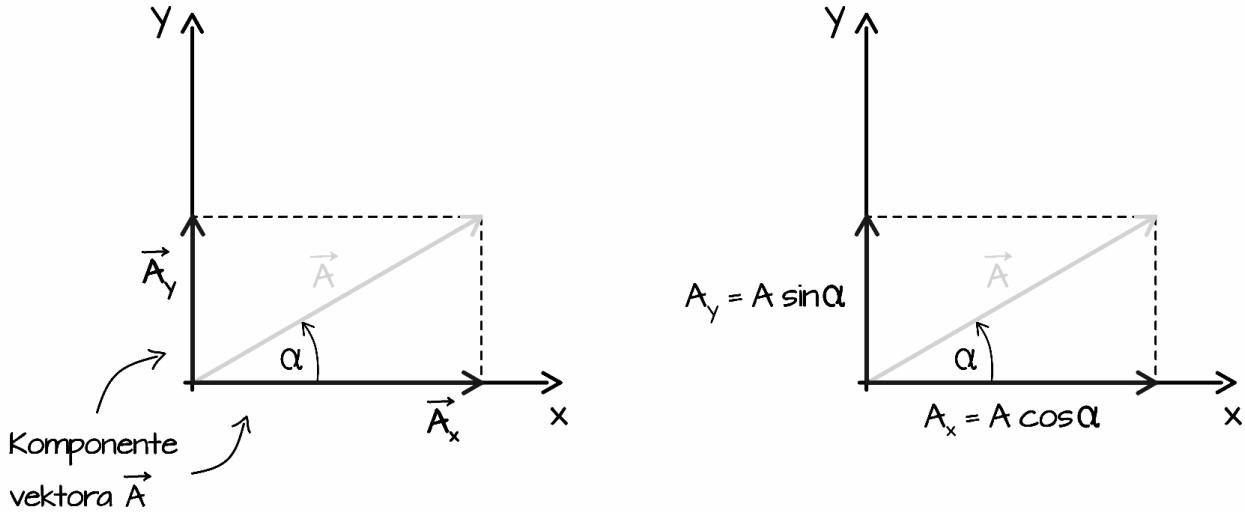
Ova skripta je free jer svi mi volimo besplatne stvari!  
Ako želiš toga još, **skeniraj ovaj QR kod** i isprobaj besplatno ostale materijale na našoj stranici.



# Komponente vektora i horizontalni hitac

## Komponente vektora

Značajan broj fizičkih veličina su vektori:  $\vec{v}$ ,  $\vec{\Delta x}$ ,  $\vec{a}$ ,  $\vec{F}$ ,  $\vec{E}$ ,  $\vec{B}$ . Svaki vektor možemo rastaviti na **komponente**, tj. zapisati ga kao zbroj dvaju ili više vektora. Pri analizama različitih skica u fizici, vektore ćemo zbog pojednostavljujućeg rastavljanja rastavljati na dvije komponente koje su međusobno okomite. Te će komponente imati smjer osi  $x$  i  $y$ .



Vektori  $\vec{A}_x$  i  $\vec{A}_y$  su komponente vektora  $\vec{A}$ . Vektor  $\vec{A}$  zovemo **rezultantnim vektorom** i on je jednak vektorskom zbroju komponenti.

$$\vec{A}_x + \vec{A}_y = \vec{A}$$

Kut  $\alpha$  je kut koji vektor  $\vec{A}$  zatvara s pozitivnim smjerom osi  $x$ . Trigonometrijskim identitetima dolazimo do duljine (iznosa) pojedine komponente pomoću kuta  $\alpha$  i duljine rezultantnog vektora.

$$A_x = A \cos \alpha$$

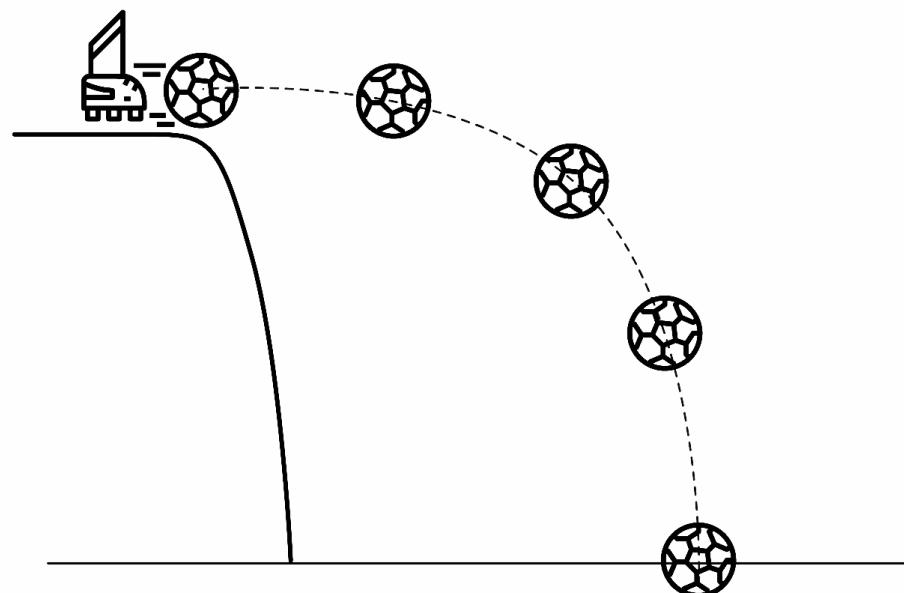
$$A_y = A \sin \alpha$$

Kada promatramo same duljine vektora i računamo njihove iznose, primjenjujemo Pitagorin poučak za pravokutni trokut i vrijedi:

$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$$

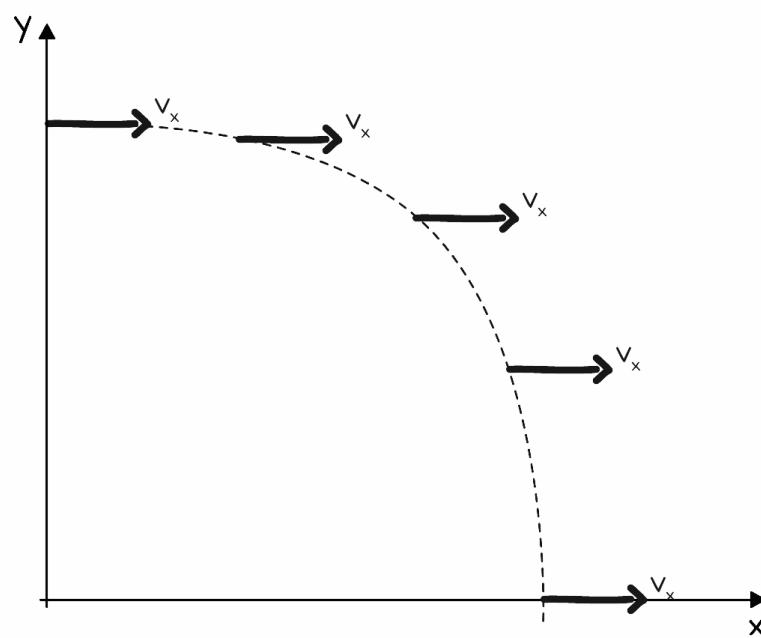
## Horizontalni hitac

**Horizontalni hitac** je složeno gibanje koje se sastoji od jednolikog pravocrtnog gibanja ( $x$ -smjer) i slobodnog pada ( $y$ -smjer). Tijelo je izbačeno u horizontalnom ( $x$ ) smjeru početnom brzinom  $v_0$  i sve do trenutka pada njegovo gibanje možemo promatrati kao dva različita gibanja.



### Horizontalni (x) smjer gibanja

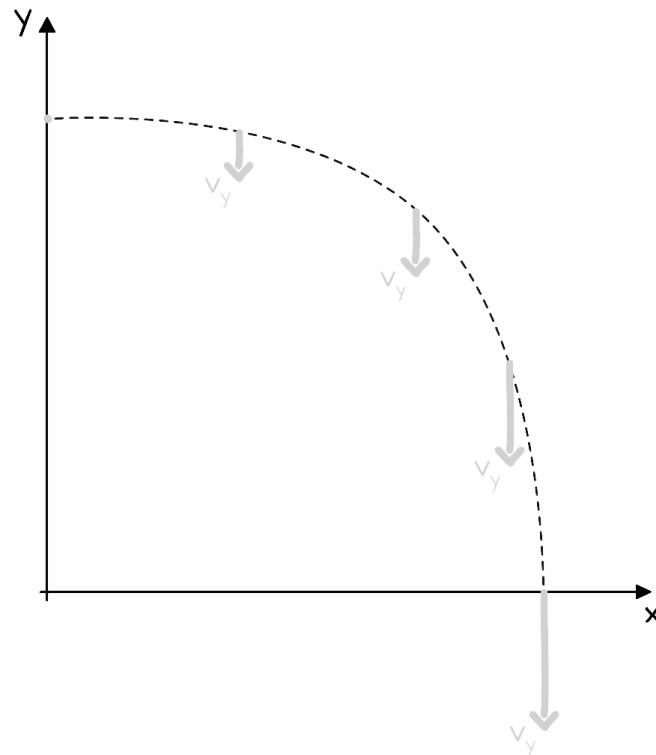
U horizontalnom smjeru tijelo se giba jednolikou pravocrtno. Njegova je brzina u x smjeru cijelo vrijeme jednaka početnoj brzini kojim je tijelo izbačeno jer je otpor zraka zanemariv ( $v_x = v_0 = \text{const.}$ )



Put koji tijelo prelazi u x-smjeru zovemo **domet (D)** i računamo ga po formuli za prijeđeni put pri jednolikom ubrzanim gibanju. Vrijeme u računu za domet jednako je vremenu koje je potrebno da tijelo udari o tlo (vrijeme pada).

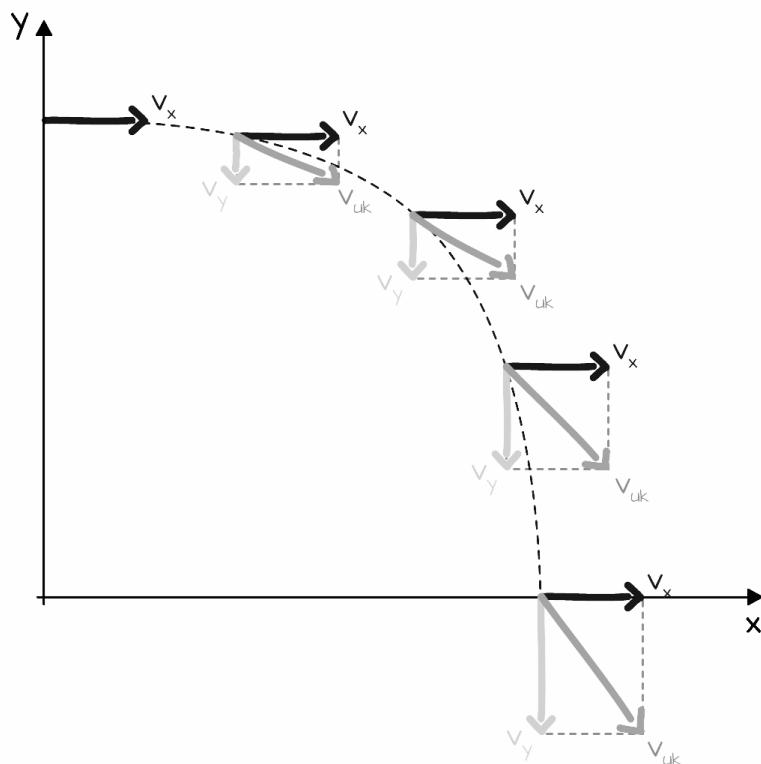
$$D = v_0 t$$

### Vertikalni (y) smjer gibanja



U vertikalnom smjeru tijelo slobodno pada i nema početnu brzinu, ali se njegova brzina u y smjeru ( $v_y$ ) povećava zbog gravitacijskog ubrzanja sile teže. Formule koje koristimo za gibanje tijela u vertikalnom smjeru upravo su formule kojima opisujemo slobodni pad.

## Rezultantna brzina



**Rezultantna (ukupna) brzina** tijela koje izvodi horizontalni hitac  $\vec{v}_{uk}$  jednaka je vektorskom zbroju komponenti  $\vec{v}_x$  i  $\vec{v}_y$  u svakom trenutku. Ta se brzina iznosom povećava jer se povećava iznos komponente u vertikalnom smjeru, a možemo ju izračunati Pitagorinim poučkom.

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

Sviđa ti se što vidiš? E pa ima toga još! **Skeniraj QR kod** pored i pretplati se na pripreme za maturu koje su ti uvijek dostupne, u neograničenim količinama!



## Sile i Newtonovi zakoni

Sila je vektorska fizikalna veličina kojom opisujemo utjecaj na promjenu oblika (strukture) tijela, njegove brzine ili općenito međudjelovanje dvaju sustava. Njezina je fizikalna oznaka  $\vec{F}$ , a osnovna merna jedinica **Newton [N]**.

### Prvi Newtonov zakon (zakon tromosti)

Tijelo zadržava stanje mirovanja ili jednolikog pravocrtnog gibanja ( $v = \text{const.}$ ) sve dok je **rezultantna sila na njega jednaka nuli** ( $F_{\text{rez}} = 0$ ). Na tijelo može djelovati više sile, ali je ukupni doprinos tih sila jednak nuli, tj. njihov je vektorski zbroj (rezultantna sila) jednak nuli.

$$v = 0 \text{ m/s}$$

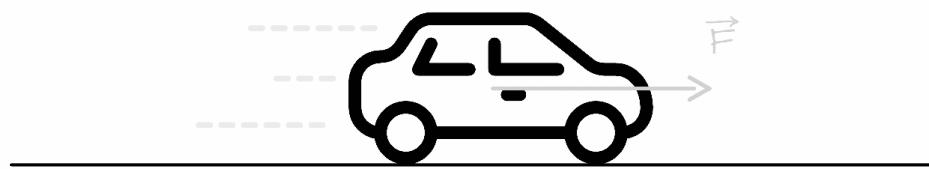


$$v = \text{const.}$$



### Drugi Newtonov zakon (temeljni zakon gibanja)

Ako je rezultantna sila na tijelo različita od nule, tj. ako postoji rezultantna sila na tijelo, to će se tijelo gibati **jednoliko ubrzano u smjeru rezultantne sile**.

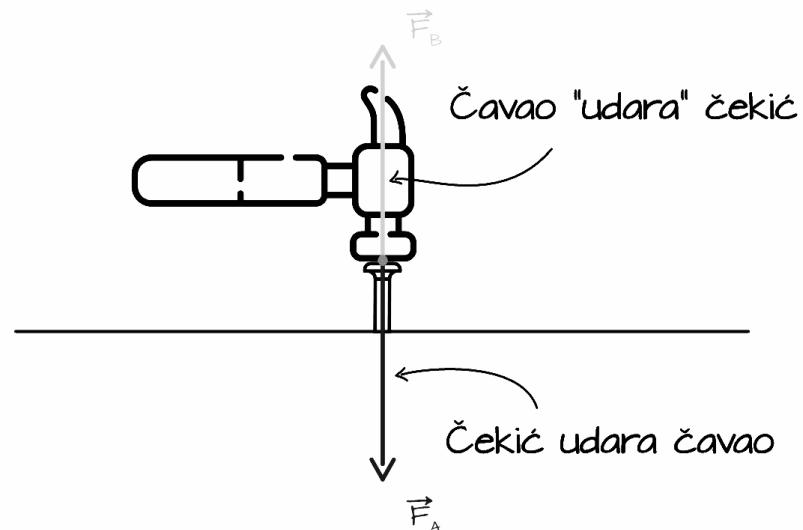


Akceleracija tijela proporcionalna je rezultantnoj sili koja djeluje na tijelo i obrnuto je proporcionalna masi tijela:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$$

## Treći Newtonov zakon (zakon akcije i reakcije)

Treći Newtonov zakon govori nam da svaka sila (akcija) izaziva silu (reakciju) koja je po iznosu jednaka sili koju ju je izazvala, ali je suprotno orijentirana. Odnosno, **svaka sila ima protusilu**.

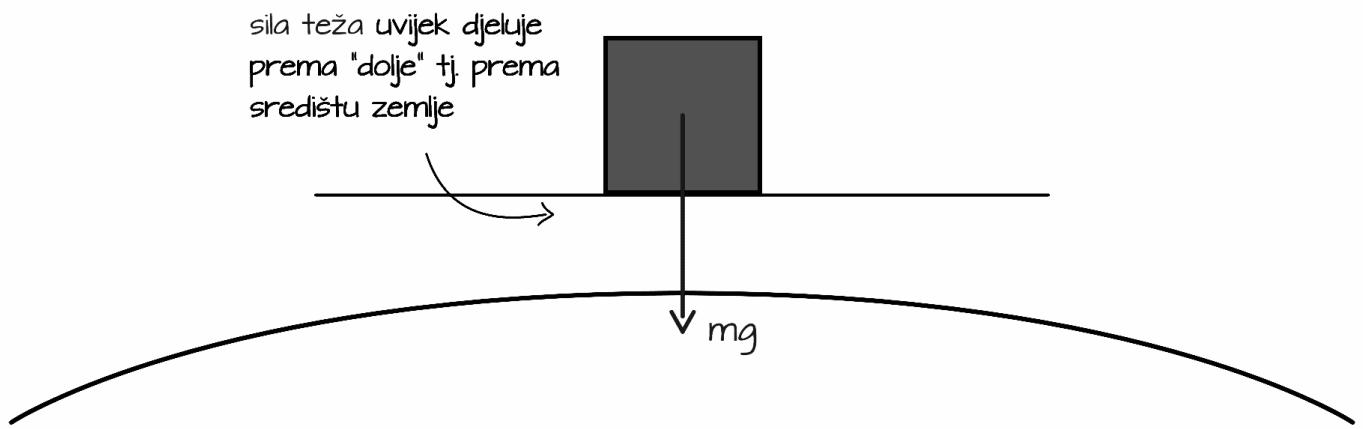


Ako tijelo A djeluje na tijelo B silom  $\vec{F}_A$  onda i tijelo B djeluje na tijelo A silom  $\vec{F}_B$  koja je po iznosu jednaka sili  $\vec{F}_A$ , ali je suprotne orijentacije.

$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$$

$$F_1 = F_2$$

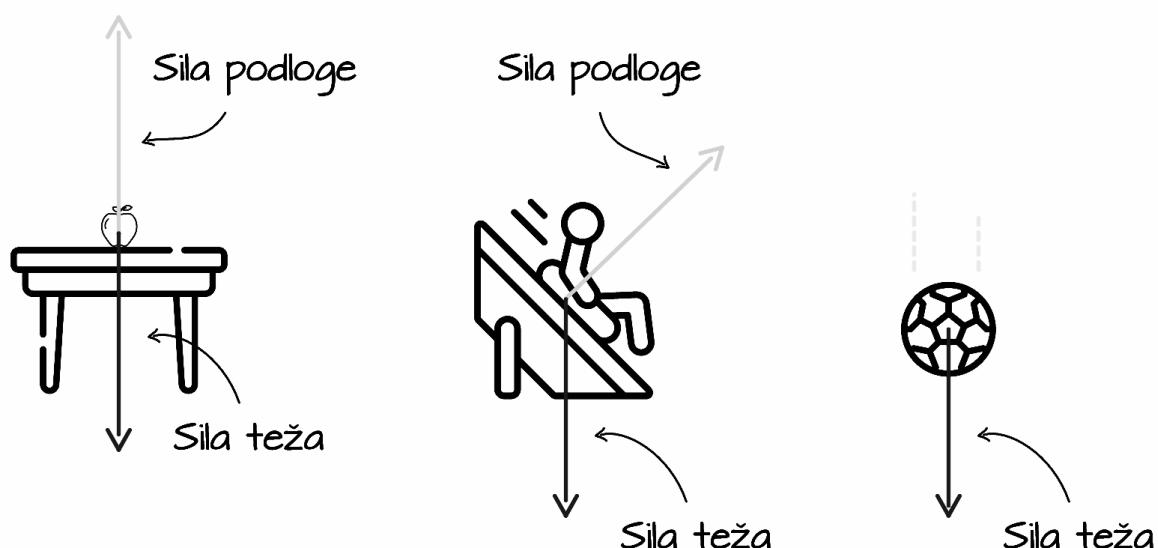
## Sila teža i reakcija podloge



Zemlja privlači tijelo mase  $m$  prema svojem središtu silom koju zovemo **sila teža**. Označavamo ju  $F_g$  i ona je po iznosu jednaka:

$$F_g = mg$$

**Reakcija podloge** je sila kojom podloga djeluje na tijelo i uvijek je okomita na samu podlogu. Ovu silu najčešće označavamo s  $\vec{N}$ .

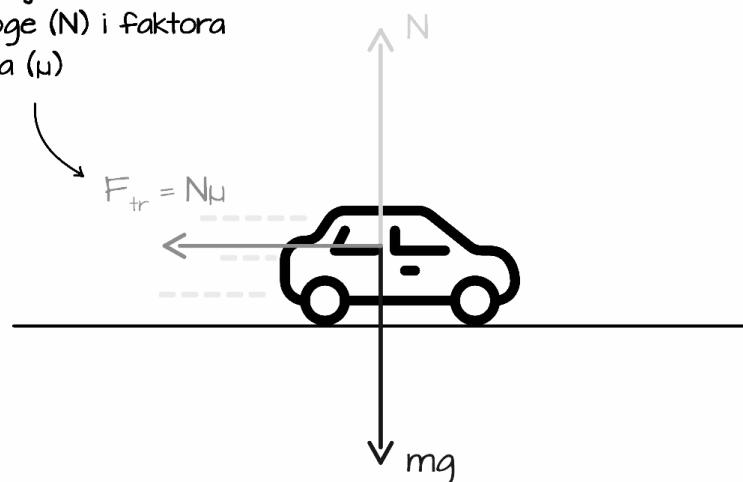


Na slici možemo vidjeti da sila podloge i sila teža ne moraju nužno ležati na istom pravcu (imati isti smjer) jer sila teža djeluje uvijek prema središtu zemlje.

## Sila trenja

**Trenje** definiramo kao силу koja se opire gibanju. Svaku podlogu karakterizira određeni faktor trenja koji označavamo slovom  $\mu$  ("mi").

Trenje je umnožak sile podloge ( $N$ ) i faktora trenja ( $\mu$ )

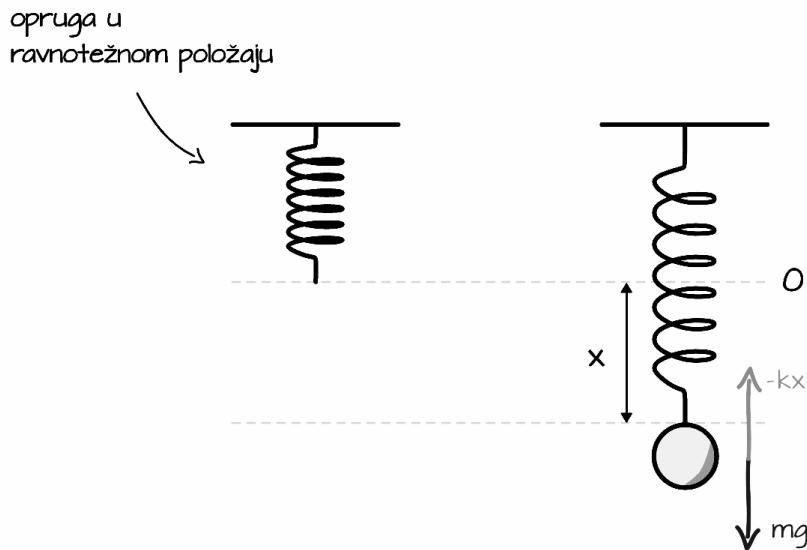


Sila trenja jednaka je umnošku faktora trenja i sile reakcije podloge, a njen je smjer suprotan od smjera gibanja tijela.

$$F_{tr} = N\mu$$

## Elastična sila i sila napetosti

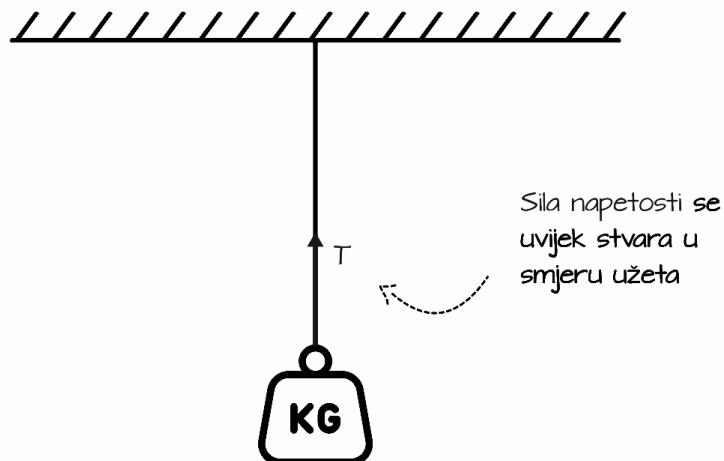
**Elastičnu силу** definiramo kao mjeru opiranja elastične tvari sabijanju ili rastezanju. Odnosno, elastična tvar želi ostati u ravnotežnom položaju i sila elastičnosti uvijek djeluje prema ravnotežnom položaju.



Sila elastičnosti po iznosu je jednaka umnošku **konstante elastičnosti  $k$** , koja je specifična za svaku elastičnu tvar, i **pomaka od ravnotežnog položaja  $x$** :

$$F_{el} = -k\Delta l = mg$$

**Silu napetosti** označavamo slovom  $\vec{T}$  ili  $\vec{F}_N$  i ona uvijek djeluje u smjeru niti.

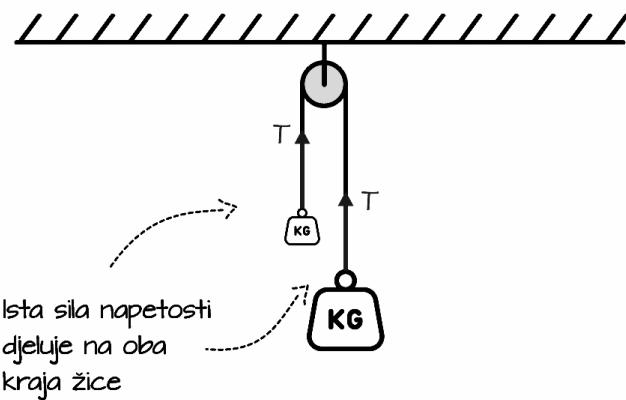


Za tijelo koje miruje učvršćeno na niti vrijedi jednakost:

$$T = mg$$

## Kolotura

Na koloturi promatramo sustav dviju masa na niti koju mogu mirovati ili se gibati. Iznos sile napetosti na svako je tijelo jednak.



Ista sila napetosti  
djeluje na oba  
 kraja žice

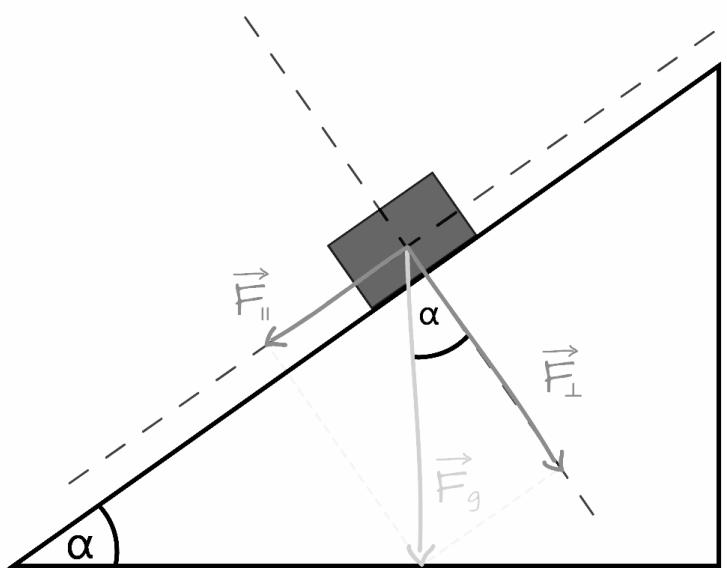
Ova skripta je free jer svi mi volimo besplatne stvari!  
Ako želiš toga još, **skeniraj ovaj QR kod** i isprobaj besplatno ostale materijale na našoj stranici.



# Gibanje tijela na kosini

## RASTAVLJANJE SILE TEŽE NA KOMPONENTE

Da bi smo riješili problem tijela na kosini potrebno je rastaviti silu težu na **komponente** - jednu koja je okomita na kosinu ( $\vec{F}_\perp$ ), a drugu koja paralelna sa kosinom ( $\vec{F}_\parallel$ ).



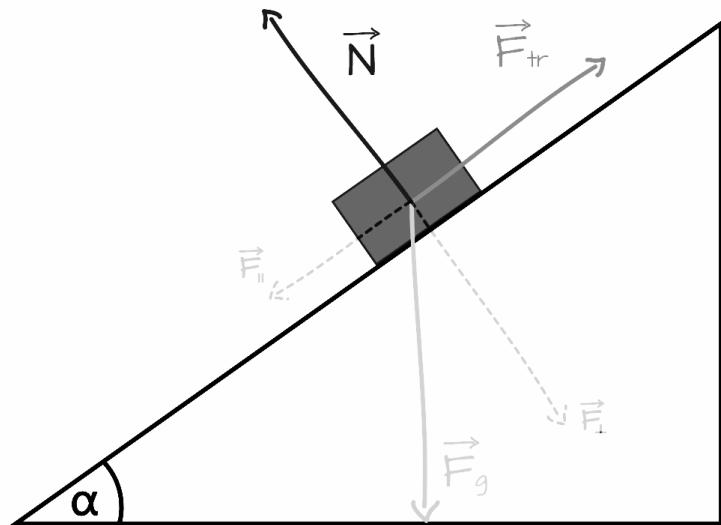
Kut kosine označavamo slovom  $\alpha$  i on je jednak kutu između vektora  $\vec{F}_g$  i  $\vec{F}_\perp$ . To znači da su iznosi komponenti sile teže jednaki:

$$F_\parallel = F_g \sin \alpha$$

$$F_\perp = F_g \cos \alpha$$

## DIJAGRAM SILA NA KOSINI

Ukupnu silu na tijelo koje se giba duž kosine dobijemo vektorskim zbrajanjem svih sila koje djeluju na to tijelo.



$$N = F_{\perp} = F_g \cos \alpha$$

$$F_{tr} = F_{\parallel} = F_g \sin \alpha$$

Ukoliko se tijelo giba niz kosinu jednoliko ubrzano ukupna sila na tijelo tada nije jednaka nuli. Sile okomite na kosinu i dalje su u jednakosti dok za paralelne sile vrijedi jednakost:

$$ma = F_g \sin \alpha - F_{tr}$$

$$ma = mg \sin \alpha - \mu mg \cos \alpha$$

$$a = g \sin \alpha - \mu g \cos \alpha$$

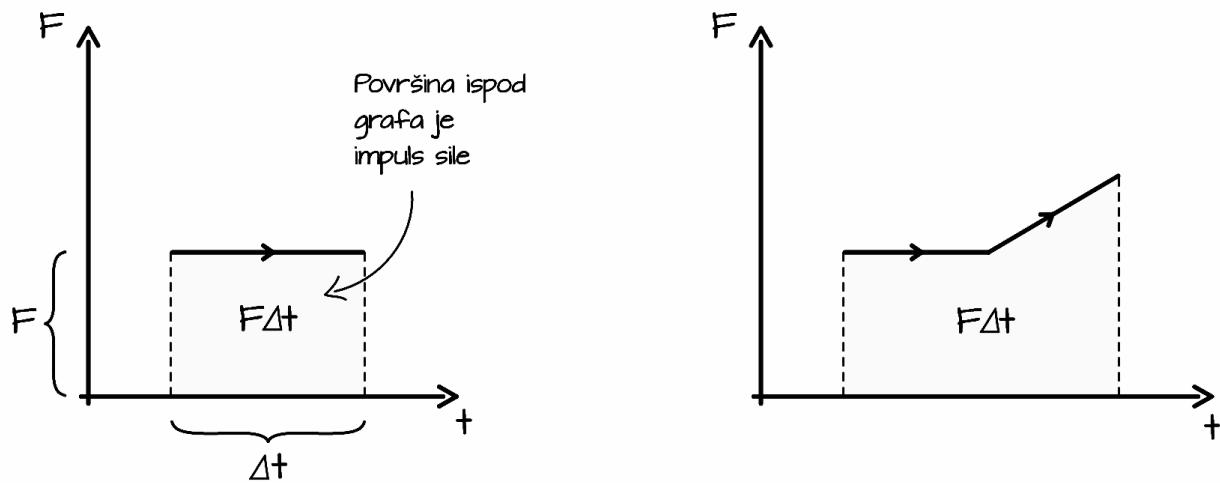
Sviđa ti se što vidiš? E pa ima toga još! **Skeniraj QR kod** pored i pretplati se na pripreme za maturu koje su ti uvijek dostupne, u neograničenim količinama!



# Impuls sile, količina gibanja i ZOKG

## IMPULS SILE

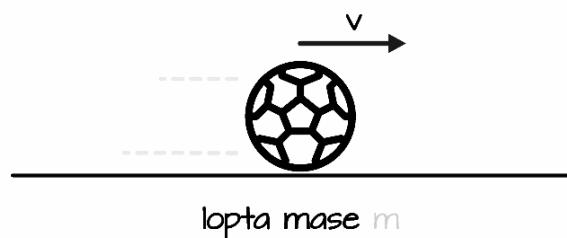
**Impuls sile** je vektorska veličina čiji je iznos jednak umnošku sile  $F$  i vremenskog intervala  $\Delta t$  u kojem je ta sila djelovala.



Gledajući graf ovisnosti sile o vremenu iznos impulsa sile jednak je površini ispod grafa.

$$F\Delta t = \Delta p$$

## Količina gibanja



Za tijelo mase  $m$  koje se giba brzinom  $v$  definiramo vektorskú veličinu koju zovemo **količina gibanja**  $\vec{p}$ . Ona ima smjer brzine, a po iznosu je jednaka:

$$p = mv$$

## Zakon očuvanja količine gibanja

**Zatvoreni ili izolirani sustav** u fizici je onaj sustav u kojemu zanemaruјemo utjecaj vanjskih sila (okoline) na sami sustav.

Ukupna količina gibanja u bilo kojem zatvorenom (izoliranom) sustavu u svakom je trenutku konstantna. To nam govori **zakon očuvanja količine gibanja**.

$$p_1 = p_2 = p = \text{const}$$

Ova skripta je free jer svi mi volimo besplatne stvari!

Ako želiš toga još, **skeniraj ovaj QR kod** i isprobaj besplatno ostale materijale na našoj stranici.



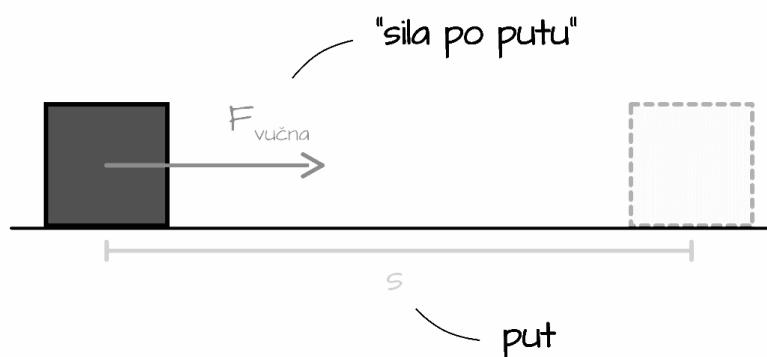
# Rad, energija i snaga

## RAD

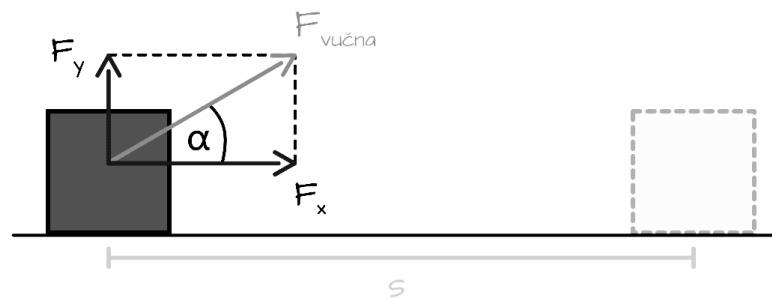
**Rad** je skalarna fizikalna veličina koju definiramo kao umnožak prijeđenog puta i sile duž tog puta. Označavamo ga slovom  $W$  i mjerna jedinica je Džul [J].

Kada je smjer sile jednak smjeru pomaka tijela na koje ta sila djeluje rad je jednak:

$$W = Fs$$



## Sila i podloga nisu paralelni

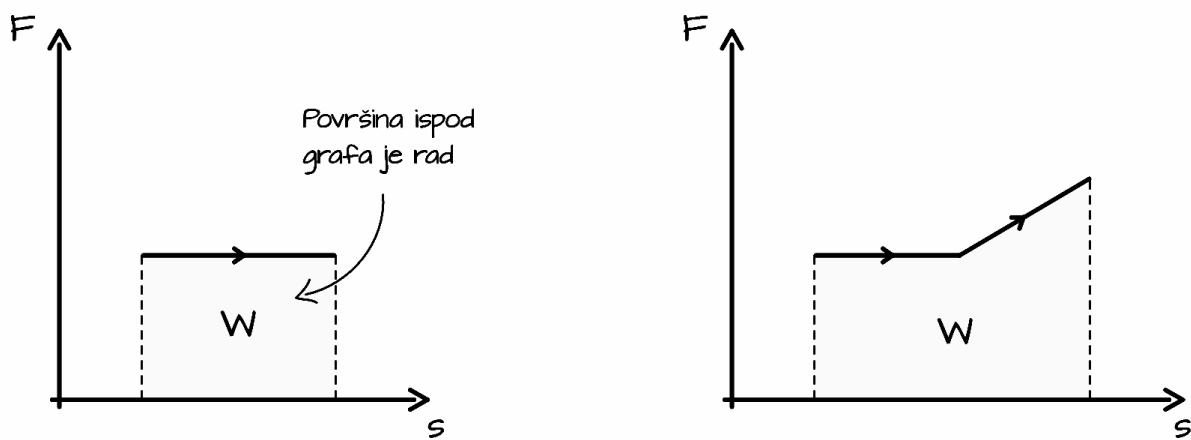


U slučaju kada smjer sile nije jednak smjeru pomaka (djeluje pod nekim kutom) rad je jednak umnošku puta i komponente sile koja je paralelna pomaku.

$$W = F_x s$$

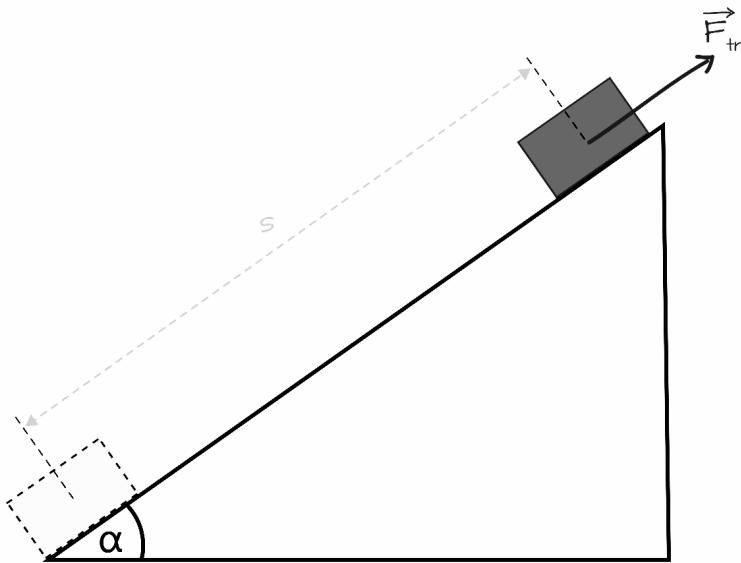
$$F_x = F_{vučna} \cos \alpha$$

## F-s graf



Promatrajući F-s ovisnost rad je **površina ispod grafa**.

## Rad sile trenja



$$W_{tr} = F_{tr} \cdot s$$

Pri gibanju tijela niz kosinu jedna od sila koja obavlja rad je sila trenja koja je paralelna pomaku tijela. Taj rad je po iznosu jednak:

$$W_{tr} = F_{tr}s$$

## Energija

**Energiju** definiramo kao "sposobnost" nekog tijela da obavi rad. Energija ne može nestati već se samo pretvara iz jednog oblika u drugi (npr. električna u toplinsku). Općenito ju označavamo slovom  $E$  i mjerna jedinica joj je takoder Džul [J].

$$W = \Delta E$$

Razlikujemo nekoliko oblika energije: mehaničku, kemijsku, nuklearnu, električnu, toplinsku ...

Mehaničku energiju dijelimo na tri oblika energije: kinetička energija, gravitacijska potencijalna energija i elastična potencijalna.

## Snaga

**Snagu** definiramo kao obavljeni rad u jedinici vremena. Snaga može biti i promjena energije u nekom vremenskom intervalu. Fizikalna oznaka za snagu je  $P$ , mjerna jedinica je Vat [W] i računamo ju po formuli:

$$P = \frac{W}{t} = \frac{\Delta E}{t}$$

Svida ti se što vidiš? E pa ima toga još! **Skeniraj QR kod** pored i pretplati se na pripreme za maturu koje su ti uvijek dostupne, u neograničenim količinama!

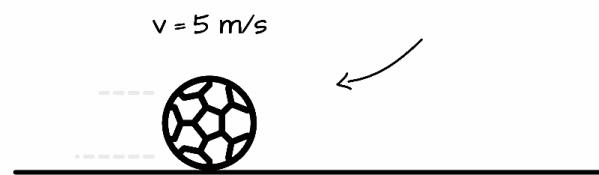


# Oblici energije i ZOE

## KINETIČKA ENERGIJA

**Kinetička energija** je oblik mehaničke energije koju ima svako tijelo u gibanju.

Svako tijelo koje se giba nekom brzinom ima kinetičku energiju.

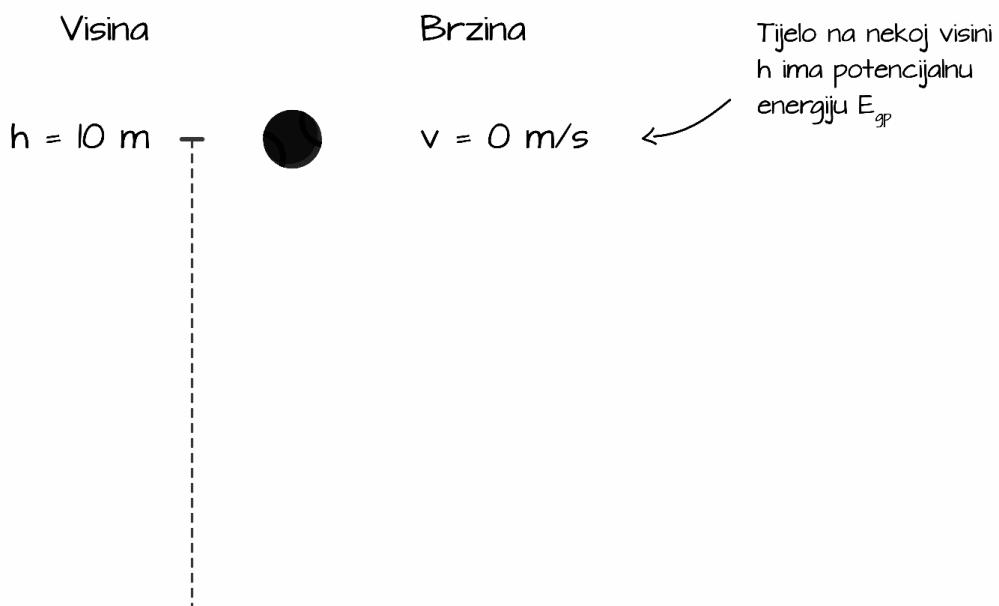


Tijelo mase  $m$  koje se giba brzinom  $v$  ima kinetičku energiju jednaku:

$$E_k = \frac{mv^2}{2}$$

## GRAVITACIJSKA POTENCIJALNA ENERGIJA

**Gravitacijska potencijalna energija** je oblik mehaničke energije koju ima tijelo mase  $m$  na visini  $h$  iznad površine zemlje.

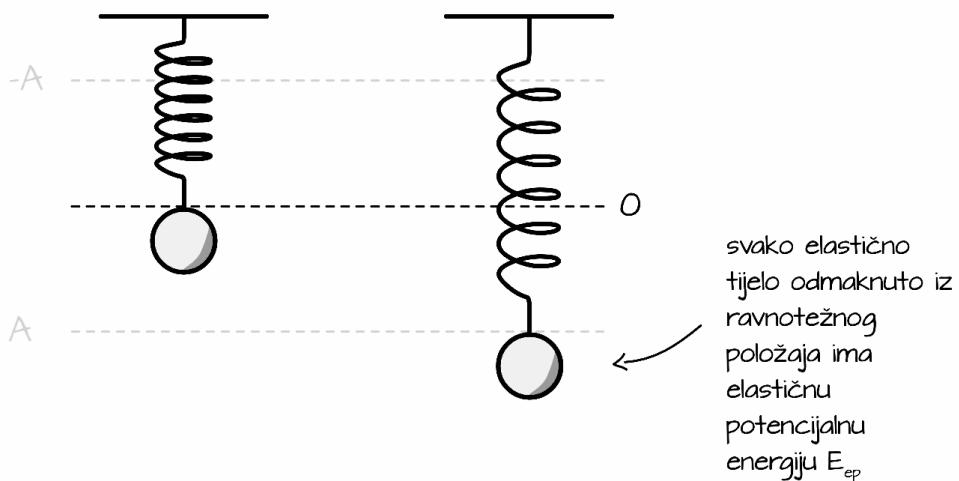


Iznos gravitacijske potencijalne energije jednak je:

$$E_{gp} = mgh$$

## ELASTIČNA POTENCIJALNA ENERGIJA

Oblik mehaničke energije koji se javlja pri sabijanju ili rastezanju elastičnog tijela zovemo **elastična potencijalna energija**.



Elastična potencijalna energija ovisi o konstanti elastičnosti  $k$  i pomaku od ravnotežnog položaja  $x$ . Njen iznos je:

$$E_{ep} = \frac{kx^2}{2}$$

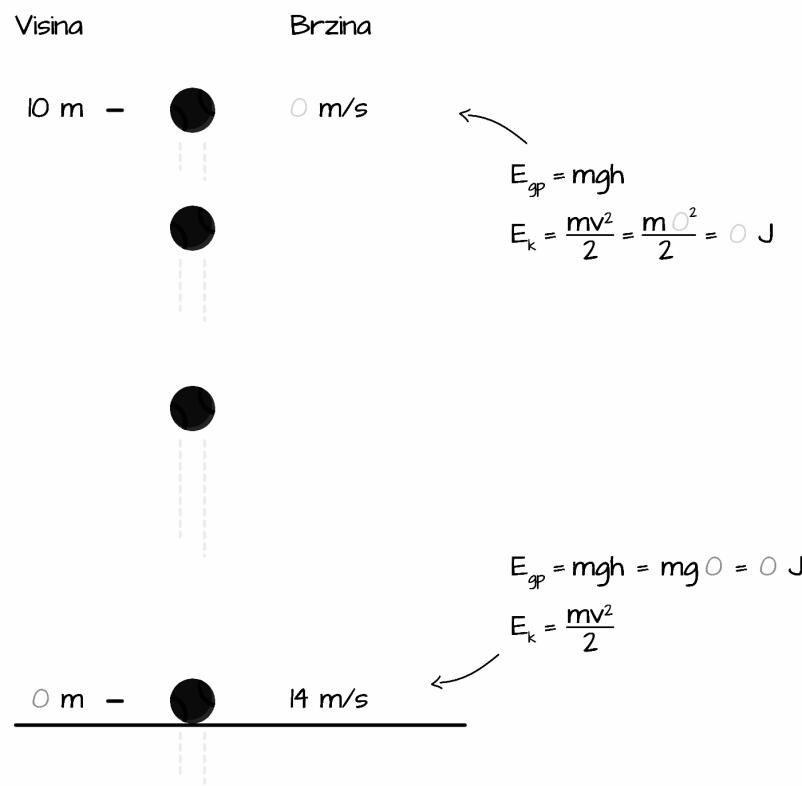
## Zakon očuvanja energije (ZOE)

Zbroj svih oblika energije u zatvorenom (izoliranom) sustavu (uključujući moguće gubitke energije) je konstantan. To nam govori **zakon očuvanja energije**.

$$E_1 = E_2 = E = const.$$

## Očuvanje energije pri slobodnom padu

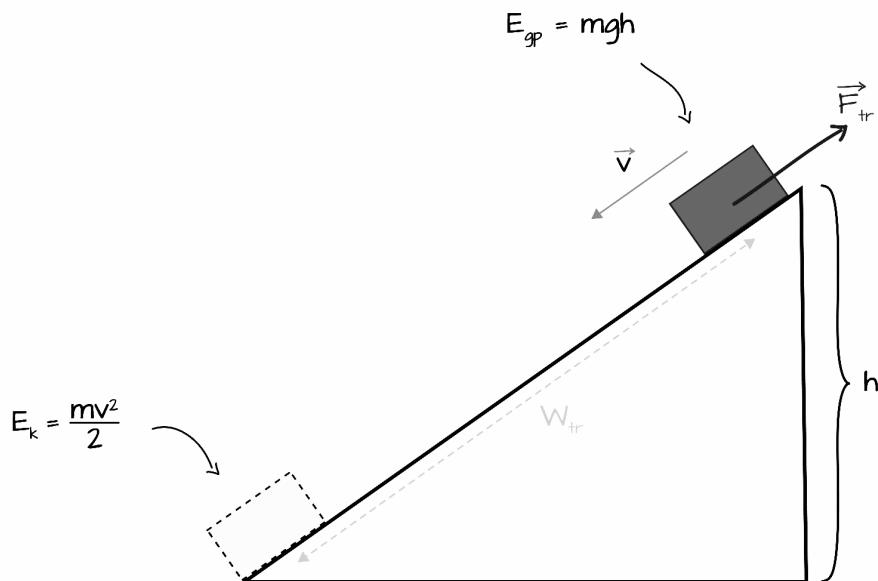
Ako slobodni pad promatramo kao izolirani sustav (zanemarujemo djelovanje otpora zraka), ukupna energija tijela koje slobodno pada u svakom je trenutku jednaka zbroju gravitacijske potencijalne i kinetičke energije.



$$E_{uk} = E_{gp} + E_k = mgh + \frac{mv^2}{2}$$

### Očuvanje energije pri gibanju tijela na kosini

Pri gibanju tijela niz kosinu energija u početnom trenutku jednaka je gravitacijskoj potencijalnoj energiji. Dio te energije pretvara se u kinetičku energiju, dok se drugi dio troši na rad sile trenja. Ako zanemarujemo djelovanje sile trenja (izoliramo sustav), tada se sva gravitacijska potencijalna energija pretvara u kinetičku energiju. Ukupna energija je očuvana u oba slučaja, ali ukupna mehanička energija nije očuvana kada sustav nije izoliran.



