Statik

Kraft und Moment

S1) Wie groß ist der Betrag der Kraft

$$\underline{F} = F(\underline{e}_x - \underline{e}_y + \underline{e}_z)\ ?$$

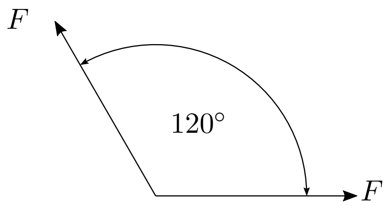
a) $|\underline{F}| = \sqrt{3}\,F$ b) $|\underline{F}| = \sqrt{2}\,F$ c) $|\underline{F}| = F$

S2) Wie groß ist der Betrag der resultierenden Kraft $\underline{R}$ im Bild?
Gegeben: F

a) $|\underline{R}| = F$

b) $|\underline{R}| = \sqrt{2}\,F$

c) $|\underline{R}| = (2 - \sqrt{3})F$

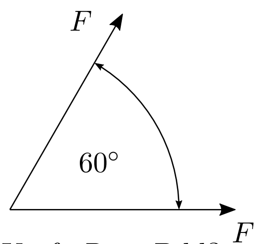


S3) Wie groß ist der Betrag der resultierenden Kraft $\underline{R}$ im Bild?
Gegeben: F

a) $|\underline{R}| = F$

b) $|\underline{R}| = \sqrt{3}\,F$

c) $|\underline{R}| = \dfrac{\sqrt{3}}{2}F$

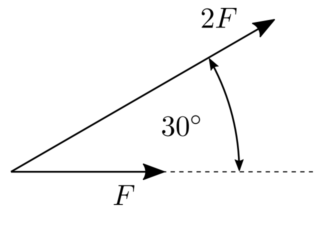


S4) Wie groß ist der Betrag der resultierenden Kraft $\underline{R}$ im Bild?
Gegeben: F

a) $|\underline{R}| = 3F$

b) $|\underline{R}| = \sqrt{5 + 2\sqrt{3}}\,F$

c) $|\underline{R}| = \sqrt{1 + 2\sqrt{3}}\,F$

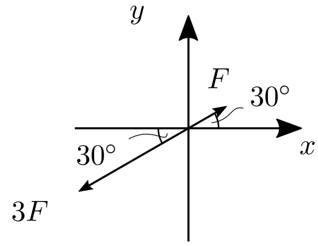


S5) Wie groß ist die x-Komponente der resultierenden Kraft?
Gegeben: F

a) $R_x = -\frac{\sqrt{3}}{2}F$

b) $R_x = -\sqrt{1+\sqrt{3}}\,F$

c) $R_x = -\sqrt{3}\,F$

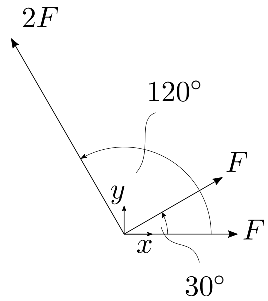


S6) Berechnen Sie aus der zentralen Kräftegruppe die x-Komponente der resultierenden Kraft $\underline{R}$!
Gegeben: F

a) $R_x = \frac{1}{2}F$

b) $R_x = \frac{\sqrt{3}}{2}F$

c) $R_x = \frac{\sqrt{2}}{2}F$

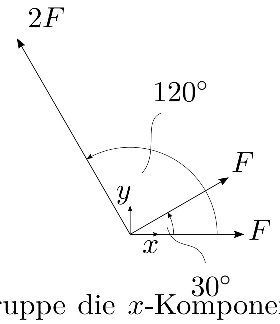


S7) Berechnen Sie aus der zentralen Kräftegruppe die y-Komponente der resultierenden Kraft $\underline{R}$!
Gegeben: F

a) $R_y = \left(\frac{1}{2}+\sqrt{3}\right)F$

b) $R_y = 2F$

c) $R_y = \frac{\sqrt{3}}{2}F$

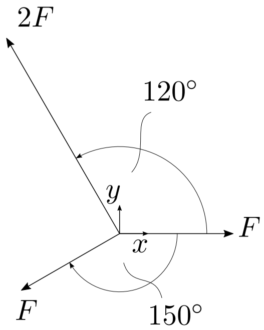


S8) Berechnen Sie aus der zentralen Kräftegruppe die x-Komponente der resultierenden Kraft $\underline{R}$!
Gegeben: F

a) $R_x = \frac{1}{2}F$

b) $R_x = \frac{\sqrt{3}}{2}F$

c) $R_x = -\frac{\sqrt{3}}{2}F$

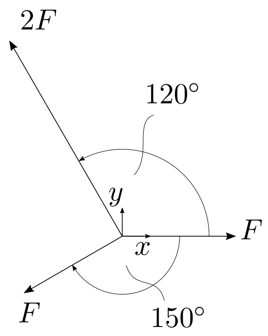


S9) Berechnen Sie aus der zentralen Kräftegruppe die y-Komponente der resultierenden Kraft $\underline{R}$!
Gegeben: F

a) $R_y = \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\right) F$

b) $R_y = 2F$

c) $R_y = \left(\sqrt{3} - \frac{1}{2}\right) F$

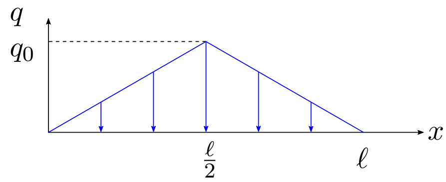


S10) Wie groß ist die resultierende Ersatzkraft F_y der eingezeichneten Streckenlast $q(x)$?
Gegeben: q_0, ℓ

a) $F_y = q_0 \ell$

b) $F_y = \frac{q_0 \ell}{2}$

c) $F_y = -q_0 \ell$

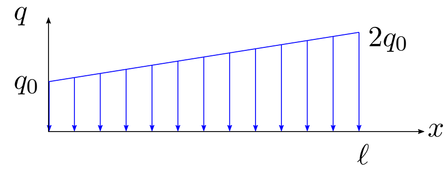


S11) Wie groß ist der Betrag der resultierenden Kraft $\underline{F}$ der eingezeichneten Streckenlast $q(x)$?
Gegeben: q_0, ℓ

a) $|\underline{F}| = q_0 \ell$

b) $|\underline{F}| = \frac{3}{2} q_0 \ell$

c) $|\underline{F}| = \frac{1}{2} q_0 \ell$

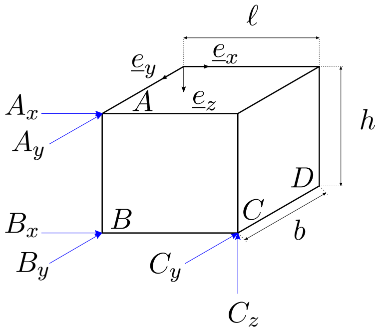


S12) Bestimmen Sie die y-Komponente des resultierenden Moments um Punkt D!
Gegeben: ℓ, h, b, A_x, A_y, B_x, B_y, C_y, C_z

a) $\sum M_y^D = -A_x h$

b) $\sum M_y^D = B_x b$

c) $\sum M_y^D = (A_x + A_y)h$

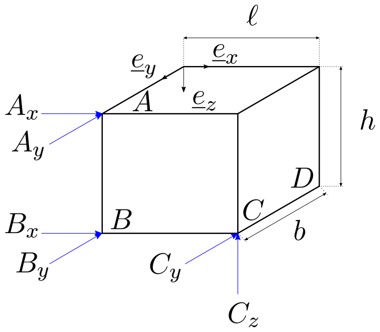


S13) Bestimmen Sie die z-Komponente des resultierenden Moments um den Punkt B!
Gegeben: ℓ, h, b, A_x, A_y, B_x, B_y, C_y, C_z

a) $\sum M_z^B = -C_y \ell$

b) $\sum M_z^B = C_z \ell$

c) $\sum M_z^B = A_y h$



S14) Eine Einzelkraft $\underline{F}$ wirkt auf einen starren Körper. Der Kraftangriffspunkt ist der Punkt P mit dem Ortsvektor $\underline{x}_P$. Unter welchen Umständen verschwindet das Moment der Kraft $\underline{F}$ um den Punkt A mit dem Ortsvektor $\underline{x}_A$?
Gegeben: $\underline{F}$, $\underline{x}_P$, $\underline{x}_A$

a) $\underline{x}_P \times \underline{F} = \underline{0}$

b) $(\underline{x}_P - \underline{x}_A) \times \underline{F} = \underline{0}$

c) $(\underline{x}_P + \underline{x}_A) \times \underline{F} = \underline{0}$

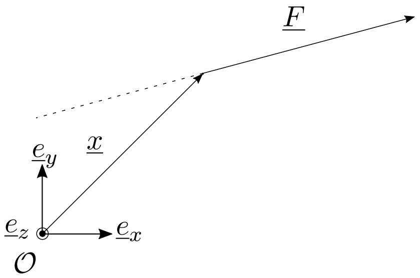
S15) Wie groß ist das Moment $\underline{M}^{\mathcal{O}}$ bezüglich $\mathcal{O}$, das durch die Kraft $\underline{F}$ verursacht wird? Geben Sie das Moment als Vektor an.

Gegeben: $\underline{x} = \ell \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \underline{F} = F \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}$

a) $\underline{M}^{\mathcal{O}} = F\ell \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -5 \end{pmatrix}$

b) $\underline{M}^{\mathcal{O}} = F\ell \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix}$

c) $\underline{M}^{\mathcal{O}} = F\ell \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix}$

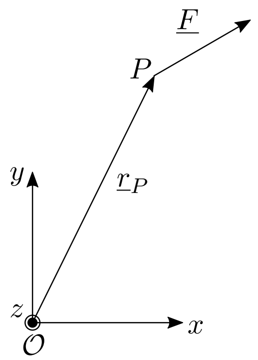


S16) Wie groß ist das Moment $\underline{M}$ bezüglich $\mathcal{O}$, das durch die Kraft $\underline{F}$ verursacht wird? Geben Sie das Moment als Vektor an.
Gegeben: $\underline{F} = F_x \underline{e}_x + F_z \underline{e}_z$, $\underline{r}_P = x_P \underline{e}_x + y_P \underline{e}_y + z_P \underline{e}_z$

a) $\underline{M}^{\mathcal{O}} = \begin{pmatrix} x_P F_x \\ y_P F_y \\ 0 \end{pmatrix}$

b) $\underline{M}^{\mathcal{O}} = \begin{pmatrix} y_P F_z \\ z_P F_x - x_P F_z \\ -y_P F_z \end{pmatrix}$

c) $\underline{M}^{\mathcal{O}} = \begin{pmatrix} 0 \\ z_P F_x + x_P F_z \\ -y_P F_x \end{pmatrix}$

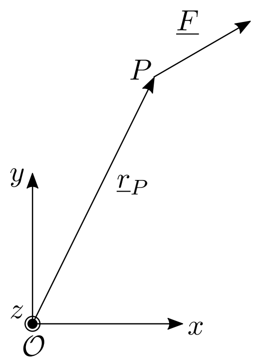


S17) Berechnen Sie das Moment $\underline{M}^{\mathcal{O}}$ bezüglich des Punktes $\mathcal{O}$, das durch die Kraft $\underline{F}$ verursacht wird? Geben Sie das Moment als Vektor an.
Gegeben: $\underline{F} = \frac{\sqrt{3}}{2} F \underline{e}_z$, $\underline{r}_P = \sqrt{2}\,\ell \underline{e}_y + \sqrt{7}\,\ell \underline{e}_z$

a) $\underline{M}^{\mathcal{O}} = \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{3}{2}}\,\ell F \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

b) $\underline{M}^{\mathcal{O}} = \begin{pmatrix} \sqrt{6}\,\ell F \\ 2F \\ 0 \end{pmatrix}$

c) $\underline{M}^{\mathcal{O}} = \begin{pmatrix} 0 \\ \sqrt{7}\,\ell F \\ \sqrt{6}\,\ell + \sqrt{2}\,\ell F \end{pmatrix}$

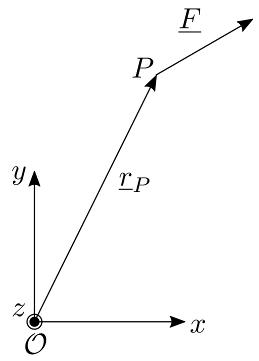


S18) Wie groß ist das Moment bezüglich $\mathcal{O}$, das durch die Kraft $\underline{F}$ im Punkt P verursacht wird?
Gegeben: $\underline{F} = F\underline{e}_x - 2F\underline{e}_z,\ \ \underline{r}_P = a(\underline{e}_x - \underline{e}_y)$

a) $\underline{M}^{\mathcal{O}} = \begin{pmatrix} -2aF \\ -2aF \\ -aF \end{pmatrix}$

b) $\underline{M}^{\mathcal{O}} = \begin{pmatrix} -2aF \\ aF \\ aF \end{pmatrix}$

c) $\underline{M}^{\mathcal{O}} = \begin{pmatrix} 2aF \\ 2aF \\ aF \end{pmatrix}$

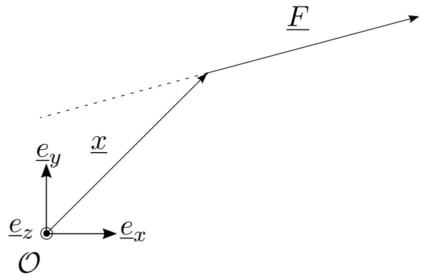


S19) Berechnen Sie das Moment $\underline{M}^{\mathcal{O}}$ bezüglich des Punktes $\mathcal{O}$, das durch die Kraft $\underline{F}$ verursacht wird? Geben Sie das Moment als Vektor an.
Gegeben: $\underline{F} = 5F\underline{e}_x + 4F\underline{e}_y + 2\underline{e}_z,\ \ \underline{r}_P = \ell(\underline{e}_x + \underline{e}_y + 3\underline{e}_z)$

a) $\underline{M}^{\mathcal{O}} = F\ell \begin{pmatrix} -10 \\ 13 \\ -1 \end{pmatrix}$

b) $\underline{M}^{\mathcal{O}} = F\ell \begin{pmatrix} -8 \\ -10 \\ -21 \end{pmatrix}$

c) $\underline{M}^{\mathcal{O}} = F\ell \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix}$