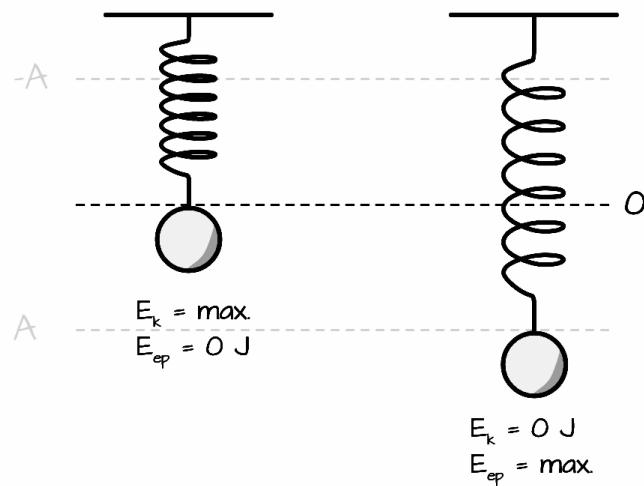
Zakon očuvanja energije:

$$E_{gp} = E_k + W_{tr}$$

$$E_{uk} = E_{gp} = E_k + W_{tr}$$

### Očuvanje energije pri titranju elastične opruge

Pri titranju tijela na elastičnoj opruzi ukupna je energija zbroj kinetičke i elastične potencijalne energije u svakom trenutku.



U ravnotežnom položaju potencijalna je energija jednaka nuli ( $E_{ep} = 0$ ,  $E_{uk} = E_k$ ). U položaju amplitudne titranja tijelo se zaustavlja i njegova je kinetička energija jednaka nuli ( $E_k = 0$ ). Tada je ukupna energija jednaka elastičnoj potencijalnoj energiji ( $E_{uk} = E_{ep}$ )

Ova skripta je free jer svi mi volimo besplatne stvari!  
Ako želiš toga još, **skeniraj ovaj QR kod** i isprobaj besplatno ostale materijale na našoj stranici.



## Sudari

Razlikujemo dvije vrste sudara: **elastični i neelastični sudar**. U oba slučaja vrijede **zakon očuvanja količine gibanja** i **zakon očuvanja energije**.

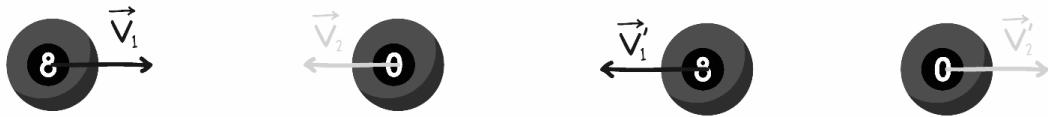
Međutim, kod neelastičnog sudara **nije** očuvana ukupna kinetička energija već se dio energije pretvara u druge oblike.

$$p_1 = p_2 = p = \text{const}$$

$$E_1 = E_2 = E = \text{const.}$$

### ELASTIČNI SUDARI

Pri **elastičnom sudaru** ukupni iznos količine gibanja i kinetičke energije ostaje očuvan. Tijela koja se sudare elastično nakon sudara se gibaju **odvojeno** (ne nužno u različitim smjerovima).



Zakon očuvanja količine gibanja

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v'_1 + m_2 v'_2$$

Zakon očuvanja energije

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{m_1 v'_1^2}{2} + \frac{m_2 v'_2^2}{2}$$

Dvije kugle gibaju se jedna prema drugoj brzinama  $v_1$  i  $v_2$ . Nakon sudara kugle se odbijaju u suprotnim smjerovima novim brzinama  $v'_1$  i  $v'_2$ .

### Neelastični sudar

Pri **neelastičnom sudaru** ukupna količina gibanja ostaje očuvana ali se dio kinetičke energije gubi to jest pretvara u druge oblike energije ( $\Delta E$ ). Tijela koja se sudare neelastično nakon sudara se gibaju zajedno u smjeru onoga tijela koje je prije sudara imalo **veću količinu gibanja**.



### Zakon očuvanja količine gibanja

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v'$$

### Zakon očuvanja energije

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{(m_1 + m_2) v'^2}{2} + \Delta E$$

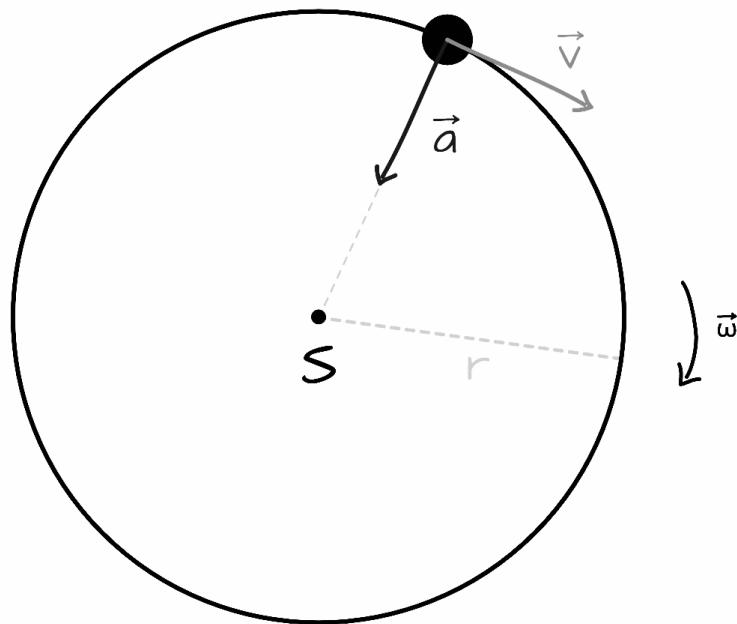
Dvije kugle nakon neelastičnog sudara nastavljaju se gibati zajedno brzinom  $v'$ . Dio kinetičke energije koji se gubi  $\Delta E$  pretvara se u unutarnju energiju tijela, troši se na promjenu oblika tijela ili neki drugi oblik energije.

Sviđa ti se što vidiš? E pa ima toga još! **Skeniraj QR kod** pored i pretplati se na pripreme za maturu koje su ti uvijek dostupne, u neograničenim količinama!



## Jednoliko gibanje po kružnici

Gibanje po kružnici je periodično gibanje tijela oko nekog središta. Vrijeme potrebno da tijelo napravi jedan puni krug nazivamo ophodno vrijeme ili **period** gibanja i označavamo ga slovom  $T$ .



Brzina  $\vec{v}$  je tangencijalna na putanju (kružnicu) u svakom trenutku gibanja i zovemo ju **obodna brzina**.

$$v = \frac{s}{t} = \frac{2r\pi}{T}$$

**Kutnu brzinu**  $\omega$  najčešće definiramo kao broj okretaja u sekundi (radijan/sekunda). Odnosno, to je brzina promjene položaja pri kružnom gibanju.

Iznos kutne brzine u svakom je trenutku jednak, a obodna brzina mijenja svoj smjer, ali je njezin iznos također konstantan tokom jednolikog gibanja po kružnici.

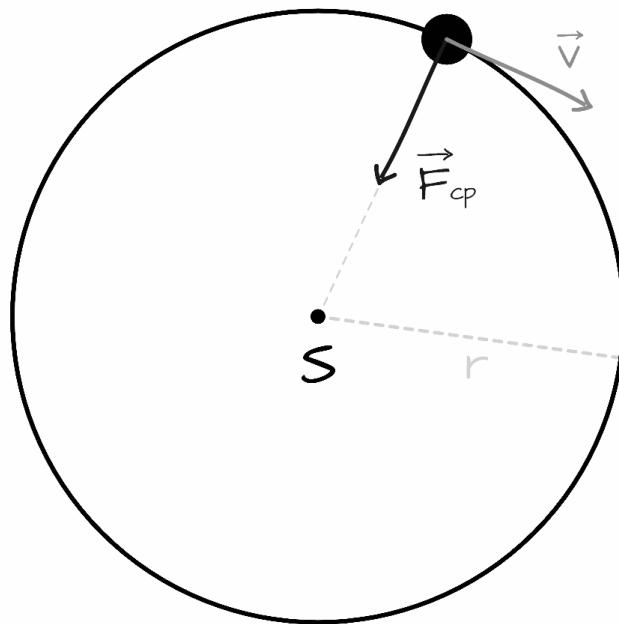
Kutnu brzinu još zovemo i **kružnom frekvencijom**.

$$\omega = \frac{v}{r} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

### Centripetalna sila i akceleracija

**Centripetalna ili normalna akceleracija**  $a_{cp}$  u svakom je trenutku gibanja okomita na obodnu brzinu, to jest, uvijek ima smjer prema središtu kružnice. Ona je odgovorna za promjenu smjera obodne brzine i po iznosu je jednaka:

$$a_{cp} = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r$$



Silu koja djeluje na tijelo pri kružnom gibanju i održava ga na kružnoj putanji zovemo **centripetalna sila**. Centripetalna sila zapravo predstavlja ulogu koju poprima neka druga sila koja tijelo održava na kružnoj putanji. Dakle, uвijek neka sila (npr. gravitacijska ili Lorentzova) ima ulogu centripetalne sile. Po drugom Newtonovom zakonu centripetalna sila ima smjer pripadne akceleracije (prema središtu kružnice) i po iznosu je jednaka:

$$F_{cp} = ma_{cp} = \frac{mv^2}{r}$$

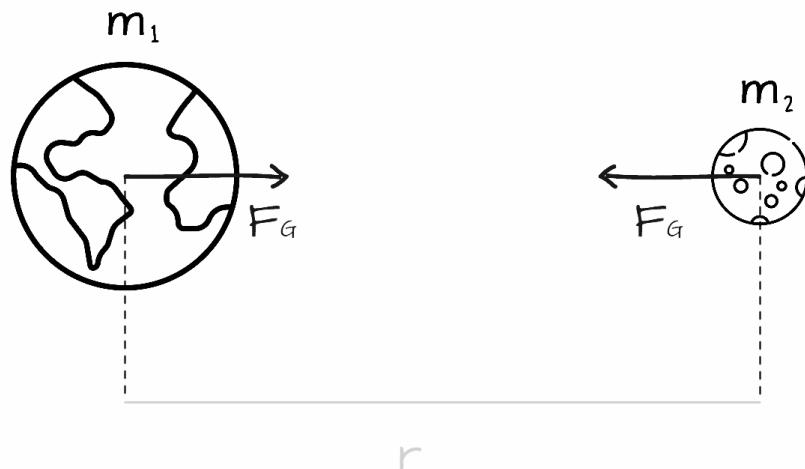
Često nailazimo na pojam **centrifugalne sile**. To je inercijalna (prividna) sila koja je po iznosu jednak centripetalnoj i nastoji izbaciti tijelo iz kružnog gibanja. Ovu silu prepoznajemo u sustavima koji nisu inercijalni, tj. ne gibaju se stalnim brzinama. To **nije** sila reakcije na centripetalnu silu jer hvatište tih sila nije isto.

Ova skripta je free jer svi mi volimo besplatne stvari!  
Ako želiš toga još, **skeniraj ovaj QR kod** i isprobaj besplatno ostale materijale na našoj stranici.



# Opći Newtonov zakon gravitacije i Keplerovi zakoni

Prema trećem Newtonovom zakonu dva tijela međusobno se privlače silama  $F_1$  i  $F_2$  koje su suprotnog smjera ali jednakog iznosa. Tu privlačnu silu zovemo gravitacijska sila i ona je proporcionalna umnošku mase, a obrnuto proporcionalna kvadratu njihove udaljenosti.



Gravitacijska konstanta  $G$  iznosi  $6,67 \cdot 10^{-11} \frac{Nm^2}{kg^2}$ . Iznos gravitacijske sile je:

$$F_G = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

Gravitacijska sila kojom Zemlja privlači tijelo mase  $m$  na svojoj površini jednaka je  $mg$ . Iz toga možemo vidjeti da je gravitacijskog ubrzanja sile teže jednako:

$$g = G \frac{M_{zemlje}}{R_z^2}$$

gdje je  $R_z$  polumjer Zemlje i on iznosi oko 6400 km

## Kozmičke brzine

Tijelo koje kruži oko Zemlje (na maloj visini) pod utjecajem gravitacijske sile giba se brzinom koju zovemo **prva kozmička brzina** ( $v_{k1}$ ).

Ulogu centripetalne sile ima gravitacijska sila. Iz toga slijedi:

$$\frac{mv^2}{R_z} = G \frac{mM_z}{R_z^2}$$

$$\frac{M_z}{R_z}$$

$$v_{k1} = \sqrt{G \frac{M_z}{R_z}}$$

Brzina koja je potrebna da bi se tijelo oslobodilo utjecaja Zemljine gravitacije (ili neke druge) zovemo **druga kozmička brzina** ( $v_{k2}$ ). Ona iznosi:

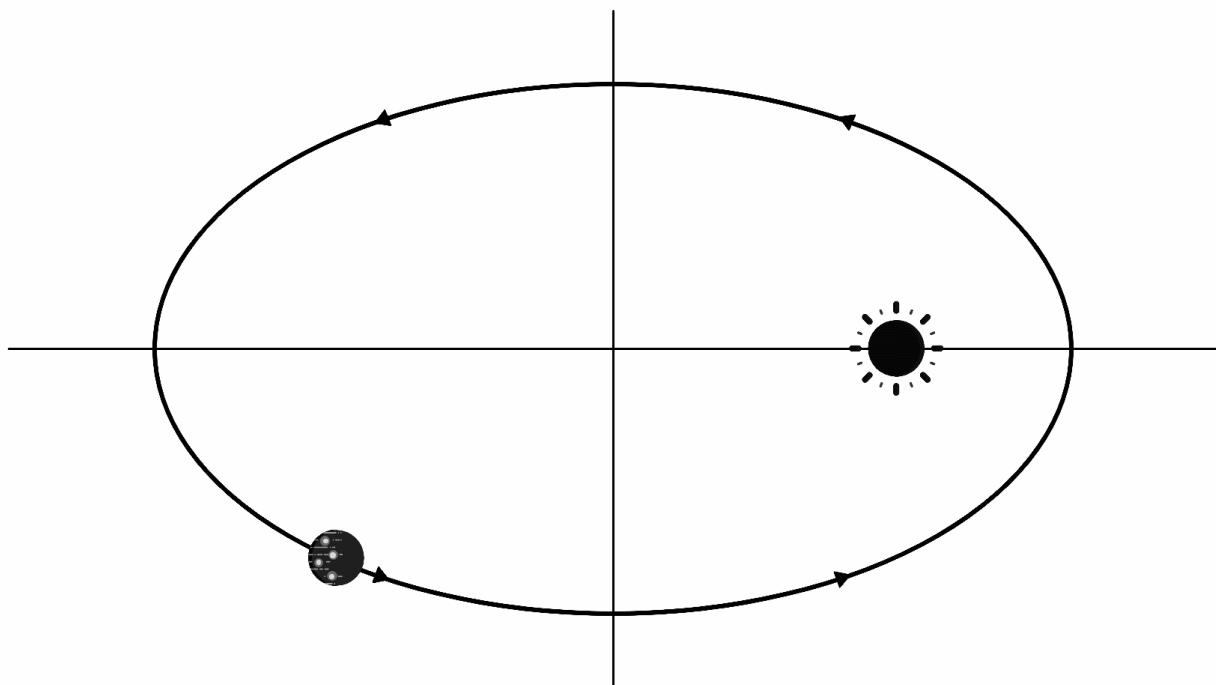
$$v_{k2} = \sqrt{\frac{2GM_z}{R_z}}$$

$$v_{k2} = v_{k1}\sqrt{2}$$

## Prvi Keplerov zakon

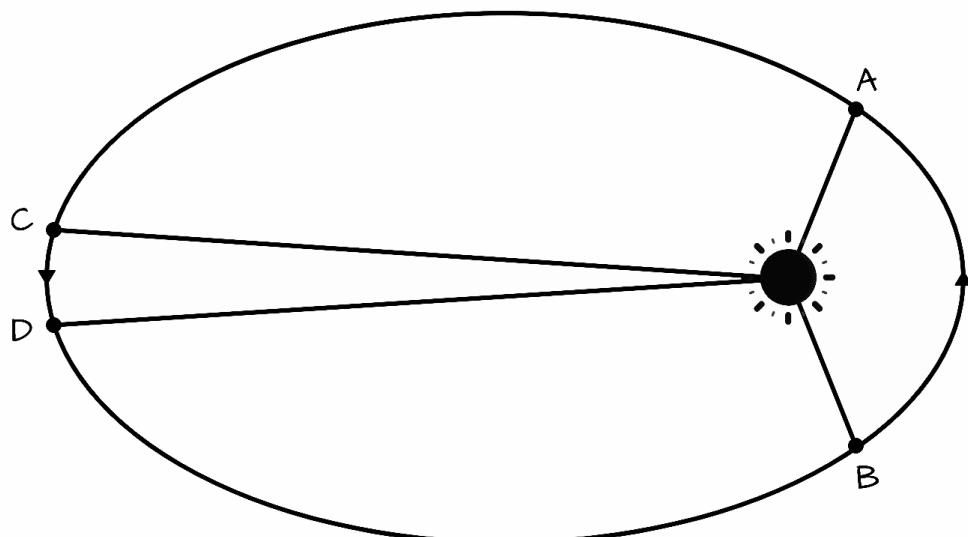
Planeti se oko Sunca gibaju po eliptičnim putanjama u čijem je zajedničkom žarištu Sunce.

Jednadžba putanje planeta jednaka je jednadžbi elipse.



## Drugi Keplerov zakon

Pri gibanju planeta oko Sunca vektor koji spaja Sunce i planet u jednakim vremenskim intervalima prebrisuje jednake površine.



### Treći Keplerov zakon

Kvadrati ophodnih vremena (perioda kruženja) proporcionalni su kubovima velikih poluosima elipse.

$$\frac{a^3}{T^2} = \text{konst.}$$

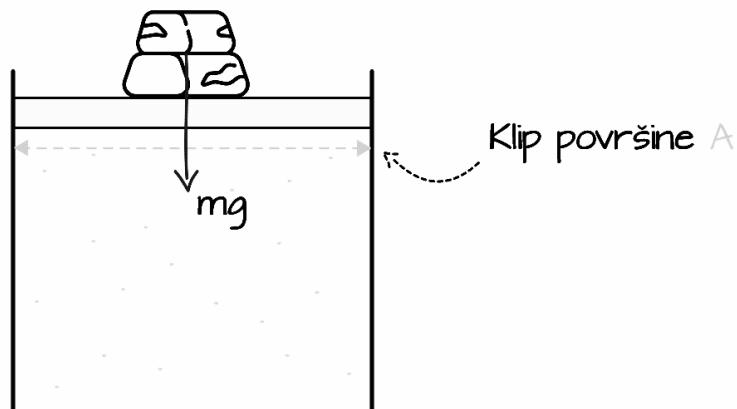
Sviđa ti se što vidiš? E pa ima toga još! **Skeniraj QR kod** pored i pretplati se na pripreme za maturu koje su ti uvijek dostupne, u neograničenim količinama!



## Tlak - atmosferski, hidrostatski i hidraulički

**Tlak** je skalarna fizikalna veličina kojom opisujemo djelovanje sile  $F$  okomito na površinu  $A$ . Često nailazimo i na oznaku  $S$  za površinu. Fizikalna oznaka za tlak je  $p$ , a osnovna mjerna jedinica je Pascal [Pa]. Osim Pascala često nailazimo na mjeru jedinicu bar, a jedan bar iznosi:

$$1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$$



Primjerice tlak koji stvaraju čestice plina u posudi s donje strane klipa po iznosu je jednak tlaku s gornje strane klipa, ako taj klip miruje. Tako tijelo mase  $m$  pritišće klip silom  $mg$  i stvara tlak jednak tlaku koji stvaraju čestice plina s unutarnje strane:

$$p = \frac{mg}{A}$$

Tlak je općenito po iznosu jednak

$$p = \frac{F}{A}$$

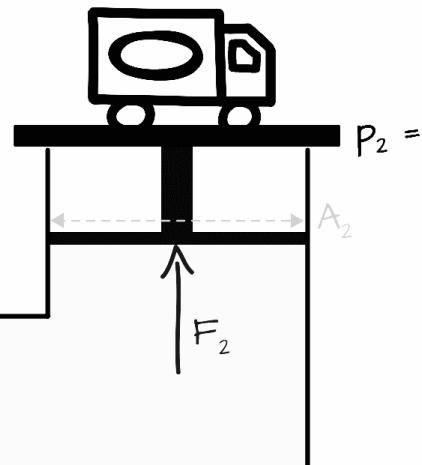
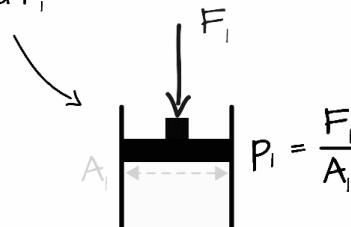
Uobičajeni tlak koji stvara težina stupca zraka iznad nas nazivamo atmosferski tlak i njegova je vrijednost:

$$p_a = 101\,325 \text{ Pa}$$

### Pascalov zakon

Čestice fluida (tekućine ili plina) u zatvorenoj posudi prenose vanjski tlak jednako u svim smjerovima.

Na klip površine  $A_1$  djeluje sila  $F_1$



$$P_1 = P_2 \quad \frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2} \quad F_2 = \frac{A_2 F_1}{A_1}$$

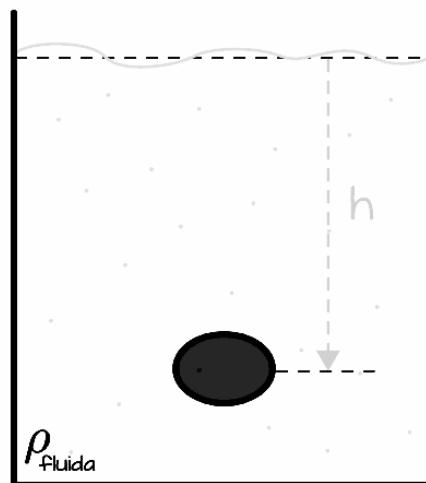
Na slici je prikazan princip rada **hidrauličke dizalice**. Silom  $F_1$  djelujemo na manji klip hidrauličke dizalice čime stvaramo tlak  $p_1$ . Po Pascalovom zakonu čestice fluida u pumpi prenose tlak što rezultira jednakim tlakom na većem klipu. Onoliko puta koliko je površina  $A_2$  veća od površine  $A_1$  toliko će puta sile  $F_2$  biti veća od sile  $F_1$ .

## Gustoća

**Gustoću** tijela  $\rho$  definiramo kao omjer mase  $m$  i volumena  $V$ .

$$\rho = \frac{m}{V}$$

## Hidrostatski tlak



Tlak u fluidu gustoće  $\rho$  na dubini  $h$  zovemo **hidrostatski tlak**. On je po iznosu jednak:

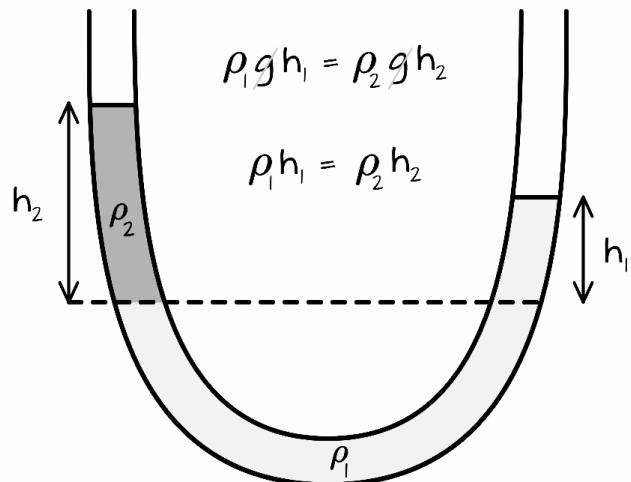
$$p = \rho gh$$

Ako je tekućina u kojoj promatramo neku točku na određenoj dubini otvorena i iznad nje se nalazi zrak, tada je ukupni tlak na dubini jednak zbroju atmosferskog i hidrostatskog tlaka:

$$p_{uk} = p_a + \rho gh$$

## U - cijev

**U-cijev** je element koji se koristi za određivanje gustoće nepoznate tekućine mjereći visinu stupca u cijevi ako je gustoća druge tekućine poznata.



Na slici je prikazan najjednostavniji oblik U-cijevi. Poznavajući gustoću jedne tekućine  $\rho_1$  možemo odrediti gustoću nepoznate tekućine  $\rho_2$ . Oba kraja U-cijevi izvana osjete atmosferski tlak pa njega možemo zanemariti i do nepoznate gustoće dolazimo izjednačavanjem hidrostatskih tlakova u oba dijela cijevi, pri čemu moramo izmjeriti visine stupaca pojedine tekućine  $h_1$  i  $h_2$ .

Ova skripta je free jer svi mi volimo besplatne stvari!  
Ako želiš toga još, **skeniraj ovaj QR kod** i isprobaj besplatno ostale materijale na našoj stranici.

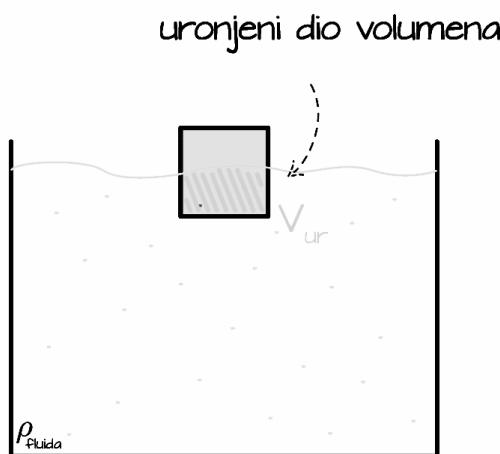


# Uzgon i Arhimedov zakon

## Sila uzgona

**Sila uzgona** je sila koju tijela osjećaju u fluidu i ona ih čini "lakšima". To je sila koja uvijek djeluje prema gore, suprotno od sile teže i ona je po iznosu jednaka:

$$F_u = \rho g V_{ur}$$



$$F_{uzgon} = \rho \cdot g \cdot V_{ur}$$

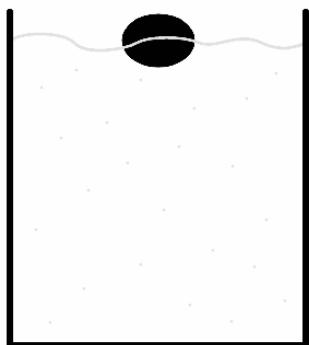
$\rho$  je gustoća fluida u koji je tijelo uronjeno, a  $V_{ur}$  je volumen dijela tijela koji je uronjen u taj fluid. Kada je tijelo u potpunosti uronjeno u fluid, tada je uronjeni dio volumena u formuli jednak ukupnom volumenu tijela. Kada tijelo pluta na površini fluida, silu teže izjednačavamo sa silom uzgona samo na određeni (uronjeni) dio volumena.

## Arhimedov zakon

Kada je tijelo uronjeno potpuno ili djelomično u tekutinu, težina istisnute tekutine jednaka je težini dijela tijela koje je u njoj uronjeno. Ta je težina jednaka i sili uzgona koja djeluje na tijelo. Ovo je prvi otkrio starogrčki znanstvenik Arhimed pa je po njemu zakon nazvan **Arhimedov zakon**.

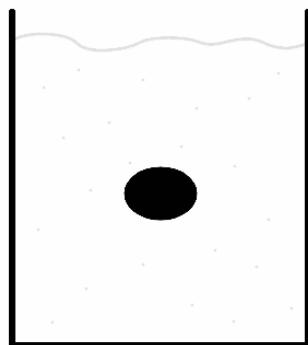
## Tijelo uronjeno u fluid

Tijelo uronjeno u tekutinu može zauzeti tri položaja: plutanje na površini, plivanje u tekutini ili potonuće na dno tekutine.



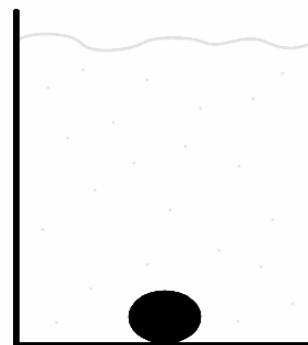
"pluta"

$$\rho_{\text{tekućine}} > \rho_{\text{tijela}}$$



"lebdi"

$$\rho_{\text{tekućine}} = \rho_{\text{tijela}}$$



"tone"

$$\rho_{\text{tekućine}} < \rho_{\text{tijela}}$$

Svaki od položaja opisan je omjerom sile teže i sile uzgona na tijelo:

1. Ako tijelo izranja na površinu tekućine, sila uzgona na potpuno uronjeno tijelo je veća nego sila teže, tj. **gustoća tijela je manja od gustoće tekućine**.
2. Ako tijelo pliva u tekućini bez da tone ili izranja, tada je sila uzgona na cijeli volumen toga tijela jednaka sili teže, tj. **gustoća tijela je jednaka gustoći tekućine**.
3. Ako tijelo tone u tekućini, sila uzgona je manja od sile teže, tj. **tijelo ima veću gustoću od gustoće tekućine**.

Svida ti se što vidiš? E pa ima toga još! **Skeniraj QR kod** pored i pretplati se na pripreme za maturu koje su ti uvijek dostupne, u neograničenim količinama!



# Jednadžba kontinuiteta i Bernoullijev zakon

## Volumni protok

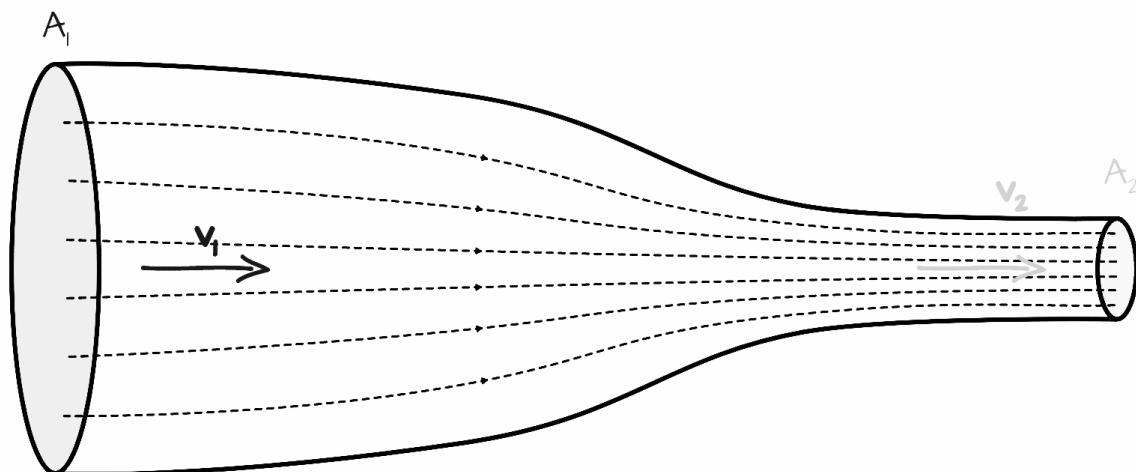
Ako je  $\Delta V$  količina volumena fluida koja prođe presjekom površine  $A$  u vremenskom intervalu  $\Delta t$  brzinom  $v$ , tada **volumni protok**  $Q$  definiramo kao:

$$Q = A \cdot v = \frac{\Delta V}{\Delta t}$$

Osnovna mjerena jedinica volumnog protoka je  $\frac{m^3}{s}$ , a često ćemo naići i na jedinicu  $\frac{L}{s}$ .

## Jednadžba kontinuiteta

Volumni protok u svakom dijelu cijevi, neovisno o njenom presjeku je jednak. To nam govori **jednadžba kontinuiteta**. Brzina protoka  $v_2$  kroz otvor presjeka površine  $A_2$  će biti veća onoliko puta koliko je površina otvora  $A_2$  manja od površine  $A_1$ .

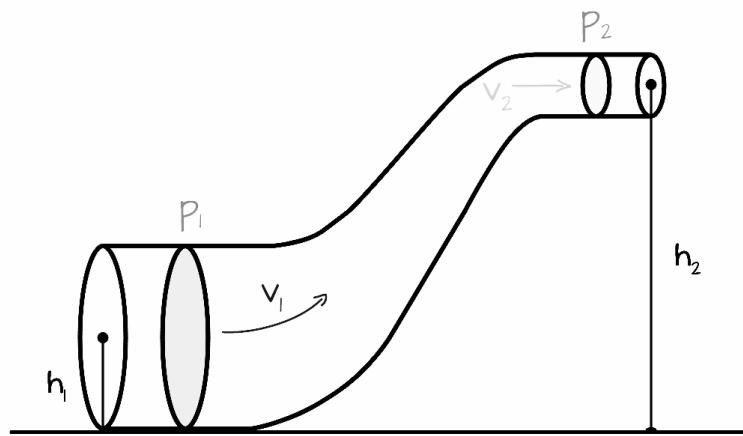


Jednadžbu kontinuiteta možemo opisati formulom:

$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

## Bernoullijev zakon

Osnovni zakon kojim opisujemo gibanje fluida kroz cijev pri čemu izjednačavamo tlakove u pojedinom dijelu cijevi zove se **Bernoullijev zakon**.



Ukupnom tlaku u svakom dijelu cijevi doprinose **statički tlak** koji je veći u dijelovima cijevi gdje je brzina protjecanja manja, **hidrodinamički tlak** te **hidrostatski tlak**.

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g h_1 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g h_2$$

Često se susrećemo s horizontalnom cijevi kojoj je visina svakog dijela jednaka pa u tom slučaju vrijedi i jednakost hidrostatskih tlakova, odnosno njih možemo zanemariti.

nula za horizontalne cijevi  
( $h_1 = h_2$ )

$$\underline{p_1} + \underline{\frac{1}{2}\rho v_1^2} + \underline{\rho g h_1} = \underline{p_2} + \underline{\frac{1}{2}\rho v_2^2} + \underline{\rho g h_2}$$

statički tlak

dinamički tlak

hidrostatski tlak

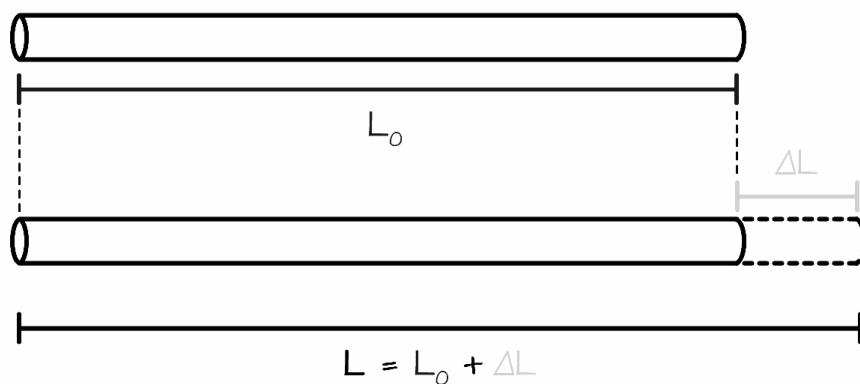
Ova skripta je free jer svi mi volimo besplatne stvari!  
Ako želiš toga još, **skeniraj ovaj QR kod** i isprobaj besplatno ostale materijale na našoj stranici.



## Linearno i volumno širenje

**Toplinsko širenje** je svojstvo tvari da mijenja (povećava) svoj oblik (duljinu, površinu ili volumen) uslijed promjene (povećanja) temperature. Koeficijent toplinskih širenja označavamo s  $\alpha$  (linearno) i  $\gamma$  (volumno) i oni su specifični za svaku tvar.

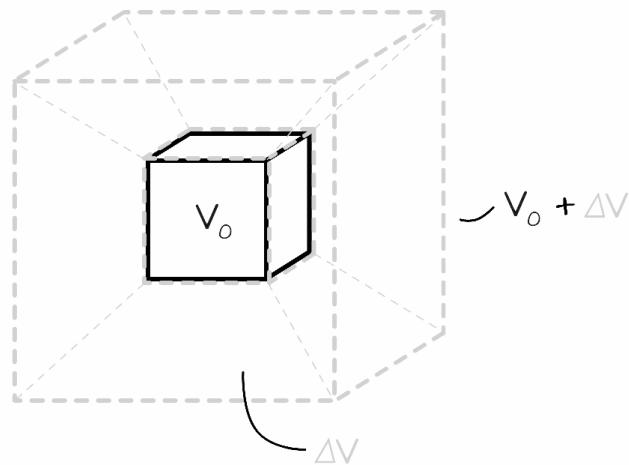
### Linearno širenje



Kod **linearnog širenja** promatramo 1D objekt (štap, žica...). Početnu duljinu tvari koju promatramo označavamo  $l_0$ , a konačnu duljinu (nakon širenja) označavamo s  $l$ .  $\Delta T$  je povećanje temperature koje uzrokuje širenje.

$$l = l_0(1 + \alpha\Delta T)$$

## Volumno širenje



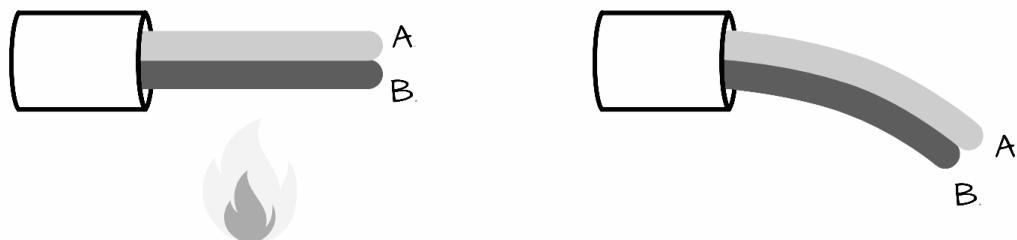
Kod **volumnog širenja** promatramo širenje u 3 dimenzije (promjenu volumena). Početni volumen označavamo  $V_0$ , a konačni s  $V$ .  $\Delta T$  je povećanje temperature koje uzrokuje širenje. Trodimenzionalnu promjenu možemo smatrati kao trostruku jednodimenzionalnu promjenu, tj. linearno širenje u tri dimenzije pa je veza između temperaturnih koeficijenata:

$$\gamma = 3\alpha$$

$$V = V_0(1 + \gamma\Delta T)$$

## Bimetalna traka

Bimetalna traka je element koji se sastoji od dva različita metala. Zbog različitih koeficijenata toplinskog rastezanja, bimetalna traka se prilikom zagrijavanja savija tako da metal većeg koeficijenta bude vanjski, a metal manjeg koeficijenta unutarnji dio trake.



Na slici je prikazan primjer zagrijavanja bimetalne trake. Možemo vidjeti da metal A ima veći koeficijent linearног toplinskog širenja jer se pri zagrijavanju njegova duljina poveća za veći iznos i on time postaje vanjski metal savijene trake.

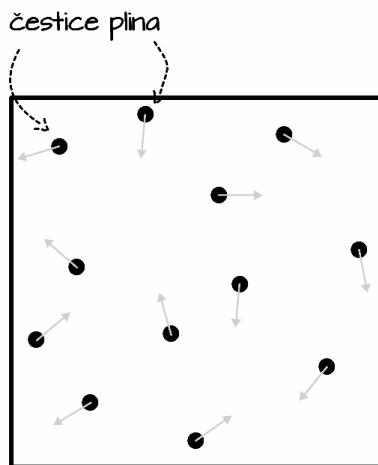
Sviđa ti se što vidiš? E pa ima toga još! **Skeniraj QR kod** pored i pretplati se na pripreme za maturu koje su ti uvijek dostupne, u neograničenim količinama!



# Model idealnog plina (jednadžba stanja) i difuzija

Svojstva idealnog plina:

- čestice (atomi ili molekule) su zanemarivog volumena
- međudjelovanje čestica je zanemarivo
- sudari sa stjenkama su savršeno elastični
- molekule plina se gibaju nasumično (**Brownovo gibanje**)



Idealni plin opisujemo jednadžbom stanja koja glasi:

$$pV = nRT = NkT$$

Karakteristike idealnog plina su:

$p$  - tlak plina,  $V$  - volumen plina,  $T$  - temperatura plina u Kelvinima [K],  $n$  - množina/broj molova,  $R$  - univerzalna plinska konstanta ( $R = 8.314 \text{ J/molK}$ ).

Množinu računamo kao omjer:

$$n = \frac{N}{N_A} = \frac{m}{M}$$

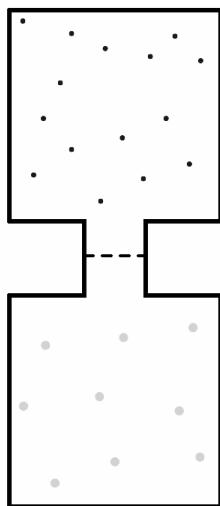
Prvi omjer je omjer broja molekula ili atoma plina  $N$  i Avogadrovog broja  $N_A = 6.022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ . Drugi omjer je omjer mase plina  $m$  i molarne mase  $M$ .

Vezu između Boltzmannove konstante ( $k_B$ ) i plinske konstante  $R$  možemo dobiti izjednačavanjem desnih strana jednadžbe stanja i poznavanjem formule za množinu, a ta veza je:

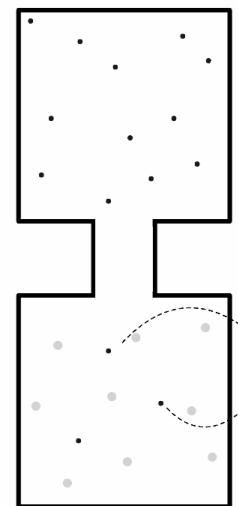
$$R = k_B N_A$$

## Difuzija

Zbog razlike u koncentracijama dolazi do mješanja dvaju tvari koje nazivamo **difuzija**. Čestice spontano prelaze iz područja veće u područje manje koncentracije.



Čestice tvari se spontano gibaju s područja veće koncentracije prema području manje koncentracije



Čestice koje su difuzijom prešle dolje zbog razlike u koncentraciji

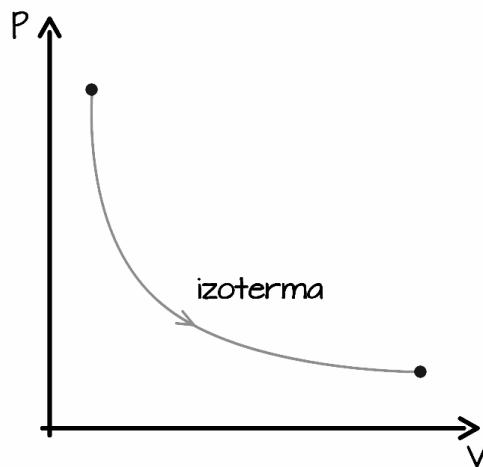
Ova skripta je free jer svi mi volimo besplatne stvari!  
Ako želiš toga još, **skeniraj ovaj QR kod** i isprobaj besplatno ostale materijale na našoj stranici.



# Promjene stanja idealnog plina (plinski zakoni)

## Boyle - Mariotteov zakon

Zakon kojim opisujemo **izotermnu** promjenu tlaka i volumena plina. Temperatura je konstantna, a volumen i tlak su obrnuto proporcionalni. Točnije, onoliko puta koliko povećamo tlak pri izotermnoj promjeni toliko će se puta smanjiti volumen idealnog plina i obrnuto. Promjene stanja idealnog plina najčešće opisujemo p-V dijagramom:

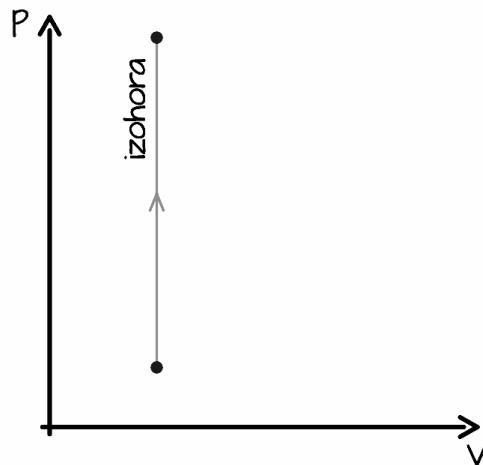


Pri izotermnoj promjeni vrijedi:

$$p_1 V_1 = p_2 V_2 = \text{const.}$$

## Charlesov zakon

Zakon koji opisuje promjenu tlaka i temperature pri stalnom volumenu plina. Tu promjenu još zovemo **izohorna** promjena. Tlak i temperatura pri ovoj su promjeni proporcionalni. Točnije, onoliko puta koliko povećamo jednu od veličina toliko će se puta povećati i druga veličina.

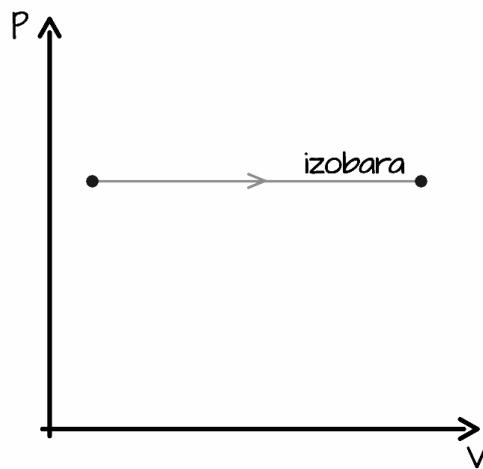


Izohornu promjenu možemo opisati i jednadžbom:

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} = const.$$

## Gay-Lussacov zakon

Zakon koji opisuje promjenu volumena i temperature plina pri konstantnom tlaku. Tu promjenu zovemo **izobarna** promjena. Volumen i temperatura pri ovoj su promjeni proporcionalni. Točnije, onoliko puta koliko povećamo jednu od veličina toliko će se puta povećati i druga veličina.

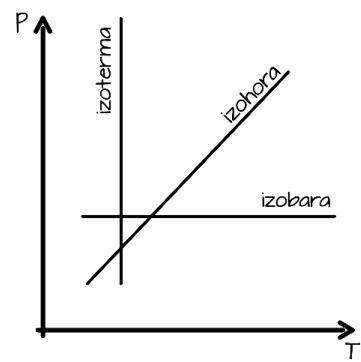
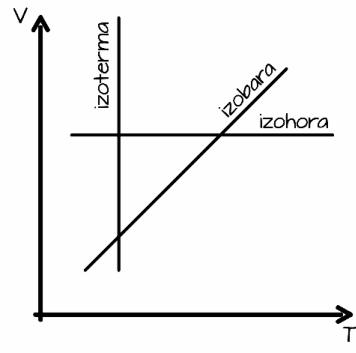
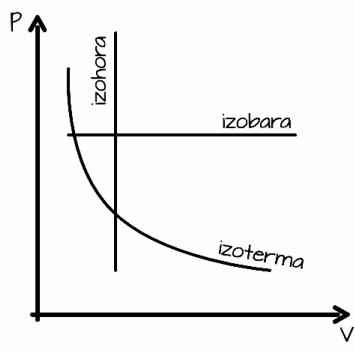


Izobarnu promjenu možemo opisati i jednadžbom:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} = const.$$

## Grafovi promjena stanja

Osim p-V dijagramom, za svaku od promjena možemo koristiti i grafove s preostalim ovisnostima (V-T i p-T graf), a pripadne linije u svakom od dijagrama zovemo izohora (stalan volumen), izobara (stalan tlak) i izoterna (stalna temperatura).



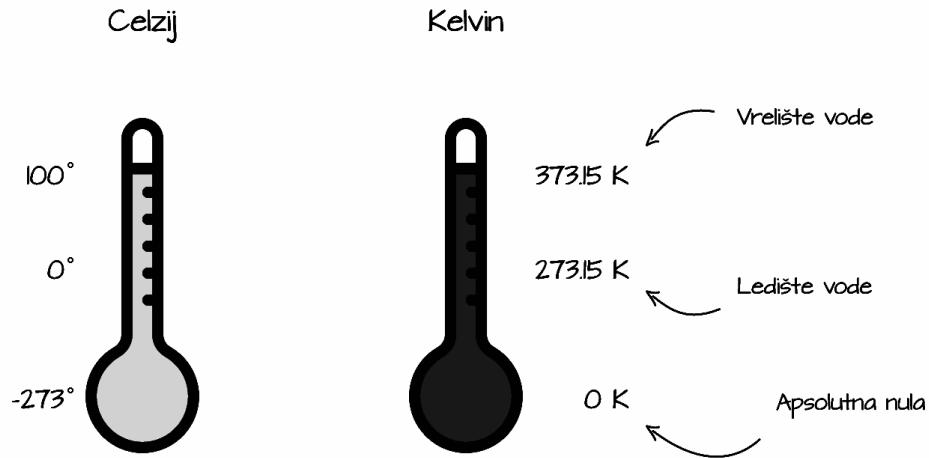
Svida ti se što vidiš? E pa ima toga još! **Skeniraj QR kod** pored i pretplati se na pripreme za maturu koje su ti uvijek dostupne, u neograničenim količinama!



# Temperatura i agregatna stanja

## Temperatura

**Temperatura** je fizikalna veličina kojom opisujemo mjeru zagrijanosti tijela. Sljedena jedinica za temperaturu je Kelvin [K] ali često ju izražavamo u Celzijevim stupnjevima [ $^{\circ}\text{C}$ ]. Temperatura ne prelazi s tijela na tijelo i zato ju trebamo razlikovati od topline. Promjena temperature je posljedica prelaska topline s tijela na tijelo (toplina je energija koja može prelaziti s tijela na tijelo)!



Temperaturu u Kelvinima ( $T(K)$ ) možemo izraziti pomoću temperature u Celzijevim stupnjevima ( $t(^{\circ}\text{C})$ ).

$$T(K) = (t(^{\circ}\text{C}) + 273.15)$$

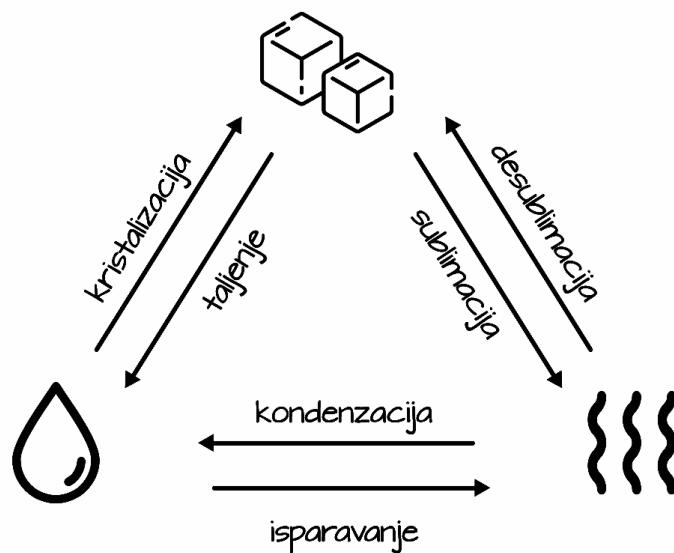
**Apsolutna nula** je izraz za temperaturu koja iznosi 0 K, tj.  $-273^{\circ}\text{C}$ .

Osim Kelvinove i Celzijusove skale, ponekad se koristi i Fahrenheitova skala. Veza između Celzijusa i Fahrenheitita je:

$$T(F) = \frac{9}{5}t(^{\circ}\text{C}) + 32$$

## Agregatna stanja

Tvari u prirodi možemo naći u 3 agregatna stanja ovisno o njihovoj gradi i vanjskim uvjetima (tlak, temperatura): **čvrsto, tekuće, plinovito**. U literaturi ćemo ponekad naći i na četvrtu stanje - plazmu.

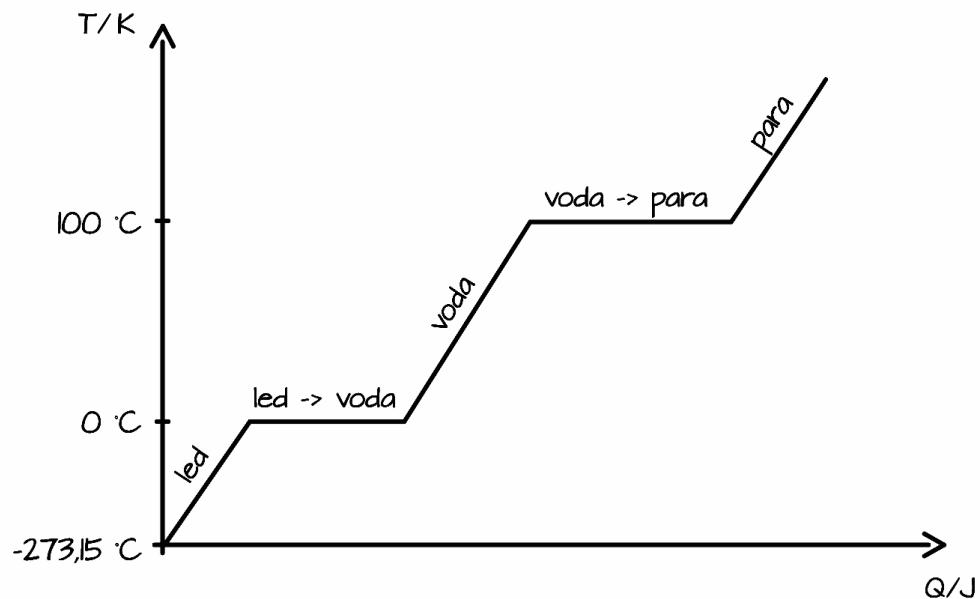


Promjenom vanjskih uvjeta tvari mogu prelaziti iz jednog u drugo agregatno stanje. Te promjene zovemo:

- taljenje** - iz čvrstog u tekuće
- kristalizacija** - iz tekućeg u čvrsto
- isparavanje** - iz tekućeg u plinovito
- kondenzacija** - iz plinovitog u tekuće
- sublimacija** - iz čvrstog u plinovito
- desublimacija** - iz plinovitog u čvrsto

## Fazni dijagram

Pri dovođenju topline, mijenjamo temperaturu tvarima, a dovođenjem dovoljne količine topline, mijenjamo i agregacijska stanja. Promjenu agregacijskog stanja tvari uslijed dovođenja topline opisujemo **faznim dijagramom**.



Pri mijenjanju agregacijskog stanja, toplina koju dovodimo troši se na kidanje veza. Temperatura se unatoč dovodenju topline pri promjeni faze **ne mijenja** sve dok cijela tvar nije promijenila agregatno stanje.

Ova skripta je free jer svi mi volimo besplatne stvari!

Ako želiš toga još, **skeniraj ovaj QR kod** i isprobaj besplatno ostale materijale na našoj stranici.



# Toplina, rad i unutarnja energija

## Toplina

Toplina je energija koju možemo dovoditi ili odvoditi termodinamičkom sustavu. Toplinu možemo prenijeti na tri načina: **konvekcijom** (strujanjem), **kondukcijom** (vodenjem), **radijacijom** (zračenjem). Radijacija je prenošenje topline elektromagnetskim zračenjem, konvekcija ili strujanje se zapaža prilikom miješanja fluida različitih temperatura, a vodenje je prijelaz topline između tijela koja su u izravnom kontaktu (dodiruju se). Toplinu označavamo slovom  $Q$ , a mjerna jedinica je Džul [J].

$$Q = mc\Delta T$$

**Specifični toplinski kapacitet**  $c$  je veličina koja govori koliko je topline potrebno dovesti/oduzeti tijelu mase 1 kg da bismo mu promjenili temperaturu za 1 K.

$$Q_t = m\lambda$$

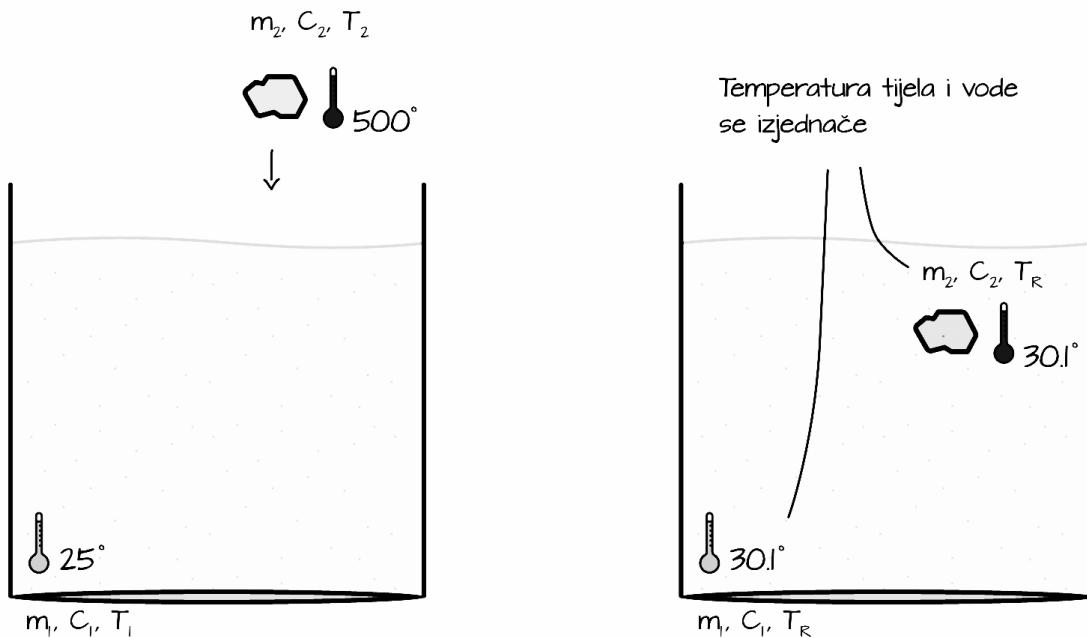
$$Q_i = mr$$

$\lambda$  je specifična latentna toplina taljenja, a  $r$  specifična latentna toplina isparavanja i one su jedinstvene za svaku tvar. Latentne topline taljenja i isparavanja nam govore koliko je topline potrebno dovesti određenoj masi tvari da bismo ju rastalili (ili kristalizirali) te da bi ona isparila (ili kondenzirala).

## Richmannovo pravilo

Kada u direktni kontakt stavimo dva tijela različitih temperatura, količina topline koju hladnije tijelo primi od topljeg jednaka je količini topline koju toplije tijelo predla hladnjem - **Richmannovo pravilo**.

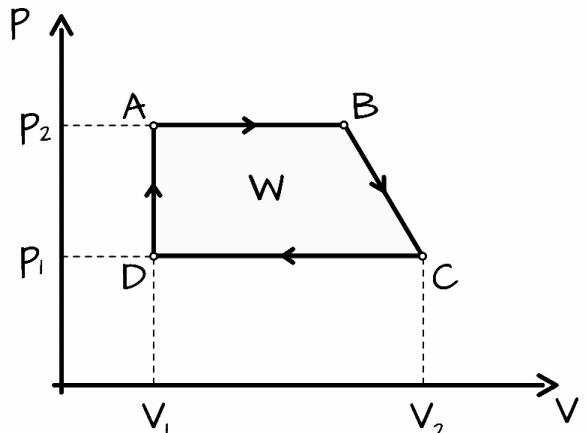
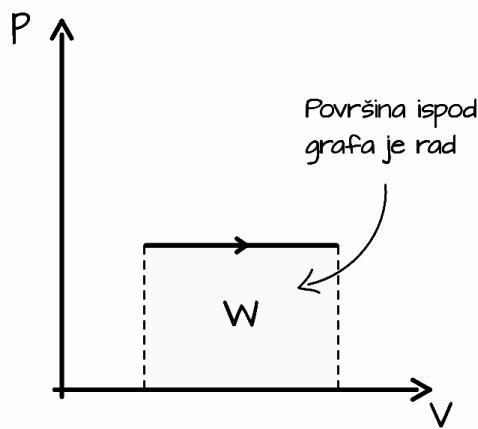
$$m_1c_1\Delta T_1 = m_2c_2\Delta T_2$$



Kada tijelo više temperature stavimo u kontakt s tijelom niže temperature uspostaviti će se toplinska ravnoteža na temperaturi koju zovemo **ravnotežna temperatura  $T_R$** . U računu uvijek oduzimamo manju temperaturu od veće što znači da u izrazu za toplinu kod hladnjeg tijela koristimo  $T_R - T_1$ . Toplijem je tijelu početna temperatura bila veća od ravnotežne pa koristimo  $T_2 - T_R$ .

## Rad plina (p-V graf)

Rad koji obavlja plin je pozitivan i karakterizira ga povećanje volumena (ekspanzija). Rad koji se vrši nad plinom uzrokuje smanjenje volumena (kompresija) plina i taj je rad negativan.



U p-v grafu promjena stanja idealnog plina, rad predstavlja površinu ispod grafa. Računamo ga po formuli:

$$W = p\Delta V$$

## Unutarnja energija

**Unutarnja energija** je zbroj kinetičke i potencijalne energije. Kod idealnog plina zanemarujemo međudjelovanje čestica što znači da je unutarnja energija jednaka zbroju svih kinetičkih energija čestica toga plina. Kinetička energija svake čestice je proporcionalna temperaturi i ona iznosi:

$$E_k = \frac{3}{2}k_b T$$

Plin se sastoji od  $N$  čestica pa je njegova unutarnja energija jednaka:

$$U = NE_k = \frac{3}{2}Nk_b T = \frac{3}{2}nRT = \frac{3}{2}pV$$

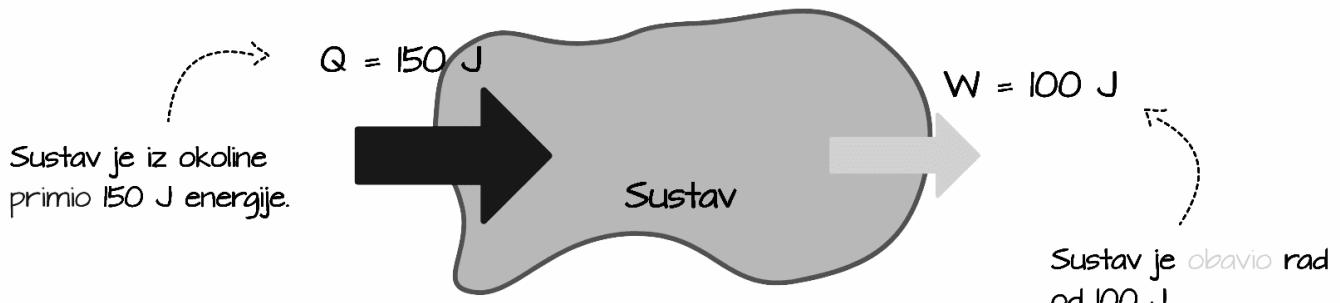
$k_B$  je Boltzmanova konstanta i ona iznosi  $1.38 \cdot 10^{-23}$  J/K.

Sviđa ti se što vidiš? E pa ima toga još! **Skeniraj QR kod** pored i pretplati se na pripreme za maturu koje su ti uvijek dostupne, u neograničenim količinama!



# Prvi zakon termodinamike i termodinamički procesi

Toplina koju dovodimo nekom sustavu iz okoline troši se na promjenu unutarnje energije  $\Delta U$  i obavljanje rada  $W$  - **prvi zakon termodinamike**.



$$\Delta U = Q - W = 150 - 100 = +50 \text{ J}$$

Ako sustavu dovedemo toplinu  $Q$  i on obavi rad  $W$  tada je promjena unutarnje energije jednaka:

$$\Delta U = Q - W$$

Općenito **prvi zakon termodinamike** zapisujemo:

$$Q = W + \Delta U$$

## Predznaci termodinamičkih veličina

Toplina koju dovodimo sustavu je pozitivnog predznaka ( $Q > 0$ ), a toplina koju sustav otpušta u okolinu je negativnog predznaka ( $Q < 0$ ).

U slučaju širenja plina (termodinamičkog sustava) rad obavlja sami plin i taj je rad pozitivnog predznaka ( $W > 0$ ). Kada tlačimo plin vanjskom silom smanjujemo mu volumen i tada kažemo da vanjska sila vrši rad i vrijedi ( $W < 0$ ). Povećanje volumena (širenje) još nazivom **ekspanzijom**, a smanjenje volumena **kompresijom**.

Ako smo plinu u termodinamičkom procesu povećali unutarnju energiju vrijedi ( $\Delta U > 0$ ), a u slučaju smanjenja unutarnje energije ( $\Delta U < 0$ ).

Kod izotermne promjene ne mijenja se temperatura termodinamičkom sustavu pa i njegova unutarnja energija ima isti iznos, tj. vrijedi ( $\Delta U = 0$ ):

$$Q = W$$

Pri izohornoj promjeni nema promjene volumena, a to znači da se ne obavlja rad nad plinom niti plin vrši rad, tj. ( $W = 0$ ):

$$Q = \Delta U$$

Promjena pri kojoj nema izmjene topline između sustava i okoline ( $Q = 0$ ) naziva se **adijabatskom promjenom**:

$$W = -\Delta U$$

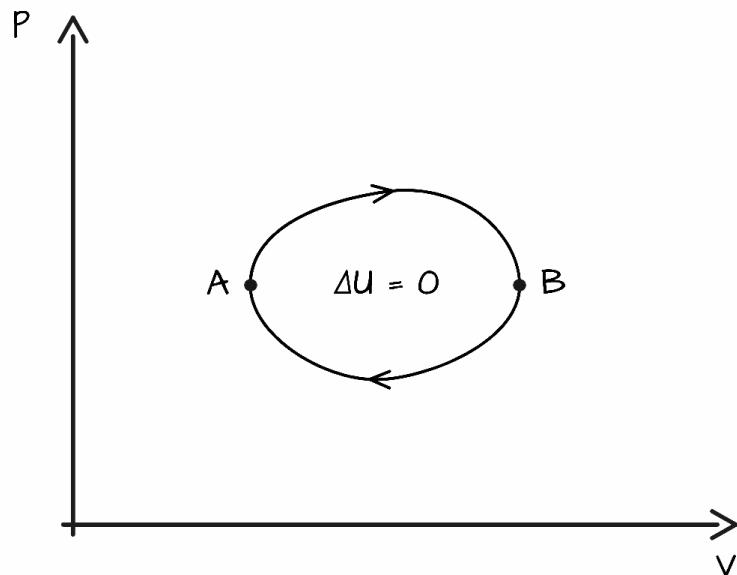
Ova skripta je free jer svi mi volimo besplatne stvari!

Ako želiš toga još, **skeniraj ovaj QR kod** i isprobaj besplatno ostale materijale na našoj stranici.



## Kružni procesi

Kružni procesi su oni kojima su početna i krajnja točka jednake. Razlikujemo **reverzibilne** i **ireverzibilne** procese. Kod reverzibilnih procesa termodinamički sustav može proći kroz cijeli ciklus u oba smjera, a kod ireverzibilnih nije moguć povratni smjer.



U svakom kružnom procesu promjena unutarnje energije  $\Delta U$  je 0, što znači da će toplina biti jednaka obavljenom radu ako gledamo početnu i konačnu točku.

$$Q = W + \Delta U$$

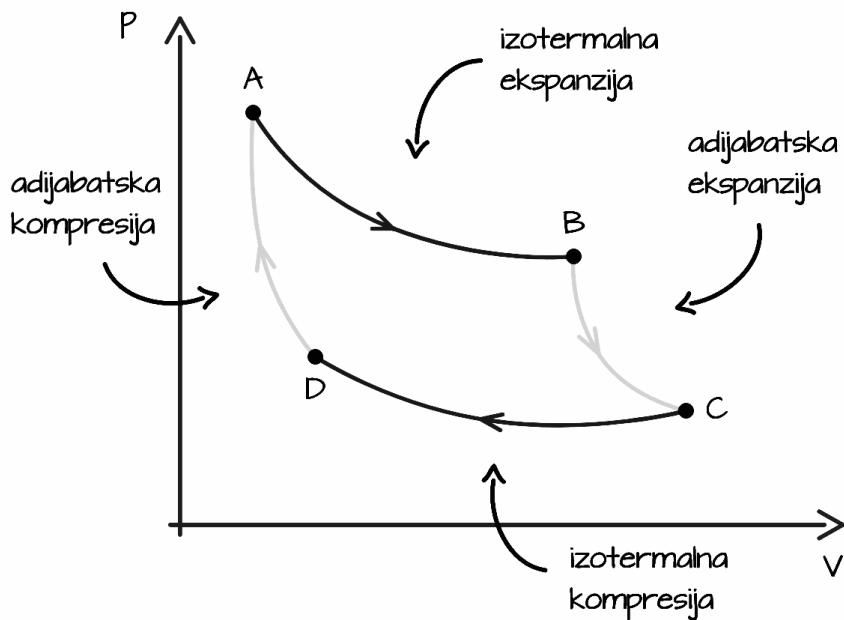
$$Q = W + 0$$

$$Q = W$$

$$W = Q \rightarrow \Delta U = 0$$

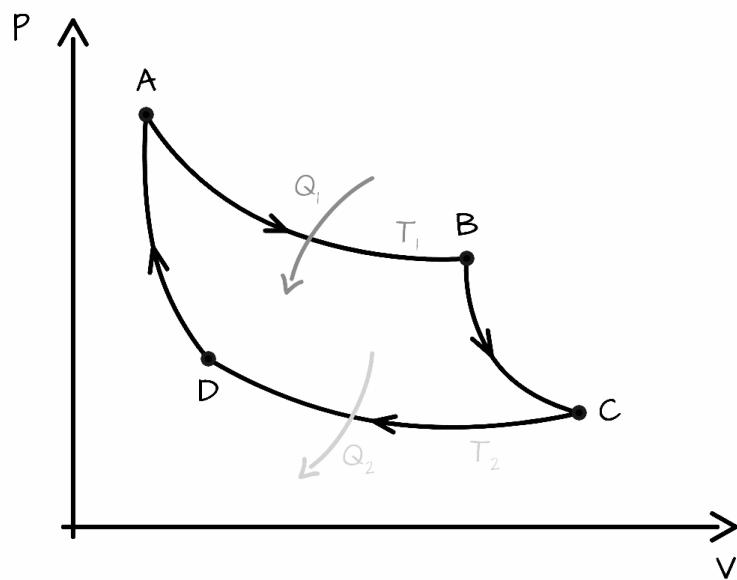
## Carnotov proces

Najpoznatiji oblik kružnog procesa je **Carnotov proces**.



Carnotov proces se sastoji od dvije izoterme i dvije adijabate (ekspanzija i kompresija).

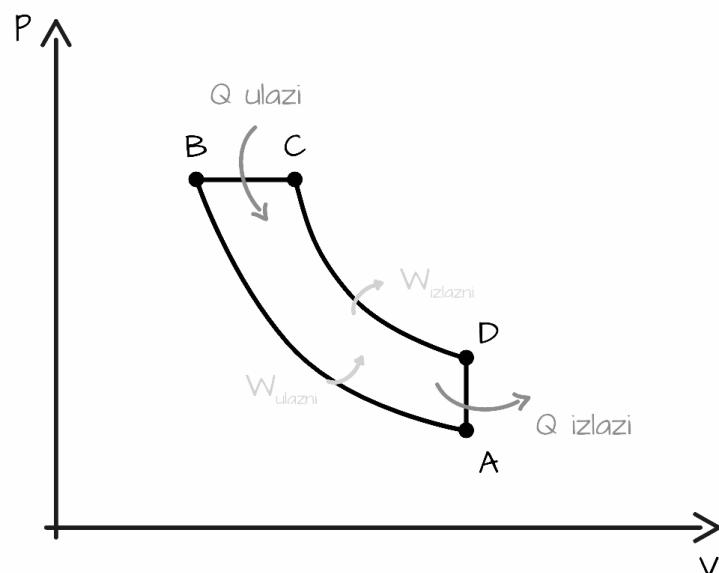
### Toplina u Carnotovom procesu



Pri adijabatskim promjenama nema izmjene topline između sustava i okoline ( $Q = 0$ ). Od točke  $A$  do točke  $B$  plin se iztermno širi što znači da sustavu dovodimo toplinu ( $Q_1 > 0$ ) pri stalnoj temperaturi  $T_1$ . Od točke  $C$  do  $D$  sustav (plin) pri stalnoj temperaturi  $T_2$  smanjuje svoj volumen što znači da otpušta toplinu u okolinu ( $Q_2 < 0$ ).

## Dieselov proces

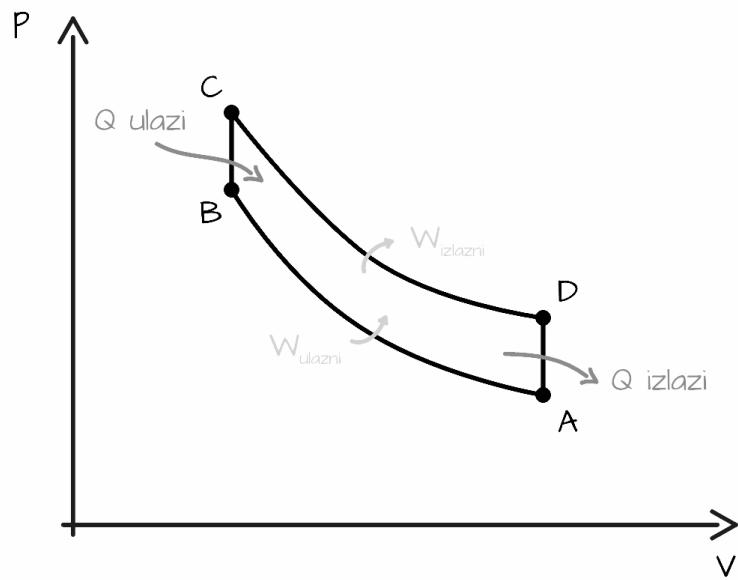
Dieselov proces se sastoji od dvije adijabatske, te jedne izobarne i jedne izohorne promjene.



Sustav prima toplinu od okoline ( $Q > 0$ ) pri izobarnoj ekspanziji (od B do C). Pri izohornoj promjeni (od D do A) sustav otpušta toplinu u okolinu ( $Q < 0$ ). Pri adijabatskoj ekspanziji, od B do C, sustav obavlja rad kojim povećava svoj volumen ( $W > 0$ ). Analogno tome, pri adijabatskoj kompresiji, od A do B, rad se vrši nad sustavom ( $W < 0$ ).

## Ottov proces

Ottov proces sastoji se od dvije adijabatske i dvije izohorne promjene.



Kao i kod Dieselovog procesa plin vrši rad ( $W > 0$ ) pri ekspanziji od C do D i nad plinom se vrši rad ( $W < 0$ ) pri kompresiji od A do B. Sustav prima toplinu ( $Q > 0$ ) od okoline za izohorno povećanje tlaka i temperature (od B do C), a otpušta ju u okolinu ( $Q < 0$ ) od D do A.

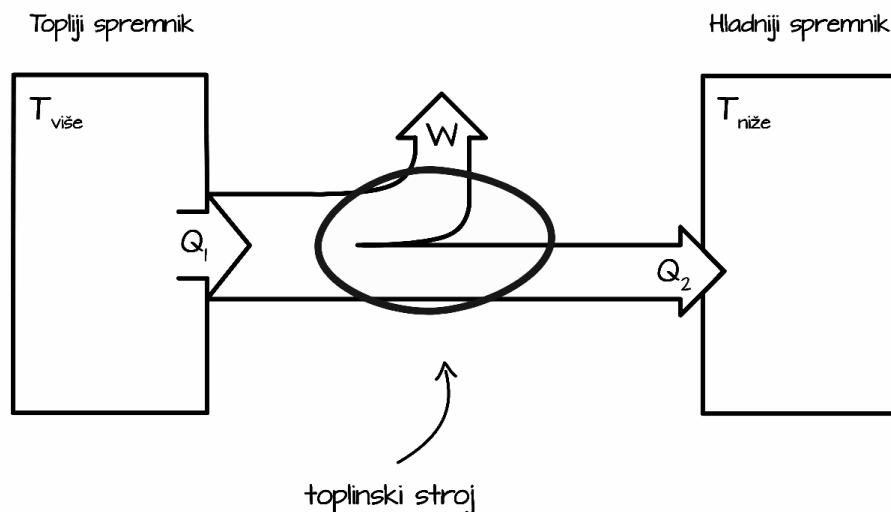
Sviđa ti se što vidiš? E pa ima toga još! **Skeniraj QR kod** pored i pretplati se na pripreme za maturu koje su ti uvijek dostupne, u neograničenim količinama!



## Drugi zakon termodinamike

### Toplinski stroj

Toplinski stroj se sastoji od dva spremnika različitih temperatura (toplji i hladniji spremnik) između kojih je radno tijelo.



Prema **drugom zakonu termodinamike** toplinski stroj uzima toplinu iz spremnika više temperature. Dio te topline troši se na obavljanje rada, a drugi dio predaje spremniku niže temperature. Rad koji obavlja stroj jednak je razlici primljene i predane topline:

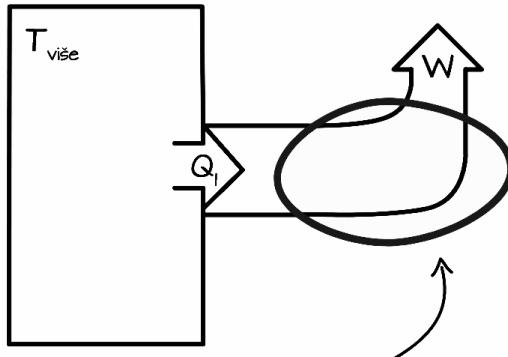
$$W = Q_1 - Q_2$$

Korisnost toplinskog stroja definiramo kao omjer obavljenog rada  $W$  i primljene topline  $Q_1$ :

$$\eta = \frac{W}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{T_{niže}}{T_{više}}$$

## Perpetuum mobile druge vrste

Topliji spremnik

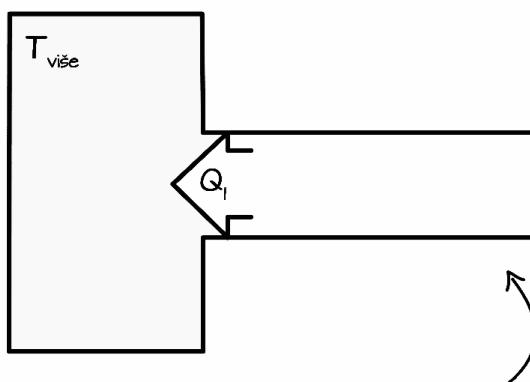


Hladniji spremnik

100% efikasnost  
NIJE MOGUĆE

Ne postoji toplinski stroj koji svu toplinu može pretvoriti u mehanički rad. Odnosno, ne postoji toplinski stroj koji radi samo sa spremnikom više temperature. Takav bi stroj imao korisnost 100%.

Topliji spremnik

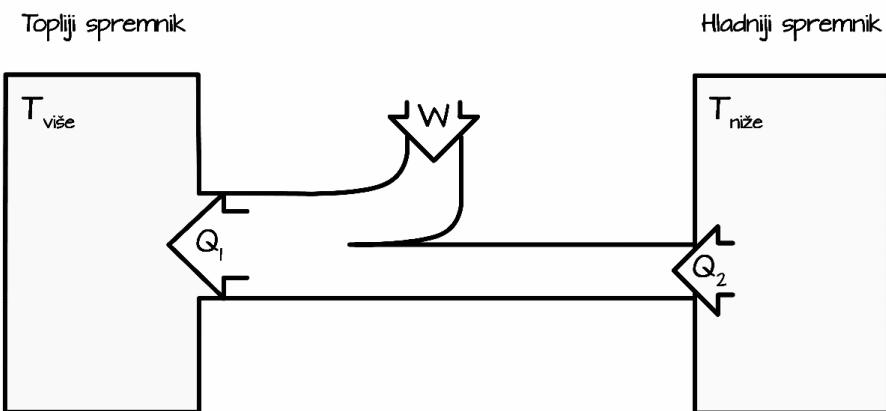


Hladniji spremnik

NIJE MOGUĆE

Toplina spontano može prelaziti samo s toplijeg spremnika na hladniji, ne i obrnuto. Da bi toplina prešla s hladnjeg tijela na toplige potrebno je uložiti dodatni rad. Odnosno, ne postoji stroj koji uzima toplinu spremnika niže temperature i predaje ju toplijem spremniku bez uloženog rada.

## Hladnjak



Hladnjak je toplinski stroj koji uzima toplinu hladnjem spremniku i uz uloženi rad ju predaje toplijem spremniku.

Ova skripta je free jer svi mi volimo besplatne stvari!  
Ako želiš toga još, **skeniraj ovaj QR kod** i isprobaj besplatno ostale materijale na našoj stranici.



## ELEKTROSTATIKA

# Električni naboј i elektroskop

## Električni naboј

**Električni naboј** je jedno od temeljnih svojstava kojima opisujemo čestice i označavamo ga slovom  $Q$  (ili  $q$ ), a merna jedinica za naboј je klon [C]. Čestice mogu biti nabijene (negativno ili pozitivno) i neutralne ( $Q_{uk} = 0$ ). Elektroni su nositelji negativnog naboјa, a protoni pozitivnog. Čestice koje su nabijene pozitivno imaju manjak elektrona, a čestice negativnog naboјa imaju višak elektrona u odnosu na broj protona. Elementarni naboј definiramo kao naboј jednog elektrona (ili protona) i on iznosi:

$$e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

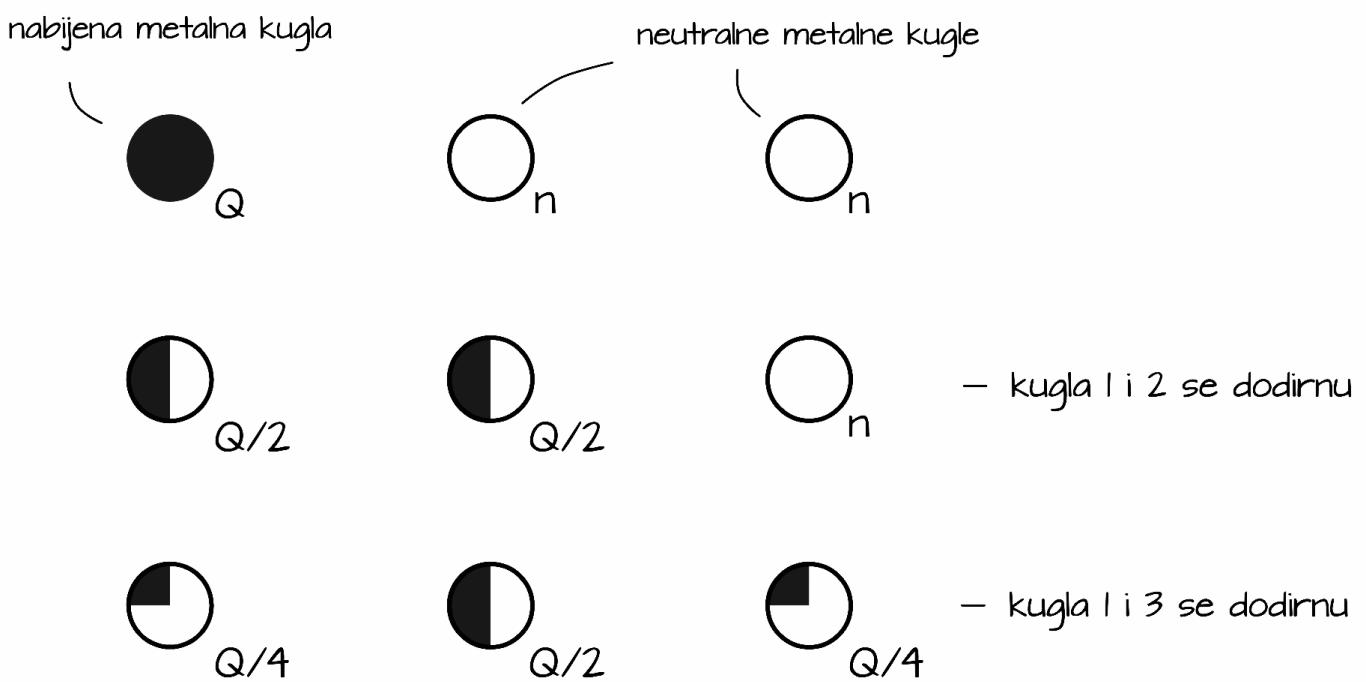
Elektron i proton, po iznosu, imaju jednak naboј, ali su im mase različite. Masa elektrona je  $m_e = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ , a masa protona je  $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ .

Ukupni naboј nekoga tijela jednak je razlici broja protona i elektrona pomnoženoj s elementarnim naboјem:

$$Q_{uk} = e(N(p^+) - N(e^-))$$

## Zakon očuvanja naboјa

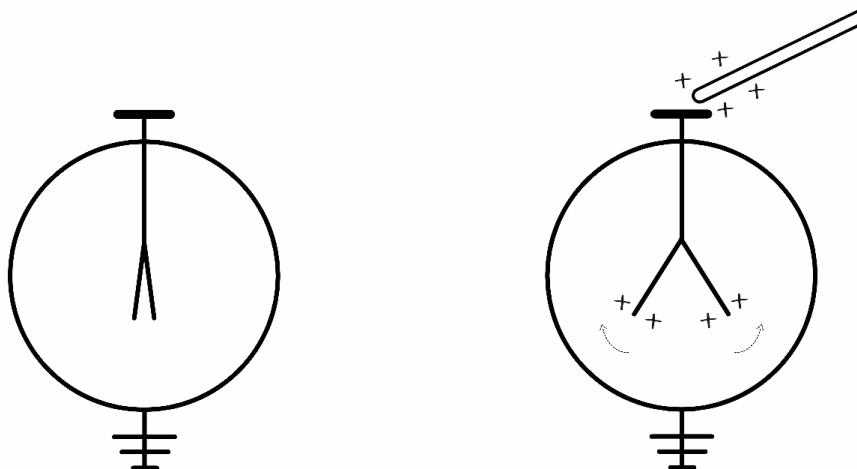
Ukupni naboј u izoliranom sustavu je očuvan i dodirom dvaju tijela prelazi s jednog tijela na drugo sve dok se naboјi na tim tijelima ne izjednače. Tijelo koje je početno negativnije nabijeno predaje elektrone pozitivnijem tijelu. Elektroni su jedini nositelji naboјa koji prelaze s tijela na tijelo u kontaktu.



U sustavu 3 kugle u početnom je trenutku samo kugla 1 nabijena naboјem  $Q$ . Najprije se dotaknu kugla 1 i 2 pri čemu se naboј raspodjeli tako da je na svakoj kugli jednak i iznosi  $Q/2$ . Zatim se dotaknu kugla 1 i 3 što rezultira ponovnom podjelom naboјa između te dvije kugle. Konačni naboјi na kuglama 1 i 3 iznose  $Q/4$ , a s obzirom na to da u drugom dodiru nije sudjelovala kugla 2, njen je konačni naboј  $Q/2$ .

## Elektroskop

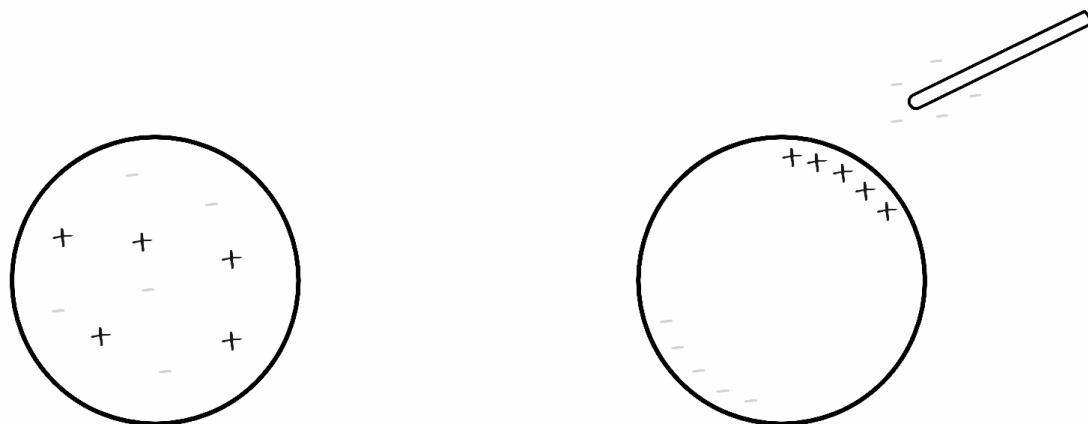
Uredaj kojim detektiramo i određujemo naboje neke tvari zovemo elektroskop. On se sastoji od metalne šipke na čijem je jednom kraju kugla ili pločica (na vrhu), a na drugom dva tanka metalna listića (na dnu) i metalnog kućišta koje je od šipke odvojeno izolatorom. Električni se naboji prenose metalnom šipkom do listića što rezultira razdvajanjem tih listića.



Kada nabijenim štapom dotaknemo vrh elektroskopa elektroni prelaze s negativnijeg na manje negativno tijelo čime i elektroskop postaje nabijen određenom količinom naboja. Višak ili manjak elektrona osjeti se i u listićima elektroskopa koji postaju istoimeni (oba + ili oba -) što rezultira njihovim odbijanjem. Što je veća količina naboja dovedena do listića to će se oni više razdvojiti. Elektroskop možemo najjednostavnije izbiti (učiniti neutralnim) pritiskom ruke na kuglu elektroskopa.

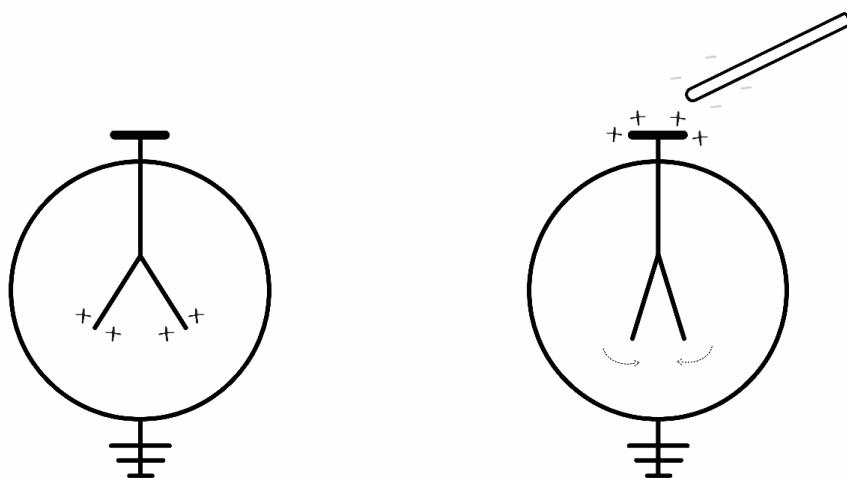
## Električna influencija

Pojava pri kojoj se električni naboji u neutralnom tijelu preraspodjele pod utjecajem vanjskog električki nabijenog tijela zove se **električna influencija**. Za električnu influenciju nije potreban dodir tijela različitih naboja već samo prisutnost nabijenog tijela.



Kada neutralnom tijelu približimo nabijeni štap, naboje unutar neutralnog tijela osjete prisutnost vanjskog naboja. Ako je štap nabijen pozitivno, elektroni unutar neutralnog tijela će se primaknuti bliže štalu, a ako je nabijen negativno elektroni će "pobjeći" što dalje od štapa pa će ostati višak pozitivnih naboja u blizini štapa. Rezultat toga je međusobno privlačenje neutralnog tijela i nabijenog štapa što je posljedica električne influencije.

## Električna influencija i elektroskop



Električnu influenciju možemo uočiti i približavanjem štapa nabijenim tijelima, primjerice elektroskopu.

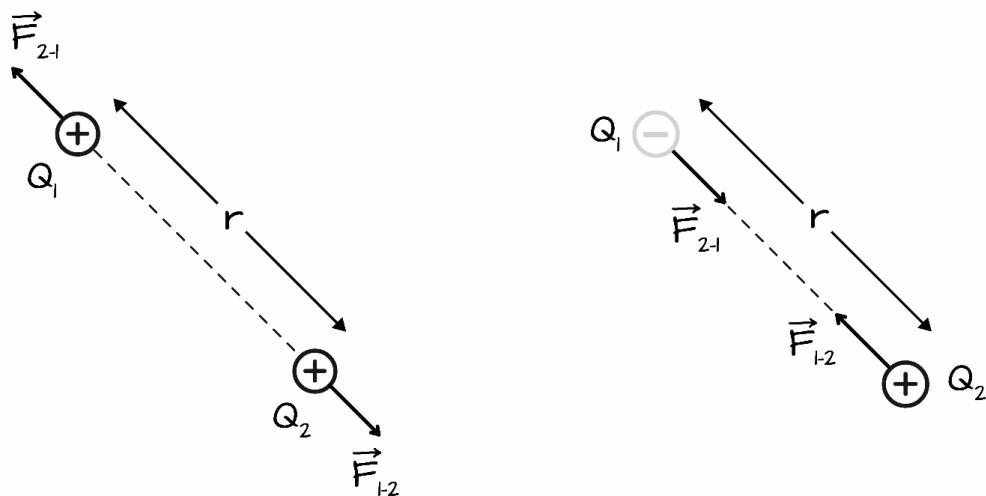
Sviđa ti se što vidiš? E pa ima toga još! **Skeniraj QR kod** pored i pretplati se na pripreme za maturu koje su ti uvijek dostupne, u neograničenim količinama!



# Coulombov zakon i električno polje

## Coulombova sila

Dvije električki nabijene čestice međudjeluju silom koja je proporcionalna umnošku njihovih naboja i obrnuto proporcionalna kvadratu njihovih udaljenosti. Ta sila može biti privlačna (međudjeluju plus i minus) ili odbojna (međudjeluju plus i plus ili minus i minus). Tu silu zovemo **Coulombova sila** (kulonova).



Coulombova sila je po iznosu jednaka:

$$F = k \frac{Q_1 Q_2}{r^2}$$

## Električno polje točkastog naboja

**Električno polje** je vektorska veličina koja opisuje prostor u kojem osjetimo djelovanje električnog naboja, tj. Coulombovu силу.



Električno polje koje stvara točkasti naboј širi se radikalno (u svim smjerovima). Silnice su zamišljene linije kojima opisujemo električno polje. One izviru iz pozitivnog, a poniru u negativni točkasti naboј pa kažemo da su pozitivni točkasti naboјi **izvori**, a negativni **ponori električnog polja**. Po iznosu to je polje proporcionalno naboju i obrnuto proporcionalno kvadratu udaljenosti od tog naboja:

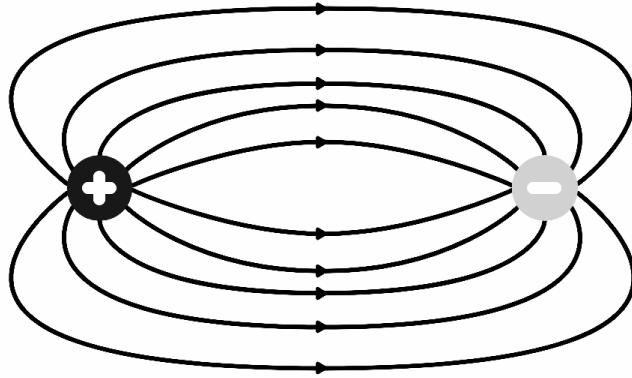
$$E = k \frac{Q}{r^2}$$

$k$  je konstanta koja iznosi  $9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$  i povezana je s dielektričnom permitivnošću vakuma ( $\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-11} \text{ As/Vm}$ ):

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$

## Silnice sustava naboja

**Silnice** su zamišljene linije koje opisuju smjer i jakost električnog polja. Jakost električnog polja je veća na mjestima gdje su silnice gušće i obratno.



U sustavu dva naboja silnice su usmjerenе od pozitivnog prema negativnom naboju i one pokazuju kako bi se probni pozitivni naboј gibao u električnom polju.