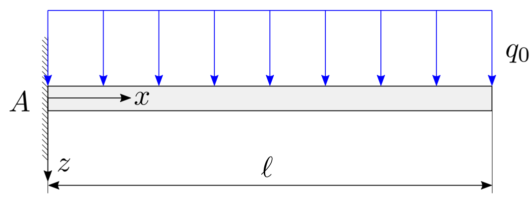


S20) Gegeben sei ein Balken, auf den eine Streckenlast $q(x)$ wirkt. Geben Sie den Betrag des resultierenden Biegemoments um den Einspannpunkt A an!
Gegeben: $q(x) = q_0,\ \ell$

a) $\left|M^A\right| = \dfrac{q_0\ell^2}{2}$

b) $\left|M^A\right| = \dfrac{q_0\ell^2}{3}$

c) $\left|M^A\right| = \dfrac{q_0\ell^2}{6}$

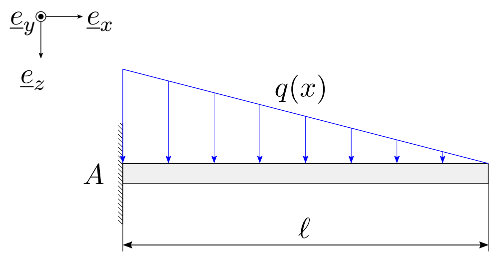


S21) Gegeben sei ein Balken auf den eine Streckenlast $q(x)$ wirkt. Geben Sie das resultierende Biegemoment *im Balken* um den Einspannpunkt A an!
Gegeben: $q(x) = q_0(1 - \frac{x}{\ell})$, ℓ

a) $M_y^A = \dfrac{q_0\ell^2}{2}$

b) $M_y^A = \dfrac{q_0\ell^2}{6}$

c) $M_y^A = -\dfrac{q_0\ell^2}{6}$

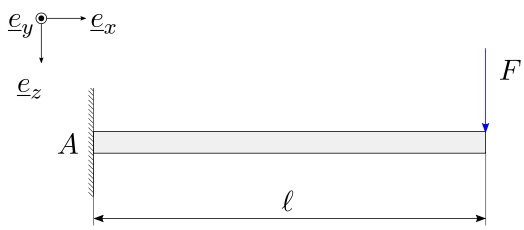


S22) Gegeben sei ein Balken auf den eine Einzellast F wirkt. Geben Sie das resultierende Moment *im Balken* um den Einspannpunkt A an!

a) $M_y^A = -F\ell^2$

b) $M_y^A = -F\dfrac{\ell^2}{2}$

c) $M_y^A = -F\ell$

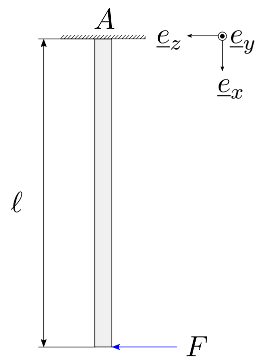


S23) Gegeben sei ein Balken auf den eine Einzellast F wirkt. Geben Sie das resultierende Moment um den Einspannpunkt A an!
Gegeben: F, ℓ

a) $M_y^A = F\ell^2$

b) $M_y^A = -F(\ell - x)^2$

c) $M_y^A = -F\ell$

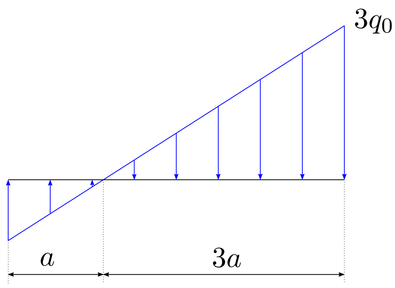


S24) Wie groß ist der Betrag der resultierenden Kraft $\underline{F}$ der eingezeichneten linearen Streckenlast?
Gegeben: q_0, a

a) $|\underline{F}| = 4aq_0$

b) $|\underline{F}| = 5aq_0$

c) $|\underline{F}| = 11aq_0$

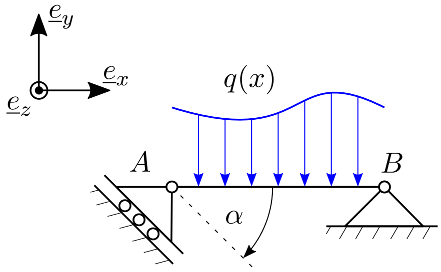


S25) Die Lagerkraft im Lager A hat im eingezeichneten Koordinatensystem die Komponentendarstellung $\underline{A} = A_x\underline{e}_x + A_y\underline{e}_y$. Welche Beziehung muss zwischen den Komponenten A_x und A_y aufgrund der Lagerung gelten?
Gegeben: A_x, A_y

a) $A_x \cos(\alpha) = A_y \sin(\alpha)$

b) $A_x \cos(\alpha) = -A_y \sin(\alpha)$

c) $A_x \sin(\alpha) = A_y \cos(\alpha)$

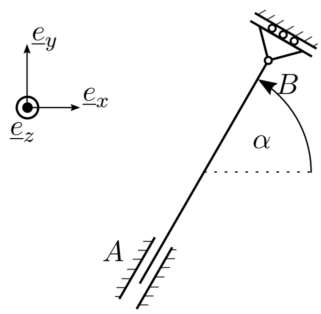


S26) Die Lagerreaktionen im Lager A haben für das gegebene Koordinatensystem die Komponentendarstellungen $\underline{M}_A = M_A\underline{e}_z$ und $\underline{A} = A_x\underline{e}_x + A_y\underline{e}_y$. Welche Bedingung müssen die Kräfte A_x und A_y aufgrund der Lagerung erfüllen?
Gegeben: A_x, A_y, α

a) $A_x \cos(\alpha) = A_y \sin(\alpha)$

b) $A_x \cos(\alpha) = -A_y \sin(\alpha)$

c) $A_x \sin(\alpha) = M_A$

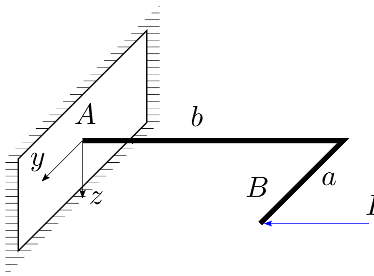


S27) Der dargestellte räumliche Balken ist in Punkt A fest eingespannt und wird in Punkt B mit der Kraft F belastet. Berechnen Sie das resultierende Moment M_z^A *im Balken.*
Gegeben: a, b, F

a) $M_z^A = Fa$

b) $M_z^A = \frac{1}{2}Fa^2$

c) $M_z^A = -Fa$



S28) Das Biegemoment in einem geraden Balken sei $M_y(x)$. Wie groß ist die Querkraft $Q_z(x)$?
Gegeben: $M_y(x) = \hat{M}\cos(kx)$

a) $Q_z(x) = -k\hat{M}\sin(kx)$

b) $Q_z(x) = -k^2\hat{M}\cos(kx)$

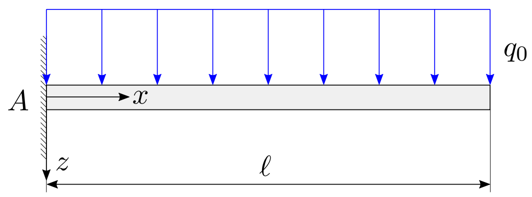
c) $Q_z(x) = k\hat{M}\sin(kx)$

S29) Wie groß ist die Normalkraft (Kraft in x-Richtung) im Balken für den folgenden Belastungsfall?

a) $N(x) = 0$

b) $N(x) = q_0\ell$

c) $N(x) = \frac{q_0\ell^2}{2}$

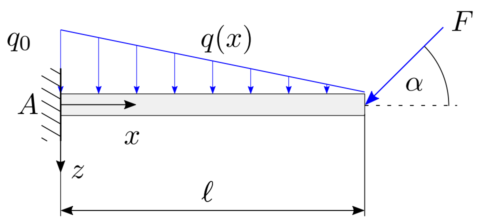


S30) Wie groß ist die Normalkraft (Kraft in x-Richtung) im Balken für den folgenden Belastungsfall?
Gegeben: q_0, F, ℓ, α

a) $N(x) = -F\cos(\alpha)$

b) $N(x) = \frac{F}{2}$

c) $N(x) = -F\cos(\alpha) + \frac{1}{2}q_0\ell$

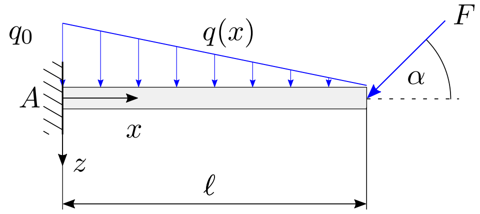


S31) Wie groß ist die Normalkraft (Kraft in x-Richtung) im Balken für den folgenden Belastungsfall?
Gegeben: q_0, F, ℓ, $\alpha = 45°$

a) $N(x) = -\dfrac{\sqrt{2}}{2}F$

b) $N(x) = F$

c) $N(x) = \dfrac{\sqrt{2}}{2}F + \dfrac{q_0\ell^2}{2}$

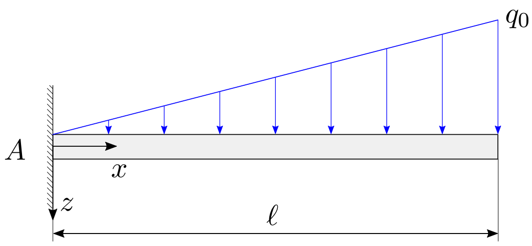


S32) Wie lautet die Querkraftverteilung (Kraft in z-Richtung) im Balken?
Gegeben: q_0, ℓ

a) $Q_z(x) = q_0\ell\left(1 - \dfrac{x^2}{\ell^2}\right)$

b) $Q_z(x) = \dfrac{q_0\ell}{2}\left(\dfrac{x^2}{\ell^2} - 1\right)$

c) $Q_z(x) = \dfrac{q_0\ell}{2}\left(1 - \dfrac{x^2}{\ell^2}\right)$



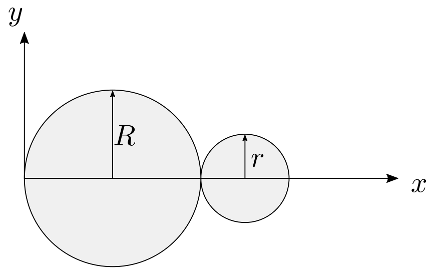
Schwerpunkt

S33) Gegeben seien zwei Kreise mit den Radien R und r. Wo liegt der Schwerpunkt $\underline{x}_\mathrm{s}$ der skizzierten Fläche?
Gegeben: R, r

a) $\underline{x}_\mathrm{s} = \dfrac{R^3 + r^3}{R^2 + r^2}\underline{e}_x$

b) $\underline{x}_\mathrm{s} = \dfrac{R^3 + 2Rr^2 + r^3}{R^2 + r^2}\underline{e}_x$

c) $\underline{x}_\mathrm{s} = \dfrac{2Rr^2 + r^3}{R^2}\underline{e}_x + R\underline{e}_y$

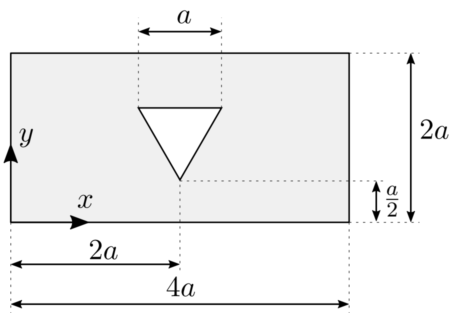


S34) Aus dem dargestellten Rechteck wird ein gleichseitiges Dreiek ausgefräst. Bestimmen Sie in Abhängigkeit des angegebenen Koordinatensystems den Schwerpunkt $\underline{x}_\mathrm{s}$.
Gegeben: a

a) $\underline{x}_\mathrm{s} = 2a\underline{e}_x + \dfrac{60 - \sqrt{3}}{64 - 2\sqrt{3}}a\underline{e}_y$

b) $\underline{x}_\mathrm{s} = 2a\underline{e}_x + \dfrac{3 + 2\sqrt{3}}{6}a\underline{e}_y$

c) $\underline{x}_\mathrm{s} = \dfrac{3}{4}a\underline{e}_x + \dfrac{2}{3}a\underline{e}_y$