## Naboj u homogenom električnom polju

**Homogeno** električno polje ima isti iznos i smjer na cijelom području u kojem je prisutno. Polje točkastog naboja nije homogeno, ali homogeno polje možemo postići nabijanjem dviju ploča raznoimenim naboljima iste vrijednosti.



Kada se naboj nađe u električnom polju na njega djeluje električna (Coulombova) sila. Ako je polje homogeno ta će sila imati uvijek isti smjer i iznos koji ovise o smjeru polja i naboju čestice.

Električna sila na pozitivan naboj ima smjer električnog polja u kojem se taj naboj nalazi, a za negativan naboj ona djeluje u smjeru suprotnom od električnog polja.

$$\vec{F} = \vec{E}Q$$

## Pravilo superpozicije

Ako je neka točka u prostoru u kojem se nalazi više različitih naboja (predznakom i iznosom), svaki od tih naboja stvara na mjestu te točke električno polje. Ukupna vrijednost i smjer električnog polja određuje se zbrajanjem svih vektora polja od pojedinog naboja u promatranoj točki.

Ova skripta je free jer svi mi volimo besplatne stvari!

Ako želiš toga još, **skeniraj ovaj QR kod** i isprobaj besplatno ostale materijale na našoj stranici.



# Napon i električni potencijal

## Električna potencijalna energija

Naboj koji se nalazi u električnom polju ima **električnu potencijalnu energiju**. Ako želimo premjestiti taj naboj unutar električnog polja, moramo savladati električnu silu, tj. moramo obaviti rad jednak radu koji bi obavila električna sila pri pomicanju tog naboja. Taj je rad jednak razlici električnih potencijalnih energija u zadanim točkama.

$$W_{2 \rightarrow 1} = E_{p1} - E_{p2}$$

## Električni potencijal

**Električni potencijal** definiramo kao rad koji je potrebno obaviti da bismo nabijenu česticu doveli iz beskonačnosti u neku točku u prostoru. Električna potencijalna energija i električni potencijal u beskonačnosti su jednaki nuli jer beskonačnost zamišljamo kao mjesto dovoljno daleko da ne osjetimo utjecaj električnog polja. Zato možemo reći da je rad koji trebamo obaviti zapravo jednak električnoj potencijalnoj energiji u točki gdje želimo dovesti naboja  $Q$ . Električni potencijal označavamo grčkim slovom  $\varphi$  (fi), a mjerena jedinica je volt [V]. On je po iznosu jednak:

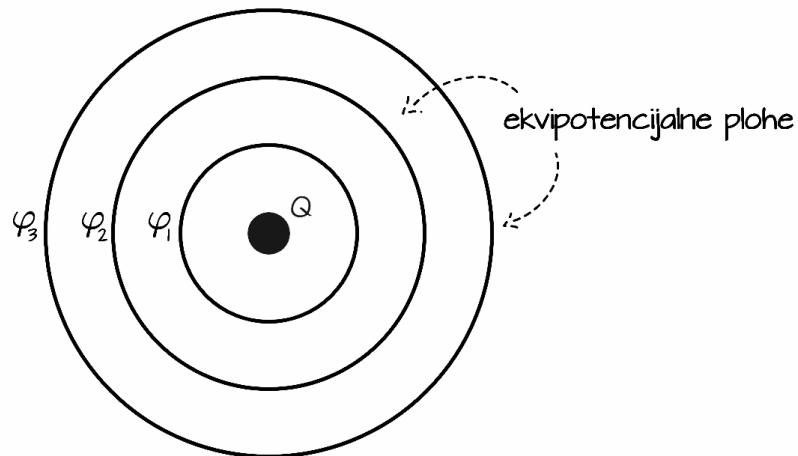
$$\varphi = \frac{W}{Q} = \frac{E_p}{Q}$$

Kada je riječ o točkastom naboju, potencijal koji takav naboj  $Q$  stvara na udaljenosti  $r$  proporcionalan je samom naboju i obrnutu proporcionalan udaljenosti od njega:

$$\varphi = k \frac{Q}{r}$$

## Ekvipotencijalne plohe

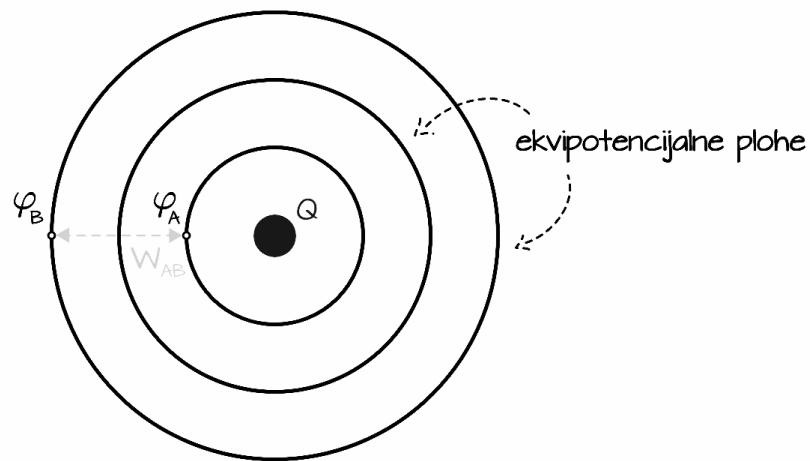
S obzirom na to da električni potencijal točkastog naboja ovisi o udaljenosti zatvaranjem kružnica na istoj udaljenosti dobit ćemo mjesta na kojima je vrijednost potencijala jednak. Te kružnice zovu se **ekvipotencijalne plohe**. Dakle, ekvipotencijalne plohe su linije koje spajaju mjesta na istom potencijalu.



## Električni napon

Ako želimo premjestiti naboј između točaka čiji potencijali nisu jednakog iznosa, potrebno je obaviti rad. Razliku između potencijala zovemo **električni napon**.

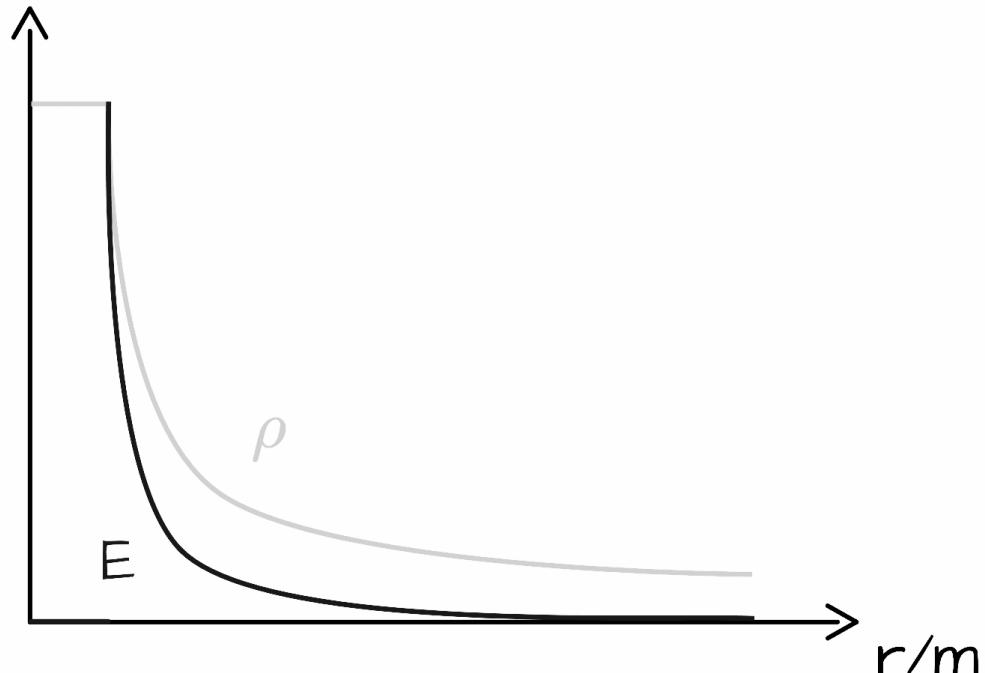
Električni napon definiramo i kao omjer rada koji trebamo obaviti da bismo naboј  $Q$  premjestili iz točke A u točku B i samog naboja  $Q$ .



$$U_{AB} = \varphi_A - \varphi_B = \frac{W_{AB}}{Q}$$

### Električni potencijal i polje nabijene metalne kugle

Kada trodimenzionalno tijelo poput kugle nabijemo određenom količinom naboja, taj će se naboј raspodijeliti po površini tog tijela. Ako promatramo električno polje unutar kugle, naboji na suprotnim stranama (simetrični) stvaraju u sredini kugle polje jednakog iznosa, ali suprotnog smjera pa je **ukupno polje unutar kugle jednako nula**. S obzirom na to da električni potencijal nije vektorska veličina doprinos naboja na površini se unutar kugle zbraja pa potencijal unutar kugle ima određeni konstantan iznos.



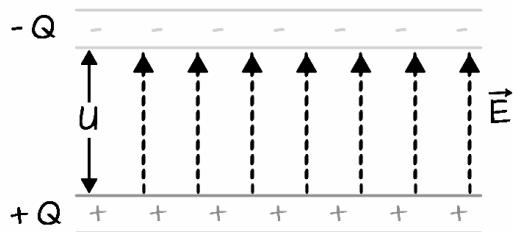
Grafovi pokazuju ovisnost potencijala (crvena krivulja) i električnog polja (narandžasta krivulja) o udaljenosti od središta kugle. Vidimo da je sve dok ne dođemo do udaljenosti koja je jednaka polumjeru kugle  $R$  električno polje jednako nuli, a potencijal ima stalani razliku od nule. Kada se udaljavamo od površine, električno polje i potencijal kugle jednaki su kao i kod točkastog naboja.

Svida ti se što vidiš? E pa ima toga još! **Skeniraj QR kod** pored i pretplati se na pripreme za maturu koje su ti uvek dostupne, u neograničenim količinama!



## Kondenzatori

**Kondenzator** je element koji se sastoji od dvije nabijene ploče medusobno odvojene dielektrikom ili vakuumom. Osnovna karakteristika svakog kondenzatora je sposobnost pohrane energije. Veličina kojom opisujemo količinu naboja koju kondenzator može skladišti kada je priključen na određeni izvor napona zovemo električni kapacitet i označavamo slovom  $C$ , a njegova merna jedinica je Farad [F].

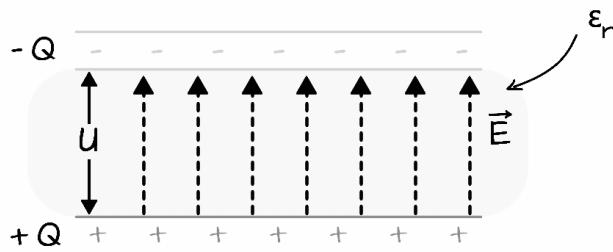


Ako je razlika potencijala (napon) između ploča jednak  $U$ , a naboј na pločama  $Q$  tada je kapacitet jednak:

$$C = \frac{Q}{U}$$

## Kondenzator u sredstvu

Između ploča kondenzatora može se nalaziti vakuum ili dielektrik. Dielektrik je tvar koja ne vodi električnu struju. Veličina kojom opisujemo dielektrik je relativna dielektrična permitivnost  $\epsilon_r$ , i ona je specifična za svaku tvar.



Kapacitet kondenzatora ovisi o njegovim geometrijskim svojstvima te o sredstvu koje se nalazi između njegovih ploča. Ako je površina ploča kondenzatora  $S$ , razmak između njih  $d$  i relativna permitivnost sredstva  $\epsilon_r$ , tada je kapacitet tog kondenzatora:

$$C = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{S}{d}$$

Relativna dielektrična permitivnost vakuma  $\epsilon_r = 1$ . To znači da je kapacitet kondenzatora u vakuumu jednak:

$$C = \epsilon_0 \frac{S}{d}$$

## Energija kondenzatora

Da bismo kondenzator nabili naboјem  $Q$  potrebno je obaviti rad (dovesti energiju). Ta energija dolazi iz izvora napona  $U$  i po iznosu je jednak:

$$W = \frac{QU}{2} = \frac{CU^2}{2} = \frac{Q^2}{2C}$$

## Električno polje kondenzatora

Električno polje između ploča kondenzatora je homogeno. Vrijednost tog električnog polja ovisi o jakosti izvora, tj. o naponu koji daje izvor na koji su spojene ploče kondenzatora te o udaljenosti između tih ploča, a računamo ga po formuli:

$$E = \frac{U}{d}$$

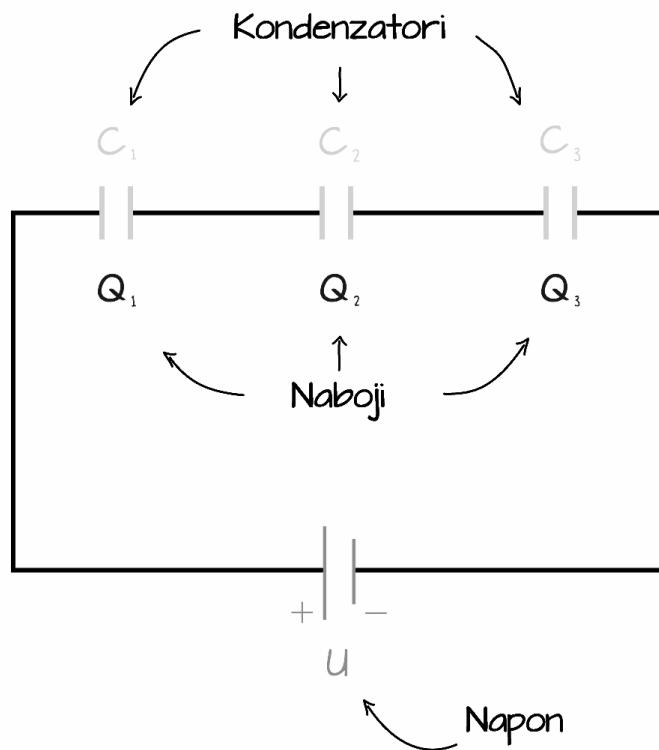
## Spajanje kondenzatora

Elemente u strujni krug (na izvor napona) možemo spajati na dva različita načina: **serijski** i **parallelno**.

Kada je riječ o spajaju kondenzatora, kapacitet ukupnog spoja kondenzatora ovisi o načinu na koji ih spajamo.

### Serijski spoj kondenzatora

Serijski spoj kondenzatora karakterizira smanjenje ukupnog kapaciteta dodavanjem kondenzatora u spoj. Svaki od kondenzatora nabijen je nabojem  $Q$  koji je u serijskom spoju jednak za svaki kondenzator.



Na slici je shematski prikaz serijskog spoja kondenzatora. Napon koji daje izvor raspodijeljen je po kondenzatorima ovisno o njihovom kapacitetu. Vrijedi:

$$Q_{uk} = Q_1 = Q_2 = Q_3 = \dots$$

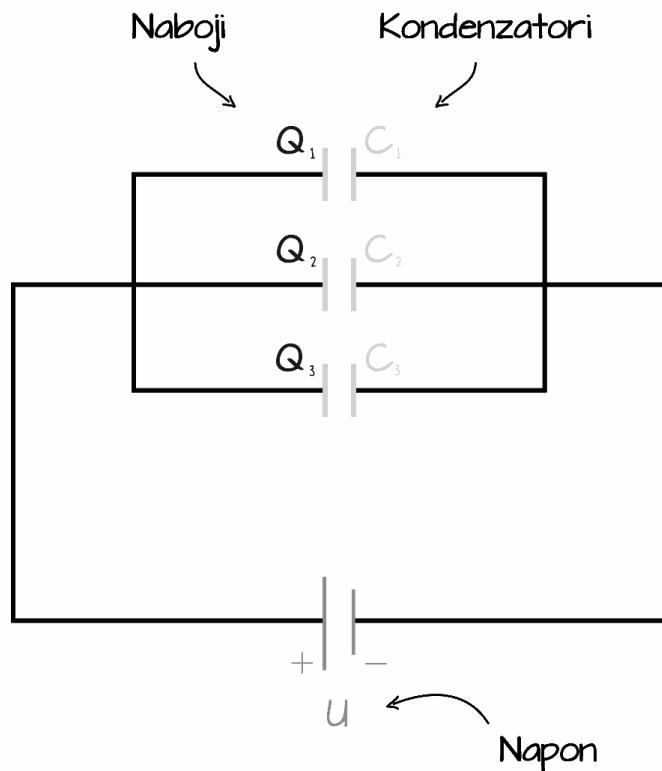
$$U = U_1 + U_2 + U_3 + \dots$$

Ukupni kapacitet serijskog spoja kondenzatora računamo po formuli:

$$\frac{1}{C_{uk}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots$$

## Paralelni spoj kondenzatora

Spajanjem kondenzatora u paralelni spoj povećavamo ukupni kapacitet sustava. U svakoj grani paralelnog spoja napon je jednak naponu  $U$  koji daje izvor.



Ukupni naboј je jednak zbroju naboјa na kondenzatorima, tj. zbroju naboјa u granama:

$$Q_{uk} = Q_1 + Q_2 + Q_3 = \dots$$

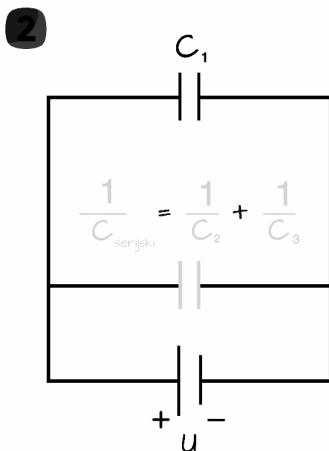
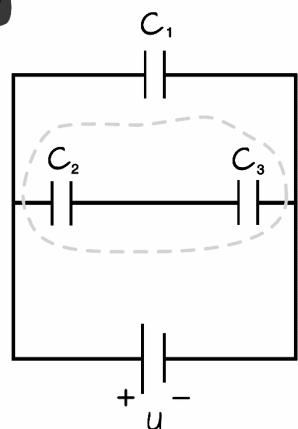
$$U = U_1 = U_2 = U_3 = \dots$$

Ukupni kapacitet ovog sustava računamo po formuli:

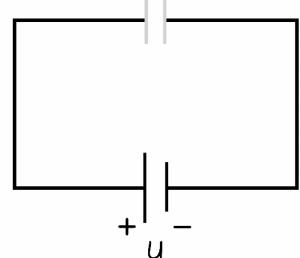
$$C_{uk} = C_1 + C_2 + C_3 + \dots$$

## Kombinirani spoj kondenzatora

Strujni krugovi ne moraju se sastojati od isključivo paralelno ili serijski spojenih elemenata. Često su elementi spojeni na različite mješovite načina. Tada mrežu kondenzatora raspetljavamo postepeno.



$$C_{\text{uk}} = C_1 + C_{\text{serijski}}$$



Na slici je prikazan primjer kombiniranog spoja. Kondenzatori  $C_2$  i  $C_3$  spojeni su serijski, a njima je paralelno spojen kondenzator  $C_1$ .

Ova skripta je free jer svi mi volimo besplatne stvari!

Ako želiš toga još, **skeniraj ovaj QR kod** i isprobaj besplatno ostale materijale na našoj stranici.



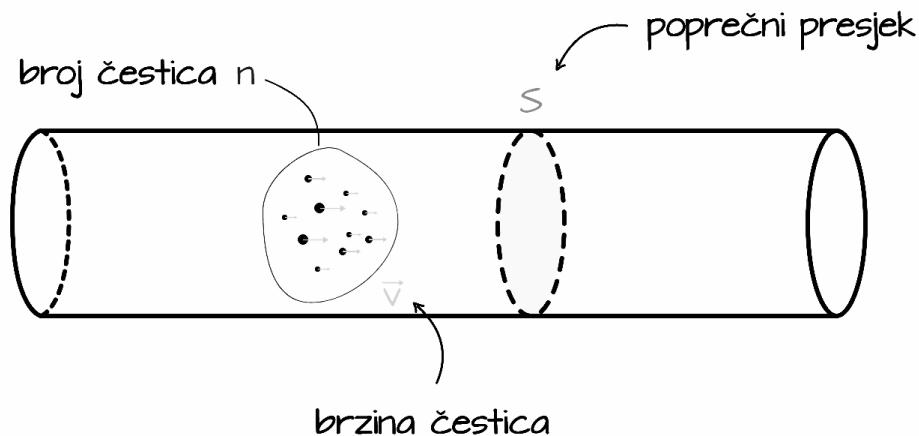
# Električna struja i strujni krug

## Električna struja

Električna struja je usmjereno gibanje nabijenih čestica (elektroni, ioni...). **Jakost električne struje** definiramo kao količinu naboja  $Q$  koja prođe poprečnim presjekom vodiča u vremenu  $t$ . Označavamo ju slovom  $I$  i mjerna jedinica je Amper [A].

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

Jakost struje možemo izračunati i poznavajući geometrijska svojstva vodiča te oku nevidljiva svojstva samih nosioca naboja unutar vodiča.



U vodičima (metalima) električnu struju uzrokuje gibanje slobodnih elektrona. Koncentraciju tih elektrona po jedinici volumena vodiča označavamo s  $n$  i definiramo kao omjer broja elektrona  $N$  i jedinice volumena  $V$ . Ti elektroni nose elementarni naboј  $e$  i u vodiču gibaju prosječnom brzinom  $v$  kroz površinu poprečnog presjeka  $S$ . Jakost struje jednaka je:

$$I = Sven = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

## Gustoća struje

Gustoća struje je veličina koja nam govori o količini struje (u amperima) koja prođe nekom površinom vodiča. Računamo kao omjer jakosti struje i površine presjeka, a njezina je mjerna jedinica [ $\text{A}/\text{m}^2$ ].

$$J = \frac{I}{S}$$

## Strujni krug

Strujni krug je zatvorena petlja kojom teče električna struja. Najčešće se sastoji od izvora, vodljivih žica (vodiča) te trošila. Trošila u strujnom krugu mogu biti žarulje, otpornici, kondenzatori, zavojnice itd. Kada se na izvor napona spoje određeni elementi i zatvoriti strujni krug njime teče električna struja. S obzirom na to da su u vodiču slobodni elektroni nositelji struje, njihovo je kretanje usmjereno prema pozitivnom polu baterije (izvora) i to je **realan smjer struje**. U svijetu fizike dogovoren smjer struje odgovara gibanju pozitivno nabijenih čestica i suprotan je od gibanja elektrona, tj. **dogovoren smjer struje je od + pola prema - polu**.

## Shematski prikaz elemenata u strujnom krugu

Elementi strujnog kruga mogu se shematski prikazati:

## Izvori



Izvor istosmjerne struje (baterija). Daje napon koji je nepromjenjiv u vremenu.

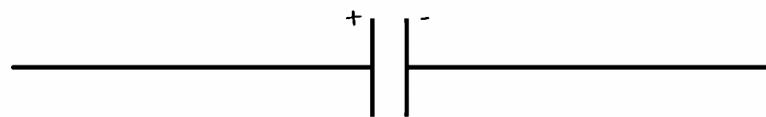


Izvor izmjenične struje. Daje struju čiji se iznos i smjer periodično mijenjaju.

## Otpornik



## Kondenzator



## Zavojnica



Svida ti se što vidiš? E pa ima toga još! **Skeniraj QR kod** pored i pretplati se na pripreme za maturu koje su ti uvijek dostupne, u neograničenim količinama!



# Električni otpor i Ohmov zakon

## Električni otpor

**Električni otpor** je fizikalna veličina koju definiramo kao mjeru opiranja protoku električne struje. Otpor nekog vodiča ovisi o njegovoj gradi. Vodič duljine  $l$  i površine poprečnog presjeka  $S$  ima otpor  $R$  koji je jednak:

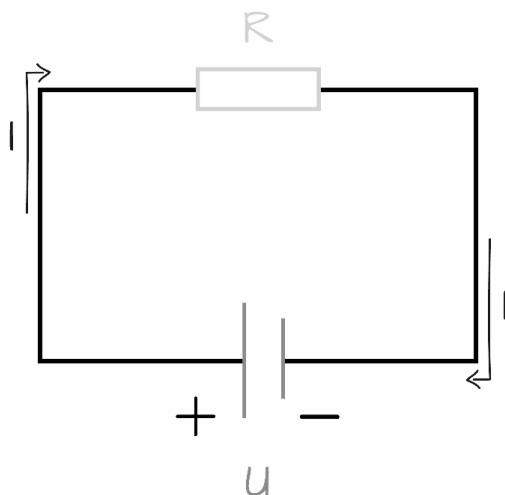
$$R = \rho \frac{l}{S}$$

Mjerna jedinica za otpor je Ohm [ $\Omega$ ]. Električnu otpornost označavamo slovom  $\rho$  i ona je specifična za svaku tvar.

## Ohmov zakon

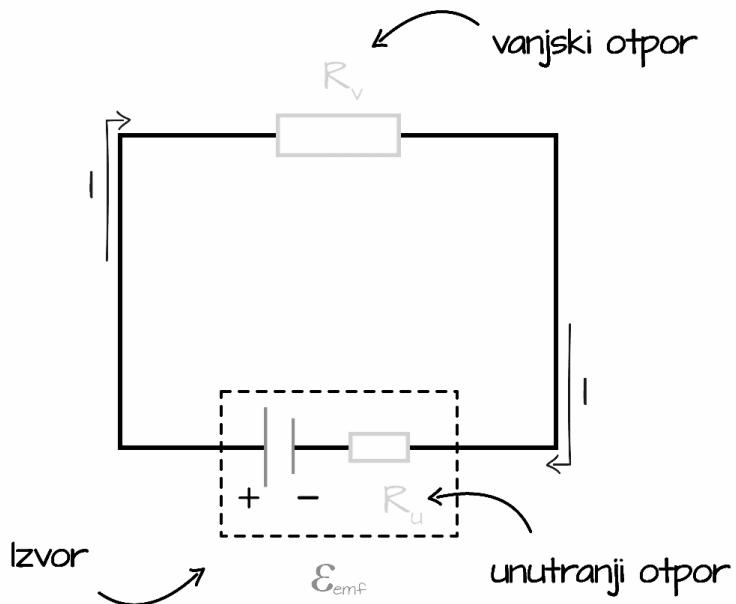
U strujnom krugu jakost električne struje koja teče kroz element otpora  $R$  definiramo kao omjer električnog napona  $U$  i otpora  $R$ . To pravilo zovemo **Ohmov zakon**.

$$I = \frac{U}{R}$$



## Ohmov zakon za realni izvor

Idealna baterija (izvor) ima zanemariv unutarnji otpor. Realni izvori imaju unutarnji otpor koji utječe na ukupan iznos struje koja poteče iz izvora. Napon takvog izvora zovemo elektromotornim naponom i označavamo ga s  $\varepsilon_{emf}$ .



Unutarnji otpor izvora označavamo s  $R_u$  ili  $r$ , a ukupni vanjski otpor u strujnom krugu s  $R_v$ . Struja koja teče ovim krugom jednaka je:

$$I = \frac{\varepsilon_{emf}}{R_u + R_v}$$

Ako u ovakovom krugu nemamo vanjskog otpora nego zatvorimo krug spajanjem polova izvora, tada ovim krugom teče struja najveće jakosti i tu struju nazivamo **strujom kratkog spoja**. Ona je po iznosu jednak:

$$I_{ks} = \frac{\varepsilon_{emf}}{R_u}$$

## Snaga električne struje

Kada promatramo sjaj neke žaruljice koja je spojena u strujni krug, zapravo promatramo energiju koju ta žaruljica emitira u jedinici vremena. To znači da govorimo o snazi koja se na njoj oslobađa, a ta je snaga u strujnom krugu na svakom elementu jednak umnošku jakosti struje koja teče kroz element i napona koji je na njegovim krajevima.

$$P = UI$$

Ova skripta je free jer svi mi volimo besplatne stvari!  
Ako želiš toga još, **skeniraj ovaj QR kod** i isprobaj besplatno ostale materijale na našoj stranici.



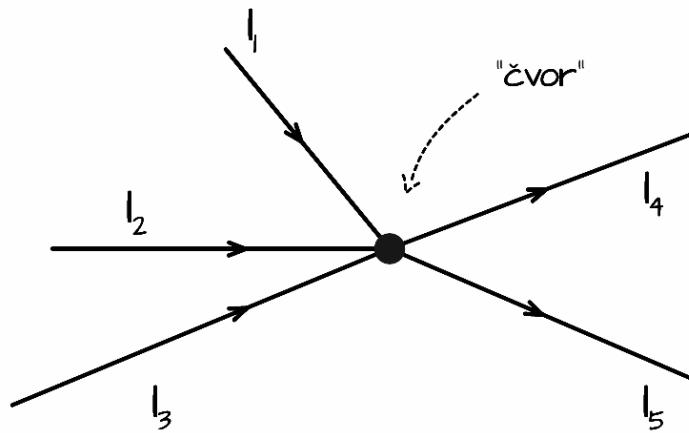
# Spajanje otpornika i Kirchoffovi zakoni

## Kirchoffovi zakoni (pravila)

Rješavanje strujnog kruga podrazumijeva određivanje karakterističnih veličina (struje i napona) za svaki element tog strujnog kruga. Pritom koristimo pravila koja zovemo Kirchoffovi zakoni.

## Kirchoffov zakon za struje

Mjesta na kojima se struja može granati nazivamo čvorovima. Ukupna jakost struje koja uđe u neki čvor jednaka je ukupnoj jakosti struje koja iz njega izlazi. Točnije, zbroj svih struja koje dođu na neki čvor jednak je zbroju svih struja koje iz njega izlaze. Ovo pravilo zovemo Kirchoffovim pravilom za struje i koristimo ga pri paralelnim spojevima gdje se struja može granati.



$$I_1 + I_2 + I_3 = I_4 + I_5$$

$$\sum I_{ulazne} = \sum I_{izlazne}$$

Na slici je prikazan primjer u kojem su **ulazne** struje u čvor  $I_1, I_2$  i  $I_3$  dok su struje koje iz ovog čvora **izlaze**  $I_4$  i  $I_5$ . Zbroj jakosti ulaznih struja jednak je zbroju jakosti izlaznih struja.

## Kirchoffov zakon za padove napona

Drugi Kirchoffov zakon odnosi se na napone koji se nalaze na krajevima trošila u zatvorenoj petlji (seriji). Ukupni pad napona u zatvorenoj petlji jednak je nuli. Točnije, zbroj napona koje očitavamo na krajevima pojedinog elementa koji se nalazi u seriji mora biti jednak naponu koji daje idealan izvor (baterija).

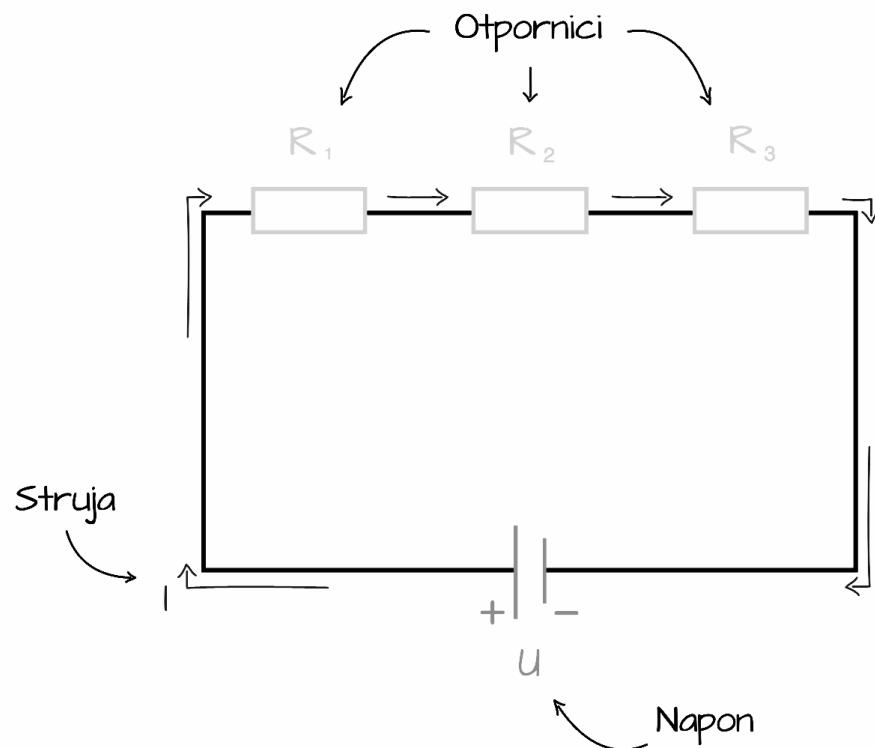
$$\sum U_n = 0$$

## Spajanje otpornika

Veličine kojima opisujemo strujni krug s otpornicima su struja, napon i otpor. Ukupni otpor ovisi o načinu na koji spajamo otpornike. Kao i kod kondenzatora, razlikujemo dva načina spajanja: **serijski** i **parallelno**.

## Serijski spoj otpornika

Za razliku od kapaciteta u sustavu kondenzatora, pri serijskom spajaju otpornika povećavamo ukupni otpor strujnog kruga. U serijskom spoju kroz svaki otpornik teče struja  $I$  jednakog iznosa (analogno naboju kod kondenzatora).



Ukupni napon koji daje izvor jednak je zbroju napona na otpornicima u serijskom spoju i raspodijeljen je ovisno o otporu prema Ohmovu zakonu.  
Vrijedi:

$$I_{uk} = I_1 = I_2 = I_3 = \dots$$

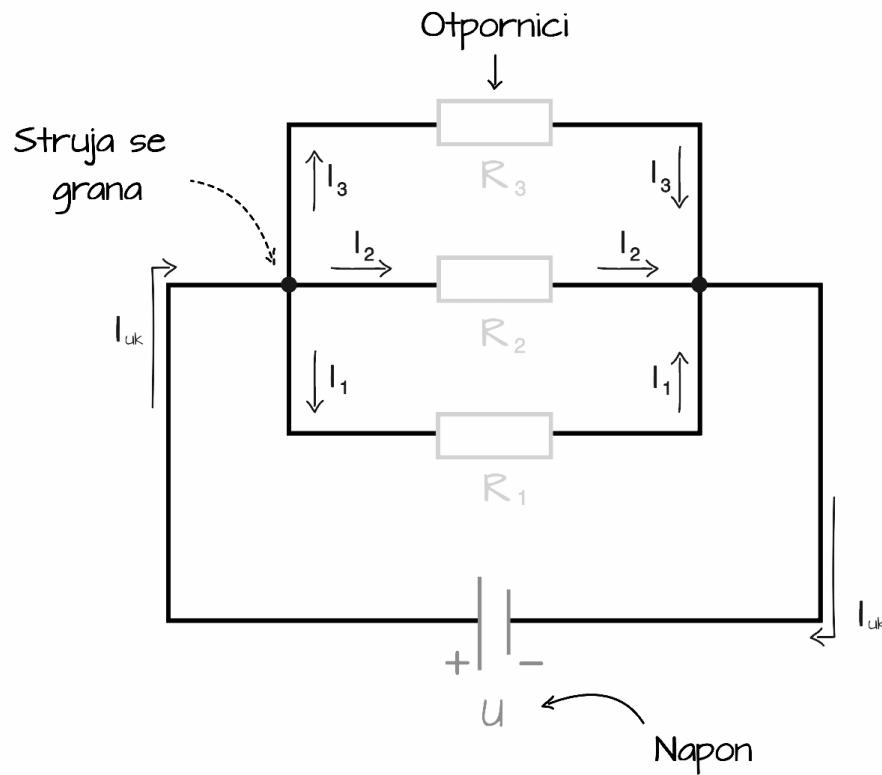
$$U = U_1 + U_2 + U_3 + \dots$$

Ukupni otpor jednak je zbroju otpora svih otpornika u seriji:

$$R_{uk} = R_1 + R_2 + R_3 + \dots$$

## Paralelni spoj otpornika

Paralelnim spojem otpornika smanjujemo ukupni otpor strujnog kruga. Kao i kod paralelnog spoja kondenzatora napon na izvoru jednak je naponu u svakoj grani strujnog kruga.



Ukupna struja  $I_{uk}$  koju daje izvor grana se i vrijedi:

$$I_{uk} = I_1 + I_2 + I_3 + \dots$$

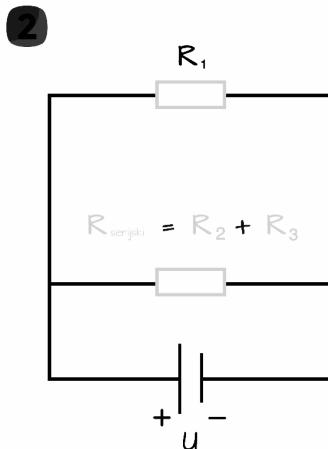
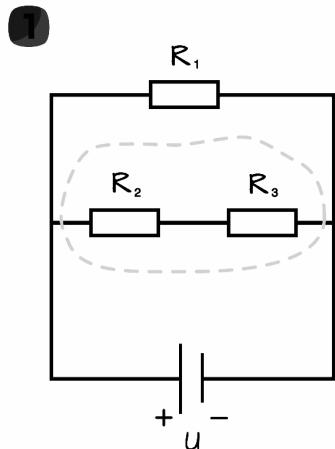
$$U = U_1 = U_2 = U_3 = \dots$$

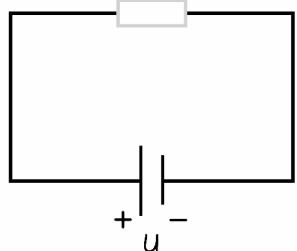
Ukupni otpor u paralelnom spoju otpornika računamo po formuli:

$$\frac{1}{R_{uk}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots$$

## Kombinirani spoj otpornika

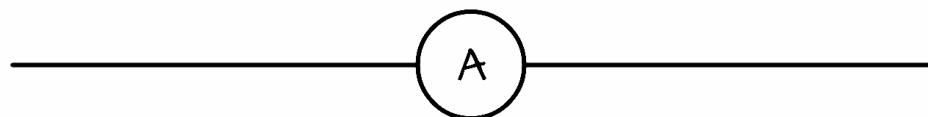
Na slici je prikazan primjer kombiniranog spoja. Otpor u grani s otpornicima  $R_2$  i  $R_3$  računamo po formuli za serijski spoj. Ukupni otpor dobivamo po formuli za paralelni spoj u kojem su  $R_{serijski}$  i  $R_1$ .



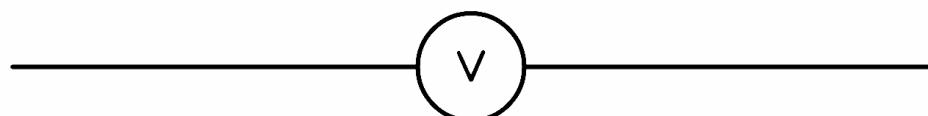
$$\frac{1}{R_{\text{uk}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_{\text{serjski}}}$$


## Spajanje mjernih instrumenata

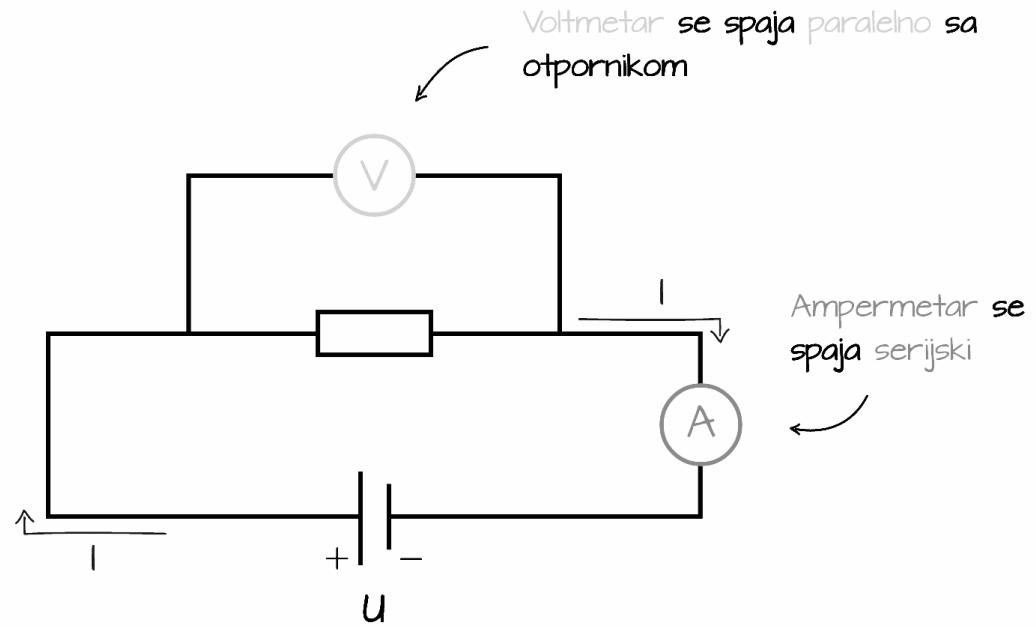
Mjerni instrumenti kojima možemo odrediti vrijednost struje i napona na jednom ili više elemenata u strujnemu krugu su ampermetar i voltmetar. Ampermetar je mjerni instrument koji spajamo serijski elementu kako bismo odredili kolika struja teče kroz pripadnu granu (petlju). Voltmetar je element kojim mjerimo vrijednost napona na nekom elementu ili dijelu strujnoga kruga i spajamo ga paralelno elementu na kojemu želimo odrediti napon.



Shematski prikaz ampermetra.



Shematski prikaz voltmetra.



Na slici je prikazan strujni krug u kojemu su ispravno spojeni ampermetar i voltmeter kako bi odredili iznos napona i jakost struje kroz element (otpornik).

Sviđa ti se što vidiš? E pa ima toga još! **Skeniraj QR kod** pored i pretplati se na pripreme za maturu koje su ti uvijek dostupne, u neograničenim količinama!



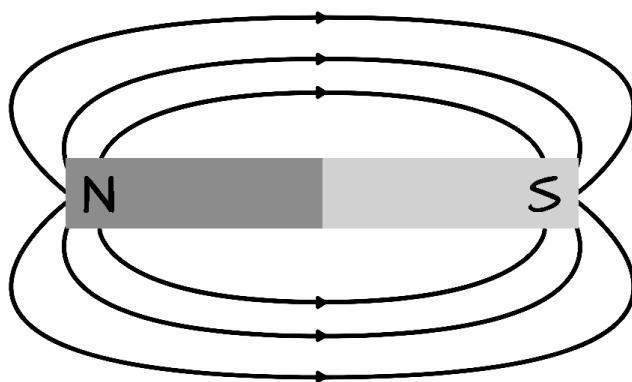
# Magneti i magnetska indukcija

## Magneti

**Magneti** su tvari koje su dipoli. To znači da svaki magnet ima dva pola: **sjeverni (N)** i **južni (S)** pol. Ne postoji magnetski monopol, tj. magnet koji ima samo sjeverni ili samo južni pol. Magneti koje možemo naći u prirodi su rude željeza (magnetit) i takve magnete zovemo **prirodnim** magnetima. S druge strane, postoje magneti koji su nastali pod nekim vanjskim utjecajem i takve magnete zovemo **umjetnima**. Umjetne magnete dijelimo na **permanentne** magnete koji zadržavaju magnetska svojstva i **elektromagnete** koji su privremenii magneti, tj. pokazuju magnetska svojstva samo dok je prisutan "električni podražaj".

## Magnetsko polje štapićastog magneta

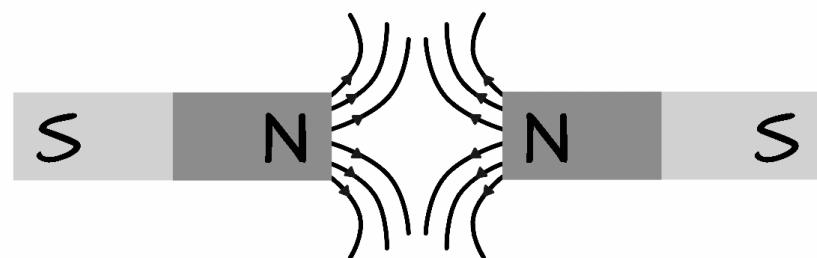
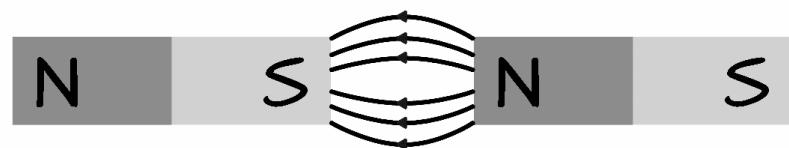
**Magnetsko polje** je prostor koji nastaje u blizini magneta i u kojem se osjeti djelovanje magnetske sile. Magnetsko polje (kao i električno) opisujemo silnicama, zamišljenim linijama čija gustoća i smjer određuju magnetsko polje. Kao i kod električnog polja razlikujemo izvore i ponore magnetskog polja. Ulogu **izvora** (analogno pozitivnom naboju) ima sjeverni pol, a ulogu **ponora** (analogno negativnom naboju) ima južni pol magneta.



Jakost magnetskog polja opisujemo veličinom koju zovemo **indukcija magnetskog polja**. Označavamo ju slovom  $B$  i njegova je mjerna jedinica **Tesla [T]**.

## Međudjelovanje magneta

Kada približimo dva magneta oni se mogu odbijati ili privlačiti ovisno o orijentaciji njihovih polova.



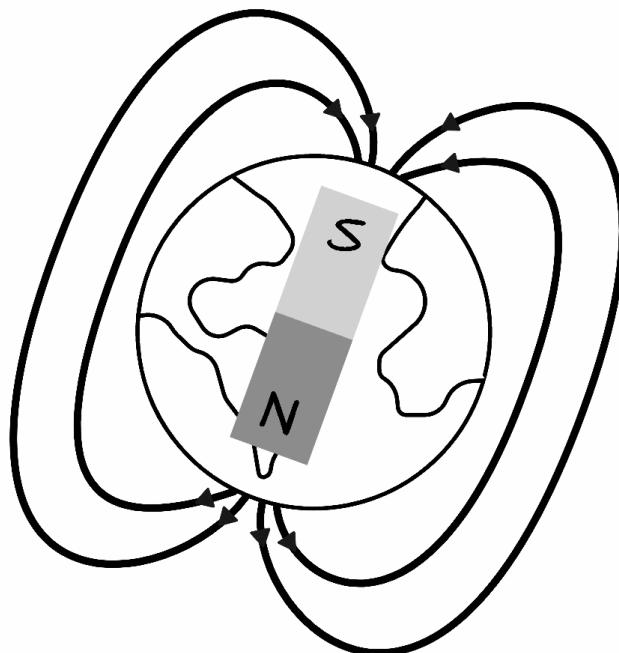
Na prvoj slici približeni su različiti polovi dvaju magneta. Ta se dva magneta međusobno privlače. Ukoliko približimo istoimene polove ta će se dva magneta međusobno odbijati.



Ukoliko prepolovimo magnet on ne gubi magnetska svojstva već svaka polovica postaje novi magnet. Dva novonastala magneta imaju polove orijentirane na način da se u trenutku prepolavljanja ta dva nova magneta međusobno privlače.

## Magnetsko polje zemlje

Planet Zemlja je također magnet. Za orijentaciju često koristimo kompas, uređaj koji ima magnetsku iglu. Magnetski polovi Zemlje ne podudaraju se s geografskim polovima Zemlje. Sjeverni pol magnetske igle kompasa privlači južni magnetski pol Zemlje i stoga je sjeverni geografski pol zapravo bliže južnom magnetskom polu dok se južni geografski pol poklapa sa sjevernim magnetskim polom. Vrijednost magnetske indukcije Zemljina polja iznosi oko  $5 \cdot 10^{-5} T$ .

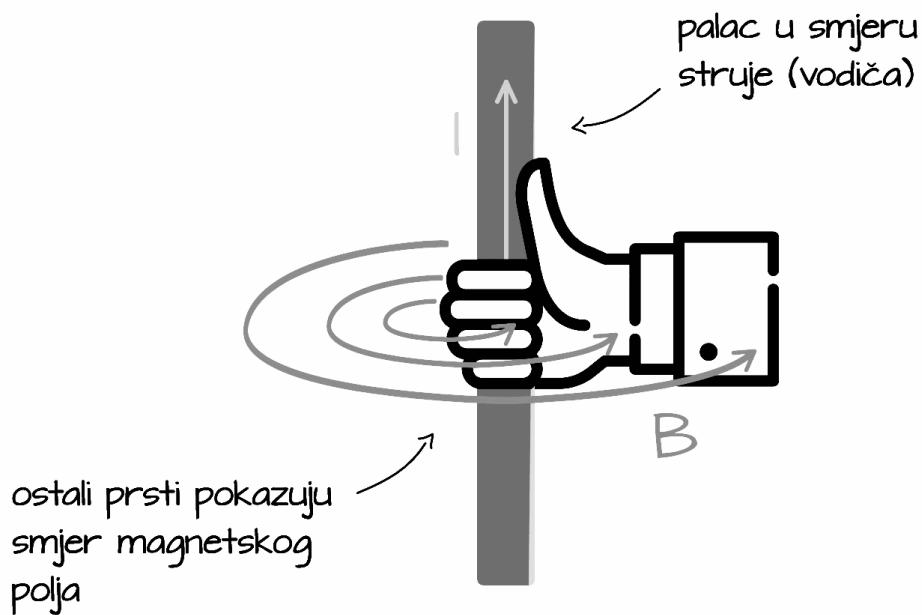


## Magnetsko polje ravnog vodiča

Ravni vodič kojim teče struja  $I$  stvara oko sebe magnetsko polje indukcije  $B$ . Jakost tog magnetskog polja opada udaljavanjem od toga vodiča i računamo ga po formuli:

$$B = \mu_0 \mu_r \frac{I}{2r\pi}$$

Udaljenost od vodiča označavamo s  $r$ , dok je ( $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ ) konstanta koju nazivamo magnetska permeabilnost vakuma. Kada se vodič nalazi u nekom sredstvu onda magnetsku permeabilnost vakuma moramo pomnožiti s relativnom permeabilnosti sredstva  $\mu_r$ . Relativna permeabilnost za vakuum iznosi 1.