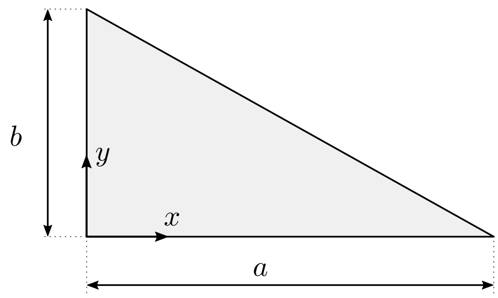


S35) Geben Sie den Schwerpunkt $\underline{x}_\mathrm{s}$ der homogenen Scheibe an.
Gegeben: a, b

a) $\underline{x}_\mathrm{s} = \dfrac{a}{3}\underline{e}_x + \dfrac{b}{3}\underline{e}_y$

b) $\underline{x}_\mathrm{s} = 3\underline{e}_x + b\underline{e}_y$

c) $\underline{x}_\mathrm{s} = a\underline{e}_x + \dfrac{b}{3}\underline{e}_y$

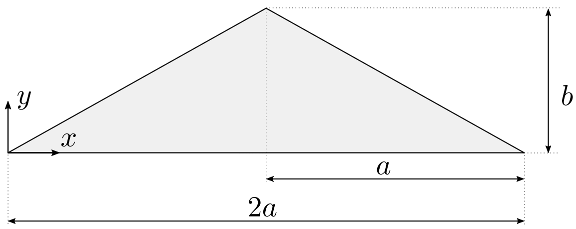


S36) Geben Sie den Schwerpunkt $\underline{x}_\mathrm{s}$ der homogenen Scheibe bezüglich des gegebenen Koordinatensystems an.
Gegeben: a, b

a) $\underline{x}_\mathrm{s} = a\underline{e}_x + \frac{b}{3}\underline{e}_y$

b) $\underline{x}_\mathrm{s} = \frac{2}{3}a\underline{e}_x + \frac{2}{3}b\underline{e}_y$

c) $\underline{x}_\mathrm{s} = 3\underline{e}_x + b\underline{e}_y$

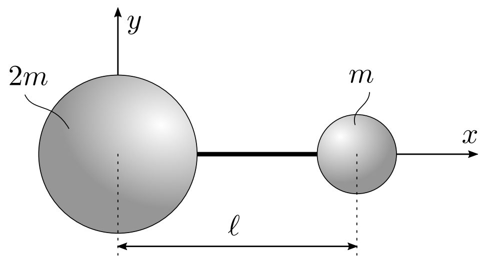


S37) Zwei Punktmassen mit unterschiedlichen Massen $2m$ und m sind über eine *masselose* Stange gekoppelt. Geben Sie die Schwerpunktkoordinaten des Gesamtsystems an.
Gegeben: m, ℓ

a) $\underline{x}_\mathrm{s} = \frac{\ell}{3}\underline{e}_x$

b) $\underline{x}_\mathrm{s} = \frac{\ell}{2}\underline{e}_x$

c) $\underline{x}_\mathrm{s} = \frac{\ell}{6}\underline{e}_x$

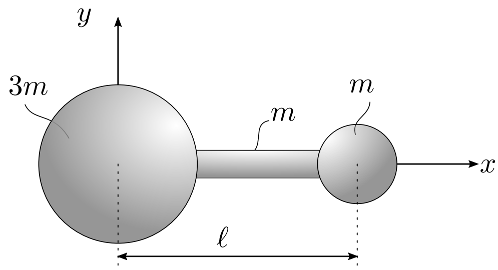


S38) Zwei Punktmassen mit unterschiedlichen Massen $2m$ und m sind über eine *massebehaftete* Stange gekoppelt. Geben Sie die Schwerpunktkoordinaten des Gesamtsystems an.
Gegeben: m, ℓ

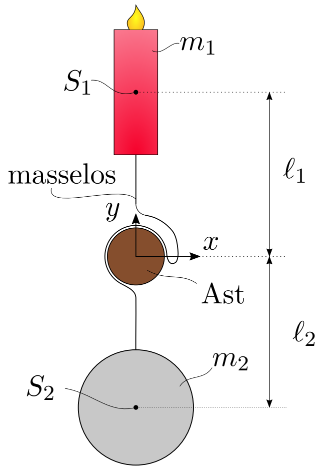
a) $\underline{x}_\mathrm{s} = \frac{3}{10}\ell\underline{e}_x$

b) $\underline{x}_\mathrm{s} = \frac{\ell}{5}\underline{e}_x$

c) $\underline{x}_\mathrm{s} = \frac{3}{5}\ell\underline{e}_x$



S39) Der skizzierte Kerzenleuchter ist am Ast des Weihnachtsbaumes befestigt. Bestimmen Sie die Schwerpunktkoordinaten des Kerzenleuchters.
Gegeben: m_1, m_2, ℓ_1, ℓ_2



a) $\underline{x}_\mathrm{s} = \dfrac{m_1\ell_1 - m_2\ell_2}{m_1 + m_2}\underline{e}_y$

b) $\underline{x}_\mathrm{s} = \dfrac{m_1\ell_1 + m_2\ell_2}{m_1 + m_2}\underline{e}_y$

c) $\underline{x}_\mathrm{s} = \dfrac{m_1\ell_1 - m_2\ell_2}{m_1 - m_2}\underline{e}_y$

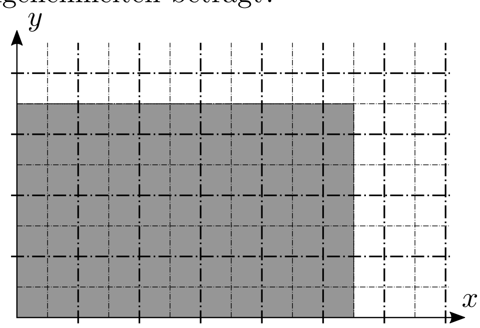
S40) Unter welcher Bedingung stimmen Massenmittelpunkt und Volumenmittelpunkt für beliebige Körperformen überein?

a) bei homogenen Körpern

b) bei heterogenen Körpern

c) bei isotropen Körpern

S41) Wo liegt der Schwerpunkt der grauen Fläche, wenn die Kantenlänge eines Kästchens (dicke Linien) 0,5 Längeneinheiten beträgt?



a) $\underline{x}_\mathrm{s} = (2{,}75\underline{e}_x + 1{,}75\underline{e}_y)\,\mathrm{LE}$

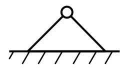
b) $\underline{x}_\mathrm{s} = (5{,}5\underline{e}_x + 3{,}50\underline{e}_y)\,\mathrm{LE}$

c) $\underline{x}_\mathrm{s} = (3{,}50\underline{e}_x + 3{,}00\underline{e}_y)\,\mathrm{LE}$

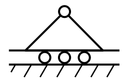
Lager

S42) Welche Wertigkeiten haben folgende Lager in der Ebene?

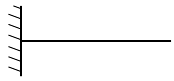
a) I: zweiwertig
II: dreiwertig
III: einwertig

I: 

b) I: zweiwertig
II: einwertig
III: dreiwertig

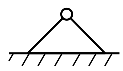
II: 

c) I: zweiwertig
II: nullwertig
III: dreiwertig

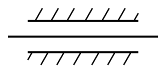
III: 

S43) Welche Wertigkeiten haben folgende Lager in der Ebene?

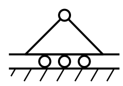
a) I: zweiwertig
II: dreiwertig
III: einwertig

I: 

b) I: zweiwertig
II: zweiwertig
III: zweiwertig

II: 

c) I: zweiwertig
II: zweiwertig
III: einwertig

III: 

S44) Wie viele unbekannte Lagerreaktionen können an einem einzelnen starren Körper im dreidimensionalen Raum berechnet werden?

a) sechs

b) drei

c) Es hängt vom Lagertyp ab.

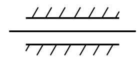
S45) Welche Wertigkeiten haben folgende Lager in der Ebene?

a) I: zweiwertig
   II: einwertig
   III: dreiwertig

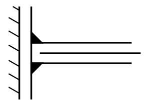
b) I: einwertig
   II: zweiwertig
   III: dreiwertig

c) I: zweiwertig
   II: nullwertig
   III: nullwertig

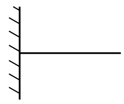
I:



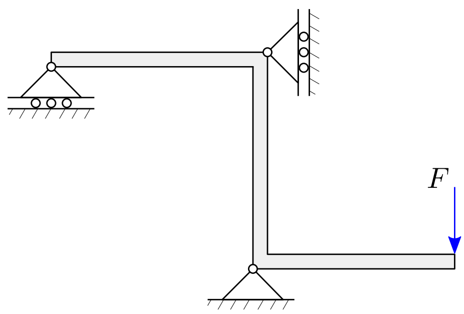
II:



III:



S46) Geben Sie an, ob bei dem folgenden System im ebenen Fall die Auflagerreaktionen eindeutig aus den Gleichgewichtsbedingungen bestimmbar sind!
Gegeben: F



a) ja

b) nein

c) ja, wenn $F = 0$

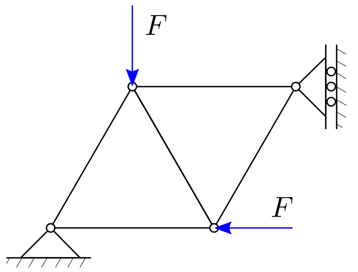
Fachwerk

S47) Ermitteln Sie, ob für das folgende einfache Fachwerk im ebenen Fall die Auflagerreaktionen eindeutig aus den Gleichgewichtsbedingungen bestimmbar sind!
Gegeben: F

a) ja

b) nein

c) nur für $F = 0$

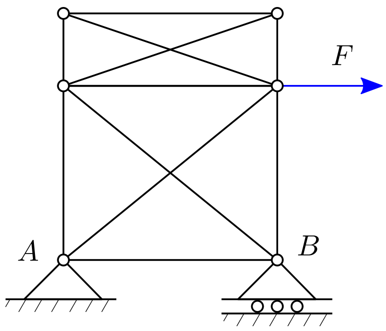


S48) Können die Auflagerreaktionen A und B für das gegebene einfache Fachwerk aus den statischen Gleichgewichtsbedingungen berechnet werden?
Gegeben: F

a) ja

b) nein

c) nur für $F = 0$



S49) Welche Annahmen sind für ein ideales Fachwerk richtig?

a) Alle Stäbe sind reibungsfrei gelenkig gelagert und erfahren die gleiche Verformung.

b) Alle Kräfte greifen nur in den Knoten an, aber die Momente in den Stäben greifen in ihrem Schwerpunkt an.

c) Alle Stäbe sind gewichtslos, reibungslos gelenkig gelagert und alle Kräfte greifen nur in den Knoten an.

S50) Wie lautet die notwendige Bedingung für die statische Bestimmtheit von ebenen Fachwerken?

Gegeben: k: Knotenzahl, s: unbekannte Stabkräfte, r: unbekannte Lagerreaktionen

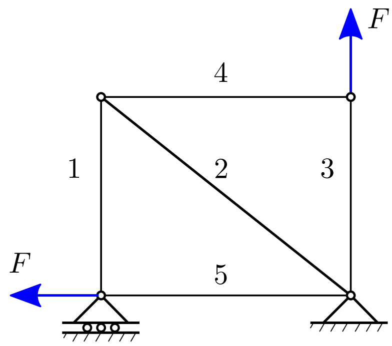
a) $2k = r + s$ b) $2k = 2r + s$ c) $3k > r + s$

S51) Das abgebildete Fachwerk besteht aus fünf Stäben. Welche Stäbe sind bei der gegebenen Belastung Nullstäbe?

a) 1, 2 und 4

b) 1 und 3

c) keine

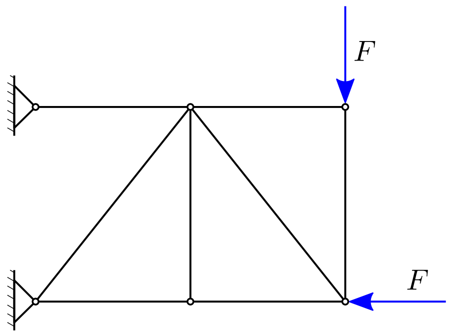


S52) Wie viele Nullstäbe gibt es in dem skizzierten Fachwerk?

a) 1

b) 2

c) 3

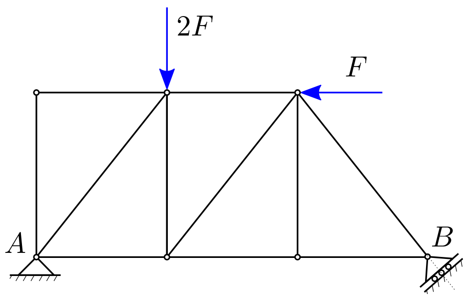


S53) Wie viele Nullstäbe gibt es in den skizzierten Fachwerk?

a) 1

b) 3

c) 5

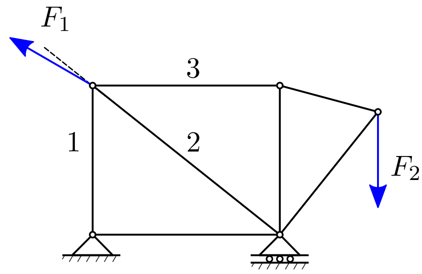


S54) Kann man die Stabkräfte in den Stäben 1, 2 und 3 durch einen einzigen RITTERschen Schnitt berechnen?

a) Ja, die frei unbekannten Stabkräfte können mit drei Momentengleichungen berechnet werden.

b) Nein, da die Kraft nicht entlang eines Stabes angebracht ist.

c) Nein, da die drei Stäbe *einen* gemeinsamen Knoten besitzen.

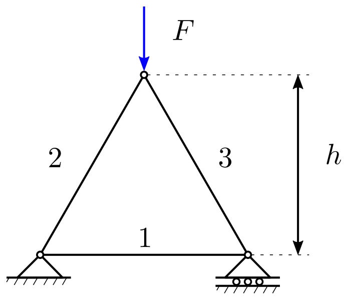


S55) Beim abgebildeten Fachwerk wird die Höhe h halbiert. Dazu werden die Längen der Stäbe 2 und 3 entsprechend geändert. Die Positionen der Auflager bleiben ebenso wie die äußere Last F unverändert. Welche Aussage ist richtig?

a) Die Stäbe 2 und 3 werden mehr belastet.

b) Die Stäbe 2 und 3 werden weniger belastet.

c) Stab 1 ist stets ein Nullstab.

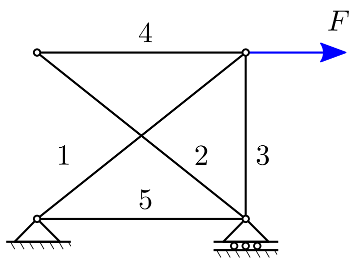


S56) Können bei dem abgebildeten Fachwerk alle Auflagerreaktionen und Stabkräfte allein aus den Gleichgewichtsbedingungen berechnet werden?

a) Ja, weil insgesamt acht Gleichungen vorhanden sind und acht unbekannte Kräfte herrschen.

b) Nein, weil die Stäbe 1 und 5 nicht verbunden sind.

c) Nein, weil sich mit fünf Stäben nicht genügend viele Gleichungen bereitstellen lassen.