Smjer magnetskog polja ravnog vodiča određujemo **pravilom desne ruke**: palac postavljamo u smjeru struje, a ostale prste zakrećemo oko vodiča i oni predstavljaju smjer magnetskog polja.

## Magnetsko polje strujne petlje

Strujna petlja možemo zamisliti kao prsten kojim teče električna struja. Smjer električne struje kroz prsten može biti u smjeru kazaljke na satu ili suprotan smjeru gibanja kazaljke na satu (ako promatramo 2D). Kada želimo odrediti smjer magnetskog polja koje nastaje u sredini takve petlje, ponovno koristimo pravilo desne ruke, ali ovoga puta prste zakrećemo u smjeru struje kroz petlju, a palac tada pokazuje smjer magnetskog polja.

Iznos indukcije magnetskog polja u sredini prstena možemo izračunati po formuli:

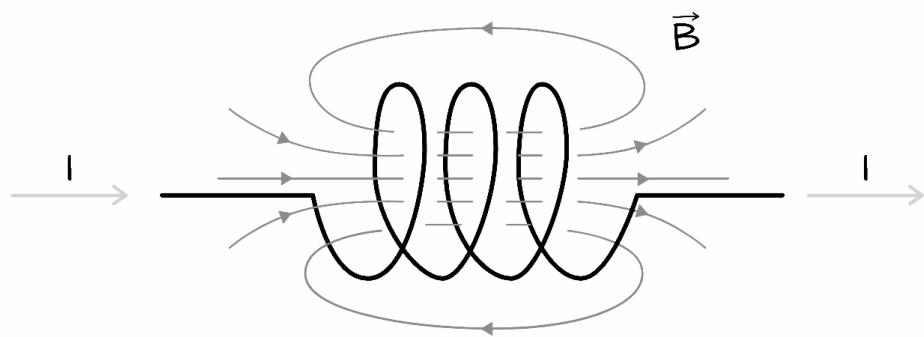
$$B = \mu_0 \mu_r \frac{I}{2R}$$

Kao i kod ravnog vodiča, konstante  $\mu_0$  i  $\mu_r$  predstavljaju apsolutnu i relativnu permeabilnost,  $I$  je jakost struje koja teče petljom, a  $R$  je **polumjer** te petlje.

## Magnetsko polje zavojnice

Zavojnica je element strujnog kruga spiralnog oblika i karakterizira ju veličina koju zovemo **induktivitet**  $L$ . Mjerna jedinica induktiviteta je Henrij [H]. Induktivitet zavojnice ovisi o njenim geometrijskim svojstvima, a to su: površina presjeka jednog navoja  $S$ , broj namotaja zavojnice  $N$ , duljina zavojnice  $l$  te sredstvo unutar zavojnice  $\mu_r$ .

$$L = \mu_0 \mu_r \frac{N^2 S}{l}$$



Kada zavojnicom teče električna struja, unutar zavojnice se stvara magnetsko polje čiji smjer određujemo na isti način kao kod strujne petlje (dovoljno je promatrati prvi navoj), a iznos indukcije toga polja računamo po formuli:

$$B = \mu_0 \mu_r \frac{NI}{l}$$

Ova skripta je free jer svi mi volimo besplatne stvari!  
Ako želiš toga još, **skeniraj ovaj QR kod** i isprobaj besplatno ostale materijale na našoj stranici.



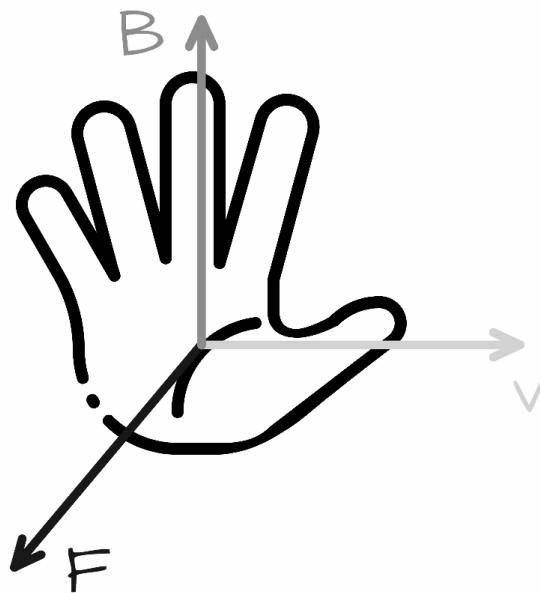
## Lorentzova sila

Silu koja djeluje na naboj  $q$  koji se giba brzinom  $v$  u magnetskom polju  $B$  zovemo **Lorentzova sila**. Ta je sila po iznosu jednaka:

$$F_L = qvB \sin \alpha$$

Kut između smjera brzine i smjera magnetskog polja označavamo s  $\alpha$ .

### Pravilo desne ruke



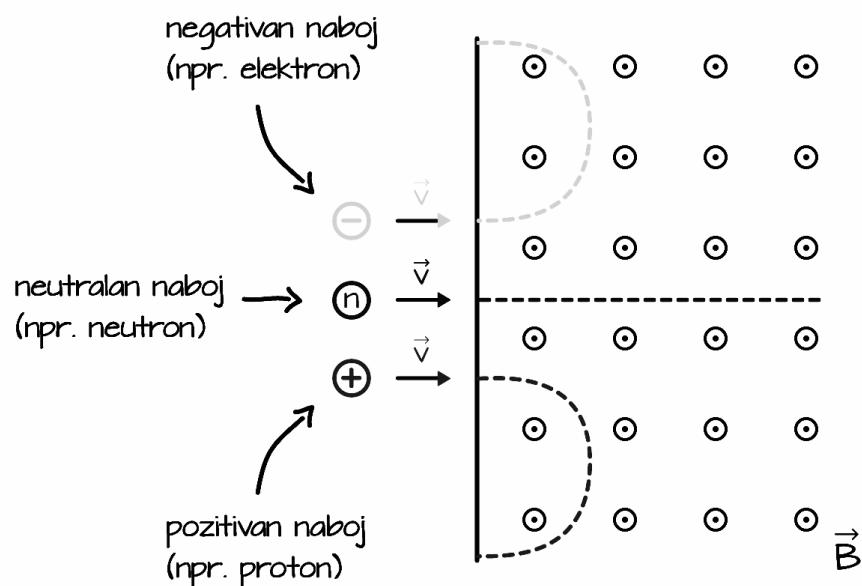
Smjer Lorentzove sile određujemo **pravilom desne ruke**: palac postavimo u smjeru brzine  $v$ , a ostale prste u smjeru magnetskog polja  $B$ . Sila na pozitivan naboj tada pokazuje iz dlana, a na negativan naboj u dlan.

### Putanje naboja u magnetskom polju

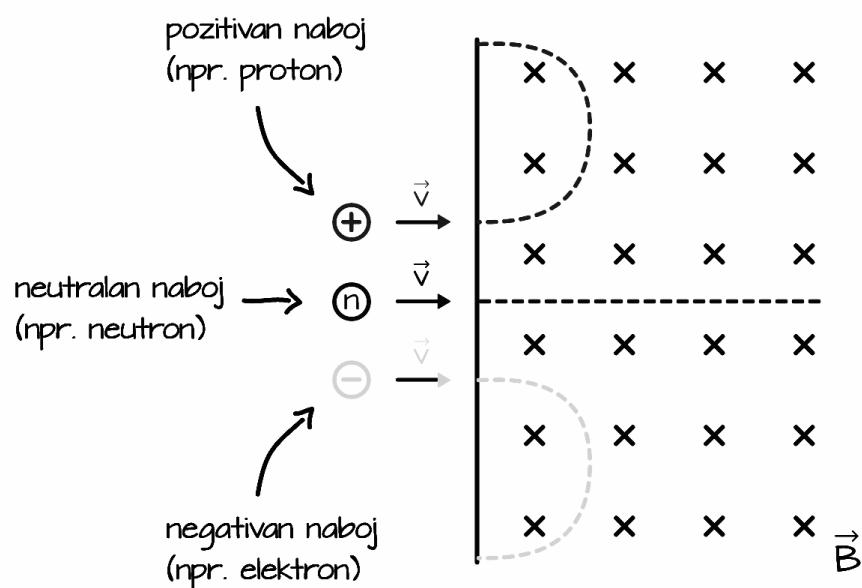
Ako naboj ulijeće u magnetsko polje koje je paralelno ili antiparalelno smjeru njegove brzine, sinus kuta bit će jednak nuli pa Lorentzova sila u tom slučaju neće djelovati na naboj. Ako je kut između brzine i magnetskog polja jednak  $90^\circ$  tada će se naboj u magnetskom polju gibati po kružnici. Točnije, Lorentzova će sila poprimiti ulogu centripetalne sile:

$$F_L = F_{cp}$$

$$qvB = \frac{mv^2}{r}$$



Za magnetsko polje koje ima smjer "iz papira" koristimo oznaku  $\odot$ . Možemo primijetiti da neutralna čestica prolazi bez zakretanja, dok pozitivno i negativno nabijena čestica nastavljaju gibanje u polju po kružnici, ali u suprotnim smjerovima.



Za magnetsko polje koje ima smjer "u papir" koristimo oznaku  $\otimes$ . Polumjer putanje (kružnice) koju opisuje nabijena čestica u ovim slučajevima možemo izračunati prema formuli:

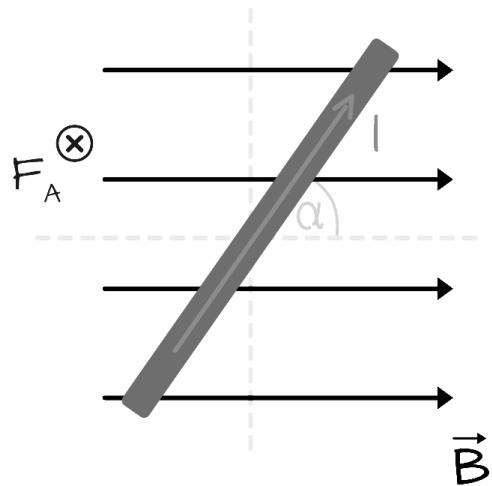
$$r = \frac{mv}{qB}$$

Svida ti se što vidiš? E pa ima toga još! **Skeniraj QR kod** pored i pretplati se na pripreme za maturu koje su ti uvijek dostupne, u neograničenim količinama!



## Amperova sila i međudjelovanje vodiča

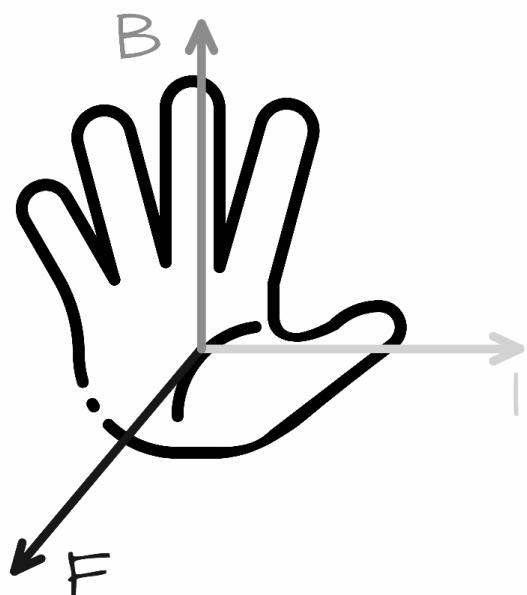
Kada se vodič duljine  $L$  kojim teče struja jakosti  $I$  nađe u magnetskom polju  $B$ , na njega djeluje sila koju zovemo **Amperova sila**.



Amperovu silu računamo po formuli:

$$F_A = BIL \sin \alpha$$

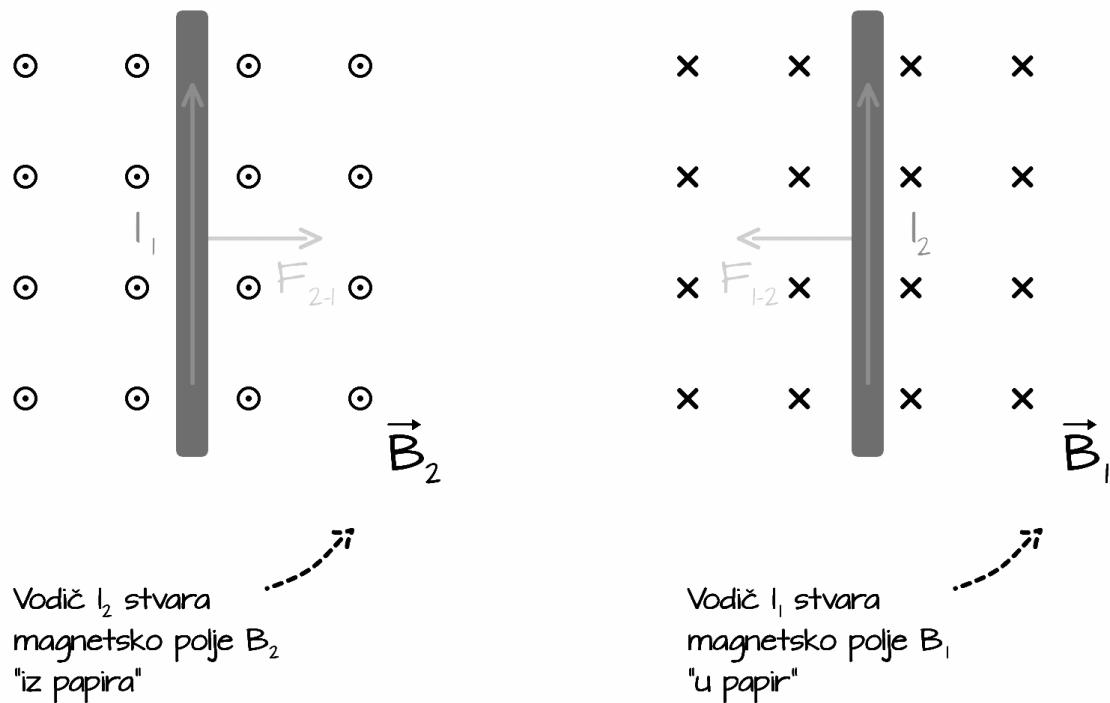
Kut između vodiča (smjera struje) i magnetskog polja označavamo s  $\alpha$ .



Smjer sile na vodič određujemo pravilom desne ruke: palac postavimo u smjeru struje, a ostale prste u smjeru magnetskog polja. Amperova sila na vodič ima smjer iz dlana.

## Sila između dva vodiča

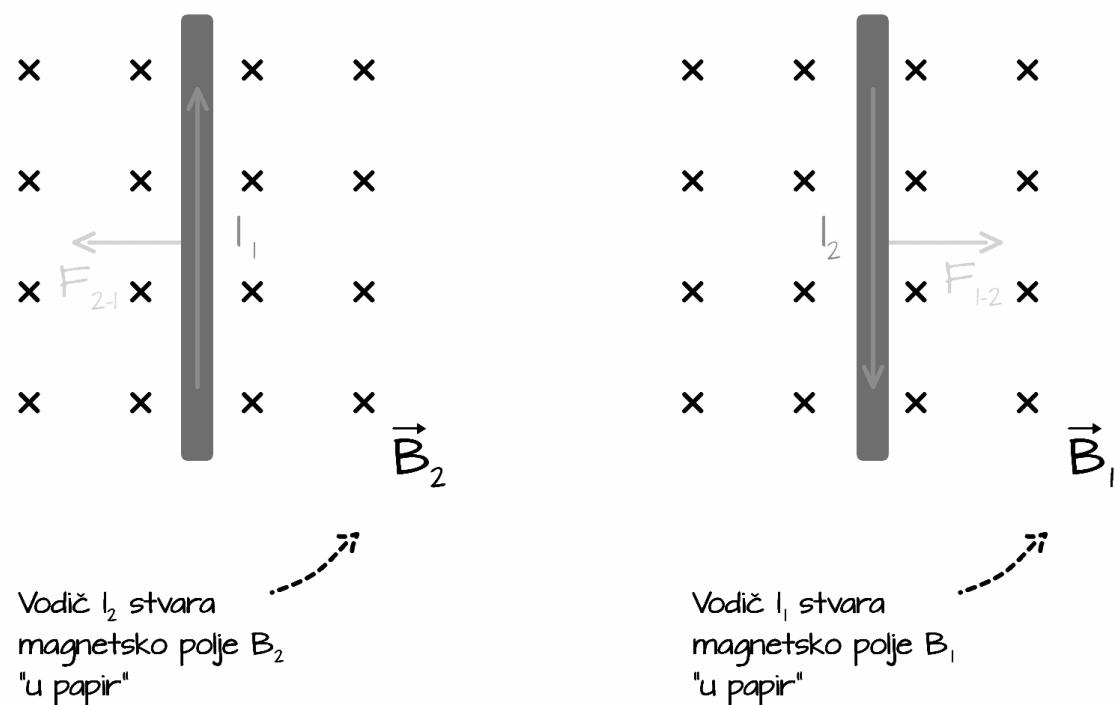
Vodič kojim teče struja stvara oko sebe magnetsko polje. Kada se drugi vodič kojim teče struja nađe u tom magnetskom polju (prvog vodiča) onda na njega djeluje Amperova sila. Ta sila, ovisno o smjeru struje, može biti privlačna ili odbojna.



Na slici je prikazan slučaj kada vodičima teče struja u istom smjeru. Vodič  $I_2$  stvara polje iz papira na mjestu vodiča  $I_1$ . Amperova sila  $\vec{F}_{2-1}$  na vodič  $I_1$  (po pravilu desne ruke) usmjerenja je prema vodiču  $I_2$ . Analogno tome, Amperova sila  $\vec{F}_{1-2}$  na vodič  $I_2$  usmjerenja je prema vodiču  $I_1$ . Te su dvije sile po jednake:

$$F_{2-1} = \mu_0 \frac{I_1 I_2}{2r\pi} \cdot l_1 B_2$$

$$F_{1-2} = \mu_0 \frac{I_1 I_2}{2r\pi} \cdot l_2 B_1$$



Kada vodičima teče struja suprotnog smjera oni se odbijaju. Vodič  $I_2$  sada stvara polje u papir na mjestu vodiča  $I_1$ . Sila na vodič  $I_1$  u ovom je slučaju usmjerena od vodiča  $I_2$ . Sile su po iznosu jednake kao i u prethodnom slučaju.

Ova skripta je free jer svi mi volimo besplatne stvari!  
 Ako želiš toga još, **skeniraj ovaj QR kod** i isprobaj besplatno ostale materijale na našoj stranici.

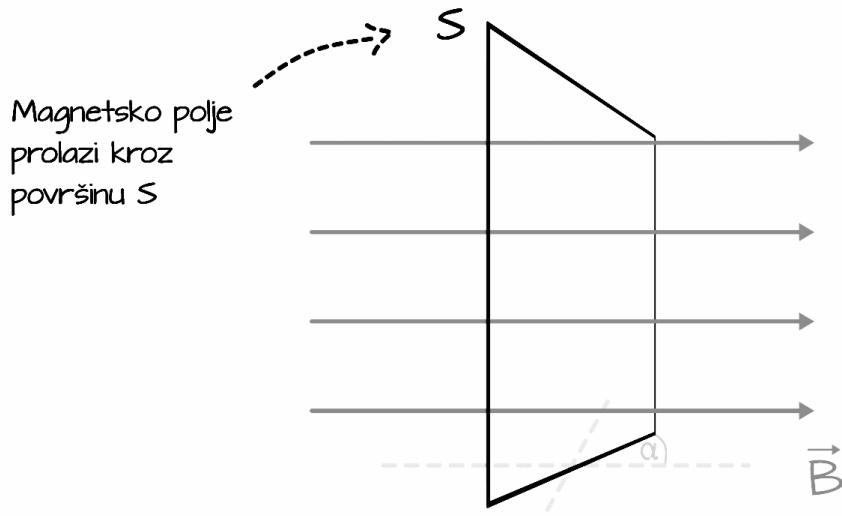


# Elektromagnetska indukcija

## Magnetski tok

**Magnetski tok** je skalarna veličina koju definiramo kao umnožak magnetske indukcije  $B$  i površine  $S$  kroz koju prolaze silnice tog magnetskog polja.

Označavamo ga s  $\phi$  i njegova je merna jedinica Weber [Wb].



Magnetski tok kroz neku površinu najveći je kada je polje koje "probada" tu površinu okomito na samu površinu.

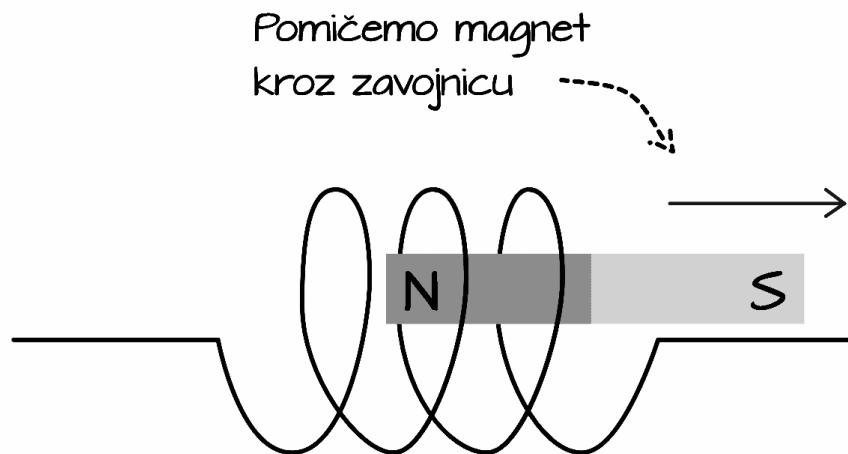
$$\phi = BS \cos \alpha$$

Kut  $\alpha$  u formuli za magnetski tok predstavlja kut između okomice na površinu i magnetskog polja.

## Elektromagnetska indukcija

Poznato je da vodič ili petlja kojom teče struja stvara oko sebe (ili unutar) magnetsko polje. Osim što električne pojave (struja) uzrokuju magnetske, promjenom magnetskog toka kroz neku površinu možemo uzrokovati pojavljivanje napona i struje u zatvorenoj petlji. Tu pojavu nazivamo **elektromagnetskom indukcijom**, a napon koji se pojavljuje zovemo **inducirani napon**.

Promjenu magnetskog toka možemo izazvati promjenom kuta (rotacijom petlje), površine ili jakosti magnetske indukcije.



Primjer u kojemu se inducira struja u zatvorenoj petlji je provlačenje magneta kroz zavojnicu. Magnet je izvor magnetskog polja, a njegovim provlačenjem kroz zavojnicu mijenjamo iznos magnetskog polje u navojima što izaziva promjenu magnetskog toka i inducirane napone na krajevima zavojnice.

## Lenzovo pravilo

Kada se uspostavi napon na krajevima petlje, vodiča ili zavojnice tim elementom poteče struja. Struja koja je inducirana ima smjer takav da nastoji ponišititi promjenu magnetskog toka koja ju je izazvala. Ovo pravilo zovemo **Lenzovim pravilom**.

Inducirani napon računamo pomoću brzine promjene magnetskog toka:

$$U_i = -N \frac{\Delta\phi}{\Delta t}$$

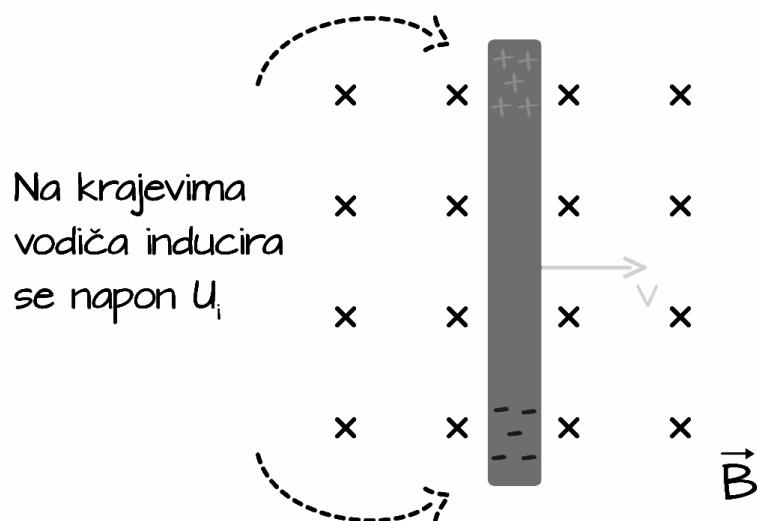
Broj  $N$  predstavlja broj namotaja zavojnice (za petlju je  $N = 1$ ), a minus u formuli je posljedica Lenzovog pravila.

Osim direktnom promjenom magnetskog toka, napon u zavojnici možemo inducirati i promjenom iznosa struje koja kroz nju teče. Taj je inducirani napon proporcionalan brzini promjene jakosti struje, a konstanta proporcionalnosti je induktivitet zavojnice:

$$U_i = -L \frac{\Delta I}{\Delta t}$$

## Vodič koji se giba u magnetskom polju

Kada se vodič giba u magnetskom polju s njim se gibaju i naboji koji se nalaze unutar samog vodiča. Na te naboje djeluje Lorentzova sila koja ih razdvaja na dva pola vodiča (pozitivan i negativan).



Kada su naboji razdvojeni unutar vodiča, između krajeva tog vodiča uspostavlja se razlika potencijala (napon). Taj inducirani napon ovisi o brzini kojom se vodič giba, njegovoj duljini, jakosti magnetskog polja te kutu koji brzina zatvara sa smjerom magnetskog polja:

$$U_i = -Blv \sin \alpha$$

Sviđa ti se što vidiš? E pa ima toga još! **Skeniraj QR kod** pored i pretplati se na pripreme za maturu koje su ti uvijek dostupne, u neograničenim količinama!



# Izmjenična struja, RLC Krug i transformator

## Izmjenična struja

Za razliku od izvora stalnog napona, postoje izvori koji daju struju čija se jakost i smjer mijenja u vremenu. Promjene struje i napona su periodične, a ovakve izvore zovemo izvorima **izmjenične struje**. Periodične ovisnosti opisujemo sinus funkcijama pa su struja i napon u ovisnosti o vremenu opisani formulama:

$$i = I_0 \sin \omega t$$

$$u = U_0 \sin \omega t$$

$U_0$  i  $I_0$  su amplitude napona i struje kod izmjenične struje, a  $\omega$  je kružna frekvencija. Struja  $i$  i napon  $u$  su trenutne vrijednosti, tj. vrijednosti u nekom određenom trenutku, nakon što je proteklo vrijeme  $t$ .

## Efektivne vrijednosti struje i napona

Iako se struja i napon koju daju izvori izmjenične struje mijenjaju u vremenu, definirati možemo prosječne vrijednosti tih veličina, koje predstavljaju vrijednosti struje i napona koje bi davali izvori istosmrjerne struje kada bi zamjenili izvor izmjenične struje. Te vrijednosti zovemo **efektivnim vrijednostima struje i napona**. Označavamo ih s  $I_{eff}$  i  $U_{eff}$ :

$$I_{eff} = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$$

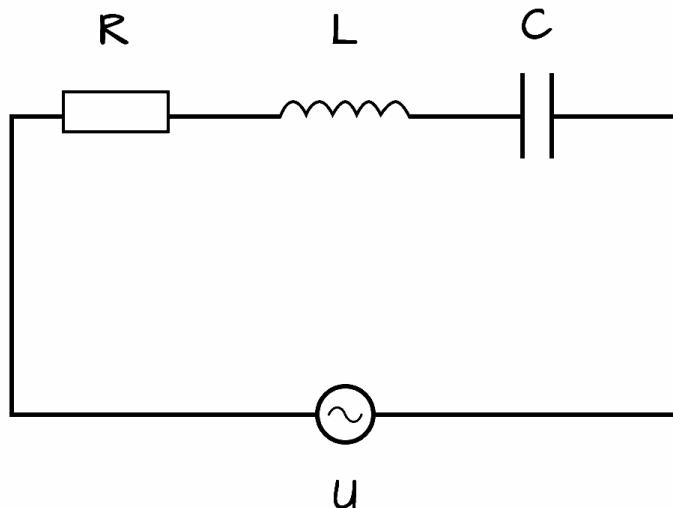
$$U_{eff} = \frac{U_0}{\sqrt{2}}$$

## RLC krug

**RLC krug** se sastoji od izvora (izmjenične) struje, otpornika, zavojnice i kondenzatora. Svaki od elemenata koji su spojeni na izvor može imati omski otpor iako najčešće zanemarujuemo omske otpore zavojnice i kondenzatora te ukupnom omskom otporu doprinosi samo otpor otpornika. Zavojnica i kondenzator imaju otpore koje nazivamo **reaktivnim otporima**. Reaktivni otpor zavojnice nazivamo **induktivni otpor**  $R_L$ , a otpor kondenzatora zovemo **kapacitivni otpor**  $R_C$ . Ti otpori ovise o svojstvima elementa te o frekvenciji izvora:

$$R_L = L\omega$$

$$R_C = \frac{1}{\omega C}$$



Na slici je prikazan najjednostavniji RLC strujni krug. Ukupni otpor kojemu doprinose omski i reaktivni otpori zovemo **impedancija** i računamo ga po formuli:

$$Z = \sqrt{R^2 + (R_L - R_C)^2}$$

## Rezonancija

Kapacitivni i induktivni otpori ovise o frekvenciji izvora. Frekvencija izvora pri kojoj krugom teče struja maksimalnog iznosa zove se rezonantna frekvencija. Pri toj frekvenciji ukupni otpor (impedancija) u krugu je najmanji jer su kapacitivni i induktivni otpor jednaki:

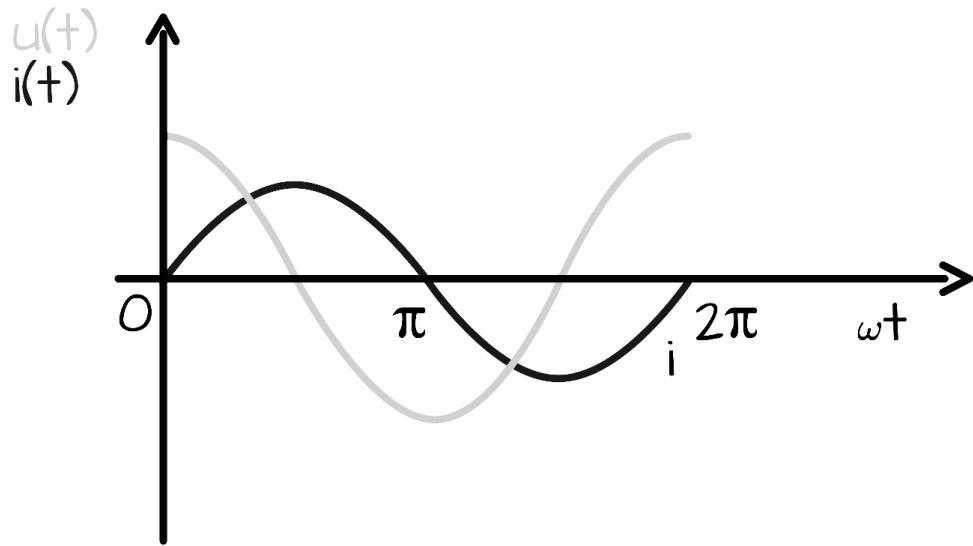
$$R_L = R_C \rightarrow Z = R$$

Rezonantnu frekvenciju označavamo s  $\omega_0$  i ona je jednaka:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$$

## Faza struje i napona na elementima RLC kruga

U RLC krugu struja i napon na pojedinom elementu **kasne** ili **prethode** jedno drugom. Kada je riječ o otporniku struja i napon su na njemu u fazi, točnije struja i napon ne prethode jedno drugome niti kasne jedno za drugim. Kada je riječ o zavojnici, na njoj napon prethodi struci, tj. možemo reći da struja kasni za naponom.



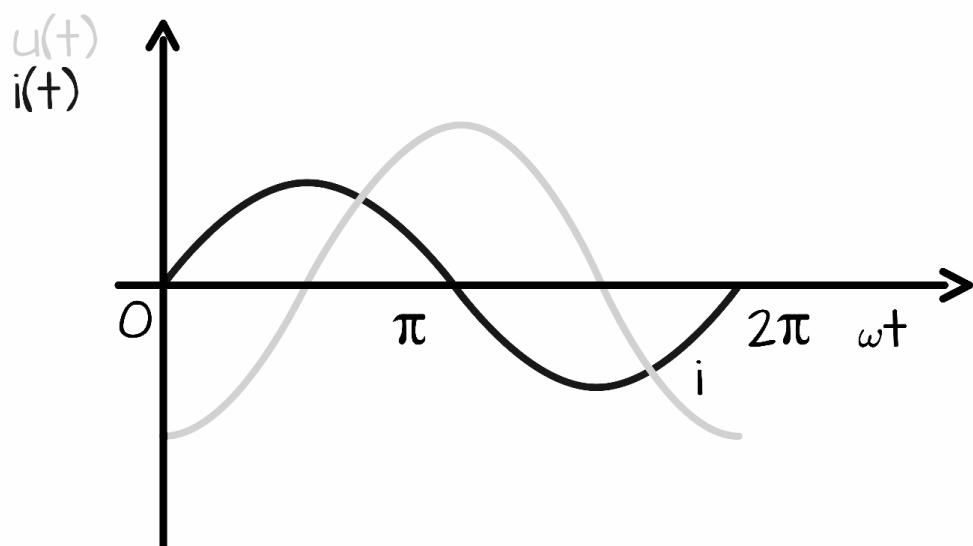
Kašnjenje struje za naponom prikazano je na grafu. Ako ovisnost struje o vremenu na zavojnici definiramo kao:

$$i = I_0 \sin(\omega t),$$

onda na zavojnici ovisnost napona o vremenu opisuje formula:

$$u = U_0 \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$$

Na kondenzatoru je odnos struje i napona obrnut odnosu na zavojnicu. Točnije, na kondenzatoru struja prethodi naponu.



Ovisnosti struje i napona o vremenu za kondenzator prikazane su na grafu. Ako ovisnost struje o vremenu na kondenzatoru definiramo kao:

$$i = I_0 \sin(\omega t),$$

onda na kondenzatoru ovisnost napona o vremenu opisuje formula:

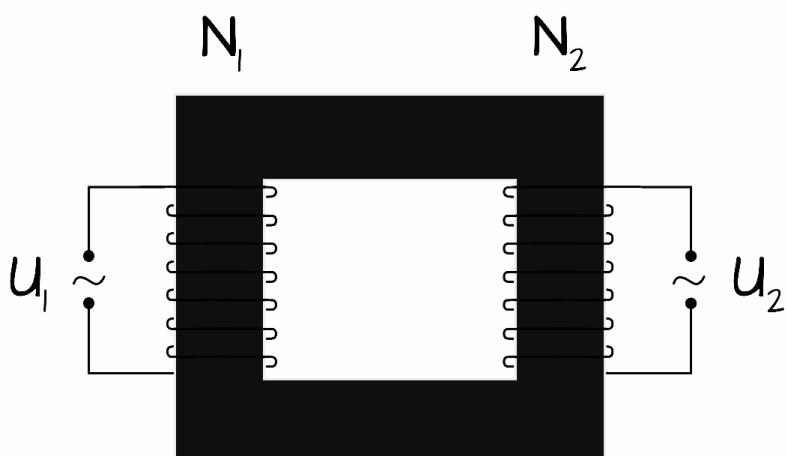
$$u = U_0 \sin(\omega t - \frac{\pi}{2})$$

Ukupni fazni pomak između struje i napona u cijelom RLC krugu ovisi o reaktivnim i omskim otporima i računamo ga po formuli:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{R_L - R_C}{R}$$

## Transformator

Uredaj koji radi na principu induciranja napona u zavojnicama pod utjecajem promjenjivog magnetskog toka zove se **transformator**. Sastoje se od dvije zavojnice koje zovemo **primar** i **sekundar**. Primar je spojen na izvor izmjenične struje pa se promjenom iznosa struje u zavojnici primara inducira napon, ali i promjenjivi magnetski tok što dovodi do indukcije napona u drugoj zavojnici (sekundaru).



Napon koji se inducira u sekundaru možemo mijenjati promjenom broja namotaja na pojedinoj zavojnici. Formula kojom opisujemo odnos napona na pojedinoj zavojnici i broja namotaja glasi:

$$\frac{U_1}{N_1} = \frac{U_2}{N_2}$$

Ova skripta je free jer svi mi volimo besplatne stvari!  
Ako želiš toga još, **skeniraj ovaj QR kod** i isprobaj besplatno ostale materijale na našoj stranici.



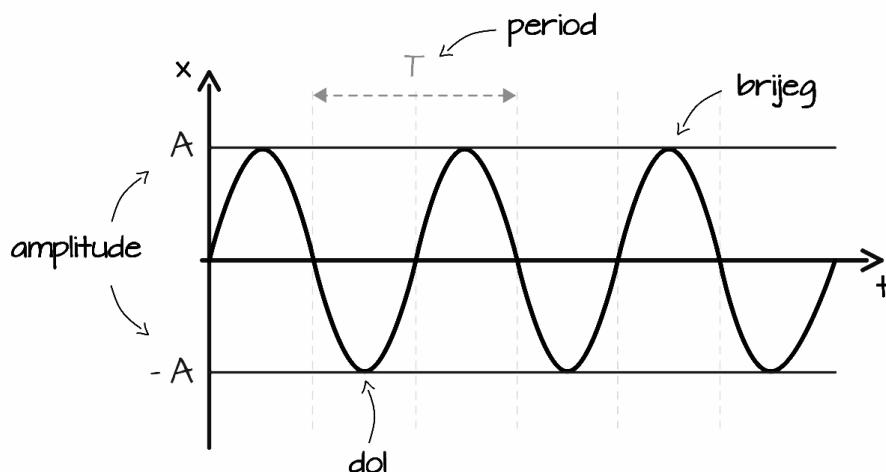
# Harmonijsko titranje tijela na opruzi i matematičkog njihala

## Harmonijsko titranje

Gibanje tijela koje se periodički ponavlja i možemo ga opisati funkcijom sinus zovemo **harmonijskim titranjem**. Takvo gibanje karakterizira vrijeme koje je potrebno tijelu da napravi jedan titraj, odnosno da se vrati u položaj i stanje iz kojeg je počelo titrati. To vrijeme zovemo **periodom titranja  $T$** , a broj titraja u jedinici vremena zovemo **frekvencija  $f$** .

$$f = \frac{N}{t} = \frac{1}{T}$$

Položaj u kojemu bi se tijelo koje titra nalazilo kada bismo ga zaustavili i umirili zove se **razvnotežni položaj**. Svaka udaljenost od ravnotežnog položaja naziva se **elongacija**, a najveći odmak od ravnotežnog položaja do kojeg se tijelo pomakne zovemo **amplitudom titranja  $A$** .



Titranje možemo matematički opisati sinus funkcijom ovisnosti položaja  $x$  o proteklom vremenu  $t$ :

$$x(t) = A \sin(\omega t + \varphi_0)$$

Veličina  $\varphi_0$  predstavlja početni fazni pomak, tj. pomoću nje definiramo iz kojeg je položaja tijelo počelo titrati. Kada tijelo prolazi ravnotežnim položajem, njegova je brzina maksimalna, a u položajima amplitude se na trenutak zaustavlja pa mu je brzina u tom trenutku jednaka nuli. To znači da se mesta gdje je brzina najveća podudaraju s mjestima gdje je odmak od ravnotežnog položaja jednak nuli i obrnuto. To znači da brzinu u ovisnosti o vremenu možemo opisati:

$$v(t) = v_0 \cos(\omega t + \varphi_0)$$

Najveća brzina koju tijelo koje titra postiže iznosi:

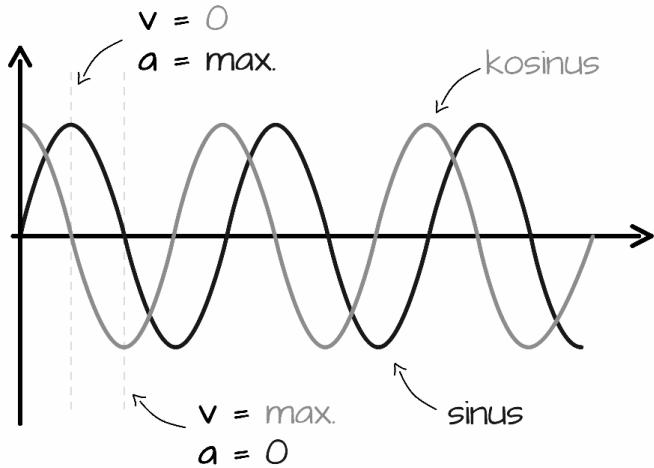
$$v_0 = \omega A = \frac{2\pi A}{T}$$

Za harmonijsko titranje tijela potrebna je harmonijska povratna sila koja nastoji vratiti tijelo u položaj ravnoteže. Ako na tijelo djeluje neka rezultantna sila, onda to tijelo ima akceleraciju. Akceleracija se također mijenja u vremenu i iznosi:

$$a(t) = -a_0 \sin(\omega t + \varphi_0)$$

Minus u ovoj formuli znači samo da je smjer akceleracije uvijek prema ravnotežnom položaju, što je suprotno od smjera pomaka čestice koja titra. Najveći iznos akceleracije postiže se u položaju amplitude i on je jednak:

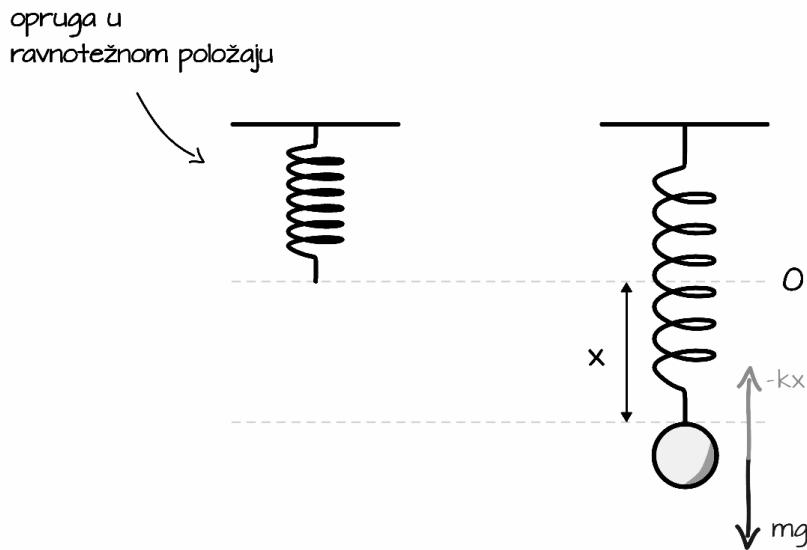
$$a_0 = \omega^2 A = \frac{4\pi A}{T^2}$$



Na grafu možemo vidjeti ovisnosti brzine i akceleracije o vremenu. Vidimo da je akceleracija maksimalna u trenutku kada je brzina jednaka nuli (amplituda) i obrnuto (ravnoteža).

### Titranje tijela na elastičnoj opruzi

Jedan od primjera tijela koje harmonički titra je tijelo određene mase  $m$  ovješeno na oprugu konstante elastičnosti  $k$ .



Neopterećena opruga ima određenu duljinu koju možemo označiti s  $l_0$ . Kada na nju ovjesimo uteg određene mase, ona će se prodlužiti za iznos  $\Delta l$ . Ako tijelo miruje na opruzi ukupna sila na njega je jednaka nuli, tj. elastična sila je po iznosu jednaka gravitacijskoj sili, a po smjeru suprotna.

$$F_{el} = -k\Delta l = mg$$

Ako tijelo izvučemo iz položaja ravnoteže (stegnemo ili rastegnemo oprugu) i pustimo, ono će harmonički titrati stalnim periodom. Period titranja tijela na elastičnoj opruzi ovisi o konstanti elastičnosti i o masi tijela:

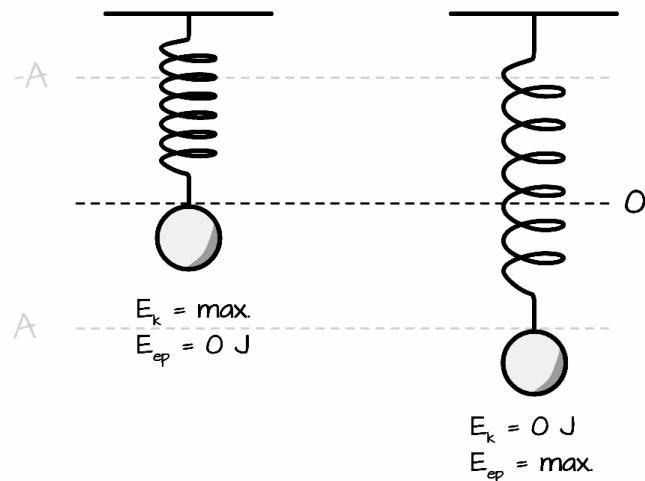
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

## Energija titranja tijela na elastičnoj opruzi

S obzirom na to da tijelo titra na elastičnoj opruzi, ukupnoj energiji ovog sustava doprinose kinetička energija tijela i elastična potencijalna energija opruge:

$$E_{uk} = E_k + E_{ep}$$

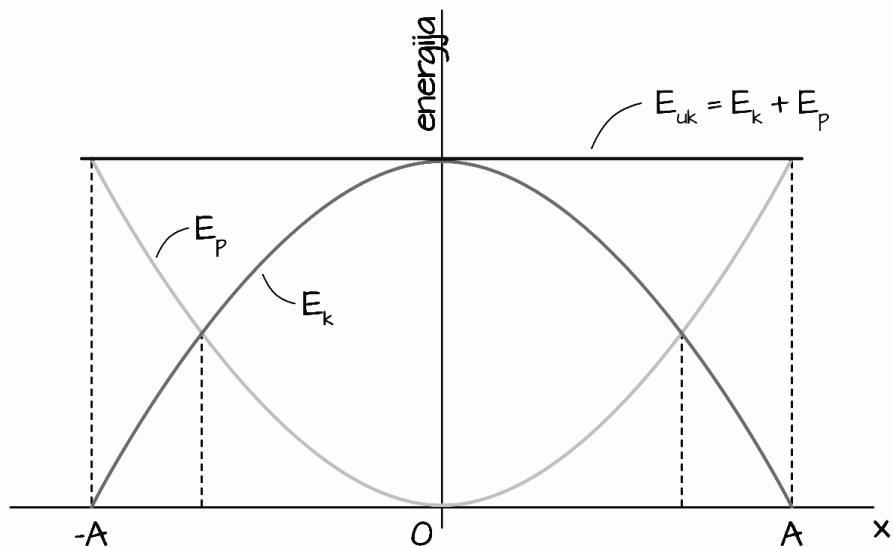
Kada tijelo prolazi ravnotežnim položajem njegova je elongacija jednaka nuli pa samim time i elastična potencijalna energija iznosi nula. U tom je položaju ukupna energija jednaka kinetičkoj energiji maksimalnog iznosa. U položaju amplitude tijelo se zaustavlja i kinetička mu je energija jednaka nuli, a sva energija sustava je u elastičnoj potencijalnoj energiji maksimalnog iznosa.