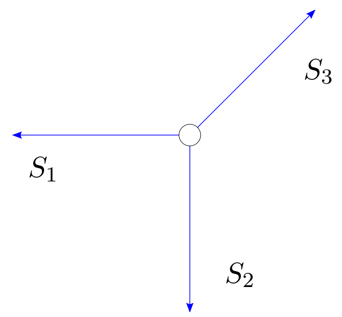
S57) Die Abbildung zeigt einen freigeschnittenen Knoten aus einem Fachwerk. Für den Stab 2 wurde die Stabkraft S_2 ermittelt. Ist der Stab 2 auf Zug

oder Druck belastet?
Gegeben: $S_2 = 3\,\mathrm{kN}$

a) Druck

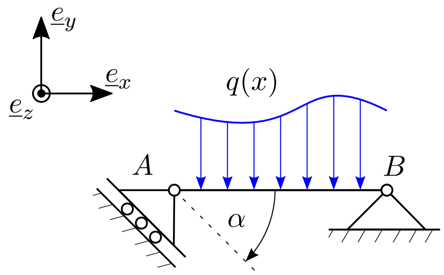
b) Zug

c) keins von beiden



Randbedingungen

S58) Geben Sie die Randbedingungen an, die beim abgebildeten System zur Berechnung der Querkraft aus den Schnittlasten-Differentialgleichung notwendig sind.
Gegeben: $\alpha = \frac{\pi}{2}$



a) $M_z^A = 0, \quad M_z^B = 0$

b) $M_z^A = 0$

c) $Q_A = 0$

Lösungen der Aufgaben zur Statik

L–S1)	a)	L–S21)	c)	L–S41)	a)
L–S2)	a)	L–S22)	c)	L–S42)	b)
L–S3)	b)	L–S23)	c)	L–S43)	c)
L–S4)	b)	L–S24)	a)	L–S44)	a)
L–S5)	c)	L–S25)	a)	L–S45)	a)
L–S6)	b)	L–S26)	b)	L–S46)	b)
L–S7)	a)	L–S27)	c)	L–S47)	a)
L–S8)	c)	L–S28)	a)	L–S48)	b)
L–S9)	c)	L–S29)	a)	L–S49)	c)
L–S10)	b)	L–S30)	a)	L–S50)	a)
L–S11)	b)	L–S31)	a)	L–S51)	a)
L–S12)	a)	L–S32)	c)	L–S52)	b)
L–S13)	a)	L–S33)	b)	L–S53)	c)
L–S14)	b)	L–S34)	a)	L–S54)	c)
L–S15)	c)	L–S35)	a)	L–S55)	a)
L–S16)	b)	L–S36)	a)	L–S56)	a)
L–S17)	a)	L–S37)	a)	L–S57)	b)
L–S18)	c)	L–S38)	a)	L–S58)	c)
L–S19)	a)	L–S39)	a)		
L–S20)	a)	L–S40)	a)		

Festigkeitslehre

Einheiten

F1) Geben Sie die Maßeinheit für das Flächenträgheitsmoment I_{yy} an.

a) m^4 b) m^3 c) m^2

F2) Geben Sie die Maßeinheit für die Spannung σ_{yy} an.

a) $\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m\,s}}$ b) $\frac{\mathrm{kg\,m}^2}{\mathrm{s}^2}$ c) $\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m\,s}^2}$

F3) Geben Sie die Maßeinheit für die Dehnung ε_{xy} an.

a) 1 b) m c) $\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{s}^2}$

F4) Geben Sie die Maßeinheit für das Drehmoment M an.

a) $\frac{\mathrm{kg\,m}}{\mathrm{s}^2}$ b) $\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m\,s}^2}$ c) $\frac{\mathrm{kg\,m}^2}{\mathrm{s}^2}$

F5) Geben Sie die Maßeinheit für die Winkelgeschwindigkeit w an.

a) $\frac{1}{\mathrm{s}}$ b) $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ c) $\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{s}^2}$

F6) Geben Sie die Maßeinheit für die Masse m an.

a) m b) kg c) 1

F7) Geben Sie die Maßeinheit für den Elastizitätsmodul E an.

a) $\dfrac{\mathrm{kg\,m}}{\mathrm{s}^2}$ b) $\dfrac{\mathrm{kg\,m}^2}{\mathrm{s}^2}$ c) $\dfrac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m\,s}^2}$

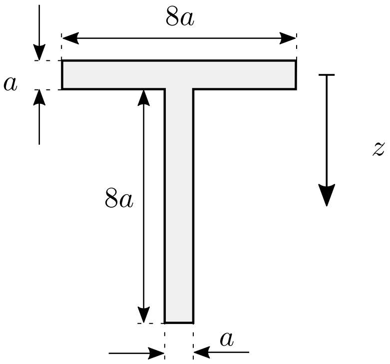
Flächenträgheitsmoment

F8) Berechnen Sie das Flächenträgheitsmoment des skizzierten aus Blechen zusammengesetzten dünnwandigen Profils.

a) $I_{yy} = \dfrac{602}{3}a^4$

b) $I_{yy} = 200a^4$

c) $I_{yy} = \dfrac{616}{3}a^4$



F9) Der skizzierte Querschnitt wird durch ein Biegemoment um die y-Achse belastet. Das entsprechende Flächenträghitsmoment wird berechnet mit der Formel

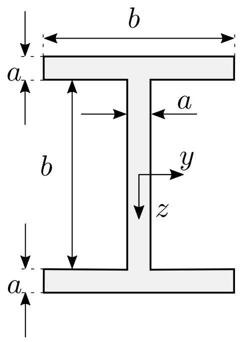
$$I_{yy} = \frac{ab^3}{12} + 2\left[\frac{ba^3}{12} + X^2 ab\right].$$

Geben Sie X an.

a) $X = \dfrac{a+b}{2}$

b) $X = a + b$

c) $X = a + \dfrac{b}{2}$

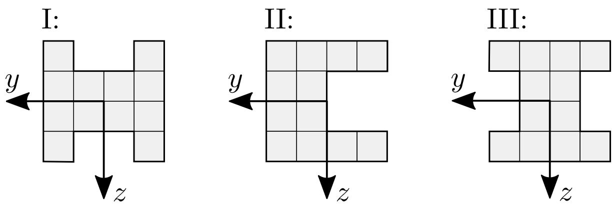


F10) Die drei dargestellten Querschnitte haben dieselbe Querschnittsfläche. Finden Sie den Querschnitt mit dem kleinsten Flächenträgheitsmoment um die y-Achse.

a) I

b) II

c) III

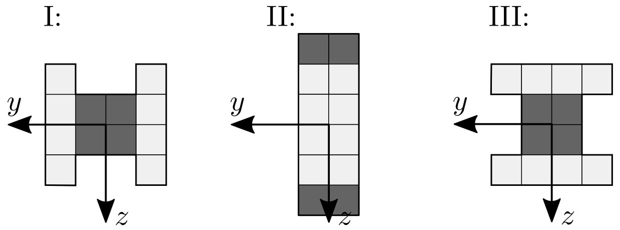


F11) Die drei dargestellten Querschnitte haben dieselbe Querschnittsfläche. Sie bestehen je zu einem Drittel aus Kohlefaserlaminaten (dunkel ausgefüllte Bereiche) und zu zwei Drittel aus Glasfaserlaminaten (helle Bereiche). Die Kohlefaserlaminate haben im Vergleich zu den Glasfaserlaminaten einen höheren Elastizitätsmodul. Finden Sie den Querschnitt mit der größten Gesamtbiegesteifigkeit EI_{yy} bei ebener Biegung um die y-Achse.

a) I

b) II

c) III

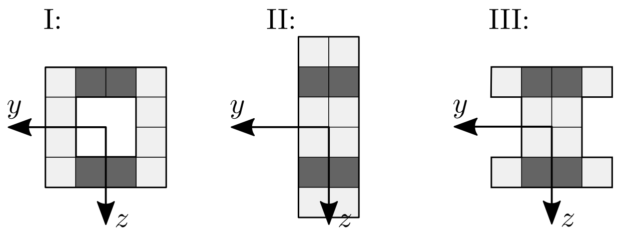


F12) Die drei dargestellten Querschnitte haben dieselbe Querschnittsfläche. Sie bestehen je zu einem Drittel aus Kohlefaserlaminaten (dunkel ausgefüllte Bereiche) und zu zwei Drittel aus Glasfaserlaminaten (helle Bereiche). Die Kohlefaserlaminate haben im Vergleich zu den Glasfaserlaminaten einen höheren Elastizitätsmodul. Finden Sie den Querschnitt mit der größten Gesamtbiegesteifigkeit EI_{yy} bei ebener Biegung um die y-Achse.

a) I

b) II

c) III

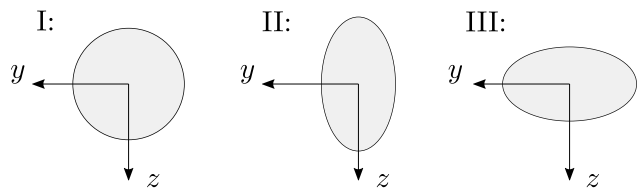


F13) Die dargestellten Querschnitte haben dieselbe Querschnittsfläche. Die Ursprünge der eingezeichneten Koordinatensysteme liegen im Schwerpunkt der jeweiligen Querschnittsfläche. Wählen Sie den Querschnitt mit dem größten Flächenträgheitsmoment I_{yy}.

a) I

b) II

c) III



F14) Für ein gegebenes x-y-Koordinatensystem sind die Flächenträgheitsmomente wie folgt gegeben: $I_{yy} = 100\,\mathrm{mm}^4$, $I_{zz} = 50\,\mathrm{mm}^4$, $I_{yz} = 50\,\mathrm{mm}^4$. Handelt es sich um ein Hauptachsensystem?

a) Nein, weil das Deviationsmoment $I_{yz} \neq 0$ ist.

b) Ja, weil die Determinante des I-Tensors Null ist.

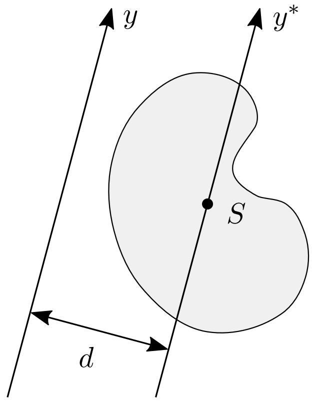
c) Ja, weil $|I_{zz} - I_{yy}| = |I_{yz}|$

F15) Von dem skizzierten Querschnitt seien die Querschnittsfläche A und das Flächenträgheitsmoment I_{yy} bezüglich der y-Achse bekannt. Die y^*-Achse verläuft durch den Schwerpunkt S der Querschnittsfläche. Die beiden Achsen liegen in einem Abstand d parallel zueinander. Geben Sie das Flächenträgheitsmoment $I_{y^*y^*}$ bezüglich der y^*-Achse an!
Gegeben: A, d, I_y

a) $I_{y^*y^*} = I_{yy} - d^2 A$

b) $I_{y^*y^*} = I_{yy} + d^2 A$

c) $I_{y^*y^*} = d^2(I_{yy} + A)$

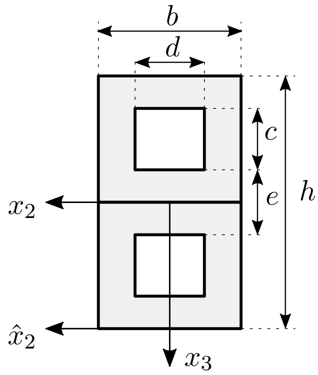


F16) Die dargestellte Querschnittsfläche sei bezüglich der x_2-Achse und bezüglich der x_3-Achse symmetrisch. Wie groß ist das Flächenträgheitsmoment I_{22} bezüglich der Achse x_2?
Gegeben: $\hat{I}_{22}$, $\hat{x}_2$

a) $I_{22} = \hat{I}_{22} + \dfrac{h^2}{4}(hb - 2cd)$

b) $I_{22} = \hat{I}_{22} - h^3 b + h^2 cd$

c) $I_{22} = \hat{I}_{22} - \dfrac{h^2}{4}(hb - 2cd)$



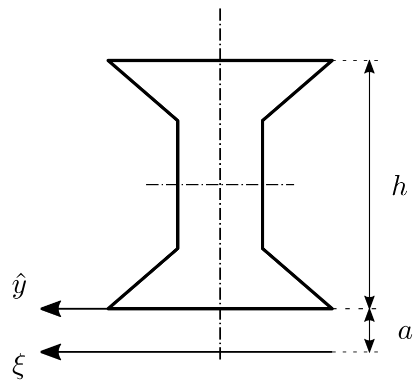
F17) Für den skizzierten symmetrischen Querschnitt ist das Flächenträgheitsmoment $I_{\hat{y}\hat{y}}$ bezüglich der Achse $\hat{y}$ sowie die Querschnittsfläche A und die

Maße a und h gegeben. Wie lautet die Beziehung für das Flächenträgheitsmoment $I_{\xi\xi}$ bezüglich der Achse ξ ?

a) $I_{\xi\xi} = I_{\hat{y}\hat{y}} + a(a+h)A$

b) $I_{\xi\xi} = I_{\hat{y}\hat{y}} - \left(a^2 - \frac{h^2}{4}\right)A$

c) $I_{\xi\xi} = I_{\hat{y}\hat{y}} + \left(\frac{h}{2}\right)^2 A$

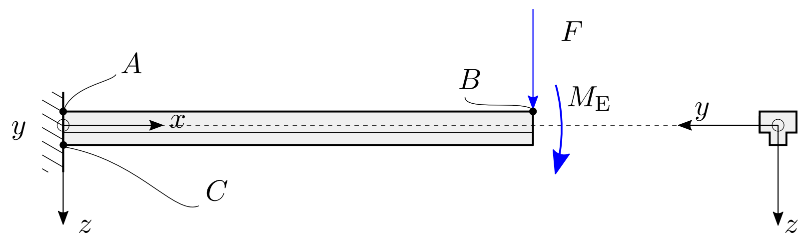


Kraft, Dehnung, Spannung

F18) Wie groß ist das Biegemoment einer linear verteilten Spannung σ auf einem quadratischen Vollquerschnitt mit der Kantenlänge $2a$?
Gegeben: $\sigma = \sigma_0 \frac{z}{a}$

a) $M = \dfrac{4a^3}{3}\sigma_0$ b) $M = \dfrac{a}{z}\sigma_0$ c) $M = \dfrac{16a^4 z}{12}\sigma_0$

F19) Gegeben sei der skizzierte belastete Balken. An welcher Stelle (A, B oder C) des Balkens ist die Spannung σ_{xx} betragsmäßig maximal?



a) Beim Punkt C, wegen des größten Abstandes zum Schwerpunkt.

b) Beim Punkt A, weil dort der größte Hebelarm zu Stande kommt.

c) Beim Punkt B, weil dort die Querkraft angebracht wurde.

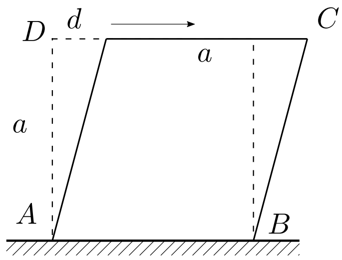
F20) An welcher Stelle z liegt bei Überlagerung von Biegung und Längsdehnung die neutrale Faser im Querschnitt?
Gegeben: A, I_{yy}, $N(x)$, $M_y(x)$

a) $z = 0$ b) $z = \dfrac{I_{yy}}{M_y(x)}$ c) $z = -\dfrac{N(x)I_{yy}}{AM_y(x)}$

Hinweis: Es gilt

$$\sigma(x,z) = \frac{N(x)}{A} + \frac{M_y(x)}{I_{yy}}z \ .$$

F21) Der skizzierte quadratische Querschnitt der Kantenlänge a wird so deformiert, dass der Punkt D um die Strecke d verschoben wird. Es gelte $d \ll a$. Die elastischen Konstanten sind E und G. Wie groß ist die Scherspannung τ?

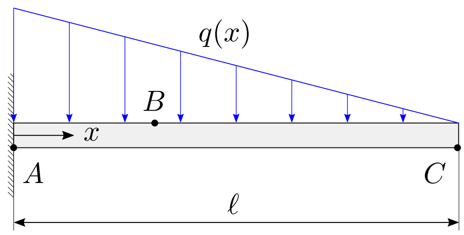


a) $\tau = G\left(\frac{d}{a}\right)$

b) $\tau = \frac{F}{ad}$

c) $\tau = dE + \frac{dG}{2}$

F22) Betrachtet werden die drei Punkte A, B und C des Balkens unter linearer Streckenlast. In welchem der Punkte herrscht die größte *Zugspannung*?

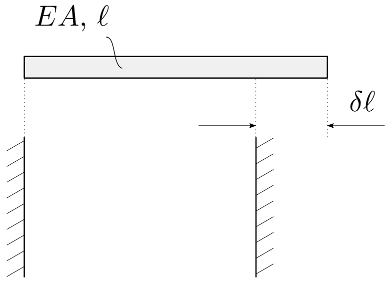


a) A

b) B

c) C

F23) Ein Stahlstift mit der Querschnittsfläche A wird in einen unverformbaren Zwischenraum eingeklemmt, der um den Betrag $\delta\ell$ kleiner ist als die Länge ℓ des Stifts. Wie groß ist der Betrag der Klemmkraft F?

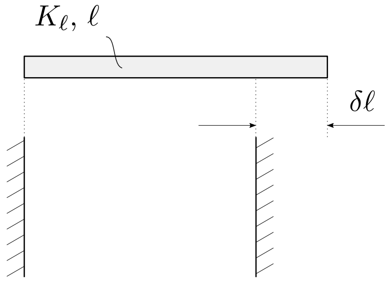


a) $|F| = \frac{\ell}{\delta\ell EA}$

b) $|F| = \frac{\delta\ell}{\ell}EA$

c) $|F| = \frac{\delta\ell}{\ell}\frac{E}{A}$

F24) Ein Stahlstift mit der bekannten Längssteifigkeit $K_\ell = EA$ wird in einen unverformbaren Zwischenraum eingeklemmt, der um den Betrag $\delta\ell$ kleiner ist als die Länge ℓ des Stifts. Wie groß ist die Ersatz-Steifigkeit c des Stiftes?



a) $c = \frac{K_\ell}{\ell}$

b) $c = \frac{K_\ell \delta\ell}{\ell}$

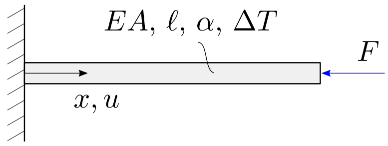
c) $c = \frac{K_\ell}{\delta\ell}$

F25) Der abgebildete Stab wird durch eine äußere Kraft F belastet und um ΔT erwärmt. Geben Sie die Verschiebung u_B des rechten Querschnittes an.

a) $u_B = -\dfrac{|F|\,\ell}{EA} + \alpha\ell\Delta T$

b) $u_B = \dfrac{|F|\,\ell}{EA} - \alpha\ell\Delta T$

c) $u_B = \dfrac{|F|\,\ell}{EA} + \alpha\ell\Delta T$

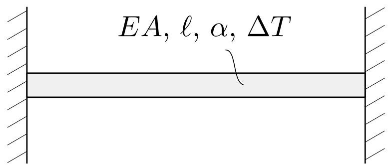


F26) Ein beidseitig fest eingespannter Stab sei bei Referenztemperatur spannungsfrei. Nach Erwärmung um ΔT steht der Stab unter Spannung. Geben Sie den Betrag der Kraft F auf die linke Einspannung an.

a) $|F| = \dfrac{\ell}{E}\alpha\Delta T$

b) $|F| = A\ell\alpha\Delta T$

c) $|F| = EA\alpha\Delta T$



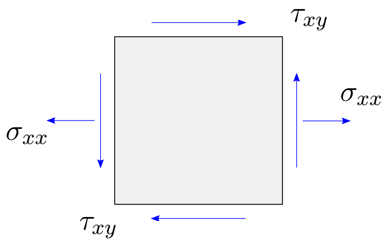
F27) Betrachtet wird der MOHRsche Spannungskreis für einen einachsigen Normalspannungszustand mit $\sigma_{xx} > 0$. Wie groß ist die maximale Tangentialspannung $\tau_{\max}$ und unter welchem Winkel φ tritt sie auf?

a) $\tau_{\max} = \dfrac{\sigma_{xx}}{2}, \quad \varphi = 45°$

b) $\tau_{\max} = \sigma_{xx}, \quad \varphi = 45°$

c) $\tau_{\max} = \dfrac{\sigma_{xx}}{2}, \quad \varphi = 90°$

F28) In einem Querschnitt wird durch Biegung und Torsion der skizzierte ebene Spannungszustand mit $\sigma_{xx} > 0$, $\tau_{xy} > 0$ und $\sigma_{yy} = 0$ hervorgerufen. Die Spannungen σ_I und σ_{II} seien die Hauptspannungen mit $\sigma_I > \sigma_{II}$ und $\tau_{\max}$ die maximale Schubspannung. Welche der folgenden Aussagen ist richtig?

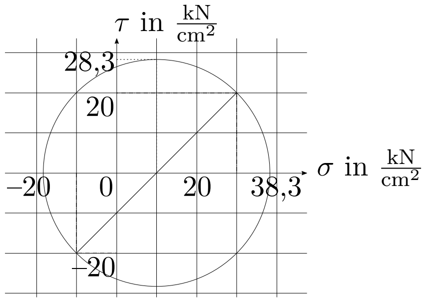


a) $\sigma_I > \sigma_{xx}, \quad \sigma_I + \sigma_{II} = \sigma_{xx}$

b) $\tau_{\max} = \frac{1}{2}\left|\sigma_I - \sigma_{II}\right|, \quad \sigma_{II} > \sigma_{xx}$

c) $\sigma_I = \sigma_{xx}$

F29) Gegeben ist der skizzierte MOHRsche Kreis, der aus dem Spannungszustand eines Balkenelements resultiert. Wie groß sind die Hauptspannungen?



a) $\sigma_I = 38{,}3\,\frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{cm}^2}, \quad \sigma_{II} = -18{,}3\,\frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{cm}^2}$

b) $\sigma_I = 28{,}3\,\frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{cm}^2}, \quad \sigma_{II} = -20\,\frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{cm}^2}$

c) $\sigma_I = 30\,\frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{cm}^2}, \quad \sigma_{II} = -18{,}3\,\frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{cm}^2}$

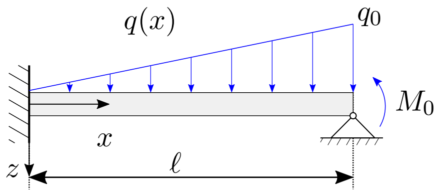
Biegelinie

F30) Gegeben sei der skizzierte belastete Balken. Welche Aussage für die Biegeliniendifferentialgleichung ist korrekt?

a) $EI_{yy}w'' = q(x)$

b) $EI_{yy}w'' = q_0\ell \int \frac{x^2}{2\ell^2}\,\mathrm{d}x + c_1 x + c_2$

c) $\dfrac{w''(x)}{\left(1 + (w''(x))^2\right)^{\frac{3}{2}}} = \dfrac{M_0}{EI_{yy}}$

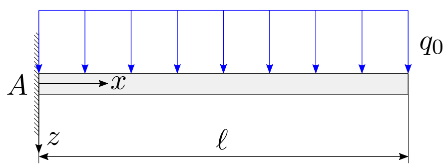


F31) Geben Sie die Biegeliniendifferentialgleichung für den skizzierten Belastungsfall an.
Gegeben: E, I_{yy} = konst., ℓ, q_0

a) $EI_{yy}\dfrac{\mathrm{d}^3 w(x)}{\mathrm{d}x^3} = q_0 x + c_1$

b) $EI_{yy}\dfrac{\mathrm{d}^4 w(x)}{\mathrm{d}x^4}(I_{yy}(x)w(x)) = -q_0 x$

c) $EI_{yy}\dfrac{\mathrm{d}^2 w(x)}{\mathrm{d}x^2} = -\dfrac{q_0\ell}{2}$

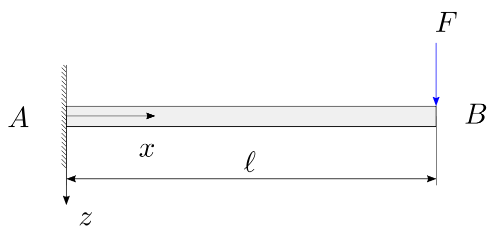


F32) Geben Sie die Biegeliniendifferentialgleichungen für den skizzierten Belastungsfall an.
Gegeben: E, I_{yy} = konst., ℓ, F

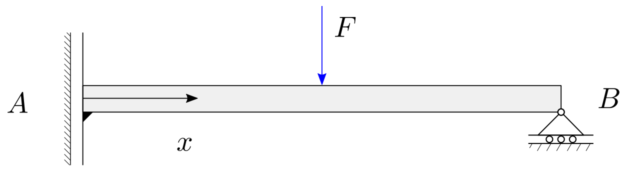
a) $EI_{yy}\dfrac{\mathrm{d}^3 w(x)}{\mathrm{d}x^3} = -F$

b) $EI_{yy}\dfrac{\mathrm{d}^3 w(x)}{\mathrm{d}x^3} = \dfrac{F}{\ell}$

c) $EI_{yy}\dfrac{\mathrm{d}^2 w(x)}{\mathrm{d}x^2} = F\ell$



F33) Begründen Sie die Tatsache, dass im skizzierten System die Biegemomentenkurve be $x = 0$ eine waagerechte Tangente hat!



a) Weil das linke Lager keine Querkräfte aufnimmt.

b) Weil die Kraft F symmetrisch verteilt wird (F ist in der Mitte angebracht).

c) Weil ein einwertiges Lager mit einem dreiwertigen Lager kombiniert wurde.