Maksimalne vrijednosti kinetičke i elastične potencijalne energije možemo izračunati po formulama:

$$E_{k0} = \frac{mv_0^2}{2} = \frac{m(\omega A)^2}{2}$$

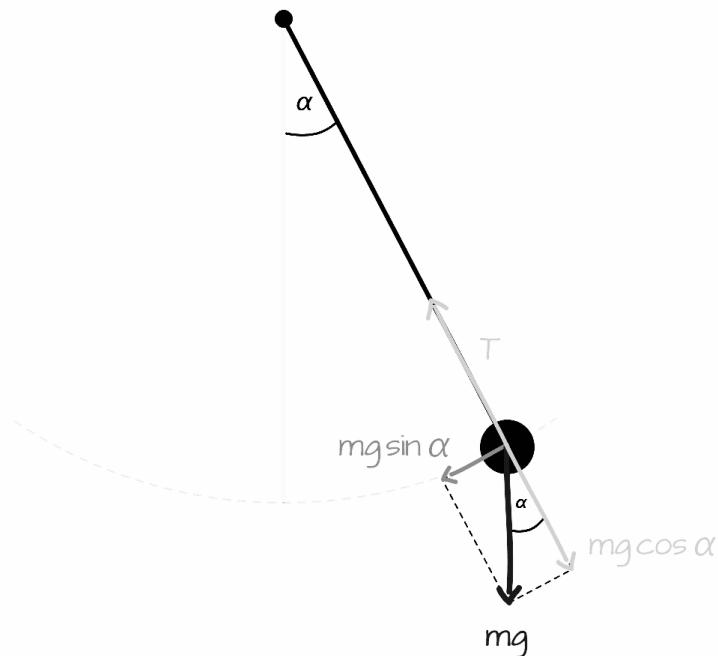
$$E_{ep0} = \frac{kA^2}{2}$$



Graf prikazuje ovisnost energija o odmaku od ravnotežnog položaja. Možemo vidjeti da je ukupna energija tokom titranja očuvana, tj. ima konstantan iznos, a mijenjaju se iznosi pojedine energije (kinetičke i elastične potencijalne).

### Matematičko njihalo

Matematičko njihalo se sastoji od tijela mase  $m$  ovješenog o nerastezljivu nit duljine  $l$ . Sile koje djeluju na tijelo ovješeno o nit su sila napetosti i sila teže.

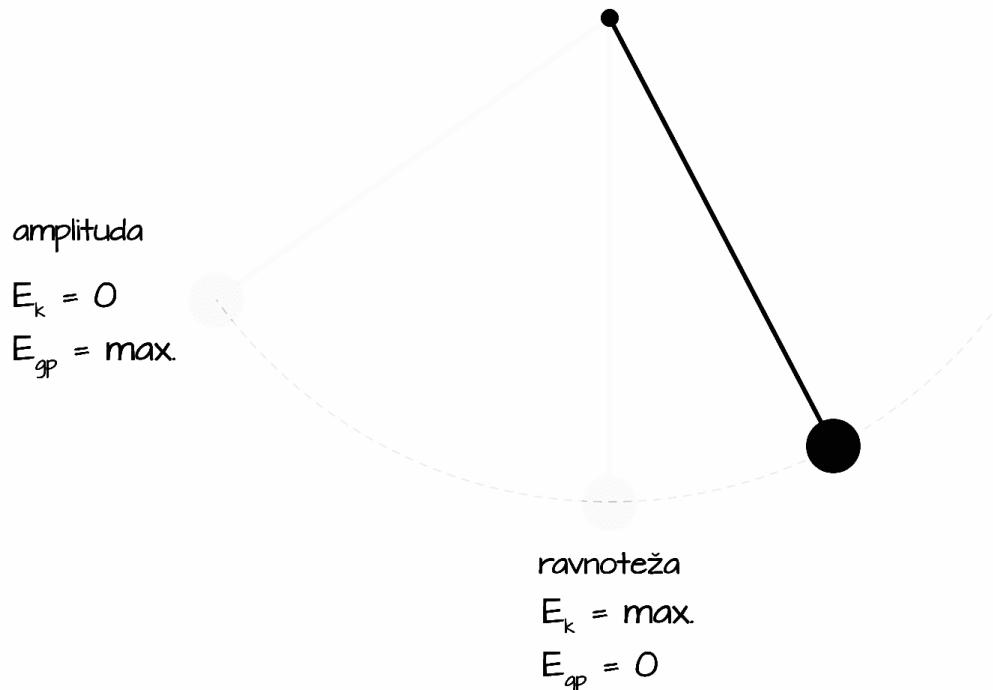


Ako njihalo otklonimo iz položaja ravnoteže, sila teže se rastavlja na komponente od kojih jedna ima ulogu povratne sile koja želi vratiti njihalo u položaj ravnoteže. To njihalo harmonički titra periodom koji ovisi o gravitacijskom ubrzanju sile teže  $g$  i o duljini niti njihala  $l$ :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

## Energije matematičkog njihala

Masa koja titra ovješena o niti matematičkog njihala ima brzinu čiji se iznos mijenja u vremenu te kao kod svakog harmoničkog titranja mijenja svoj položaj u vremenu. Ukupna energija ovog sustava sastoji se od potencijalne (gravitacijske) i kinetičke energije.



U položaju amplitude, tijelo ima kinetičku energiju koja je jednaka nuli i ukupna energija je jednaka gravitacijskoj potencijalnoj energiji zbog toga što se tijelo nalazi na određenoj visini u odnosu na ravnotežni položaj. Kada tijelo prolazi ravnotežnim položajem, njegova je brzina maksimalna, a visina jednaka nuli te ono ima maksimalnu kinetičku energiju.

Sviđa ti se što vidiš? E pa ima toga još! **Skeniraj QR kod** pored i pretplati se na pripreme za maturu koje su ti uvijek dostupne, u neograničenim količinama!



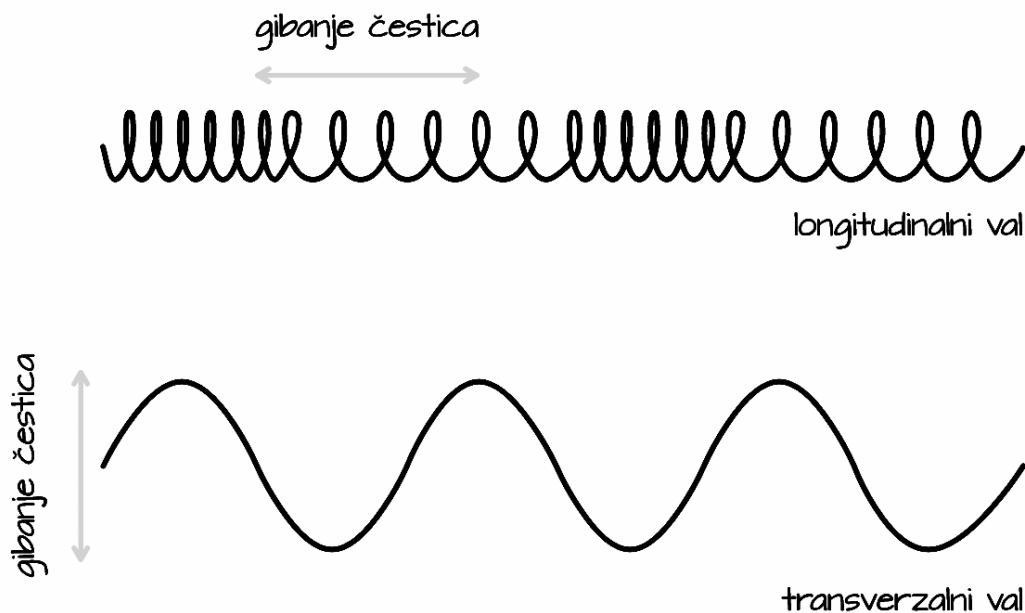
# Vrste valova, brzina i jednadžba vala

**Val** je poremećaj kojim se prenosi energija nekim sredstvom. Val čine čestice koje titraju oko ravnotežnog položaja. Valovi po prirodi mogu biti mehanički i elektromagnetski. Mehanički valovi ne mogu se širiti vakuumom već trebaju određeno sredstvo (čestice) kojim će prenositi energiju. Elektromagnetski valovi se mogu širiti i vakuumom.

## Vrste valova

Razlikujemo dvije osnovne vrste valova po načinu na koji čestice tog vala titraju: **longitudinalni** i **transverzalni**.

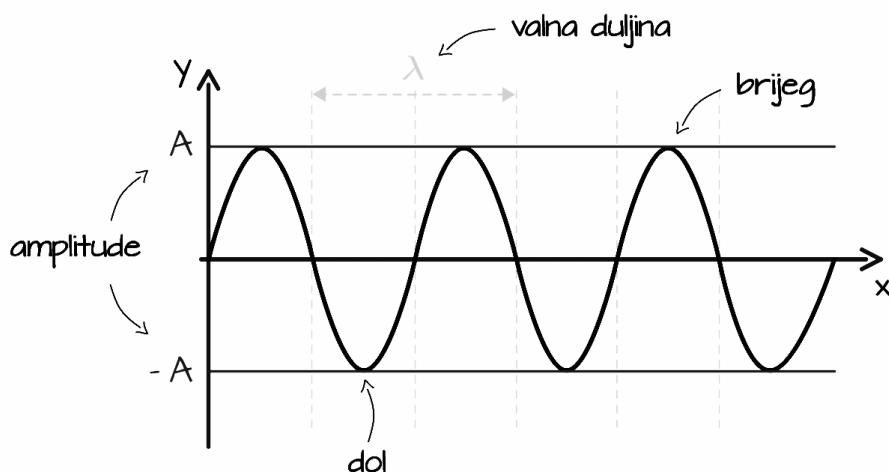
Kod longitudinalnih valova čestice titraju **u smjeru širenja** (propagacije) vala, a kod transverzalnih **okomito na smjer širenja**. Primjer longitudinalnog vala je zvuk, a transverzalni val je svjetlost.



Longitudinalni valovi prenose energiju kao zgušnjenje i razrjeđenje, a transverzalni kao brijege i dol.

## Jednadžba vala

Čestice vala harmonički titraju. Točnije njihov se položaj u vremenu periodički mijenja. Vrijeme koje je potrebno da bi čestica došla u isti položaj, tj. napravila jedan titraj zovemo period vala  $T$ . Za vrijeme jednog perioda val se proširi za duljinu koju zovemo **valna duljina**. Ako val promatramo kao brijegeove i dolove onda jednu valnu duljinu definiramo kao udaljenost dva susjedna brijege ili dva susjedna dola.



Brzinu kojom se val širi prostorom računamo po formuli:

$$v = \frac{\lambda}{T} = \lambda f$$

Definirali smo periodičnost promjene položaja čestice u vremenu. Ako želimo odrediti na kojoj je udaljenosti od ravnotežnog položaja čestica na udaljenost  $x$  od izvora vala nakon proteklog vremena  $t$ , tada koristimo formulu:

$$y = A \sin(\omega t \pm kx)$$

Ako se val širi u desnu stranu koristimo predznak -, a u slučaju širenja u lijevu stranu koristimo +. Vrijednost  $k$  zovemo valni broj i ona je povezana s valnom duljinom vala:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

Kao i u svakom slučaju harmonijskog titranja, čestice vala imaju najveću brzinu kada prolaze ravnotežnim položajem pa brzinu u vremenu možemo opisati izrazom:

$$v(t) = v_0 \cos(\omega t \pm kx)$$

### Brzina širenja transverzalnog vala na žici

Kada poremećaj izazovemo titranjem žice i val se širi tom žicom, brzina njegova širenja ovisi o napetosti  $F$  i njezinoj masi po jedinici duljine  $\mu = \frac{m}{l}$ :

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

Ova skripta je free jer svi mi volimo besplatne stvari!  
Ako želiš toga još, **skeniraj ovaj QR kod** i isprobaj besplatno ostale materijale na našoj stranici.



# Zvuk i Dopplerov efekt

Zvuk je longitudinalni mehanički val koji nastaje titranjem izvora zvuka. To titranje može biti pravilno i zovemo ga **ton** i nepravilno koje zovemo **šum**. Skup tonova i šumova zovemo **buka**. S obzirom na to da je zvuk mehanički val njemu je neophodno sredstvo da bi se mogao širiti i prenositi energiju.



Titranje membrane zvučnika izaziva zgušnjenje i razrjeđenje čestica zraka ili nekog drugog sredstva pa se zvuk prostorom širi kao longitudinalni val. Jedna valna duljina ovakvog vala je udaljenost dva susjedna zgušnjenja ili razrjeđenja. Brzina širenja zvuka nekim sredstvom određuje se poznavajući valnu duljinu i period tog zvuka, a u brzini zvuka u zraku iznosi  $v_z \approx 343 \text{ m/s}$ . Brzina zvuka veća je u vodi nego u zraku, a najveća je u čvrstim tijelima.

## Intenzitet i razina jakosti zvuka

Svaki zvuk karakterizira njegova frekvencija. Frekvencija određuje visinu tona. Ljudsko uho čuje samo određeni raspon frekvencija, a neka druga živa bića mogu čuti frekvencije izvan ljudskog praga čujnosti. Raspon frekvencija koje čovjek čuje je od 20 Hz do 20 kHz. Zvukovi frekvencije veće od 20 kHz zovu se **ultrazvuk**, a frekvencije manje od 20 Hz zovemo **infrazvukom**.

Jačinu zvuka (glasnoću) opisujemo veličinom koju zovemo intenzitet zvuka. Definiramo ga kao omjer snage izvora zvuka i površine koju probada zvučni val. Zvuk se prostorom širi radikalno (u svim smjerovima) pa su površine koje promatramo jednake površini sfere na udaljenosti  $r$  od izvora:

$$I = \frac{P}{S} = \frac{P}{4\pi r^2}$$

Osim intenzitetom, jačinu nekog zvučnog impulsa opisujemo veličinom koju zovemo **razina jakosti zvuka**  $L$ . Razina jakosti nekog zvuka računa se po formuli:

$$L = 10 \log \frac{I}{I_0}$$

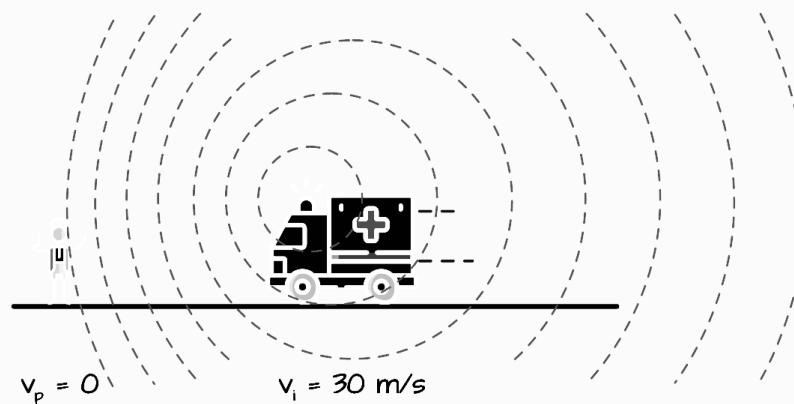
Intenzitet zvuka čiju razinu određujemo je  $I$  dok je veličina  $I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$  konstanta koju zovemo prag čujnosti. Mjerna jedinica za razinu jakosti zvuka je **decibel [dB]**.

## Dopplerov efekt

**Dopplerov efekt** opisuje frekvenciju koju opaža promatrač u nekoj točki prostora ovisno o tome kako se giba izvor zvuka  $v_i$  te frekvencije i kako se giba sami promatrač  $v_p$ . Formula kojom općenito opisujemo frekvenciju koju čuje promatrač  $f_p$  u odnosu na frekvenciju izvora  $f_i$  dana je izrazom:

$$f_p = f_i \frac{v_z \pm v_p}{v_z \mp v_i}$$

U slučaju kada se izvor i/ili promatrač približava koristimo gornje predznačke u navedenoj formuli, a u slučaju udaljavanja koristimo donje predznačke.



$$f_p = f_i \frac{v \pm v_p}{v \mp v_i}$$

$$f_p = f_i \frac{v + 0}{v - 30}$$

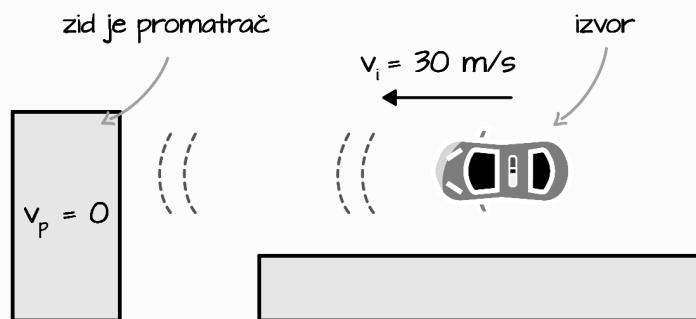
$$f_p = f_i \frac{v}{v - 30}$$

Na slici je primjer mirnog promatrača s izvorom koji mu se približava. Brzina promatrača jednaka je nuli, a za približavanje izvora koristimo gornji predznak u nazivniku formule.

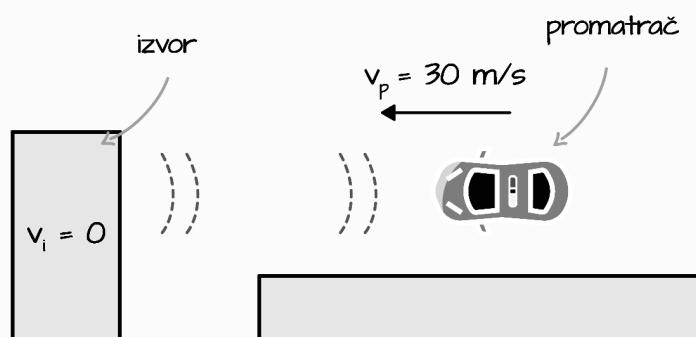
## Odbijanje zvuka

Zvučni se valovi mogu odbijati od neku prepreku ako je ona dovoljno daleko i ima svojstva takva da se zvuk od nje može odbijati. Takvo odbijanje zvučnog vala zovemo **jeka**. Neke životinje koriste jeku kako bi lovile plijen (npr. šišmiši). Te životinje emitiraju zvuk koji se odbija od njihova plijena i vraća nazad. Na temelju toga znaju gdje se nalazi njihov plijen. Kada promatramo Dopplerov efekt, ponekad se može dogoditi da se izvor giba emitirajući zvuk koji se odbija od neke prepreke. U tom slučaju, zvuk putuje do prepreke i vraća se nazad prema izvoru pa u slučaju povratka ulogu izvora preuzima prepreka od koje se zvuk odbija, a početni izvor postaje promatrač.

1 Zvuk putuje od auta (izvora) do zida (promatrač).



2 Zvuk se odbije i putuje od zida (izvora) prema autu (promatraču).



Svida ti se što vidiš? E pa ima toga još! **Skeniraj QR kod** pored i pretplati se na pripreme za maturu koje su ti uvijek dostupne, u neograničenim količinama!



# Refleksija, lom i interferencija valova

## Razlika u hodu i fazi

Kada se dva vala nadu u nekoj točki prostora oni međudjeluju. To međudjelovanje nazivamo **interferencijom valova**. Rezultat interferencije ovisi o tome na kojoj je udaljenosti točka u kojoj promatrano interferenciju od izvora pojedinog vala. Svaki je val prešao određeni put do te točke, a razliku između prijeđenog puta jednog i drugog vala nazivamo **razlika u hodu**,  $\Delta x$ .

$$\Delta x = x_2 - x_1$$

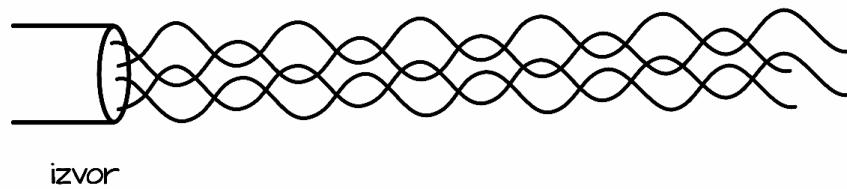
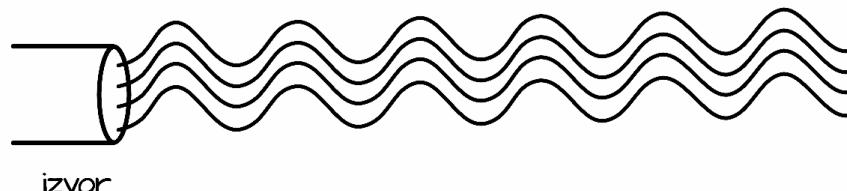
Ova razlika predstavlja doslovnu udaljenost (u metrima) između dviju točaka valova koji interferiraju. Osim razlike u hodu, definiramo i **razliku u fazi**,  $\Delta\varphi$  koju možemo povezati s razlikom u hodu prema formuli:

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi\Delta x}{\lambda}$$

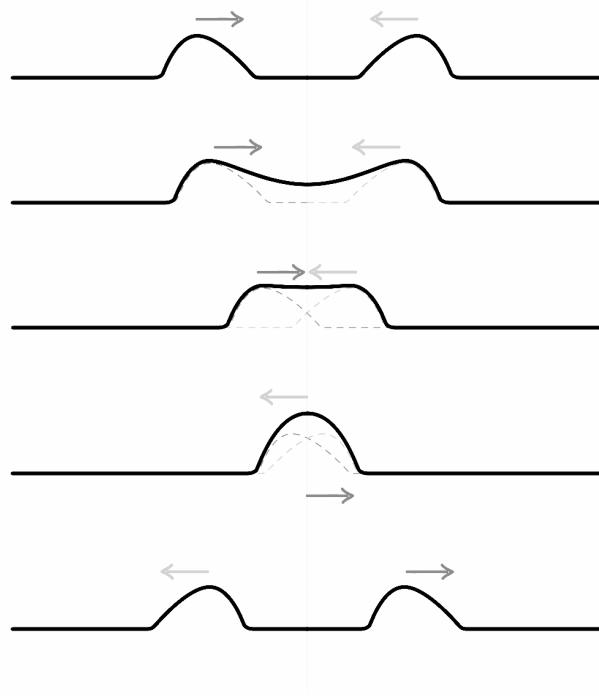
Razlika u hodu između dva brijege ili bilo koje druge točke na istom položaju nekog vala iznosi  $\lambda$ , a pripadna razlika u fazi iznosi  $2\pi$ .

## Interferencija valova

Da bi dva vala mogla interferirati izvori tih valova moraju biti koherentni. To znači da oni proizvode valove jednakih valnih duljina sa stalnom razlikom u fazi.

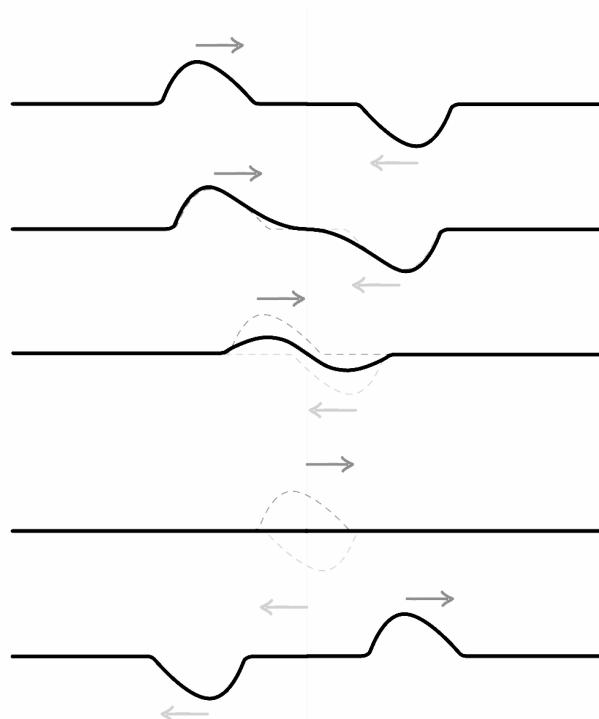


Dva vala mogu interferirati tako da se amplituda resultantnog vala poveća ili smanji. Ako se amplituda resultantnoga vala poveća tada govorimo o **konstruktivnoj interferenciji**, a ukoliko je rezultantna amplituda smanjena onda je riječ o **destruktivnoj interferenciji**. Kada se u nekoj točki prostora susretu dva vala u fazi (npr. dva brijege) tada će doći do konstruktivne interferencije i povećanja rezultantne amplitute.



Na slici možemo vidjeti "sudar" dva brijega koji rezultira povećanjem ukupne amplitude. Točnije, vidljiva je konstruktivna interferencija. Uvjet konstruktivne interferencije je razlika u hodu koja mora biti jednaka cijelom broju valnih duljina. Tako možemo biti sigurni da će se susresti dva vala u fazi:

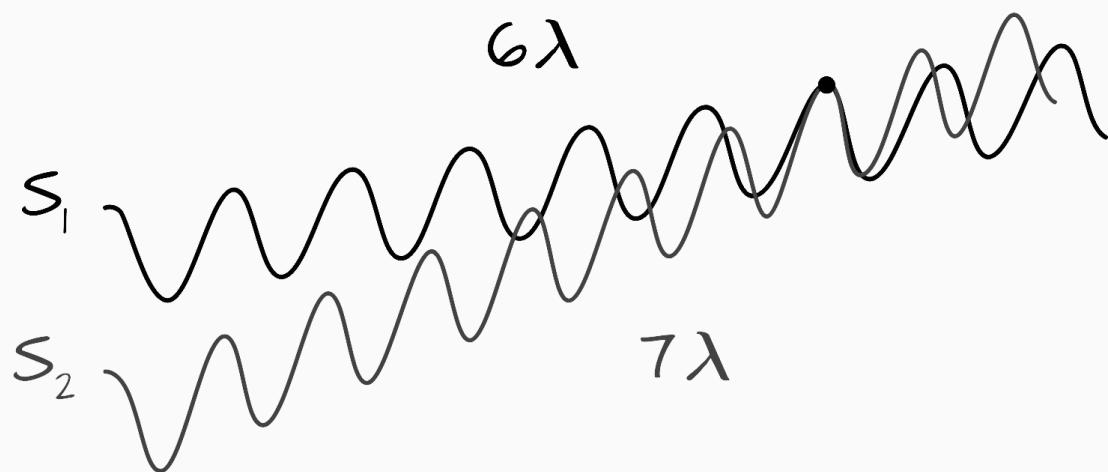
$$\Delta x = k\lambda$$



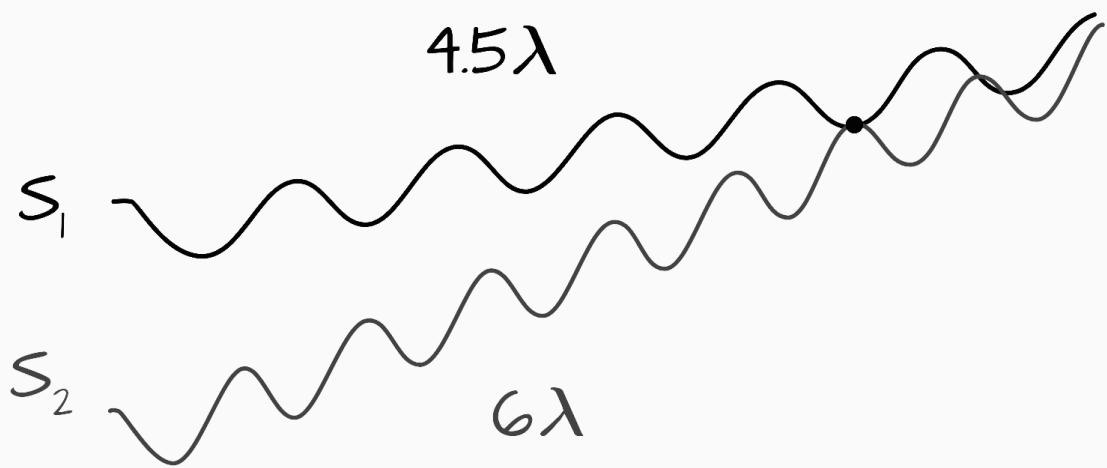
Kada je riječ o destruktivnoj interferenciji, dva vala moraju biti u protufazi. To postižemo izjednačavanjem razlike u hodu s neparnim višekratnikom polovina valne duljine.

$$\Delta x = (2k + 1)\frac{\lambda}{2}$$

Ako promatramo interferenciju valova iz dvaju izvora čija je valna duljina poznata u nekoj točki čiju udaljenost u prostoru znamo, vrlo lako možemo odrediti hoće li doći do konstruktivne ili destruktivne interferencije.



Na slici je vidljivo da je razlika u hodu dvaju valova jednaka valnoj duljini što znači da će u toj točki doći do konstruktivne interferencije.

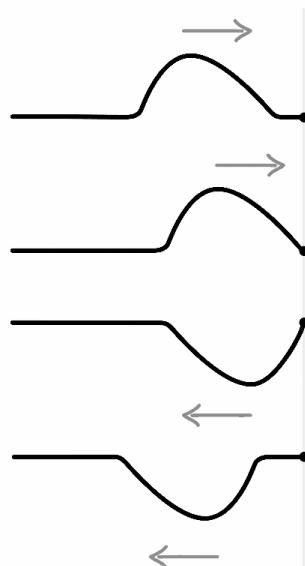


Na slici je vidljivo da je razlika u hodu dvaju valova jednaka  $3\frac{1}{2}\lambda$  što znači da će u toj točki doći do destruktivne interferencije.

## Refleksija valova

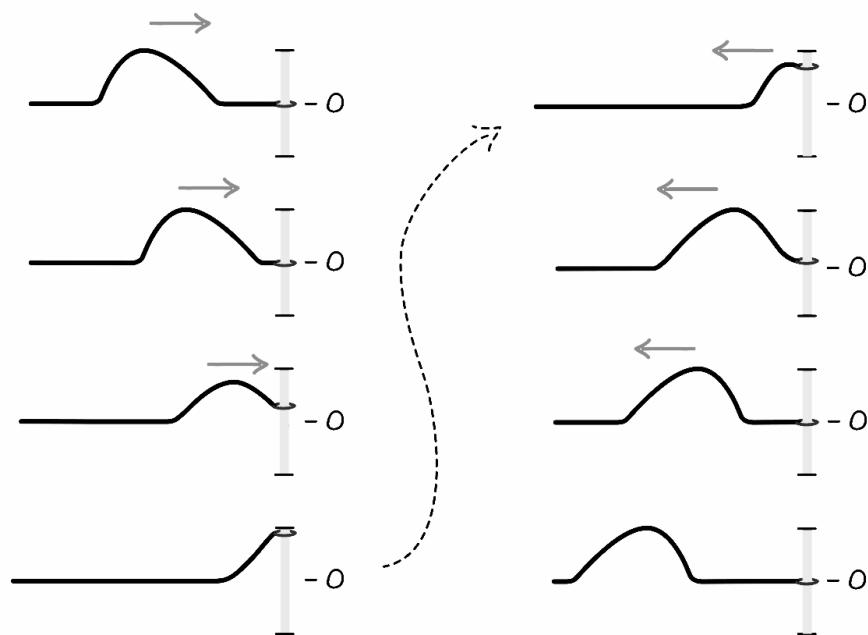
Val koji se širi užetom reflektira (odbija) se nailaskom na čvrsti ili slobodni kraj. Način na koji se val reflektira ovisi o tome na kakvom se kraju reflektira.

### Refleksija na čvrstom kraju



Pri refleksiji na čvrstom kraju **dolazi** do promjene u fazi vala. Točnije, ako val dolazi na čvrsti kraj kao brijeđ, vraćat će se kao dol i obrnuto. Razlika u hodu dolaznog i reflektiranog vala jednaka je  $\frac{\lambda}{2}$ . Pripadna razlika u fazi iznosi  $\varphi = \pi$ .

## Refleksija na slobodnom kraju



Pri refleksiji na čvrstom kraju **ne dolazi** do promjene u fazi vala. Točnije, ako val dolazi na čvrsti kraj kao brije, vraćat će se kao brije i obrnuto. Razlika u hodu dolaznog i reflektiranog vala jednaka je 0 kao i pripadna razlika u fazi.

## Lom valova

Ako val (npr. na vodi) prelazi iz područja plitke u područje dublje vode njegova se valna duljina i brzina mijenjaju, a frekvencija ostaje ista. Tu pojavu zovemo **lom valova**. Jedan od valova čiji ćemo lom pri prelasku između dvaju različitih sredstava promatrati je svjetlost.

Ova skripta je free jer svi mi volimo besplatne stvari!  
Ako želiš toga još, **skeniraj ovaj QR kod** i isprobaj besplatno ostale materijale na našoj stranici.



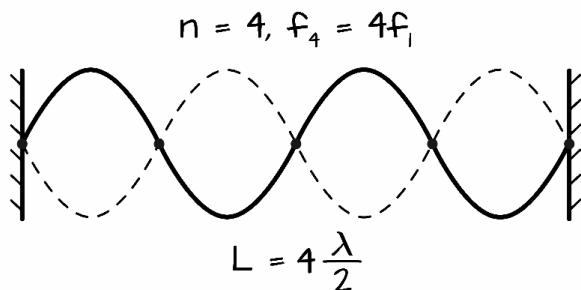
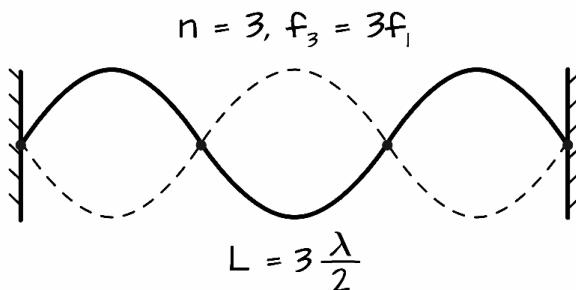
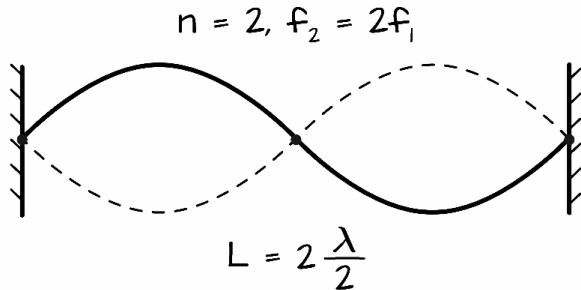
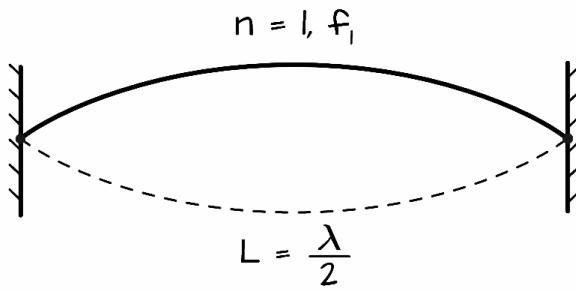
# Stojni valovi

Stojni valovi nastaju interferiranjem upadnog i reflektiranog vala. Stojne valove karakteriziraju **trbusi** i **čvorovi**. Čvorovi su mesta gdje čestice ne titraju, a trbusi su područja između čvorova. **Broj trbuha**  $n$  često zovemo i **mod** stojnog vala. Primjer stojnog vala je žica na gitari.

## Žica učvršćena na oba kraja

Ako žicu učvrstimo na oba kraja i zatitramo, dolazi do pojave stojnog vala.

Broj modova (broj trbuha) koje vidimo ovisi o frekvenciji kojom titra žica. Frekvencija osnovnog harmonika  $f_1$  je ona za koju ćemo vidjeti jedan trbuh. Frekvencije viših harmonika su višekratnici osnovne frekvencije.



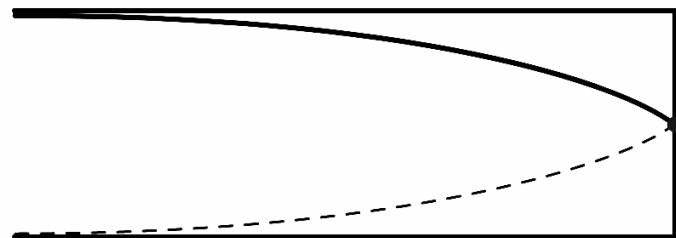
Svaki trbuhan predstavlja polovinu valne duljine. Broj čvorova u ovome slučaju uvijek je za jedan veći od broja trbuha. Ako je na žici duljine  $L$  vidljivo  $n$  trbuha, žica titra  $n$ -tim modom i vrijedi:

$$L = n \frac{\lambda}{2}$$

$$f_n = n \frac{v}{2L} = n \cdot f_1$$

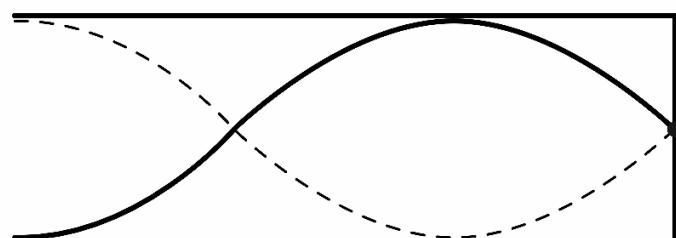
## Stojni val s jednim slobodnim krajem

U slučaju kada promatramo stojne valove koji nastaju u sviralima, jedan je kraj sloboden, a drugi je kraj učvršćen. U ovom slučaju postoje samo neparni harmonici. Zatvaranjem rupa na svirali mijenjamo duljinu cijevi pa samim tim i frekvenciju vala (tona) koji proizvodimo.



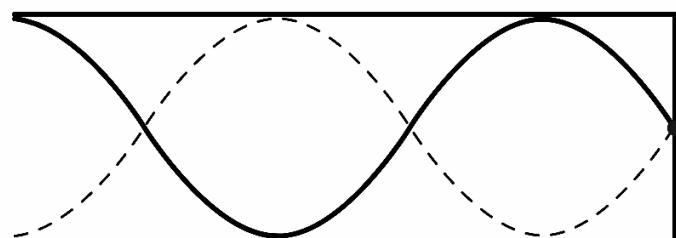
$n = 1, f_1$

$$L = \frac{\lambda}{4}$$



$n = 3, f_3$

$$L = 3 \frac{\lambda}{4}$$



$n = 5, f_5$

$$L = 5 \frac{\lambda}{4}$$

Pri titranju osnovnim harmonikom vidimo polovinu trbuha  $\frac{\lambda}{4}$ . Ako je  $n$  broj neparnog harmonika onda vrijedi:

$$L = n \frac{\lambda}{4}$$

$$f_n = n \frac{v}{4L}$$

Svida ti se što vidiš? E pa ima toga još! **Skeniraj QR kod** pored i pretplati se na pripreme za maturu koje su ti uvek dostupne, u neograničenim količinama!



## Zakoni geometrijske optike

Svetlost je transverzalni elektromagnetski val. To znači da električno i magnetsko polje koji tvore valove svjetlosti titraju okomito na smjer širenja svjetlosti. Svjetlost se kao i drugi elektromagnetski valovi može širiti u vakuumu te je najbrža u njemu, a njezina se brzina i valna duljina mijenjaju (smanjuju) prelaskom u drugo sredstvo. Brzina širenja svjetlosti u vakuumu je konstanta i iznosi:

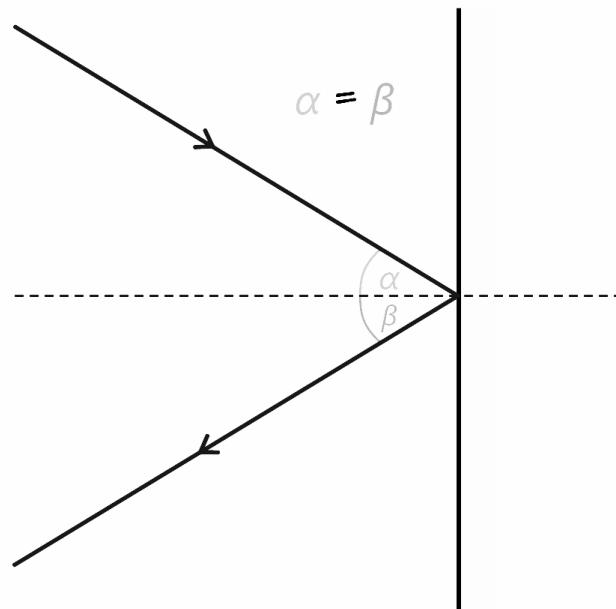
$$c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

### Zakon pravocrtnog širenja svjetlosti i neovisnost svjetlosnih snopova

Širenje svjetlosti kroz neko sredstvo opisujemo valnom zrakom. To je širenje pravocrtno. Kada imamo više različitih snopova svjetlosti oni se prostorom šire neovisno jedan o drugome.

### Zakon refleksije (odbijanja) svjetlosti

Svetlost se kao i drugi valovi može odbijati nailaskom na određenu površinu. Površine koje reflektiraju svjetlosne zrake zovemo zrcala.



Zraka svjetlosti koja dolazi iz izvora i nailazi na površinu od koje se reflektira zove se **upadna zraka**, a zraka koja se odbija zove se **reflektirana zraka**. Kut koji upadna zraka zatvara s okomicom na sredstvo refleksije  $\alpha$  jednak je kutu koji reflektirana zraka zatvara s istom okomicom  $\beta$  - **zakon refleksije svjetlosti**.

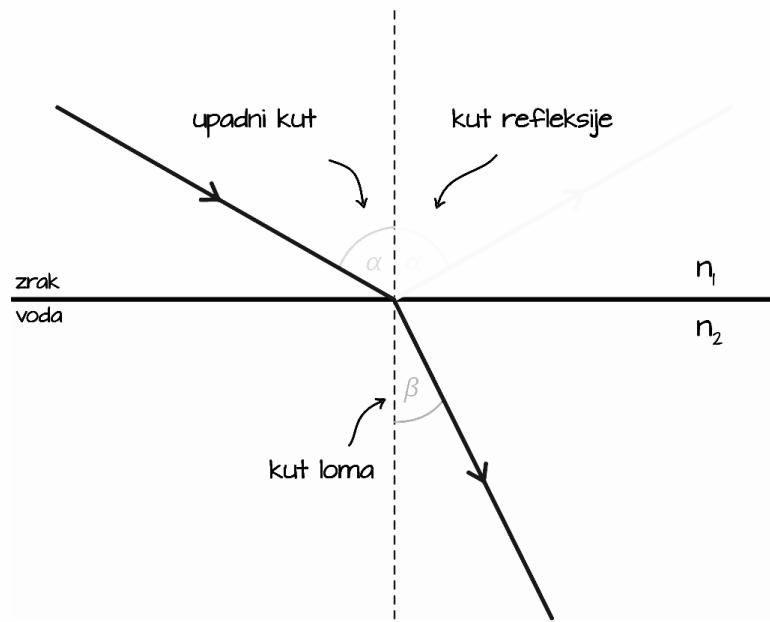
### Zakon loma (refrakcije) svjetlosti

Kada svjetlost nailazi na granicu dvaju prozirnih sredstava dolazi do loma svjetlosti. Lom svjetlosti ovisi o optičkoj gustoći sredstava koju nazivamo **indeksom loma**. Indeks loma nam govori koliko će se puta brzina svjetlosti u nekom sredstvu smanjiti u odnosu na brzinu svjetlosti u vakuumu:

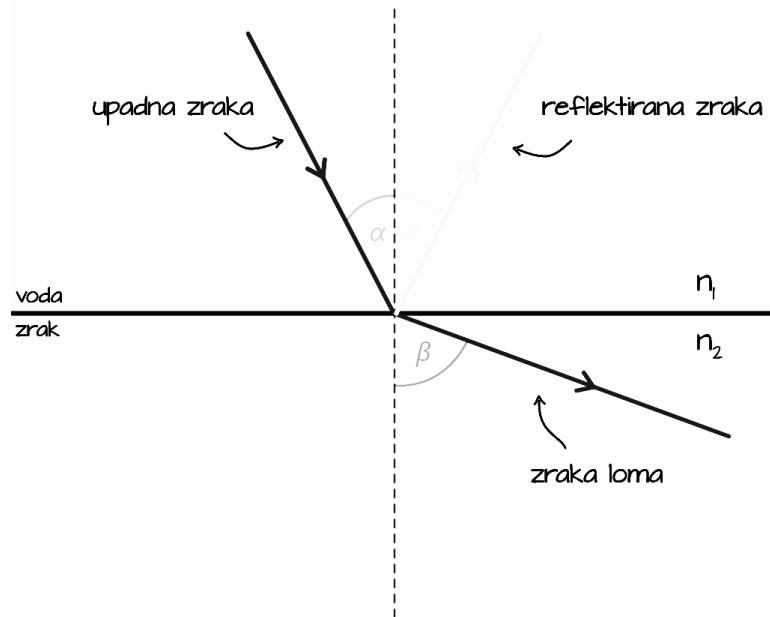
$$n = \frac{c}{v}$$

Indeks loma vakuma (zraka) iznosi  $n = 1$ . Svjetlost se kroz svako drugo sredstvo giba sporije i manjom valnom duljinom. Općenito, što je veći indeks loma to su manja brzina i valna duljina svjetlosti u tom sredstvu. Pri svakom prelasku svjetlosti iz jednog u drugo sredstvo imamo zraku

loma, ali i reflektiranu zraku. Kut između upadne zrake i okomice na granicu dvaju sredstava nazivamo **upadni kut**  $\alpha$ . Kut koji zraka u drugom sredstvu (zraka loma) zatvara s istom granicom zovemo **kut loma**  $\beta$ . Kut reflektirane zrake u odnosu na okomicu jednak je upadnom katu.



Pri prelasku iz optički rjeđeg u optički gušće sredstvo, tj. pri prelasku iz sredstva manjeg u sredstvo većeg indeksa loma svjetlost se lomi "prema okomici". Kut loma tada je manji od upadnog kuta te se brzina i valna duljina svjetlosti smanjuju.



Pri prelasku iz optički gušćeg u optički rjeđe sredstvo, svjetlost se lomi "od okomice". Kut loma je veći od upadnog kuta pa su se brzina i valna duljina svjetlosti u rјedem sredstvu povećale.

## Snellov zakon loma

Općenito, umnožak indeksa loma sredstva iz kojeg svjetlost dolazi i sinusa upadnog kuta jednak je umnošku indeksa loma sredstva u koje svjetlost prolazi i sinusa kuta loma - **Snellov zakon loma**.

$$n_1 \sin \alpha = n_2 \sin \beta$$

## Totalna refleksija

Pri prelasku svjetlosti iz optički gušćeg u optički rjeđe sredstvo kut loma je veći od upadnog kuta i svjetlost se lomi "od okomice". Ako povećavamo upadni kut time povećavamo i kut loma te u jednom trenutku možemo postići da je kut loma jednak  $90^\circ$ . Tada svjetlost ne prolazi u drugo sredstvo već kažemo da se sva reflektira na granici i tu pojavu zovemo **totalna refleksija**. Minimalni kut pri kojem dolazi do pojave totalne refleksije zovemo graničnim kutem totalne refleksije  $\alpha_g$  i iz Snellovog zakona možemo doći do izraza za njega:

$$\alpha_g = \frac{n_{rjeđe}}{n_{gušće}}$$

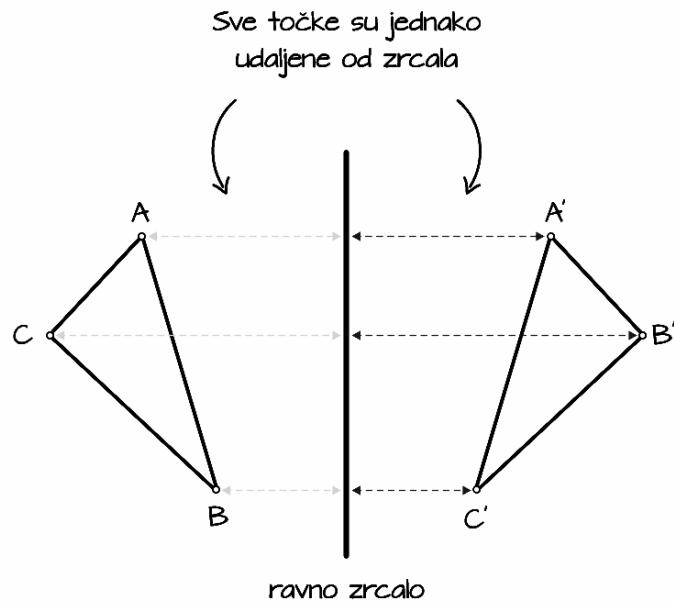
Ova skripta je free jer svi mi volimo besplatne stvari!  
Ako želiš toga još, **skeniraj ovaj QR kod** i isprobaj besplatno ostale materijale na našoj stranici.



# Zrcala

## Ravno zrcalo

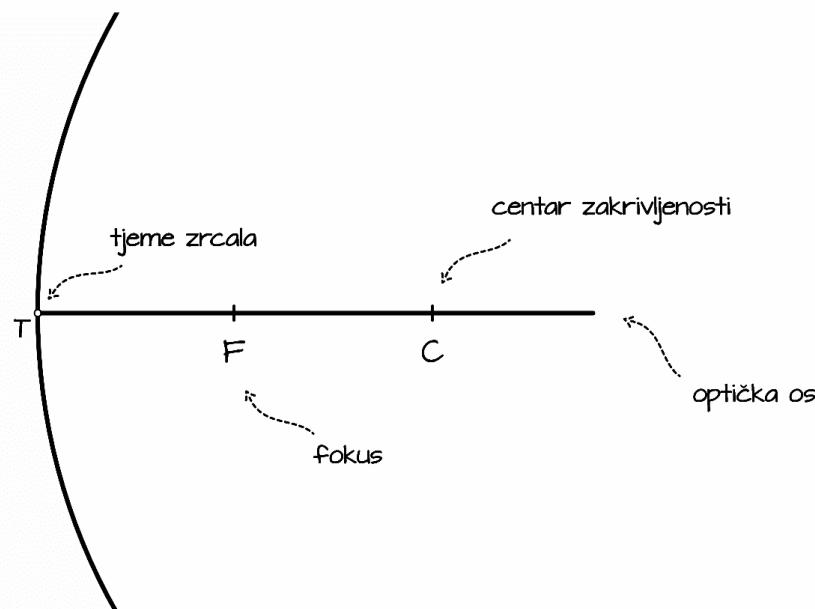
Zrcala su glatke površine na kojima se svjetlost u potpunosti reflektira. Pri refleksiji na ravnom zrcalu vrijedi zakon refleksije. On nam govori da je kut pod kojim se svjetlost reflektira jednak upadnom kutu u odnosu na okomicu zrcala.



Slika koju daje ravno zrcalo nastaje "u zrcalu". Reflektirane zrake svjetlosti ne prolaze kroz zrcalo, ali slika nastaje s druge strane pa za nju kažemo da je virtualna. Osim toga, slika je jednake veličine i uspravna. Slika u ravnom zrcalu općenito je simetrična predmetu, a os simetrije je samo zrcalo.

## Sferna zrcala

Sferno zrcalo je zakrivljena glatka površina (dio sfere) koji reflektira svjetlost. Ovisno o tome reflektira li svjetlost unutarnji ili vanjski dio tog zrcala razlikujemo **konkavno (udubljeno)** i **konveksno (ispupčeno)** zrcalo.



Središte zrcala nazivamo **tjeme** i označavamo s  $T$ . **Centar zakrivljenosti** je središte iz kojega je nastala zakrivljena ploha (zrcalo) i označavamo ga s  $C$ . Na pola udaljenosti između tjemena i centra zakrivljenosti nalazi se fokus ili **žarište zrcala**  $F$ . Sve se ove točke nalaze na istoj vodoravnoj imaginarnoj liniji koju zovemo **optička os**.

## Jednadžba zrcala i povećanje

Kada promatramo sliku koja nastaje refleksijom na određenom zrcalu uspoređivat ćemo udaljenosti predmeta i slike od tjemena zrcala, njihove visine i udaljenost žarišta od tjemena. Udaljenost predmeta od zrcala označavamo s  $a$ , slika je od zrcala udaljena  $b$ , a udaljenost žarišta zovemo žarišna duljina i označavamo ju s  $f$ . Visinu predmeta označavamo s  $y$ , a visinu slike s  $y'$ . Centar zakrivljenosti je od tjemena udaljen za polumjer zakrivljenosti  $R$  i vrijedi:

$$f = \frac{R}{2}$$

Jednadžbu kojom povezujemo karakteristične udaljenosti zovemo **jednadžba zrcala**:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$$

Povećanje zrcala  $m$  govori nam koliko je puta visina slike veća ili manja od visine predmeta te je li slika okrenuta kao i predmet ili obrnuta. Što je nešto dalje od zrcala to je veće, tj. ono što je bliže tjemenu zrcala ima manju visinu:

$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{b}{a}$$

## Vrste slike

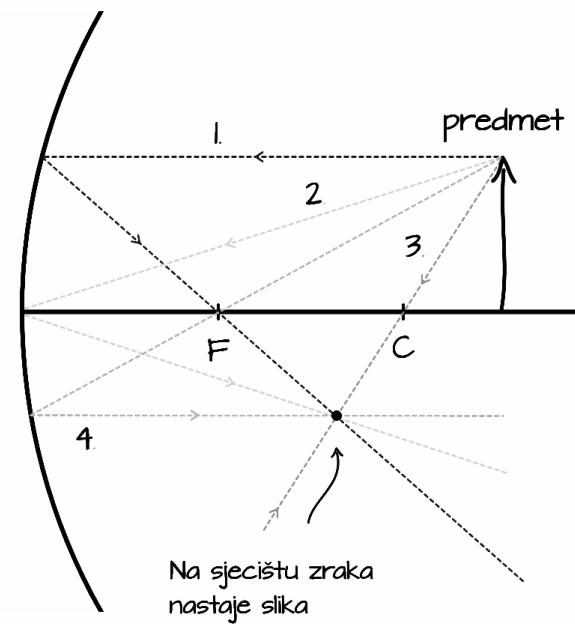
Slika koja nastaje može biti: **realna** **ILI** **virtualna**, **uspravna** **ILI** **obrnuta**, **uvećana** **ILI** **umanjena**. Realna slika kod zrcala nastaje na sjecištu reflektiranih zraka. Ukoliko se reflektirane zrake nigdje ne sijeku nastaje virtualna slika na sjecištu produžetaka reflektiranih zraka. Realna slika nastaje s iste strane kao i predmet, a virtualna "u zrcalu". Uspravna slika znači da je strelica kojom ju označavamo okrenuta u istome smjeru kao i predmet, a obrnuta je slika okrenuta "naopako". Uspravnu sliku opisujemo pozitivnim predznakom njene visine, a obrnuto negativnim. Ako je veličina strelice koja predstavlja sliku manja od one kojom smo označili predmet tada je nastala slika umanjena. U suprotnom nastala je uvećana slika.

## Konkavno zrcalo

Konkavno ili udubljeno zrcalo reflektira svjetlost svojim unutarnjim dijelom. Sve zrake svjetlosti koje upadaju na konkavno zrcalo odbijaju se "prema unutra". Konkavno zrcalo ima realan fokus, tj. **predznak njegove žarišne daljine uvijek je +**.

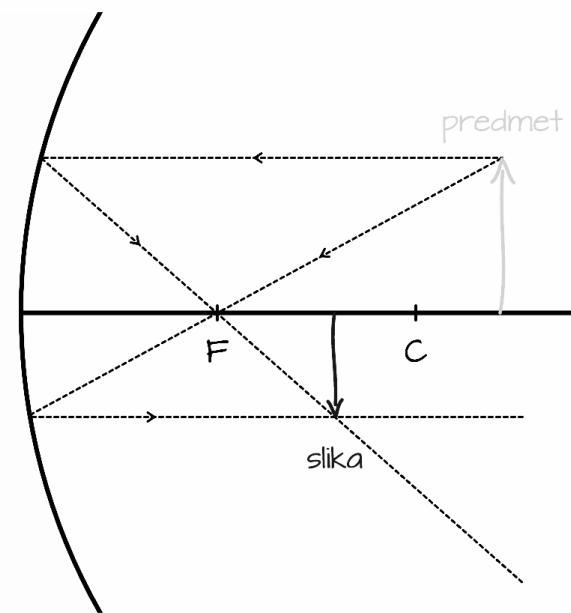
Pri određivanju slike koja nastaje refleksijom svjetlosti na konkavnom zrcalu, crtamo i koristimo 4 karakteristične zrake:

1. Zraka svjetlosti koja dolazi paralelno optičkoj osi reflektira se kroz fokus zrcala.
2. Zraka koja upada na zrcalo reflektira se pod istim kutom u odnosu na optičku os.
3. Zraka koja prolazi centrom zakrivljenosti reflektira se u istom smjeru.
4. Zraka koja prolazi fokusom reflektira se paralelno optičkoj osi.

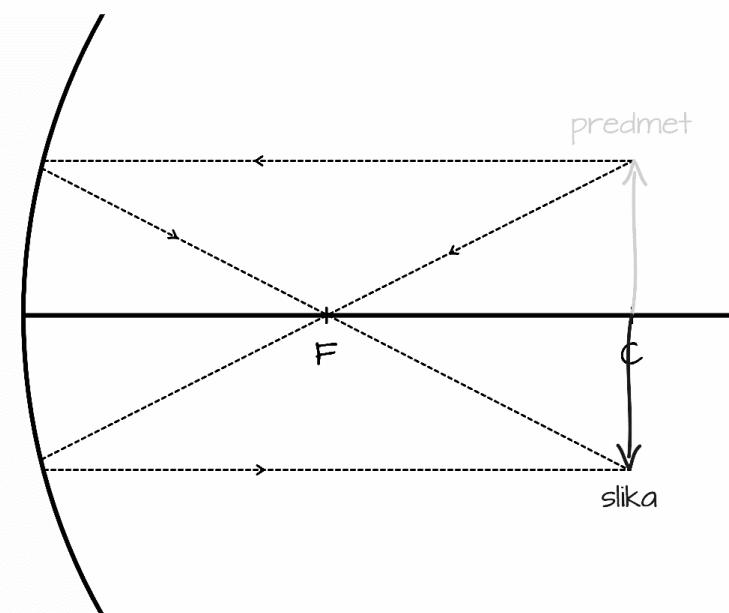


Pri crtanju slike koja nastaje u bilo kojem sustavu zrcala dovoljno je točno nacrtati dvije zrake.

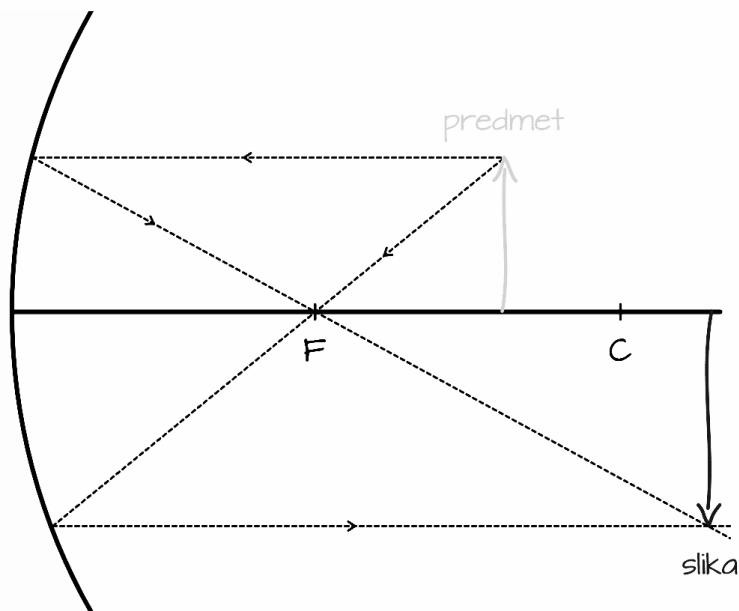
## Slike u konkavnom zrcalu



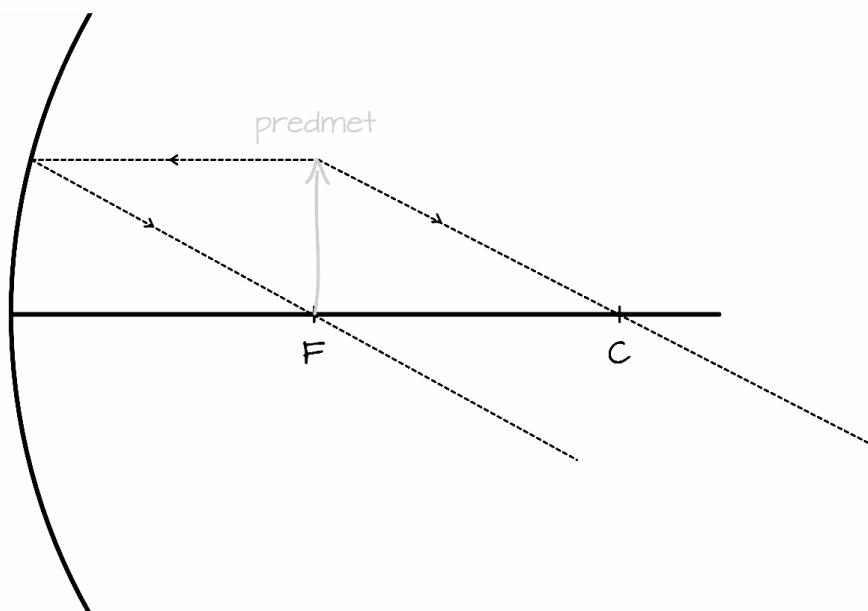
Slika koja nastaje kada je udaljenost predmeta od tjemena zrcala veća od polumjera zakrivljenosti ( $a > R$ ) bit će umanjena, obrnuta i realna ( $b < 0$ ).



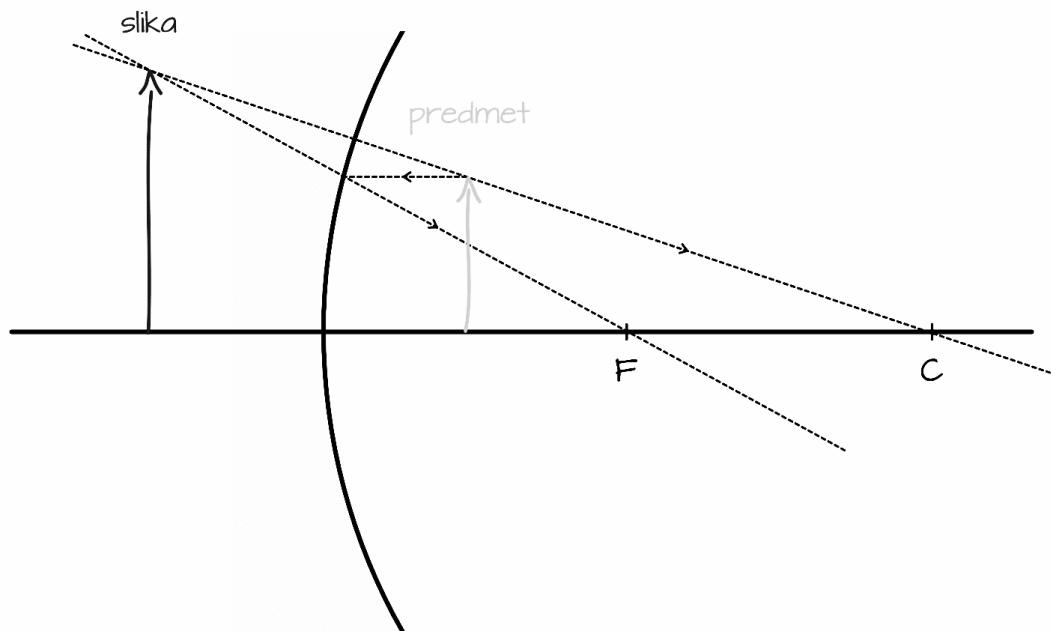
U slučaju kada se predmet nalazi u centru zakrivljenosti, nastaje slika jednake veličine kao predmet ( $y = -y'$ ) i jednako udaljena od tjemena zrcala kao i predmet ( $a = b = R$ ). Ta je slika obrnuta i realna.



Ako se predmet nalazi između centra zakrivljenosti  $C$  i fokusa  $F$  ( $f < a < R$ ), nastaje uvećana, obrnuta i realna slika.



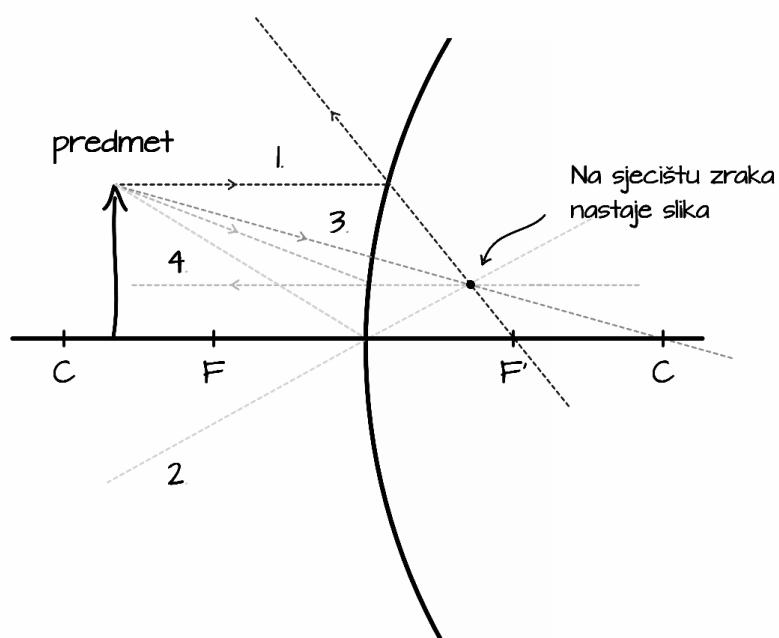
Kada predmet postavimo u fokus zrcala karakteristične zrake se ne sijeku i slika nastaje u beskonačnosti ( $b = \infty$ ).



Ako predmet postavimo između fokusa i tjemena zrcala, slika koja nastaje uvećana je, uspravna i nalazi se na sjecištu produžetaka karakterističnih zraka. To znači da je ta slika i virtualna ( $b < 0$ ).

## Konveksno zrcalo

Konveksno ili ispuščeno zrcalo reflektira svjetlost svojim vanjskim dijelom. Sve zrake svjetlosti koje upadaju na konkavno zrcalo odbijaju se "prema van". Konkavno zrcalo ima virtualan fokus (unutar zrcala), tj. **predznak njegove žarišne duljine uvijek je -**.



Neovisno o udaljenosti predmeta od konveksnog zrcala slika koja nastaje uvijek će biti **uspravna, umanjena i virtualna**.

Svida ti se što vidiš? E pa ima toga još! **Skeniraj QR kod** pored i pretplati se na pripreme za maturu koje su ti uvek dostupne, u neograničenim količinama!



## Leće

Leća je optički instrument koji je napravljen od prozirnog materijala. Ovisno o zakrivljenosti površina leća i njihovoj funkciji, razlikujemo **konvergentne i divergentne** leće. Za razliku od zrcala koja reflektiraju zrake svjetlosti, kroz leće svjetlost prolazi, tj. lomi se. Karakteristične točke i udaljenosti kod leća vrlo su slične onima kod zrcala. Temeljna je razlika što leće imaju dva fokusa jer su izrađene od dviju zakrivljenih površina.



konvergentna leća



divergentna leća

Osim toga, leće karakterizira njihova **jakost  $j$**  čija je mjerna jedinica dioptar:

$$1 \text{ dpt} = 1\text{m}^{-1}$$

$$j = \frac{1}{f}$$

Jednadžba leće jednaka je jednadžbi zrcala, a povećanje računamo na isti način.

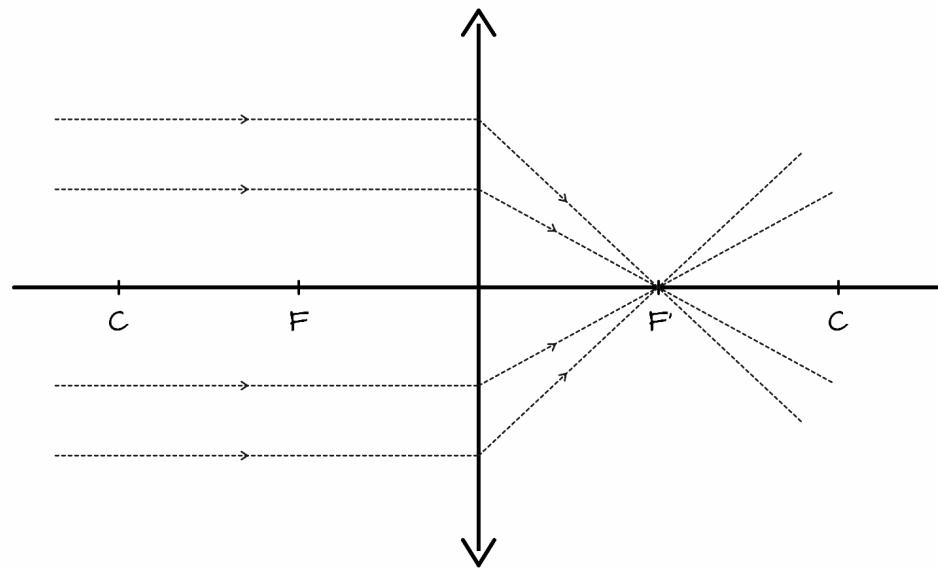
$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$$

$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{b}{a}$$

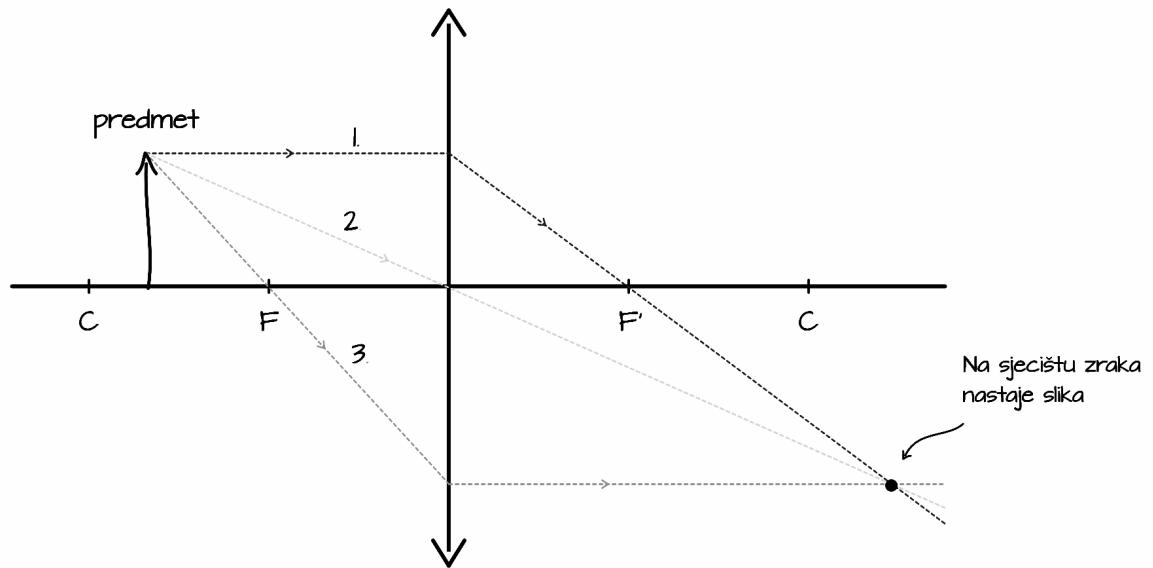
S obzirom na to da su leće prozirne i lome zrake svjetlosti, realna slika kod leća nastaje na mjestu gdje se zrake lome (s druge strane leće) dok virtualna slika nastaje u slučaju da se zrake loma nigdje ne sijeku već moramo naći sjecište njihovih produžetaka.

### Konvergentna leća

Konvergentna leća je deblica iznutra. Zovemo ju i sabirnom lećom jer sabire tj. "skuplja" u fokus sve zrake koje dolaze paralelno optičkoj osi i lome se kroz ovu leću.



Sve vrste konvergentnih leća zovemo i **plus lećama** te vrijednost njihove žarišne duljine uvijek **uzimamo kao pozitivan broj**  $f > 0$ .

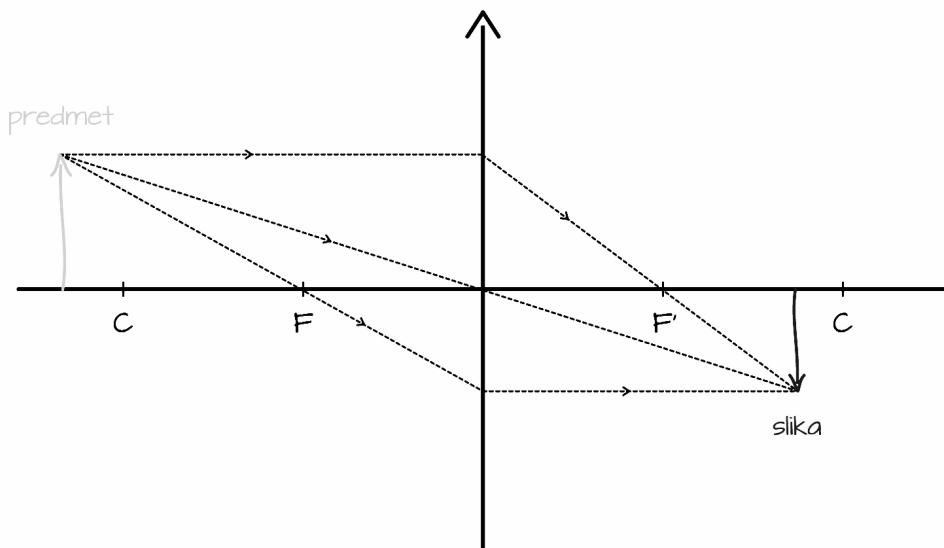


Pri određivanju slike koja nastaje lomom svjetlosti na konvergentnoj leći, crtamo i koristimo 3 karakteristične zrake:

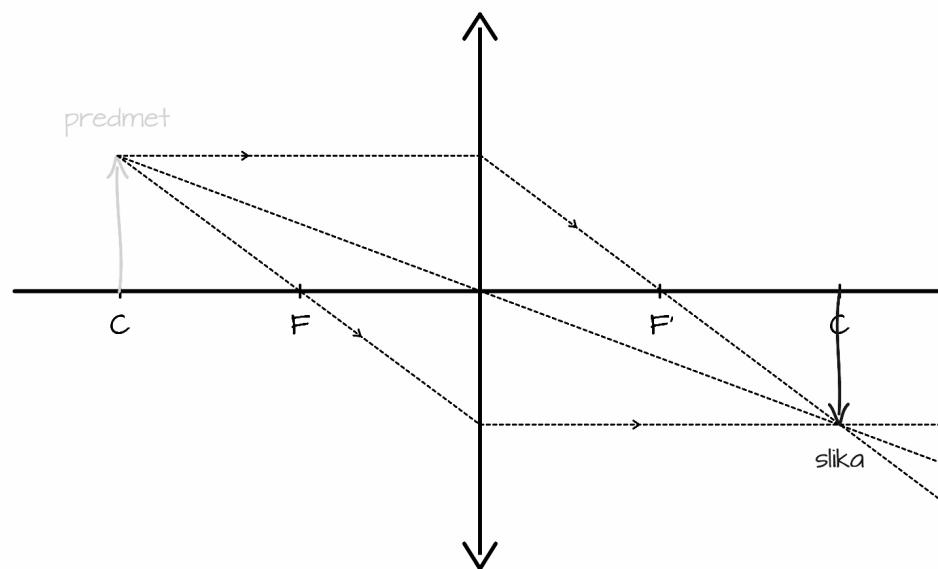
1. Zraka svjetlosti koja dolazi paralelno optičkoj osi lomi se na leći prema fokusu.
2. Zraka koja prolazi tijemom leće, lomom na leći zadržava isti smjer.
3. Zraka koja prolazi fokusom  $F$  na leći se lomi paralelno optičkoj osi.

## Slike konvergentne leće

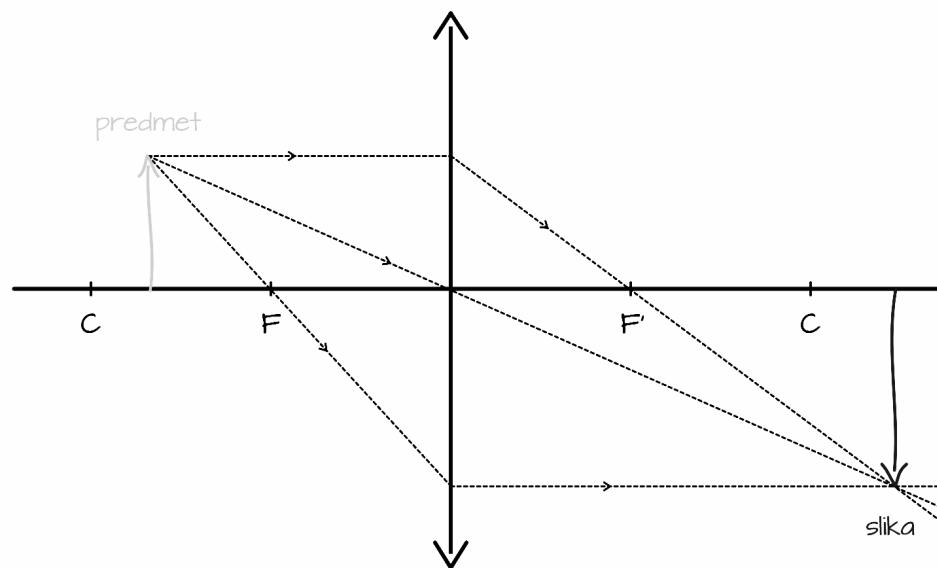
Slike konvergentne leće analogne su onima konkavnog zrcala kada postavljamo na određenu udaljenost.



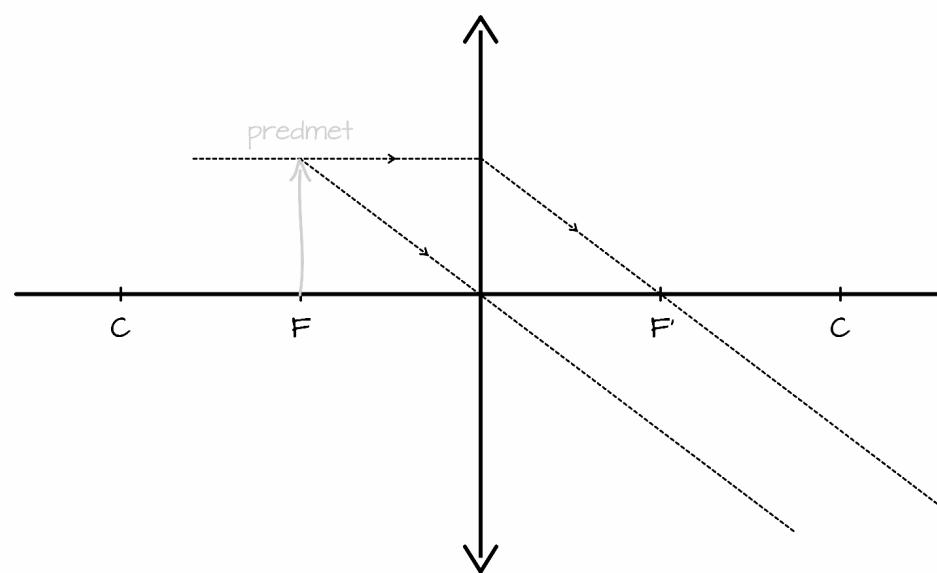
Slika koja nastaje kada je udaljenost predmeta od tjemena leće veća od polumjera zakrivljenosti ( $a > R$ ) bit će umanjena, obrnuta i realna ( $b > 0$ ).



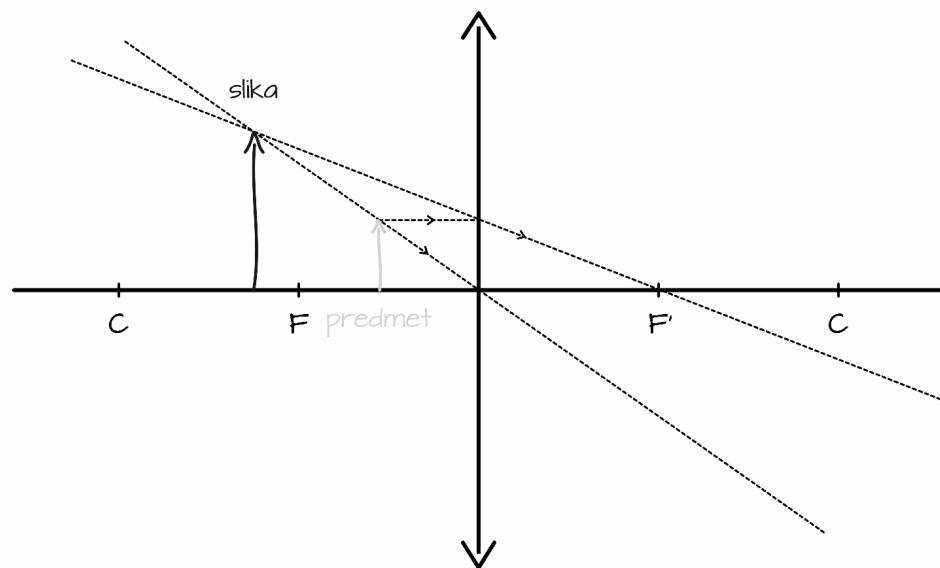
U slučaju kada se predmet nalazi u centru zakrivljenosti, nastaje slika jednake veličine kao predmet ( $y = -y'$ ) i jednako udaljena od tjemena leće kao i predmet ( $a = b = R$ ). Ta je slika obrnuta i realna.



Ako se predmet nalazi između centra zakrivljenosti  $C$  i fokusa  $F$  ( $f < a < R$ ), nastaje uvećana, obrnuta i realna slika.



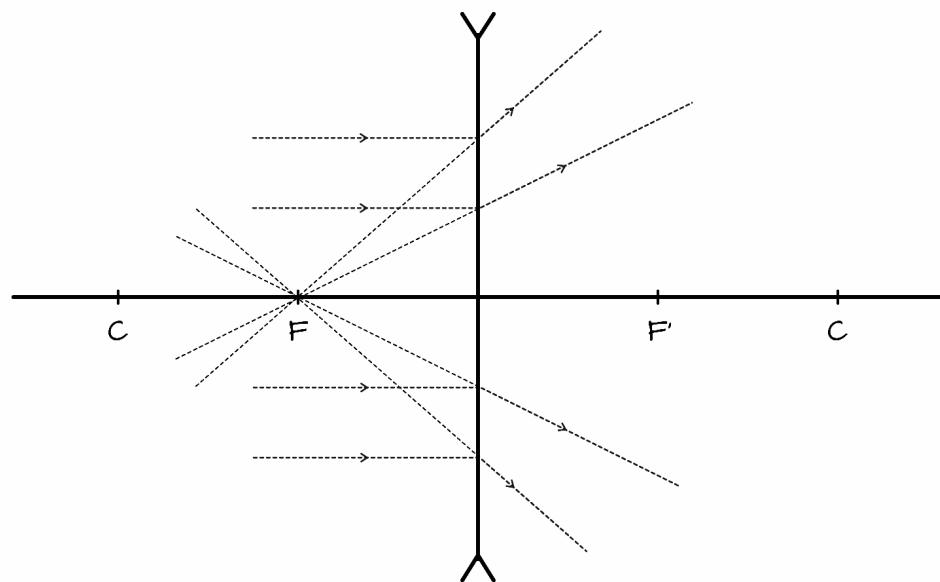
Kada predmet postavimo u fokus leće karakteristične zrake se ne sijeku i slika nastaje u beskonačnosti ( $b = \infty$ ).



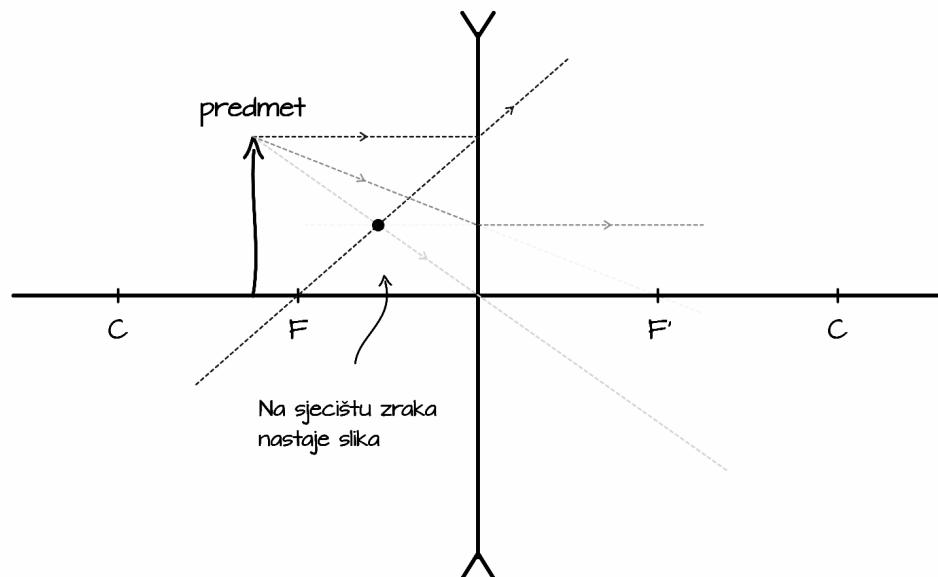
Ako predmet postavimo između fokusa i tjemena zrcala, slika koja nastaje uvećana je, uspravna i nalazi se na sjecištu produžetaka karakterističnih zraka. To znači da je ta slika i virtualna ( $b < 0$ ).

## Divergentna leća

Divergentna leća je omedena takvim plohama da je u sredini tanja. Zovemo ju i rastresna leća jer širi zrake svjetlosti koje dolaze paralelno optičkoj osi.



Sve vrste divergentnih leća zovemo i **minus lećama** te vrijednost njihove žarišne duljine uvijek **uzimamo kao negativan broj**  $f < 0$ .



Lomom svjetlosti na divergentnoj leći uvijek nastaje **uspravna, umanjena i virtualna slika** (analogno konveksnom zrcalu). Lomljene zrake nikad se ne sijeku već samo njihovi produžetci.

Ova skripta je free jer svi mi volimo besplatne stvari!  
Ako želiš toga još, **skeniraj ovaj QR kod** i isprobaj besplatno ostale materijale na našoj stranici.

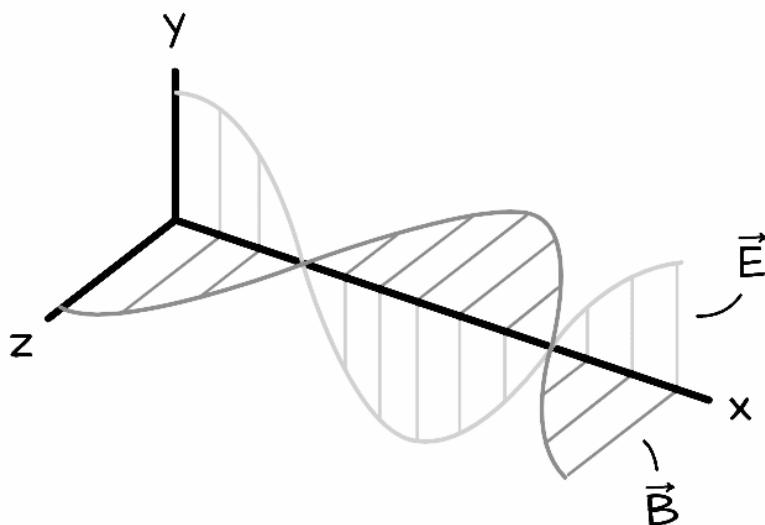


## Disperzija svjetlosti i EM valovi

Elektromagnetski valovi su **transvezalni** valovi koji se sastoje se od električnog i magnetskog polja koja međusobno titraju okomito. Njihovo je titranje okomito i na smjer širenja vala. Najpoznatiji oblik elektromagnetski vala je svjetlost.

Brzina širenja elektromagnetskih valova (svjetlosti) u vakuumu iznosi:

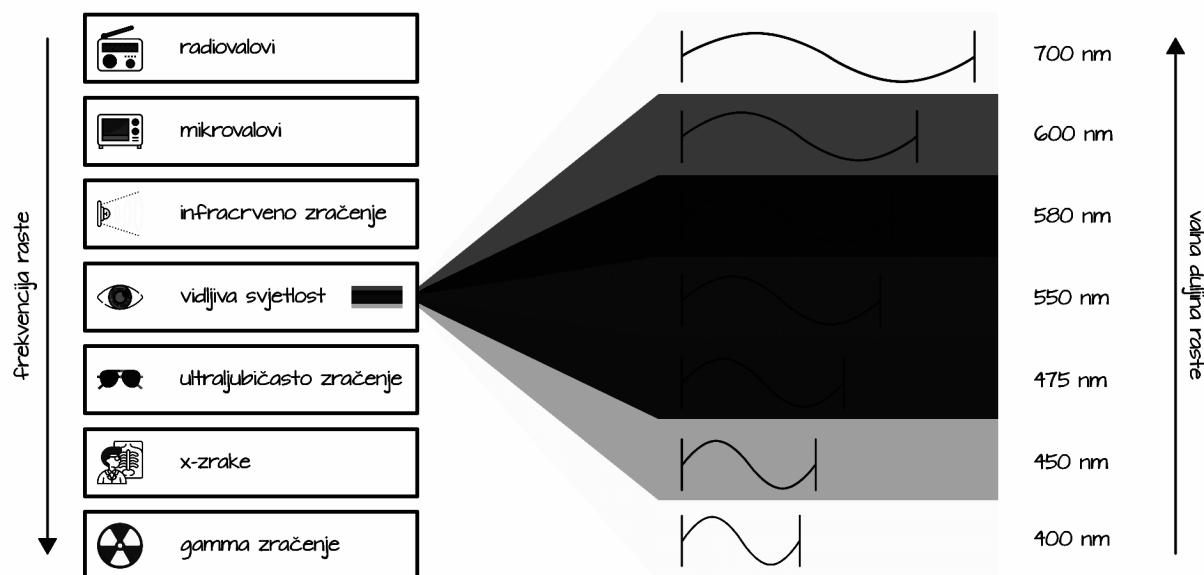
$$c = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



Magnetsko polje titra u smjeru z-osi, električno polje u smjeru y-osi, a val se širi (propagira) u smjeru x-osi.

## Spektar EM zračenja

Kada govorimo o svjetlosti najčešće mislimo na vidljivu svjetlost. Njezina je valna duljina u rasponu od **400 nm (ljubičasta) do 700 nm (crvena)**. Frekvencija je obrnuto proporcionalna valnoj duljini što znači da crvena svjetlost ima najmanju, a ljubičasta najveću frekvenciju.



Povećanjem frekvencije iznad ljubičaste svjetlosti ulazimo u područje **ultraljubičastog (UV) zračenja** na koje se nastavljaju **rendgenske (x-zrake)** i **gamma zrake**. Smanjenjem frekvencije ispod frekvencije crvene svjetlosti ulazimo u područje **infracrvenog zračenja** na koje se nastavljaju **mikrovalovi** i **radiovalovi**. Dakle, valovi najveće valne duljine su radiovalovi, a najmanje gamma zrake.

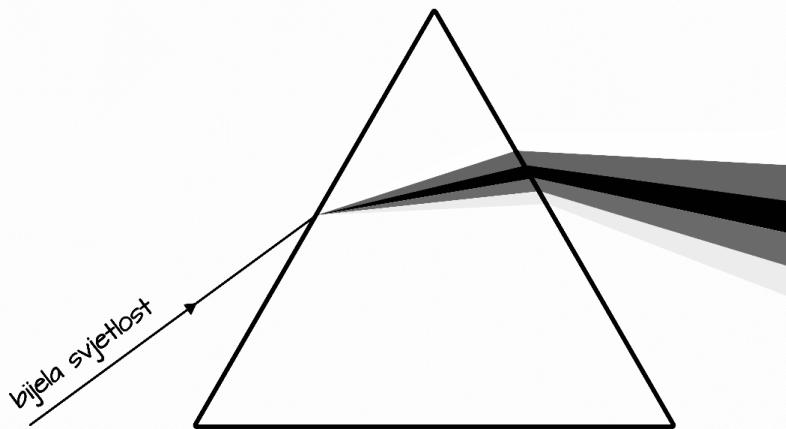
## Disperzija svjetlosti

**Disperzija** je razlaganje (bijele) svjetlosti na boje. Do pojave disperzije dolazi kada bijela svjetlost upada na prozirno sredstvo za koje kut loma ovisi o valnoj duljini svjetlosti. S obzirom na to da je bijela svjetlost skup svih valnih duljina vidljive svjetlosti, pri lomu na prozirnom sredstvu čiji je indeks loma različit za pojedinu valnu duljinu, dolazi do pojave spektra boja jer su njihove valne duljine različite. Primjer disperzije svjetlosti je i nastanak duge gdje se bijela Sunčeva svjetlost na kapljicama kiše razlaže na boje koje mi vidimo kao dugu.

Što je manja valna duljina to će biti veći indeks loma za tu boju, tj. kut loma će biti manji pa se ljubičasta svjetlost lomi pod najmanjim, a crvena pod najvećim kutom dok je ostatak spektra između njih.

## Optička prizma

Optička prizma je optički instrument (najčešće trostrana prizma) napravljena od nekog prozirnog materijala (najčešće stakla). Njezina je glavna uloga razlaganje (disperzija) bijele svjetlosti na boje. Karakterizira ju različiti indeksi loma za pojedinu boju (valnu duljinu).



Indeks loma obrnuto je proporcionalan valnoj duljini. To znači da će se svjetlost najmanje valne duljine (ljubičasta) lomiti pod najmanjim kutom.

Upadni kut  $\alpha$  jednak je za svaku boju jer na prizmu upada bijela svjetlost. Ako je  $\beta_k$  kut loma za neku boju tada je pripadni indeks loma:

$$n_k = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta_k}$$

Sviđa ti se što vidiš? E pa ima toga još! **Skeniraj QR kod** pored i pretplati se na pripreme za maturu koje su ti uvijek dostupne, u neograničenim količinama!



# Interferencija, ogib i polarizacija svjetlosti

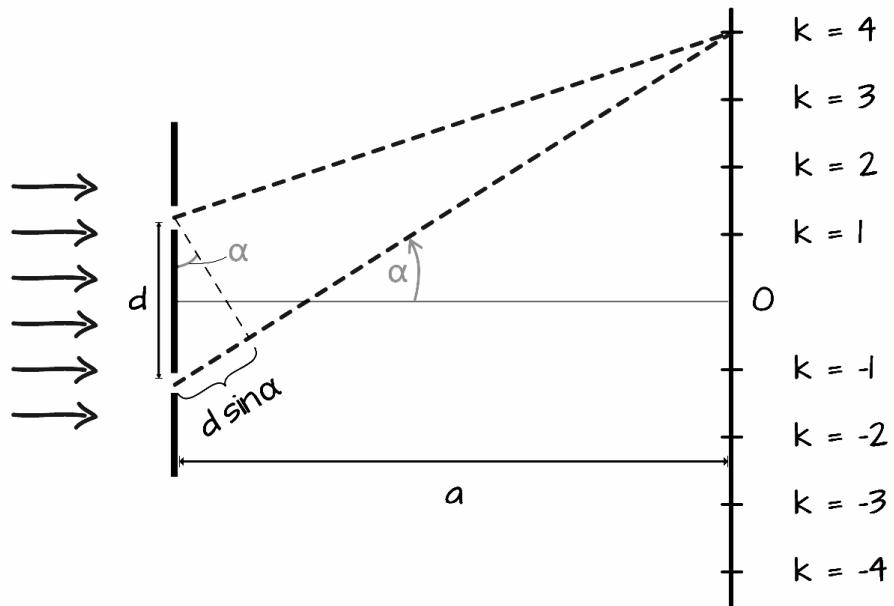
## Koherentnost izvora i Huygensov princip

Da bi dva vala koja dolaze iz različitih izvora mogli međudjelovati njihovi izvori moraju biti **koherentni**. To znači da ta dva izvara moraju davanati valove jednakih valnih duljina sa stalnom razlikom u fazi. Svaka točka vala (valne fronte) može se tretirati kao izvor novoga vala - **Huygensov princip**.

## Interferencija svjetlosti i Youngov pokus

Svetlost je transverzalni val. Međudjelovanje dva svjetlosna vala nazivamo **interferencijom**. Ovisno o razlici u hodu  $\Delta x$  i fazi  $\Delta\varphi$  razlikujemo konstruktivnu i destruktivnu interferenciju svjetlosti.

**Youngovim pokusom** opisujemo interferenciju svjetlosti na dvije vrlo uske pukotine. Kada svjetlost upada okomito na pukotine one **postaju izvori** koherentnih valova. Ovisno o interferenciji valova iz tih izvora na zastoru primjećujemo svijetle ili tamne pruge. Svijetle pruge nastaju konstruktivnom, a tamne destruktivnom interferencijom svjetlosti.