F34) Die Durchsenkung einer Biegefeder unter gegebener Belastung ist

$$w = \frac{F\ell^3}{3EI}.$$

Wie groß ist die Federsteifigkeit?
Gegeben: F, $EI = $ konst., ℓ

a) $c = \dfrac{3EI}{\ell^3}$ b) $c = -\dfrac{3EI}{x\ell^3}$ c) $c = \dfrac{3EI}{w(\ell)\ell^3}$

F35) Ein beidseitig gelenkig gelagerter Balken nimmt unter dem Einfluss äußerer Lasten die Durchbiegung

$$w(x) = b - a\cosh(kx)$$

an. Geben Sie den Biegemomentenverlauf an.
Gegeben: $EI = $ konst., ℓ, a, b, k

a) $M(x) = EIak^2\cosh(kx)$

b) $M(x) = EIa\cosh(kx)$

c) $M(x) = EIak^2\sinh(kx)$

F36) Ein beidseitig gelenkig gelagerter Balken nimmt unter dem Einfluss äußerer Lasten die Durchbiegung

$$w(x) = a - b\sin(kx)$$

an. Geben Sie den Biegemomentenverlauf an.
Gegeben: $EI =$ konst., ℓ, a, b, k

a) $M(x) = -EIbk^2 \sin(kx)$

b) $M(x) = EIbk^2 \sin(kx)$

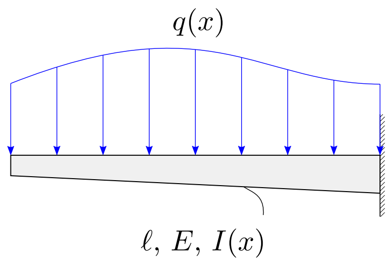
c) $M(x) = EIbk \cos(kx)$

F37) Wie lautet die Differentialgleichung für den skizzierten Fall?
Gegeben: $q(x)$, $I_{yy}(x)$, E

a) $q(x) = \Big(w''(x)EI_{yy}(x)\Big)''$

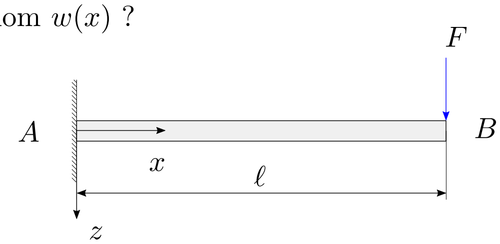
b) $q(x) = \Big(w(x)EI_{yy}(x)\Big)^{(IV)}$

c) $q(x) = w^{(IV)}(x)EI_{yy}$



F38) Das skizzierte System hat eine konstante Querkraft. Welcher Ordnung ist das dazugehörige Biegeliniepolynom $w(x)$?

a) 2 b) 3 c) 4



F39) Ein Balken mit Biegesteifigkeit EI nimmt unter dem Einfluss äußerer Lasten die Durchbiegung

$$w(x) = a - b\sin(kx)$$

an. Wie groß ist die Querkraft $Q(x_1)$ an der Stelle x_1?
Gegeben: $x_1 = \frac{2\pi}{k}$

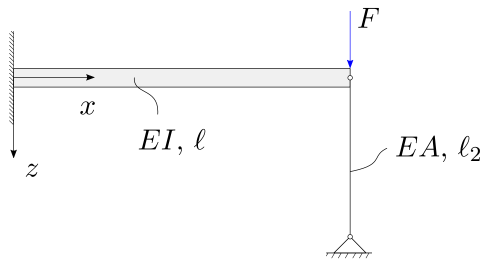
a) $Q(x_1) = -EIk^3b$ b) $Q(x_1) = \frac{1}{3}EIk^3b$ c) $Q(x_1) = 0$

F40) Für die Schnittlasten- und Biegeliniendifferentialgleichungen werden Randbedingungen benötigt. Geben Sie die Randbedingunge am rechten Ende des Balkens ($x = \ell$) an.
Gegeben: $EI_{yy} =$ konst., $EA = \infty$, F, ℓ, ℓ_2

a) $w'(\ell) = 0, \quad w''(\ell) = 0$

b) $w(\ell) = 0, \quad w'(\ell) = 0$

c) $w(\ell) = 0, \quad w''(\ell) = 0$

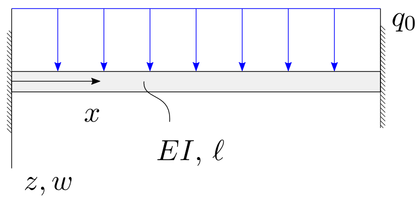


F41) Wie lauten die Randbedingungen der Biegedifferentialgleichung am rechten Rand für den skizzierten Belastungsfall?

a) $w'(\ell) = 0, \quad w''(\ell) = 0$

b) $w(\ell) = 0, \quad w'(\ell) = 0$

c) $w(\ell) = 0, \quad w''(\ell) = 0$

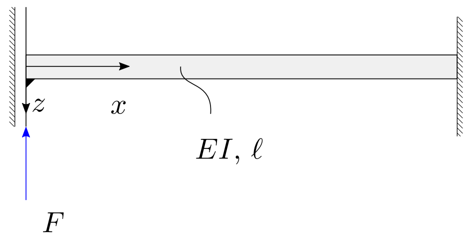


F42) Geben Sie alle Randbedingungen am *linken* Rand an, die für die Berechnung der Durchbiegung mit der Biegeliniendifferentialgleichung erforderlich sind.

a) $w(0) = 0, \quad w'''(0) = -F$

b) $w'(0) = 0, \quad w''(0) = 0$

c) $w'(0) = 0, \quad w'''(\ell) = -\dfrac{F}{EI}$

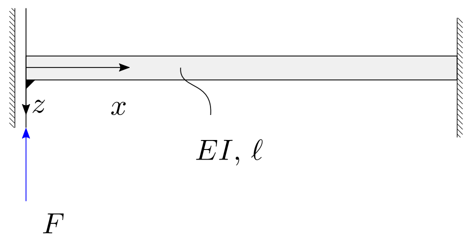


F43) Geben Sie alle Randbedingungen am *rechten* Rand an, die für die Berechnung der Durchbiegung mit der Biegeliniendifferentialgleichung erforderlich sind.

a) $w'(\ell) = 0, \quad w''(\ell) = 0$

b) $w(\ell) = 0, \quad w'(\ell) = 0$

c) $w'(0) = 0, \quad w'''(\ell) = 0$

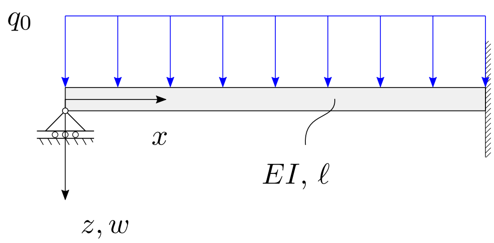


F44) Wie lauten die Randbedingungen an der Stelle $x = 0$, die zur Berechnung der Biegelinie erforderlich sind?

a) $w(0) = 0, \quad w''(0) = 0$

b) $w(0) = 0, \quad w'''(0) = 0$

c) $w'(0) = 0, \quad w''(0) = \dfrac{q_0\ell^2}{2}$

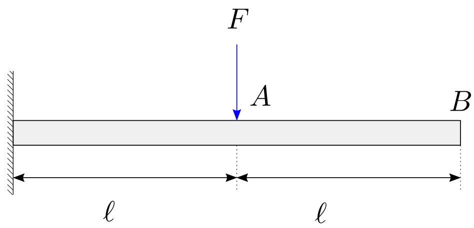


F45) Zu bestimmen ist die Durchsenkung w_B am rechten Ende des skizzierten Systems mit Hilfe der unten angegebenen Lösung für Durchbiegung und Biegewinkel des elementaren Lastfalls.
Gegeben: ℓ, EI, F

a) $w_B = \dfrac{5}{6}\dfrac{F\ell^3}{EI}$

b) $w_B = \dfrac{2F\ell^3 + 3F\ell}{6EI}$

c) $w_B = \dfrac{F\ell^3}{EI}$



F46) Geben Sie für den skizzierten Balken, der durch eine Streckenlast $q(x)$ belastet ist, den Zusammenhang zwischen der Belastung $q(x)$ und den Schnittgrößen $Q(x)$ und $M(x)$ an.

a) $Q(x) = \displaystyle\int q(x)\,\mathrm{d}x + c_1$,

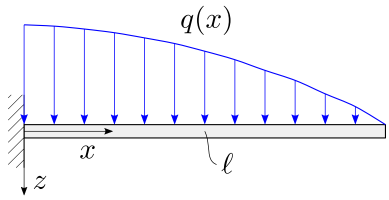
$M(x) = \displaystyle\iint q(x)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}x + c_1 x + c_2$

b) $Q(x) = -\displaystyle\int q(x)\,\mathrm{d}x + c_1$,

$M(x) = -\displaystyle\iint q(x)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}x + c_1 x + c_2$

c) $Q(x) = \displaystyle\int q(x)\,\mathrm{d}x + c_1$,

$M(x) = \displaystyle\int Q(x)\,\mathrm{d}x + c_1 x + c_2$



Elastostatik

F47) Wie groß ist der Elastizitätsmodul E von Stahl?

a) $210\,\mathrm{GPa}$ b) $210\,\mathrm{MPa}$ c) $210\,\mathrm{kPa}$

F48) Welcher Zusammenhang besteht zwischen der Schubspannung τ und dem Gleitwinkel γ?

a) $\tau = \frac{E}{G}\gamma$ b) $\tau = G\gamma$ c) $\tau = \frac{\gamma}{G}$

F49) Wann gilt der folgende Zusammenhang der Materialparameter

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \; ?$$

a) nur bei isotropen Materialien

b) nur bei homogenen Materialien

c) nur bei reinen Materialien (keine Legierungen)

F50) Welche Größenordnung hat der Schubmodul G für Stahl?

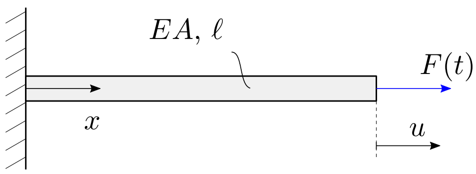
a) $80\,\mathrm{GPa}$ b) $80\,\mathrm{MPa}$ c) $80\,\mathrm{kPa}$

F51) Wie groß ist die Längenänderung $\Delta\ell$ des Stabes, wenn am rechten Ende mit der Kraft F gezogen wird?

a) $\Delta\ell = \frac{F\ell}{AE}$

b) $\Delta\ell = \frac{F}{AE}$

c) $\Delta\ell = \frac{FA\ell}{E}$

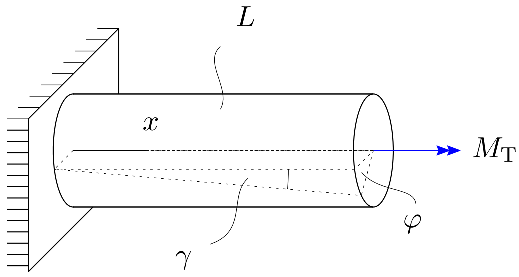


F52) Eine Welle mit der Länge L und Durchmesser D wird durch eine äußere Belastung tordiert. Der Winkel $\varphi(x)$ sei der Vedrehwinkel gegenüber der unverformten Lage. Wie groß ist der Gleitwinkel γ am Außenrand der Welle in Abhängigkeit vom Verdrehwinkel φ?
Gegeben: L, D, $\varphi(x) \ll 1$

a) $\gamma = \dfrac{\varphi D}{2L}$

b) $\gamma = \dfrac{\tan(\varphi) D}{L}$

c) $\gamma = \dfrac{\varphi D L}{2}$

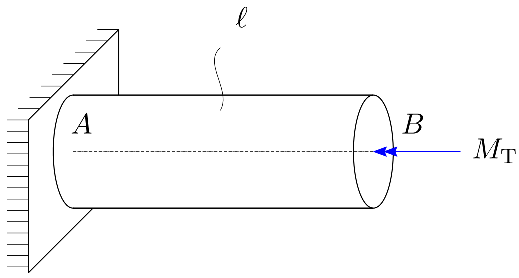


F53) Der skizzierte Stab wird am Punkt B mit dem Moment M_T belastet. Wie groß ist der Verdrehwinkel φ_B an diesem Punkt?
Gegeben: E, G, I_p, ℓ

a) $\varphi_B = \dfrac{M_\mathrm{T} I_\mathrm{p}}{G\ell}$

b) $\varphi_B = \dfrac{M_\mathrm{T} \ell}{E I_\mathrm{p}}$

c) $\varphi_B = \dfrac{M_\mathrm{T} \ell}{G I_\mathrm{p}}$



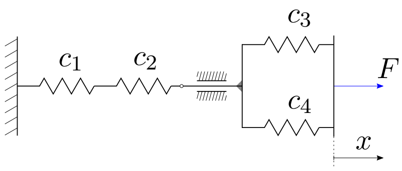
Federn

F54) Geben Sie die Ersatzfedersteifigkeit c_{ers} für das dargestellte System von Federn.

a) $c_{\text{ers}} = \dfrac{c_1 c_2 (c_3 + c_4)}{c_2(c_3 + c_4) + c_1(c_3 + c_4) + c_1 c_2}$

b) $c_{\text{ers}} = \dfrac{1}{c_1 + c_2} + \dfrac{c_3 + c_4}{c_3 c_4}$

c) $c_{\text{ers}} = c_1 + c_2 + \dfrac{c_3 c_4}{c_3 + c_4}$

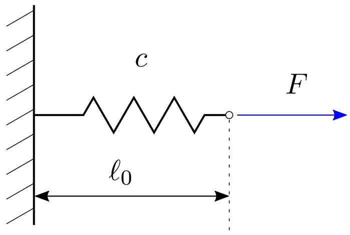


F55) Die skizzierte linear-elastische Feder der Federsteifigkeit c hat unbelastet die Länge ℓ_0. Wie groß ist die erforderliche Kraft F, um die Feder auf die Länge $\ell_1 > \ell_0$ zu bringen?

a) $F = c(\ell_0 - \ell_1)$

b) $F = c(\ell_1 - \ell_0)$

c) $F = c\ell_1$

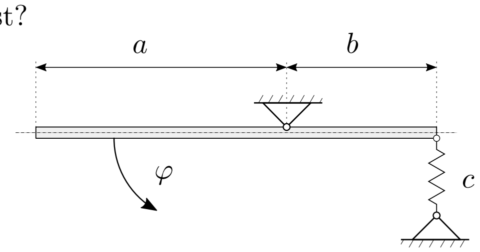


F56) Wie groß ist die Federkraft bei einer Auslenkung des Balkens um den Winkel φ, wenn φ sehr klein ist?

a) $F = cb\varphi$

b) $F = c\dfrac{\varphi}{ab}$

c) $F = c\dfrac{b}{a}$

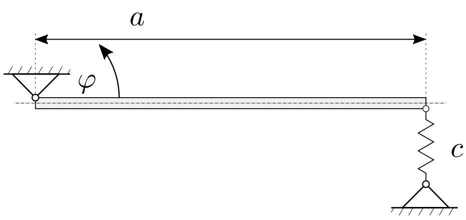


F57) Wie groß ist die Federkraft bei einer Auslenkung des Balkens um den Winkel φ, wenn φ sehr klein ist?

a) $F = ac\varphi$

b) $F = ac\cos(\varphi)$

c) $F = c\dfrac{\varphi}{a}$



Knicklast

F58) Wie lautet die Eulersche Differentialgleichung vierter Ordnung für das Knickproblem?

a) $(EIw'')'' + Fw'' = 0$

b) $w^{IV} + Fw'' = EI$

c) $w^{IV} + (EI + F)w'' = 0$

F59) Wie viele Eigenwerte gibt es zu einem Balken-Knickproblem? Warum ist im Allgemeinen nur der erste von Interesse?

a) Unendliche viele, der Erste erfordert die geringste Kraftanstrengung und tritt daher im Allgemeinen auch zuerst ein.