Udaljenost između pukotina označavamo slovom  $d$ , a njihovu udaljenost od zastora slovom  $a$ . Broj maksimuma ili minimuma koji promatramo označavamo slovom  $k$ , a kut  $\alpha_k$  zatvara pripadna zraka svjetlosti s okomicom na zastor. Uvjet konstruktivne interferencije je da razlika u hodu bude jednaka **cijelom broju valnih duljina**. Ta razlika u hodu jednaka je umnošku  $d \sin \alpha$  i vrijedi:

$$d \sin \alpha_k = k\lambda$$

Ako promatramo uzorak koji dobijemo interferencijom svjetlosti na zastoru, vidjet ćemo da su maksimumi ili minimumi interferencije ekvidistantni, tj. jednako udaljeni. Ako želimo odrediti kolika je udaljenost svijetle pruge reda  $k$  od središnjeg nultog maksimuma, tada koristimo formulu:

$$s = \frac{k\lambda a}{d}$$

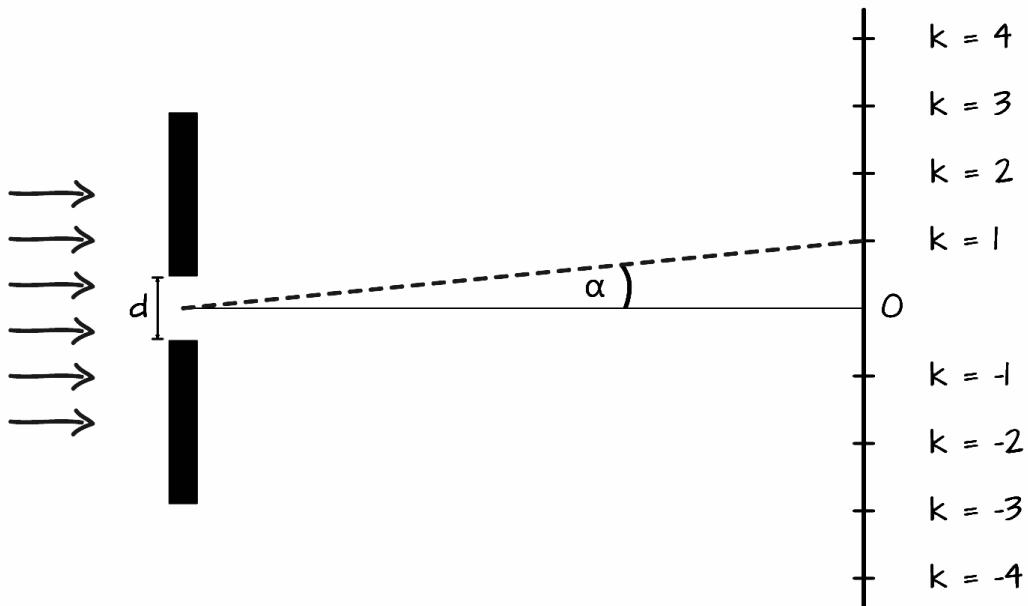
Ukupan broj maksimuma koji će nastati na zastoru odreduje se uvrštavanjem kuta  $\alpha = 90^\circ$ . To je granični uvjet za maksimum koji nećemo vidjeti pa vrijednost broja  $k$  koju dobijemo zaokružujemo na prvi manji cijeli broj. Ukupan broj maksimuma tada je jednak:

$$2k + 1$$

Uzorak je simetričan s obzirom na centralni maksimum pa imamo udvostrućen broj maksimuma uvećan za jedan, središnji maksimum.

## Ogib

**Ogib ili difrakcija** je pojava do koje dolazi nailaskom svjetlosti na pukotinu širine  $d$  koja je usporediva s valnom duljinom upadne svjetlosti. Svaka točka valne fronte koja prolazi pukotinom postaje izvor novoga vala. Ti su izvori koherenti, a slika koja nastaje posljedica je interferencije valova iz tih izvora.



Uvjet destruktivne interferencije (nastanka minimuma) pri ogibu jednak je uvjetu za konstruktivnu interferenciju kada imamo interferenciju na dvije pukotine.

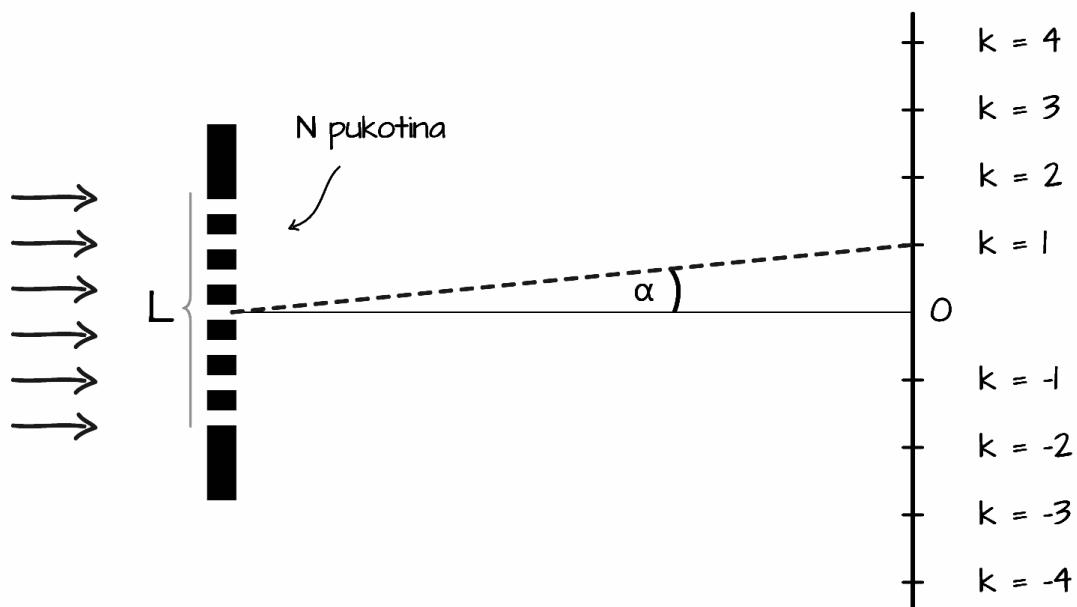
$$d \sin \alpha_k = k\lambda$$

Vrijednost  $d$  u ovome slučaju predstavlja širinu pukotine na kojoj se svjetlost ogiba.

## Optička rešetka

Optička rešetka je optički instrument čiji se efekt zasniva na pojavi ogiba i interferencije svjetlosti. Ona se sastoji od niza pukotina (zareza)  $N$  na nekoj duljini  $l$ . Konstantu optičke rešetke  $d$  definiramo kao omjer tih dviju veličina i računamo po formuli:

$$d = \frac{l}{N}$$



Uvjet konstruktivne interferencije (svijetlih pruga, maksima) opisan je izrazom:

$$d \sin \alpha_k = k\lambda$$

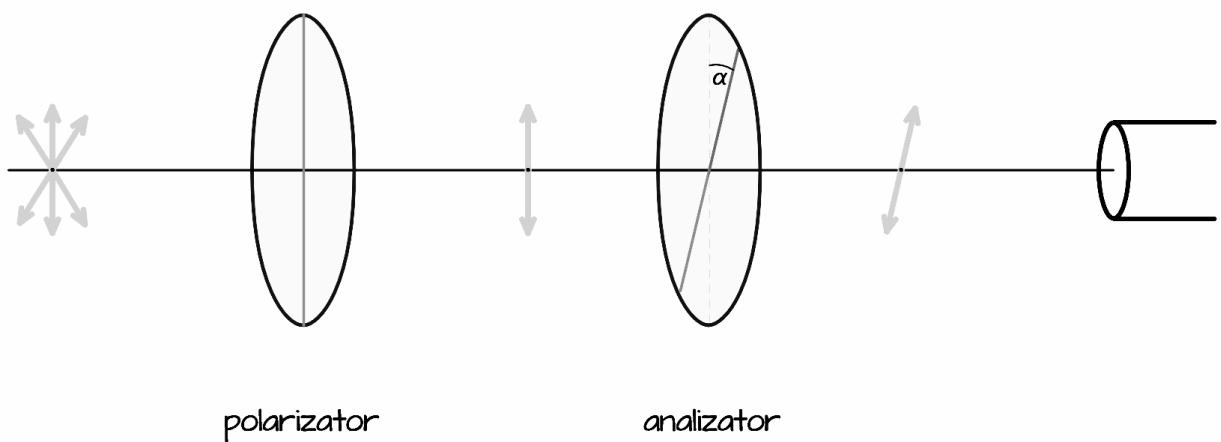
### Interferencija svjetlosti na tankim listićima

Osim navedenih pojava u kojima interferiraju zrake svjetlosti, do interferencija može doći i međudjelovanjem reflektirane i upadne zrake svjetlosti na tankim prozirnim filmovima debljine  $d$ . Ako je indeks loma prozirnog tankog filma jednak  $n$ , uvjet za minimume interferencije dan je izrazom:

$$2nd = k\lambda$$

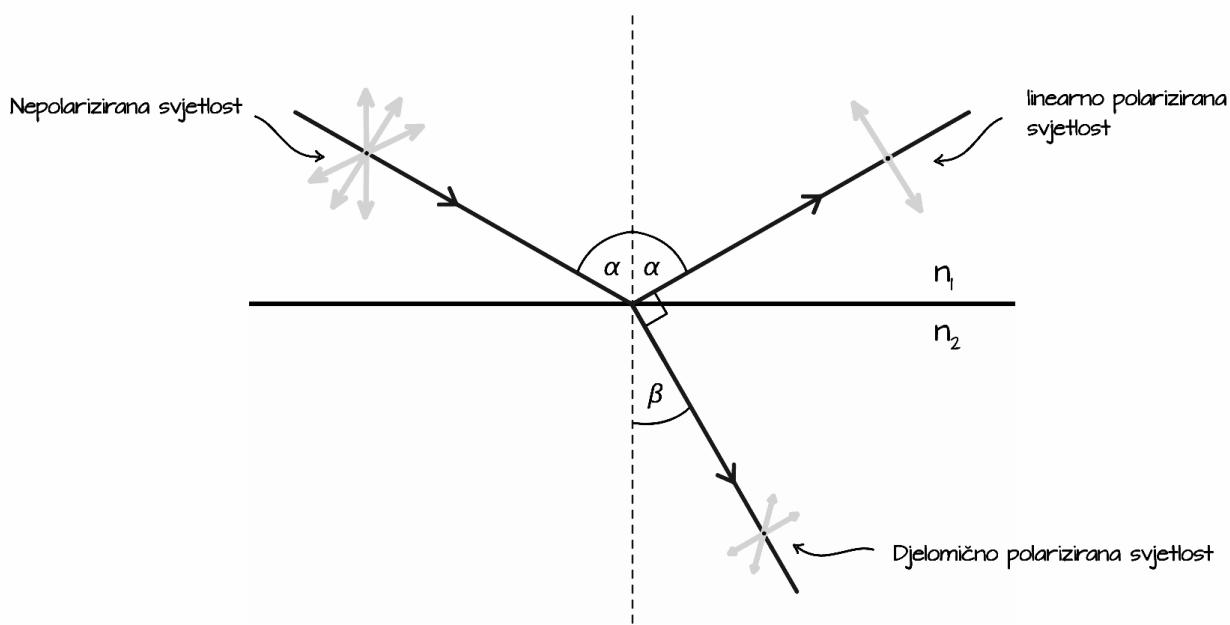
### Polarizacija svjetlosti

**Polarizacija** je pojava kojom dokazujemo da je val transverzalan. Kod nepolarizirane svjetlosti čestice električnog polja titraju u smjerovima okomitim na smjer širenja tako da su svi smjerovi titranja jednako zastupljeni. Kada polariziramo svjetlost propuštamo samo čestice koje titraju u ravnini polarizacije. Polarizirati svjetlost možemo potpuno i djelomično. Pri potpunoj polarizaciji propuštamo samo jednu komponentu/ravninu titranja čestica.



Jedan od načina polarizacije svjetlosti je pomoću polarizatora. **Polarizator** je instrument (najčešće kristal) kojim polariziramo svjetlost. Svaki polarizator karakterizira os polarizacije. Ovisno o orijentaciji te osi (ravnine) polarizator propušta odgovarajuću komponentu električnog polja elektromagnetskoga vala. U sustavu dva polarizatora, drugi često nazivamo analizator. Ovisno o kutu između njihovih osi polarizacija dobivamo različite vrste polarizacije svjetlosti.

### Polarizacija refleksijom



Osim polarizatorima svjetlost možemo polarizirati i refleksijom. Pri upadu svjetlosti na granicu optičkih sredstava dio svjetlosti se lomi, a dio reflektira. Kada je kut između lomljene i reflektirane zrake pravi kut ( $\alpha + \beta = 90^\circ$ ) tada dolazi do potpune linearne polarizacije.

Upadni kut za koji dolazi do potpune polarizacije zovemo **Brewsterov kut**  $\alpha_B$ . Vrijedi:

$$\operatorname{tg}\alpha_B = \frac{n_2}{n_1}$$

Ova skripta je free jer svi mi volimo besplatne stvari!  
Ako želiš toga još, **skeniraj ovaj QR kod** i isprobaj besplatno ostale materijale na našoj stranici.



## Relativnost

**Inercijski sustavi** su sustavi koji se gibaju stalnom brzinom, tj. oni na koje je vanjska ukupna sila jednaka nuli. Sustavi koji ubrzavaju ili mijenjaju svoju brzinu su **neinercijski sustavi**. Primjer inercijskog sustava je Zemlja.

Ako imamo dva inercijska sustava od kojih je sustav  $S'$  podsustav sustava  $S$  (npr. vlak je sustav  $S'$ , a Zemlja je sustav  $S$ ) i giba se brzinom  $v$  u pozitivnom smjeru osi  $x$ , koordinate položaja u pojedinom sustavu možemo povezati Galilejevim transformacijama:

$$x = x' + vt$$

$$y = y'$$

$$z = z'$$

Ove transformacije vrijede kada se sustavi gibaju malim brzinama, neusporidivima s brzinom svjetlosti.

**Teorija relativnosti** je moderna teorija koja je primjenjiva u sustavima koji se gibaju velikim brzinama (od 5% brzine svjetlosti), usporedivim s brzinom svjetlosti. Ta teorija se oslanja na dva **Einsteinova postulata**:

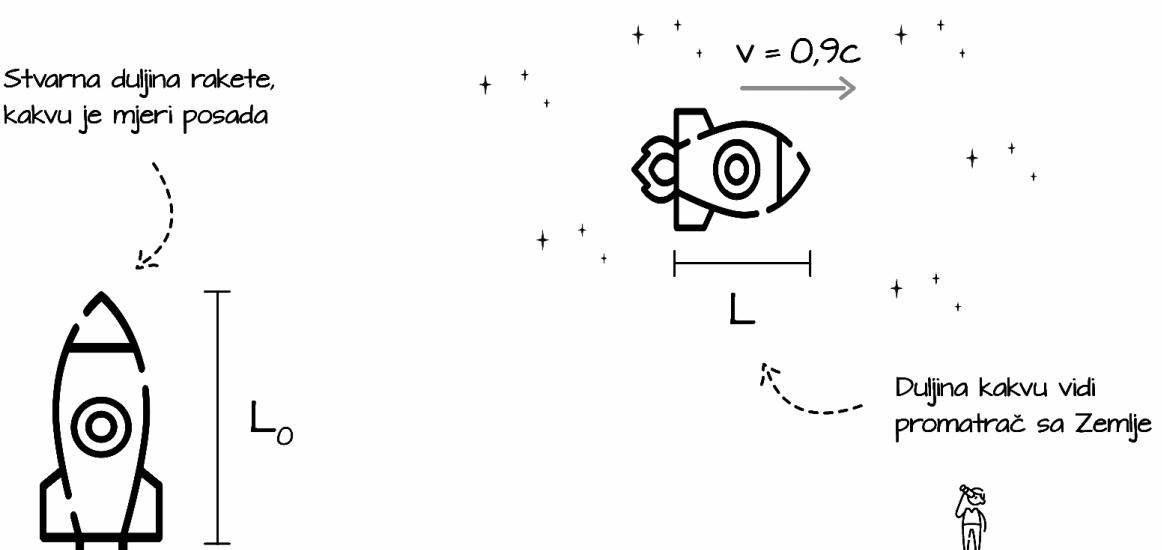
- a) Brzina svjetlosti  $c$  je maksimalna vrijednost brzine koju svjetlost može imati i jednaka je u svim referentnim sustavima u gibanju.
- b) U svim inercijskim sustavima vrijede isti zakoni fizike.

Faktor kojim se povezuju duljine i vremenski intervali u sustavu koji miruje i sustavu koji se giba velikim brzinama  $v$  zovemo **Lorentzov faktor** i on iznosi:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

## Kontrakcija duljine

Jedna od pojava koju vežemo uz teoriju relativnosti je prividno smanjenje duljine promatrajući sustav koji se giba velikom brzinom. Tu pojavu nazivamo **kontrakcija duljine**.

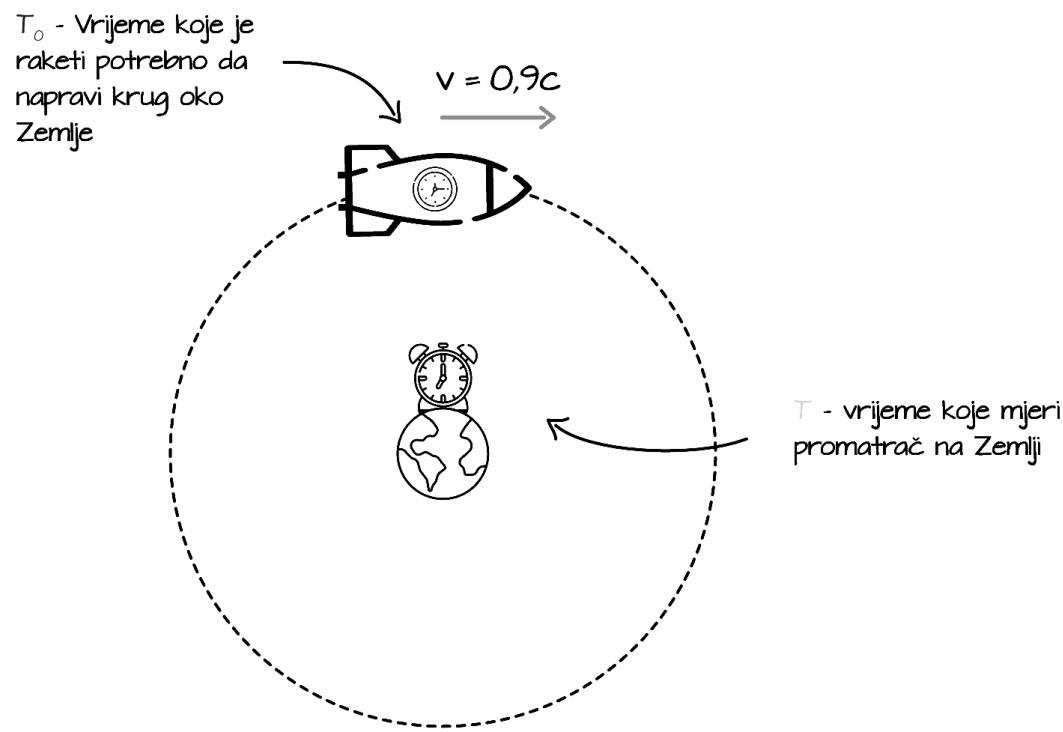


Stvarna duljina nekog objekta mjerena u referentnom sustavu iznosi  $l_0$ . Kada se taj sustav giba velikom brzinom  $v$ , promatraču u drugom sustavu se ista duljina čini kraćom. Duljinu koju vidi promatrač označavamo s  $l$  i računamo ju po formuli:

$$l = l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

## Dilatacija vremena

Druga pojava koju vežemo uz teoriju relativnosti je **dilatacija vremena**. To je pojava kojom opisujemo odnos vremena u sustavu koji se giba velikom brzinom i u sustavu promatrača.



Vrijeme koje mjeri promatrač na Zemlji  $T$  ili  $\Delta t$ , veće je od vremena koje mjerimo u referentnom sustavu  $T_0$  ili  $\Delta t_0$ . Odnos tih vremena opisujemo izrazom:

$$T = \frac{T_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Paradoks blizanaca je usko vezan uz dilataciju vremena. Ako jedan blizanac otputuje svemirskim brodom koji se giba velikom brzinom, kada se vrati na Zemlju vremenski intervali koje su braća mjerili će se razlikovati i kažemo da će jedan brat biti stariji.

## Relativistička energija

Ukupnu energiju tijela mase  $m$  koje se giba brzinom  $v$ , koja je usporediva s brzinom svjetlosti, opisujemo relativističkom kinetičkom energijom  $E_k$  i energijom mirovanja  $E_0$ . Zbroj tih energija jednak je ukupnoj energiji.

$$E_{uk} = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$E_0 = mc^2$$

$$E_k = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - mc^2$$

Sviđa ti se što vidiš? E pa ima toga još! **Skeniraj QR kod** pored i preplati se na pripreme za maturu koje su ti uvijek dostupne, u neograničenim količinama!



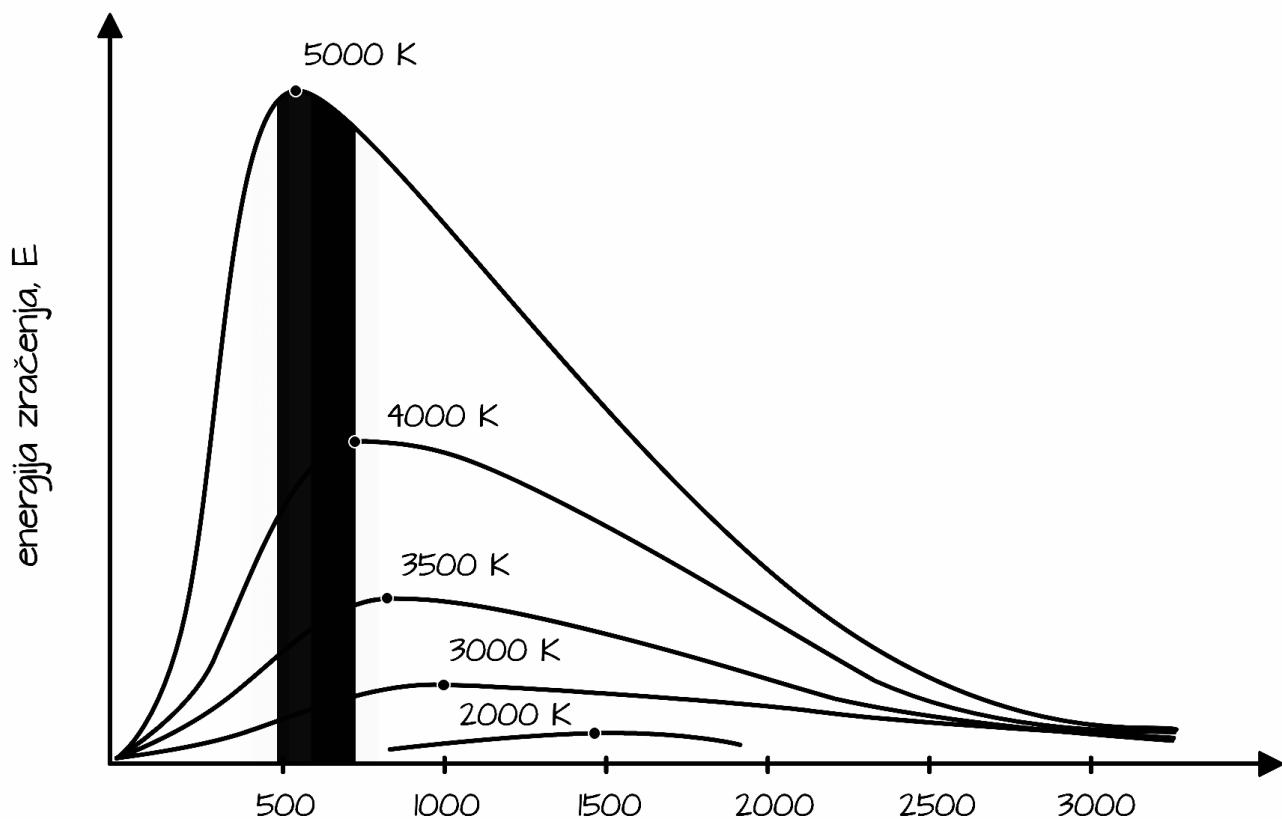
## Zračenje crnog tijela i de Broglieva valna duljina

Tijelo koje ima sposobnost absolutne apsorpcije (apsorbira sva upadna zračenja) zovemo **idealno crno tijelo**. Zračenje takvog tijela opisuju Stefan-Boltzmanov, Wienov i Planckov zakon. Savršeno crno tijelo ne možemo naći u prirodi, ali užarena tijela zrače prema ovim zakonima ovisno o njihovoj temperaturi.

### Wienov zakon

Za svaku je temperaturu svjetlost određene valne duljine najvećeg intenziteta. Točnije za svaku temperaturu tijelo će najvećim intenzitetom zračiti određenu "boju" (valnu duljinu). Umnožak temperature i valne duljine maksimalnog intenziteta je stalan broj koji zovemo Wienova konstanta:

$$b = 2,897 \cdot 10^{-3} \text{ Km}$$



$$b = \lambda_m T$$

### Stefan-Boltzmanov zakon

Intenzitet zračenja apsolutno crnog tijela površine  $S$  proporcionalan je četvrtoj potenciji apsolutne temperature  $T$  tog tijela.

Konstanta proporcionalnosti je Stefan-Boltzmannova konstanta i ona iznosi:

$$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-10} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}^4}$$

$$I = \sigma T^4$$

Intenzitet je jednak omjeru snage i površine pa je snaga zračenja crnoga tijela jednaka:

$$P = \sigma ST^4$$

## Planckov zakon

Planck je pretpostavio da atomi zrače energiju u obliku "paketica". Te je "paketice" nazvao kvantima, a energija jednog kvanta dana je izrazom:

$$E = hf$$

Energija elektromagnetskog zračenja je proporcionalna frekvenciji, a konstanta proporcionalnosti je Planckova konstanta i ona iznosi:

$$h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$$

Svetlost čine čestice koje zovemo fotoni, a energija fotona jednaka je energiji kvanta.

## De Broglieva valna duljina

Dokazano je da svjetlost osim valnih ima i čestična svojstva, tj. da elektromagnetsko zračenje dolazi u paketićima energije koje je Einstein nazvao fotonima. Relaciju kojom povezujemo valna svojstva (valnu duljinu) i čestična svojstva (količinu gibanja) svih tvari zovemo de Broglieva relacija i opisujemo izrazom:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$$

Ova skripta je free jer svi mi volimo besplatne stvari!

Ako želiš toga još, **skeniraj ovaj QR kod** i isprobaj besplatno ostale materijale na našoj stranici.

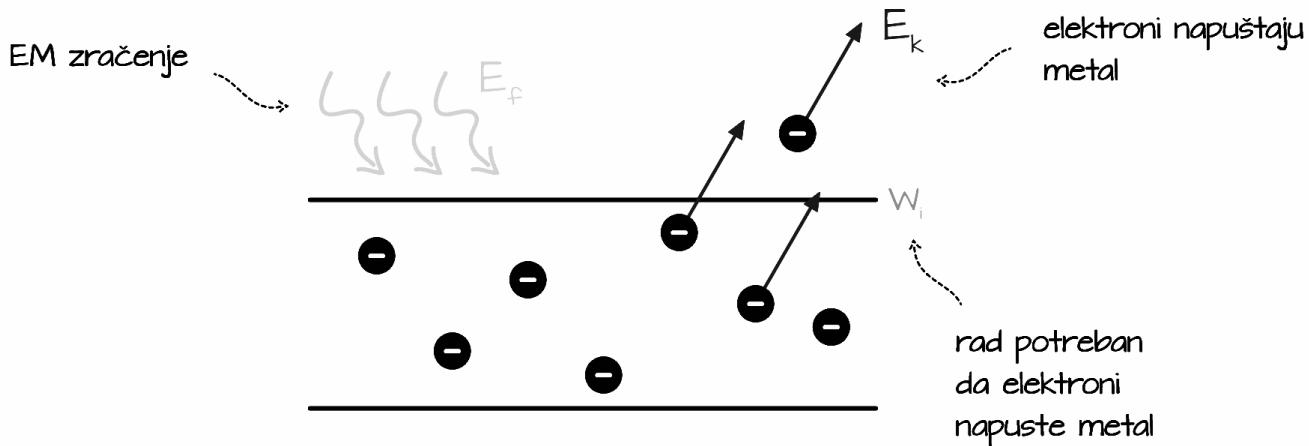


# Fotoelektrični efekt

## Fotoelektrični efekt

**Fotoelektrični efekt** je pojava kojom opisujemo izbijanje elektrona iz metala pod utjecajem elektromagnetskog zračenja. Energiju elektromagnetskog zračenja (svjetlosti) ( $E_f$ ) čine fotoni, a ona se troši na izlazni rad metala  $W_i$  i kinetičku energiju izbijenog elektrona  $E_k$ .

$$hf = h\frac{c}{\lambda} = W_i + E_k$$



Izlazni rad predstavlja minimalnu energiju koju je potrebno elektronu dovesti da bismo ga oslobodili utjecaja privlačnih sila u atomu. Energija zračenja mora biti veća od izlaznog rada metala da bi došlo do fotoelektričnog efekta. Minimalnu frekvenciju za koju dolazi do fotoelektričnog efekta zovemo **granična frekvencija**  $f_g$  i vrijedi:

$$hf_g = h\frac{c}{\lambda_g} = W_i$$

Izbijene elektrone možemo zaustaviti nekom razlikom potencijala koju zovemo **zaustavni napon**  $U$ . Taj je zaustavni napon iznosom jednak kinetičkoj energiji u elektronvoltima.

$$1\text{eV} = 1,6 \cdot 10^{-19}\text{J}$$

Fotoelektrični efekt možemo opisati i izrazom:

$$E_k = eU \rightarrow hf = h\frac{c}{\lambda} = W_i + eU$$

Broj izbačenih elektrona ne ovisi o valnoj duljini nego samo o intenzitetu upadnog zračenja. Povećanjem intenziteta povećavamo broj izbačenih elektrona iz metala.

Sviđa ti se što vidiš? E pa ima toga još! **Skeniraj QR kod** pored i pretplati se na pripreme za maturu koje su ti uvijek dostupne, u neograničenim količinama!

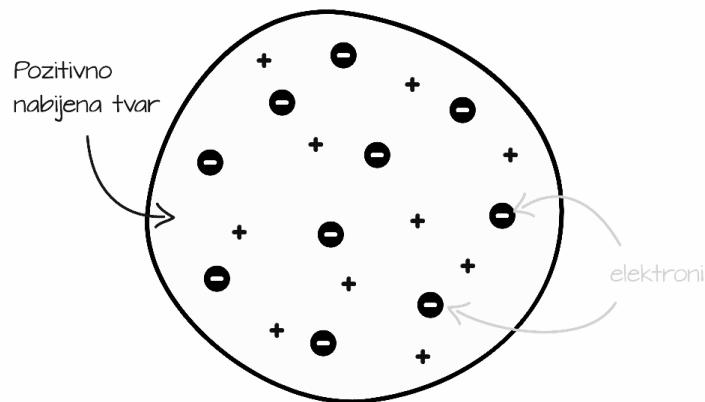


## Modeli atoma

Atom je najmanja jedinica grade tvari i njega čine jezgra (protoni i neutroni) i elektroni. Kroz povijest model atoma se razvijao još od doba antičkih znanstvenika poput Demokrita. Već je Demokrit rekao da se sve tvari na svijetu sastoje od malih nedjeljivih čestica *atomos*. Nakon Demokrita tek je Ruđer Bošković ponovno postavio model atoma, a neke od njegovih ideja zadržane su i danas. Bošković je opisao djelovanje sile između čestica unutar atoma. Ta je sila privlačna na većim udaljenostima i postaje odboja kada se čestice približe. Moderne ideje atoma su postavili Thompson, Rutherford i Bohr.

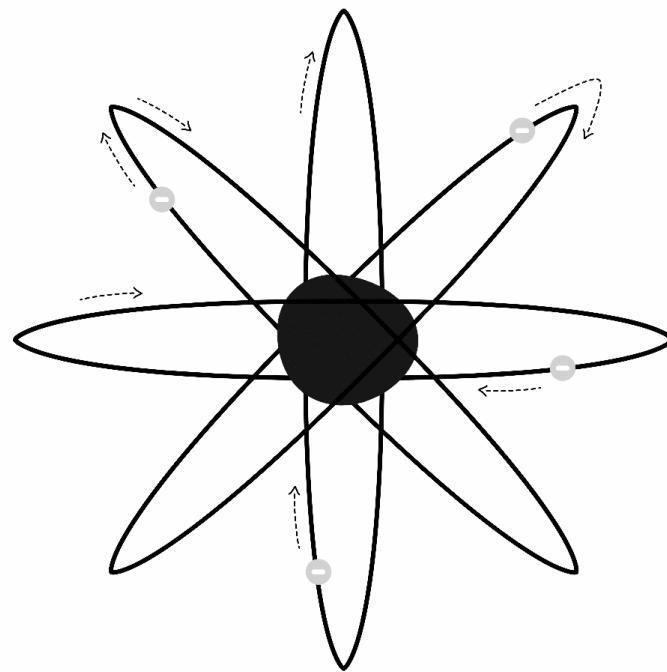
### Thompsonov model atoma

Prva modernija i konkretna ideja modela atoma bio je Thompsonov "puding od šljiva". To je model atoma u kojem su sve čestice statične, a gradi ga pozitivno nabijeni "puding" (protoni) na kojemu su raspoređene "šljive" (elektroni). Ukupni naboј je nula odnosno atom je neutralan.



### Rutherfordov model atoma

Thompsonova ideja nije dugo ostala aktualna i prihvaćen je **planetarni model** atoma u kojem se elektroni gibaju oko pozitivno nabijene jezgre. Takav je model Rutherfordov model atoma koji je negirao Thompsonovu statičnost atoma, odnosno elektrona. U njegovom modelu atoma elektroni se gibaju oko pozitivno nabijene jezgre po kružnim putanjama i emitira elektromagnetsko zračenja pri tom kruženju. Većina mase atoma koncentrirana je u jezgri.

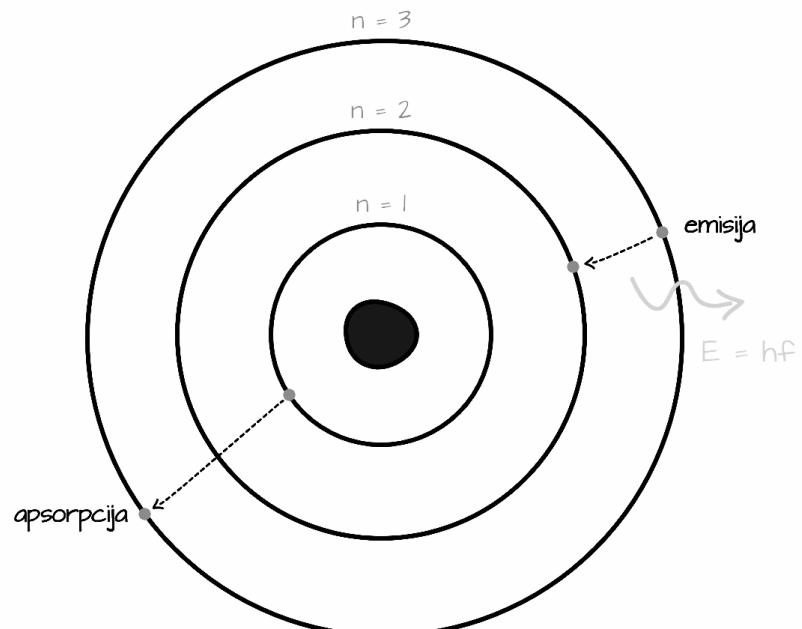


Elektrone na kružnoj putanji zadržava centripetalna sila čiju ulogu ima električna sila između jezgre i elektrona.

## Bohrov model atoma

Bohrov model atoma dopuna je Rutherfordovom modelu. Njega opisuju dva **Bohrova postulata**:

1. Elektroni se oko jezgre gibaju po dobro definiranim, kvantiziranim putanjama. Kvantizirane putanje još zovemo stacionarna stanja. Elektron kruženjem oko jezgre ne gubi energiju.
2. Atom emitira elektromagnetsko zračenje pri prelasku elektrona s višeg na niže stacionarno stanje.



Bohr je promatrao vodikove atome i kvantizirao putanje elektrona relacijom:

$$rp = \frac{nh}{2\pi}$$

Vrijednost  $r$  predstavlja polumjer putanje po kojoj se gibaju elektroni,  $p$  je količina gibanja, a  $n$  je (kvantni) broj staze. Dakle, polumjer ne može biti bilo koji broj već može poprimiti samo odredene kvantizirane vrijednosti.

Polumjer  $n$ -te staze u Bohrovom modelu atoma proporcionalan je kvadratu broja staze i računamo ga po formuli:

$$r_n = n^2 \frac{h^2 \epsilon_0}{\pi m e^2}$$

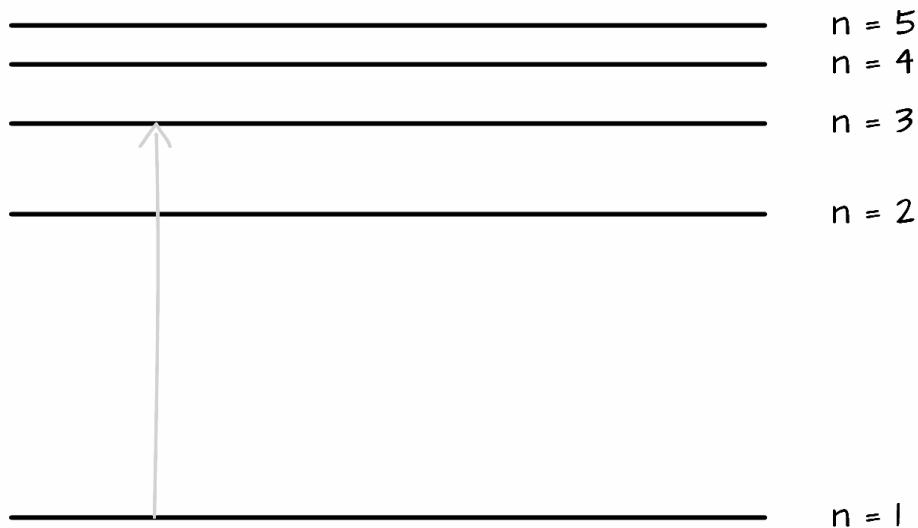
Osim samog polumjera staze, energija koju ima elektron u određenoj stazi je također kvantizirana i obrnuto je proporcionalna kvadratu broja staze:

$$E_n = -13,6 \text{ eV} \frac{1}{n^2}$$

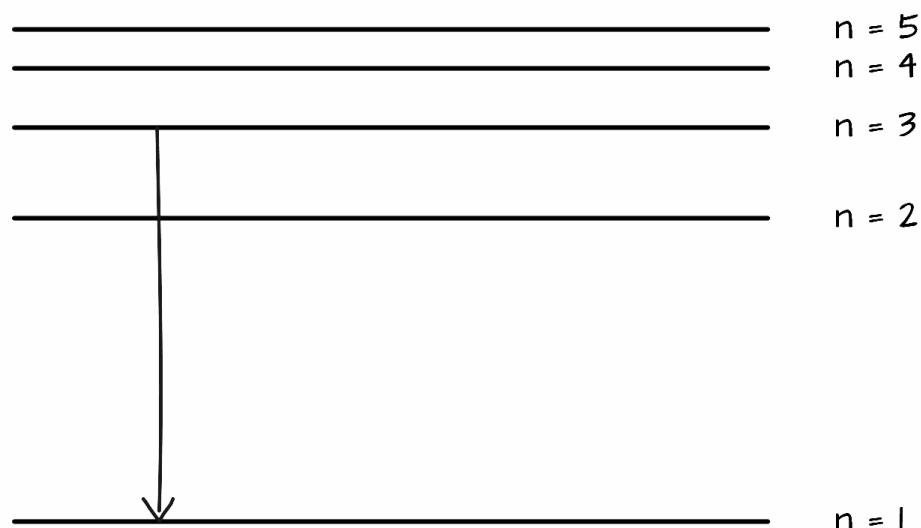
## Emisija i apsorpcija fotona

Svako stacionarno stanje karakterizira točno određena (diskretna) vrijednost energije i kvantni broj  $n$ . Elektron iz jednog u drugo stacionarno stanje može prijeći samo emisijom ili apsorpcijom energije čija je vrijednost jednak razlici energija početnog i konačnog stacionarnog stanja. Apsorbiranu i emitiranu energiju prikazujemo pomoću elektromagnetskog zračenja - fotona ( $E_f = hf$ ). Kod vodikovog atoma ta je energija jednaka:

$$E_f = E_n - E_m = -13,6 \text{ eV} \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right)$$



Za prijelaz iz nižeg u više energetsko stanje potrebno je atomu dovesti energiju. To zovemo **apsorpcijom**.



Za prijelaz iz višeg u niže energetsko stanje potrebno je atomu otpustiti energiju. To zovemo **emisijom**.

## Kvantnomehanički model atoma

Spektar emisije i apsorpcije pojedinog atoma sastoji se od svih valnih duljina koje pojedini atom pri prelasku između energetskih razina može emitirati. Bohr je ispravno prepostavio samo emisijski spektar vodikovih atoma i njegov model ne uspijeva objasniti spekture drugih elemenata. To je objašnjeno u **kvantnomehaničkom modelu** atoma rješavanjem Schrodingerove jednadžbe čije rješenje govori o vjerojatnosti položaja elektrona unutar atoma za razliku od definiranih putanja na kojima se oni gibaju u Bohrovu modelu atoma.

Ova skripta je free jer svi mi volimo besplatne stvari!  
Ako želiš toga još, **skeniraj ovaj QR kod** i isprobaj besplatno ostale materijale na našoj stranici.

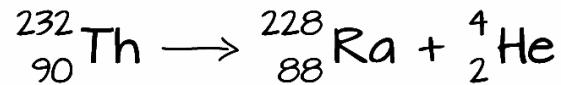


# Radioaktivnost

Radioaktivnost je emitiranje  $\alpha$ ,  $\beta$  ili  $\gamma$  čestica pri spontanom raspodu atomske jezgre. Pri raspodu jezgre mijenja se atomski broj Z i/ili maseni broj A.

## Alfa raspad

Pri alfa raspodu dolazi do emisije **alfa čestica**. Alfa čestica je **jezgra helijevog atoma**. Atomska se jezgra pri alfa raspodu pretvara u jezgru čiji su atomski i maseni broj umanjeni za pripadnu vrijednost helijeve jezgre:



Općenito alfa raspad možemo zapisati jednadžbom:

$$\$ \backslash ce{^A_Z X -> ^{A-4}_{Z-2} Y + ^4_2 He} \$$$

## Beta minus raspad

Beta raspodom nastaju nove atomske jezgre. Razlikujemo dva beta raspada. Pri beta minus raspodu dolazi do emitiranja čestice negativnog naboja (elektron) i antineutrina.



Općenito beta minus raspad možemo zapisati jednadžbom:

$$\$ \backslash ce{^A_Z X -> ^{A+1}_{Z-1} Y + ^0_{-1} e + \bar{\nu}} \$$$

## Beta plus raspad

Pri beta plus raspodu dolazi do emitiranja čestice suprotne elektronu, jednake mase, ali pozitivnog naboja koju zovemo **pozitron** (antielektron). Emitira se i neutrino.

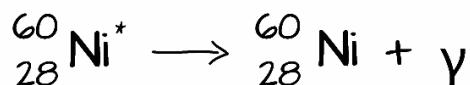


Općenito beta plus raspad možemo zapisati jednadžbom:

$$\$ \backslash ce{^A_Z X -> ^{A-1}_{Z+1} Y + ^0_{+1} e + \nu} \$$$

## Gamma raspad

Pri gamma raspodu ne nastaju jezgre novih elemenata i ne mijenja se struktura postojećeg elementa. Gamma raspad je promjena energetskog stanja atomske jezgre pri čemu se emitira energija u obliku gama zračenja.



Gamma raspad možemo opisati jednadžbom:

$$\text{\$ \ce[^A_ZX^* -> ^A_ZX + \gamma } \$$$

## Zakon radioaktivnog raspada

Nestabilne atomske jezgre se raspadaju s određenim brojem raspada u nekome vremenu. Vrijeme koje je potrebno da se početni broj jezgri nekog atoma prepolovi, tj. da se raspadne pola početnog broja atoma zove se **vrijeme poluraspada**. To vrijeme povezujemo s **konstantom poluraspada**  $\lambda$ .

$$T = \frac{\ln 2}{\lambda}$$

Ako promatramo ovisnost broja atomski jezgri u vremenu, ovisnost trenutnog broja jezgri o vremenu jednaka je:

$$N = N_0 e^{-\lambda t} = N_0 2^{-\frac{t}{T}}$$

Broj raspada u jedinici vremena zovemo **aktivnost** i definiramo ju kao:

$$A = \frac{\Delta N}{\Delta t}$$

Aktivnost nakon proteklog vremena  $t$  možemo izračunati prema izrazu:

$$A = A_0 e^{-\lambda t} = A_0 2^{-\frac{t}{T}}$$

Mjerna jedinica za aktivnost je **Becquerel [Bq]**.

Svida ti se što vidiš? E pa ima toga još! **Skeniraj QR kod** pored i pretplati se na pripreme za maturu koje su ti uvijek dostupne, u neograničenim količinama!

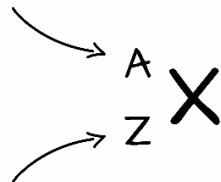


# Atomske jezgre, nuklearne reakcije i defekt mase

## Jaka sila i atomske jezgre

Atomska se jezgra sastoji od čestica koje zovemo **protoni**  $p^+$  i **neutroni**  $n^0$ , a jednom ih rječju zovemo **nukleoni**.

Maseni / nukleonski broj

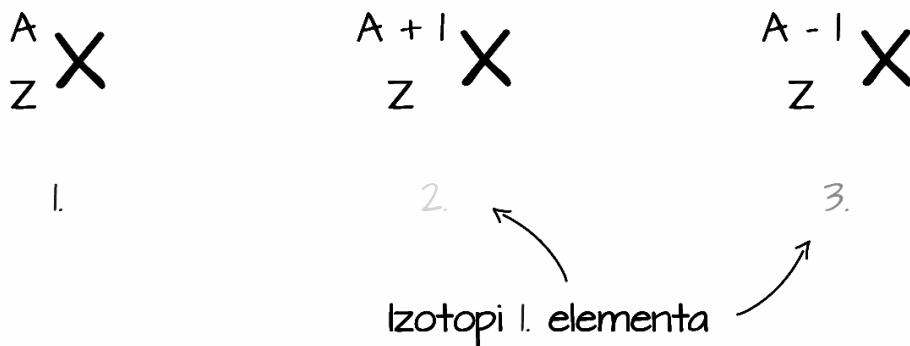


Atomski / protonski / redni broj

Jezgra atoma X ima **protonski broj**  $Z$  i **maseni (nukleonski) broj**  $A$ . Protonski broj govori koliko je protona u jezgri tog atoma, a nukleonski je broj jednak zbroju protona i neutrona. Atomske su jezgre reda veličine  $10^{-15}\text{m}$ . Jezgru kao cijelinu na okupu održava **jaka sila**. Ta je sila kratkodosežna i na malim je udaljenostima do stotinu puta jača od elektromagnetske sile kojom bi se dva protona u jezgri odbijala.

## Izotopi

**Izotopi** nekog kemijskog elementa su elementi koji imaju jednak protonski broj  $Z$  ali različit maseni broj  $A$ . Dakle, izotopi se razlikuju po broju neutrona u jezgri.



## Defekt mase i energija vezanja

Ukupna masa jezgre koja sadrži određeni broj protona i neutrona razlikuje se od zbroja pojedinačnih masa svih čestica koje se u njoj nalaze. Točnije, masa jezgre je manja od pojedinačnih masa protona i neutrona zbrojenih. To zovemo **defektom mase**  $\Delta m$ .

$$\Delta m = Zm_p + Nm_n - m_{jezgre}$$

Prilikom spajanja slobodnih nukleona u jezgru osloboda se energija koju zovemo **energijom vezanja**:

$$E_v = \Delta mc^2$$

## Nuklearne reakcije

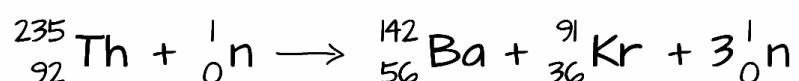
Reakcije pri kojima se sudaraju dvije atomske jezgre i osloboda se iznimno velika količina energije zbog promjena u masi tih jezgri. Ta se energija najčešće izražava u elektronvoltima.

$$E = \Delta mc^2$$

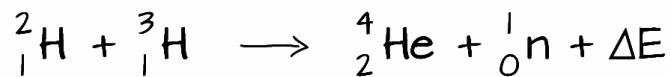
Za svaku nuklearnu reakciju vrijedi očuvanje ukupnog nukleonskog broja i naboja. Zbroj nukleonskih brojeva prije nuklearne reakcije jednak je njihovom zbroju nakon reakcije. Isto vrijedi i za naboje.

## Fisija i fuzija

**Fisija i fuzija** su dvije nuklearne reakcije. Fisija predstavlja raspad teških jezgri, a fuzija je spajanje lakoših jezgri. Pri ovim se reakcijama oslobađa velika količina energije.



Bombardiranjem jezgre torija neutronom ona se raspada na manje atomske jezgre. Jezgru torija zovemo još i **jezgra roditelj**, a nastale produkte **jezgre kćeri**. U nuklearnoj reakciji možemo vidjeti da vrijedi jednakost protonskih i nukleonskih brojeva s lijeve i desne strane.



Fuzija je jedan od osnovnih procesa koji se odvijaju na Suncu. Spajanjem vodikovih izotopa deuterija i tricija nastaje helij, neutron i velika količina energije.

Ova skripta je free jer svi mi volimo besplatne stvari!

Ako želiš toga još, **skeniraj ovaj QR kod** i isprobaj besplatno ostale materijale na našoj stranici.