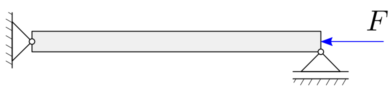
b) Unendliche viele, aber alle sind aufgrund der Periodizität der Tangensfunktion gleich.

c) Unendliche viele Eigenwerte, der Erste tritt bei dem kleinsten Winkel ein.

F60) Was beschreibt der erste Eigenwert des skizzierten Knickproblems?

a) Eine Starrkörperbewegung

b) Den labilen Zustand des Stabes



c) Die minimale Knicklast

Lösungen der Aufgaben zur Festigkeitslehre

L–F1)	a)	L–F21)	a)	L–F41)	b)
L–F2)	c)	L–F22)	b)	L–F42)	c)
L–F3)	a)	L–F23)	b)	L–F43)	b)
L–F4)	c)	L–F24)	a)	L–F44)	a)
L–F5)	a)	L–F25)	a)	L–F45)	a)
L–F6)	b)	L–F26)	c)	L–F46)	b)
L–F7)	c)	L–F27)	a)	L–F47)	a)
L–F8)	c)	L–F28)	a)	L–F48)	b)
L–F9)	a)	L–F29)	a)	L–F49)	a)
L–F10)	a)	L–F30)	b)	L–F50)	a)
L–F11)	b)	L–F31)	a)	L–F51)	a)
L–F12)	b)	L–F32)	a)	L–F52)	a)
L–F13)	b)	L–F33)	a)	L–F53)	c)
L–F14)	a)	L–F34)	a)	L–F54)	a)
L–F15)	a)	L–F35)	a)	L–F55)	b)
L–F16)	c)	L–F36)	a)	L–F56)	a)
L–F17)	a)	L–F37)	a)	L–F57)	a)
L–F18)	a)	L–F38)	b)	L–F58)	a)
L–F19)	a)	L–F39)	a)		
L–F20)	c)	L–F40)	c)		

Kinematik und Dynamik

Einheiten

D1) Geben Sie die Maßeinheit des Impulses $\underline{p}$ an.

a) $\dfrac{\mathrm{kg\,m}}{\mathrm{s}^2}$ b) $\dfrac{\mathrm{kg\,m}}{\mathrm{s}}$ c) $\dfrac{\mathrm{kg\,m}^2}{\mathrm{s}^2}$

D2) Geben Sie die Maßeinheit der Federkonstanten c an.

a) $\dfrac{\mathrm{kg}}{\mathrm{s}^2}$ b) $\dfrac{\mathrm{kg}}{\mathrm{s}}$ c) $\dfrac{\mathrm{kg\,m}}{\mathrm{s}^2}$

D3) Geben Sie die Maßeinheit der Winkelbeschleunigung $\ddot{\varphi}$ an.

a) $\dfrac{1}{\mathrm{s}^2}$ b) $\dfrac{1}{\mathrm{s}}$ c) $\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

D4) Geben Sie die Maßeinheit der Eigenkreisfrequenz ω an.

a) $\dfrac{1}{\mathrm{s}^2}$ b) $\dfrac{1}{\mathrm{s}}$ c) s

D5) Geben Sie die Maßeinheit des Massenträgheitsmoments Θ_{zz} an.

a) $\mathrm{kg\,m}^2$ b) $\dfrac{\mathrm{kg}}{\mathrm{s}}$ c) $\dfrac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}}$

D6) Geben Sie die Maßeinheit der potentiellen Energie E^{pot} an.

a) $\dfrac{\mathrm{kg\,m}^2}{\mathrm{s}}$ b) $\dfrac{\mathrm{kg\,m}}{\mathrm{s}}$ c) $\dfrac{\mathrm{kg\,m}^2}{\mathrm{s}^2}$

D7) Geben Sie die Maßeinheit des Reibkoeffizienten μ an.

a) 1 b) $\frac{\mathrm{kg\,m}}{\mathrm{s}^2}$ c) $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

D8) Geben Sie die Maßeinheit des Kraftstoßes K an.

a) $\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{s}}$ b) $\mathrm{kg\,s}$ c) $\frac{\mathrm{kg\,m}}{\mathrm{s}}$

D9) Geben Sie die Maßeinheit der Phasenverschiebung φ_0 an.

a) 1 b) m c) $\frac{1}{\mathrm{s}}$

D10) Geben Sie die Maßeinheit für die Beschleunigung $\underline{a}$ an.

a) $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ b) $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$ c) $\frac{\mathrm{kg\,m}}{\mathrm{s}^2}$

D11) Geben Sie die Maßeinheit für die Knicksicherheit ν an.

a) $\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}}$ b) 1 c) $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

D12) Geben Sie die Maßeinheit für die Biegesteifigkeit EI an.

a) $\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m\,s}^2}$ b) $\frac{\mathrm{kg\,m}}{\mathrm{s}}$ c) $\frac{\mathrm{kg\,m}^3}{\mathrm{s}^2}$

D13) Geben Sie die Maßeinheit für die Leistung P an.

a) $\frac{\mathrm{kg\,m}^2}{\mathrm{s}^3}$ b) $\frac{\mathrm{kg\,m}}{\mathrm{s}^2}$ c) $\frac{\mathrm{kg\,m}^2}{\mathrm{s}^2}$

D14) Geben Sie die Maßeinheit für die kinetische Energie $E^{\mathrm{kin.}}$ an.

a) $\frac{\mathrm{kg\,m}}{\mathrm{s}^2}$ b) $\frac{\mathrm{kg\,m}^2}{\mathrm{s}}$ c) $\frac{\mathrm{kg\,m}^2}{\mathrm{s}^2}$

D15) Geben Sie die Maßeinheit für die Verstärkungsfunktion V an.

a) 1 b) m c) $\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{s}}$

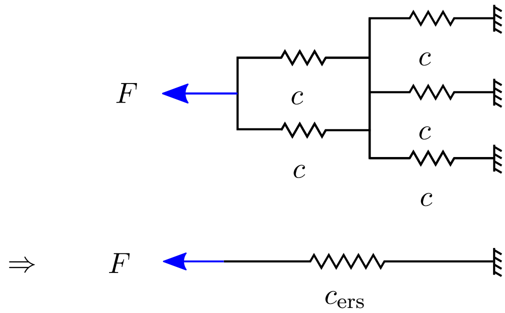
Federsteifigkeit

D16) Geben Sie die Ersatzfedersteifigkeit c_{ers} des gegebenen Systems an.
Gegeben: c

a) $c_{\text{ers}} = \frac{6}{5}c$

b) $c_{\text{ers}} = \frac{5}{6}c$

c) $c_{\text{ers}} = 5c$

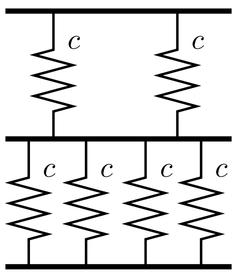


D17) Geben Sie die Ersatzfedersteifigkeit c_{ers} des gegebenen Systems an!
Gegeben: c

a) $c_{\text{ers}} = \frac{4}{3}c$

b) $c_{\text{ers}} = \frac{3}{4}c$

c) $c_{\text{ers}} = 6c$

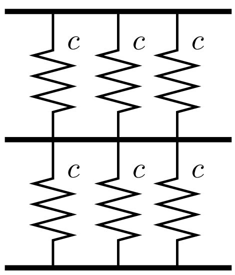


D18) Geben Sie die Ersatzfedersteifigkeit c_{ers} des gegebenen Systems an!
Gegeben: c

a) $c_{\text{ers}} = \frac{2}{3}c$

b) $c_{\text{ers}} = \frac{3}{2}c$

c) $c_{\text{ers}} = 6c$

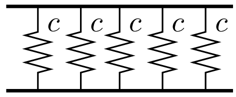


D19) Geben Sie die Ersatzfedersteifigkeit c_{ers} des gegebenen Systems an!
Gegeben: c

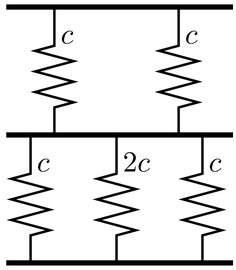
a) $c_{\text{ers}} = 5c$

b) $c_{\text{ers}} = \dfrac{1}{5}c$

c) $c_{\text{ers}} = \dfrac{5}{c}$



D20) Gegeben sei das nebenstehende System aus Zugfedern. Geben Sie die Ersatzfedersteifigkeit c_{ers} an!
Gegeben: c



a) $c_{\text{ers}} = 5$

b) $c_{\text{ers}} = \dfrac{4}{3}c$

c) $c_{\text{ers}} = \dfrac{12}{5}c$

D21) Ein Einmassenschwinger wird über die Bewegungsdifferentialgleichung $m\ddot{x} + d\dot{x} + cx = mg$ beschrieben. Geben Sie die statische Ruhelage x_{stat} an.
Gegeben: m, d, c, g

a) $x_{\text{stat}} = \dfrac{mg}{c}$ b) $x_{\text{stat}} = \dfrac{d}{c}$ c) $x_{\text{stat}} = \dfrac{c}{m}$

D22) Für einen Schwinger mit einem Freiheitsgrad, der sich zur Zeit $t_0 = 0$ bei $x(t_0) = x_0$ in Ruhe befand, ist die allgemeine Lösung der Bewegungsdifferentialgleichung gegeben als:

$$x(t) = A\cos(\omega_0 t) + B\sin(\omega_0 t) + \frac{u_0}{2\omega_0}\left[\frac{1}{\omega_0}\sin(\omega_0 t) - t\cos(\omega_0 t)\right] .$$

Wie groß sind die Konstanten A und B?

a) $A = x_0, \quad B = 0$

b) $A = 0, \quad B = 0$

c) $A = x_0, \quad B = \dfrac{u_0}{2\omega_0}$

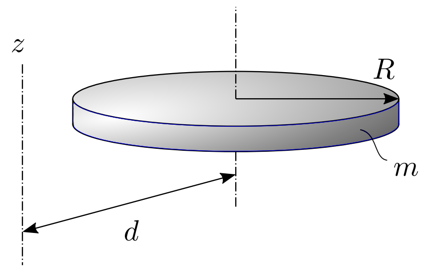
Massenträgheit

D23) Gegeben sei eine rotationssymmetrische starre Scheibe mit dem Radius R und der Masse m. Geben Sie das Massenträgheitsmoment dieser Scheibe bezüglich der z-Achse an!
Gegeben: R, m, d

a) $\Theta_z = \frac{1}{2}mR^2 + md^2$

b) $\Theta_z = \frac{1}{2}md^2$

c) $\Theta_z = \frac{1}{2}m(R+d)^2$



D24) Zwei homogene Zylinder mit demselben Außendurchmesser und derselben Masse rollen ohne zu rutschen unter Schwerkrafteinfluss eine geneigte Ebene nach unten. Einer der beiden Zylinder ist hohl und hatte eine geringe Dicke. Welcher der beiden Zylinder erreicht das Ende der geneigten Ebene zuerst, wenn beide aus der Ruhe losgelassen werden?

a) Der volle Zylinder erreicht das Ende der Ebene zuerst.

b) Der hohle Zylinder erreicht das Ende der Ebene zuerst.

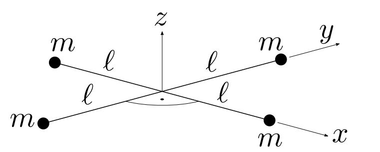
c) Beide Zylinder kommen zur gleichen Zeit an.

D25) Wie groß ist das Massenträgheitsmoment des skizzierten Systems bezüglich der x-Achse?
Gegeben: m, ℓ

a) $\Theta_{xx} = m\ell^2$

b) $\Theta_{xx} = 2m\ell^2$

c) $\Theta_{xx} = 0$

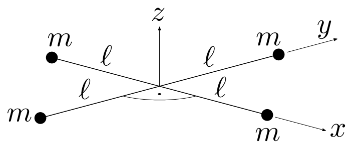


D26) Wie groß ist das Massenträgheitsmoment des skizzierten Systems bezüglich der y-Achse?
Gegeben: m, ℓ

a) $\Theta_{yy} = 2m\ell^2$

b) $\Theta_{yy} = 0$

c) $\Theta_{yy} = m\ell^2$

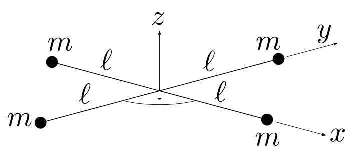


D27) Wie groß ist das Massenträgheitsmoment des skizzierten Systems bezüglich der z-Achse?
Gegeben: m, ℓ

a) $\Theta_{zz} = 2m\ell^2$

b) $\Theta_{zz} = 4m\ell^2$

c) $\Theta_{zz} = 2m\ell$

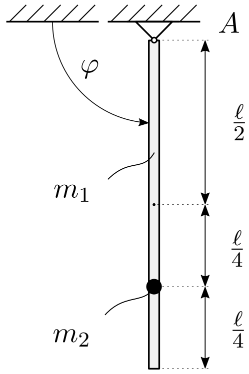


D28) Gegeben sei ein gelenkig gelagerter dünner homogener Stab, der mit einer Punktmasse besetzt ist. Bestimmen Sie das Massenträgheitsmoment Θ^A bezüglich des festen Drehpunktes A.
Gegeben: m_1, m_2, ℓ

a) $\Theta^A = \dfrac{1}{3}m_1\ell^2 + \dfrac{9}{16}m_2\ell^2$

b) $\Theta^A = \dfrac{1}{3}m_1\ell^2 + \dfrac{3}{4}m_2\ell^2$

c) $\Theta^A = \dfrac{1}{6}m_1\ell^4 + \dfrac{1}{12}m_2\ell^3$



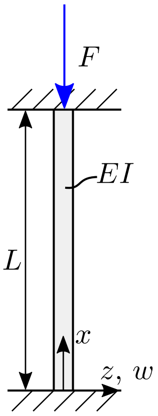
Knickstab

D29) Gegeben sei der abgebildete Knickstab. Geben Sie die Randbedingungen an, die zur Berechnung der kritischen Knicklast F_{krit} notwendig sind!
Gegeben: L, EI

a) $w\,(x=0)=0,\; w'\,(x=0)=0,$
$w\,(x=L)=0, w'\,(x=L)=0$

b) $w\,(x=0)=0,\; w'\,(x=0)=0,$
$w\,(x=L)=0, w''\,(x=L)=-\dfrac{M}{EI}$

c) $w\,(x=0)=0,\; w'\,(x=0)=0,$
$w\,(x=L)=0, w''\,(x=L)=0$



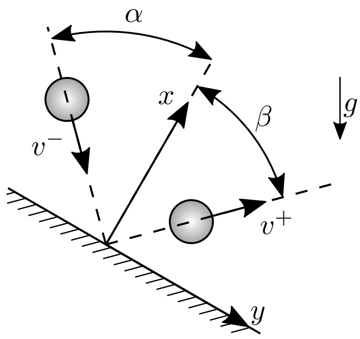
Stoß

D30) Ein Massepunkt stößt *vollelastisch* auf eine glatte Ebene, wobei v^- und v^+ die Geschwindigkeiten unmittelbar vor bzw. nach dem Stoß sind. Welche Aussage ist richtig?

a) $\alpha < \beta, \quad v^+ = v^-$

b) $\alpha = \beta, \quad v^+ = v^-$

c) $\alpha < \beta, \quad v^+ < v^-$

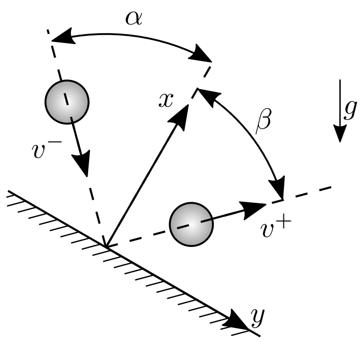


D31) Ein Massepunkt stößt *vollplastisch* auf eine glatte Ebene, wobei v^- und v^+ die Geschwindigkeiten unmittelbar vor bzw. nach dem Stoß sind. Welche Aussage ist richtig?

a) $\alpha < \beta, \quad v^+ = v^-$

b) $\alpha = \beta, \quad v^+ = v^-$

c) $\alpha < \beta, \quad v^+ < v^-$

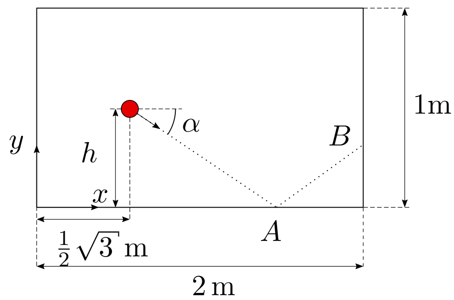


D32) An welchen Punkten A und B berührt die Billardkugel beim *vollelastischen* Stoß die Banden?
Gegeben: $e = 1$, $\alpha = 30°$, $A = (x_A, 0\,\text{m})$, $B = (2\,\text{m}, y_B)$, $h = 0{,}5\,\text{m}$

a) $x_A = \sqrt{3}\,\text{m}, \quad y_B = \left(\frac{2}{3}\sqrt{3} - 1\right)\,\text{m}$

b) $x_A = 2\sqrt{3}\,\text{m}, \quad y_B = \frac{2}{3}\sqrt{2}\,\text{m}$

c) $x_A = \frac{3}{2}\,\text{m}, \quad y_B = \frac{1}{2\sqrt{3}}\,\text{m}$



D33) Ein stehender Güterwagen der Masse m_1 wird durch einen anderen Güterwagen der Masse m_2 mit einer Geschwindigkeit v_2 gerammt. Welche Geschwindigkeit wird erreicht, wenn beide Wagen nach dem Zusammenstoß miteinander gekoppelt sind?
Gegeben: $m_1 = 20\,\mathrm{t}$, $m_2 = 30\,\mathrm{t}$, $v_2 = 5\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$

a) $v = 2\,\dfrac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$ b) $v = 3\,\dfrac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$ c) $v = 5\,\dfrac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$

D34) Es wird eine Masse aus der Höhe h auf eine waagerechte Unterlage fallen gelassen. Dabei wird die Höhe h' gemessen, die die Masse nach dem Aufprall erreicht. Wie lässt sich die Stoßzahl e bestimmen?

a) $e = \sqrt{\dfrac{h'}{h}}$ b) $e = \sqrt{\dfrac{h}{h'}}$ c) $e = \sqrt{\dfrac{h'}{2h}}$

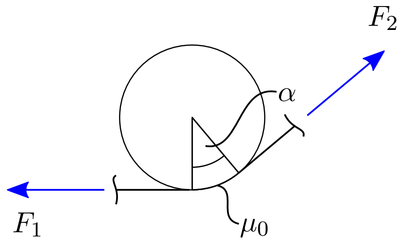
Reibung

D35) Ein ruhendes Seil ist gemäß der Skizze mit einem Umschlingungswinkel α um einen Poller gelegt. Es gelte $F_1 > F_2$ und der Haftungskoeffizient zwischen Seil und Poller hat den Wert μ_0. Welcher Zusammenhang gilt dann zwischen F_1 und F_2, wenn das Seil weiter ruht?
Gegeben: μ_0, α, $F_1 > F_2$

a) $F_1 = F_2 e^{\mu_0 \alpha}$

b) $F_2 = F_1 e^{\mu_0 \alpha}$

c) $F_1 = F_2 e^{-\mu_0 \frac{\pi}{2}}$

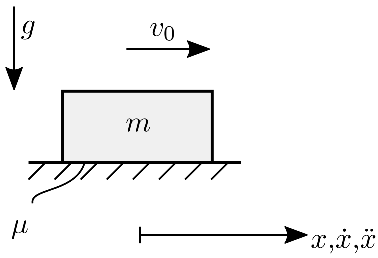


D36) Ein Klotz der Masse m rutscht reibungsbehaftet (Reibkoeffizient μ) auf einer horizontalen Ebene. Welche horizontale Beschleunigung erfährt der Klotz für den Fall, dass die Geschwindigkeit $v_0 > 0$ ist?
Gegeben: μ, g, m, v_0

a) $\ddot{x} = mg$

b) $\ddot{x} = -\mu g$

c) $\ddot{x} = 0$

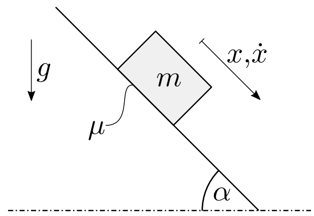


D37) Ein Klotz bewegt sich mit der Geschwindigkeit $\dot{x}$ in positive x-Richtung die geneigte Ebene nach unten. Die Klotzunterseite befindet sich zu jedem Zeitpunkt in Kontakt mit der Ebene. Wie groß ist die Beschleunigung in x-Richtung unter den gegebenen Bedingungen?
Gegeben: μ, g, α

a) $\ddot{x} = g(\sin(\alpha) - \mu\cos(\alpha))$

b) $\ddot{x} = g(\cos(\alpha) - \mu\sin(\alpha))$

c) $\ddot{x} = g\cos(\alpha)$

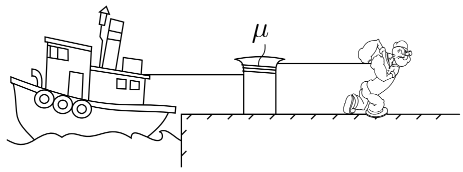


D38) Der Matrose Popeye soll das Schiff am Ufer halten. Der Motor des Schiffes entwickelt eine Kraft S_{Mot} auf das Seil. Das Seil wird um den Poller gelegt und es wirkt eine Seilreibung nach Euler–Eytelwein mit einem Haftreibkoeffizienten μ. Wie oft muss das Seil um den Poller gewickelt werden, damit der Matrose mit der Kraft S_{Pop} das Schiff halten kann?

a) $n = \ln\left(\frac{S_{\text{Mot}}}{S_{\text{Pop}}}\right)$

b) $n = \frac{1}{2\pi}\ln\left(\frac{S_{\text{Mot}}}{S_{\text{Pop}}}\right)$

c) $n = \frac{1}{2\pi}\ln\left(\frac{S_{\text{Pop}}}{S_{\text{Mot}}}\right)$

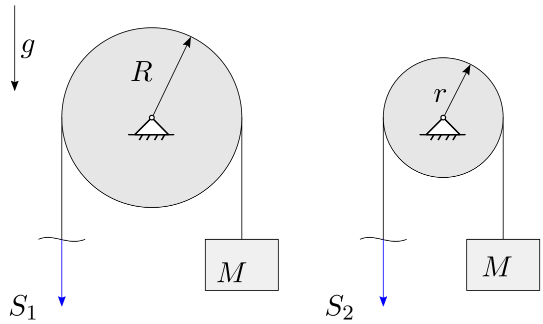


D39) Eine Masse M wird mit einem undehnbaren Seil über zwei verschiedene Rollen mit den Radien R und r festgehalten, wobei $R > r$. Bei beiden Rollen tritt Seilreibung nach EULER–EYTELWEIN auf. Wie unterscheiden sich die Seilkräfte S_1 und S_2 bei beiden Systemen, wenn die Masse gerade noch vor dem herunterrutschen bewahrt werden soll?

a) $S_1 < S_2$

b) $S_1 = S_2$

c) $S_1 > S_2$

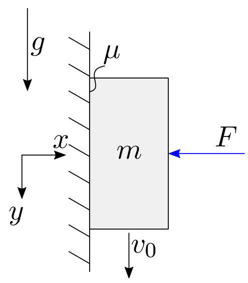


D40) Die Masse m rutscht an einer senkrechten Wand mit einer Geschwindigkeit v_0 nach unten, wobei sich der Klotz zu jedem Zeitpunkt in Kontakt mit der Wand befindet. Zwischen Wand und Masse herrscht COULOMBsche Reibung mit dem Reibkoeffizient μ. Wie muss F gewählt werden, damit die Masse abgebremst wird?
Gegeben: m, μ, g, v_0

a) $F > \frac{mg}{\mu}$

b) $F < mg$

c) $F > \mu mg$



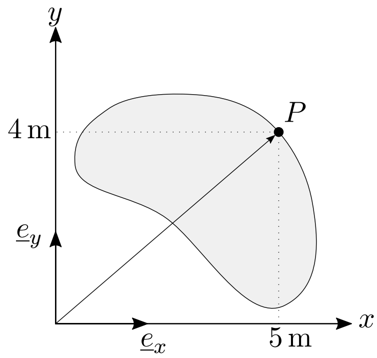
Polarkoordinaten

D41) Gegeben sei ein Punkt P in einem *kartesischen* Koordinatensystem. Geben Sie den Ortsvektor $\underline{x}$ an!

a) $\underline{x} = (4\underline{e}_x + 5\underline{e}_y)\,\mathrm{m}$

b) $\underline{x} = (5\underline{e}_x + 4\underline{e}_y)\,\mathrm{m}$

c) $\underline{x} = \sqrt{41}\,\mathrm{m}$

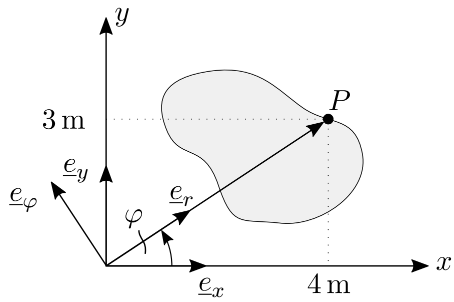


D42) Gegeben sei ein Punkt P in einem *polaren* Koordinatensystem. Geben Sie den Ortsvektor $\underline{x}$ in polaren Koordinaten an!

a) $\underline{x}_{\text{polar}} = (4\underline{e}_r + 5\underline{e}_\varphi)\,\mathrm{m}$

b) $\underline{x}_{\text{polar}} = (5\,\mathrm{m})\underline{e}_r$

c) $\underline{x}_{\text{polar}} = (4\underline{e}_r + 3\underline{e}_\varphi)\,\mathrm{m}$



D43) Die Lage eines Punktes P wird in Polarkoordinaten beschrieben. Wie lautet die Beschleunigung des Punktes in der Basis $\{\underline{e}_r, \underline{e}_\varphi\}$?

a) $\underline{a}_P = (r\ddot{\varphi} + 2\dot{r}\ddot{\varphi}^2)\underline{e}_r + (\dot{r} - r\dot{\varphi})\underline{e}_\varphi$

b) $\underline{a}_P = (\dot{r} - r\dot{\varphi})\underline{e}_r + (r\dot{\varphi} + \dot{r}\dot{\varphi})\underline{e}_\varphi$

c) $\underline{a}_P = (\ddot{r} - r\dot{\varphi}^2)\underline{e}_r + (r\ddot{\varphi} + 2\dot{r}\dot{\varphi})\underline{e}_\varphi$

D44) Die allgemeine Lage eines Punktes $r(t)$ soll in Zylinderkoordinaten mit der Basis $\{\underline{e}_r, \underline{e}_\varphi, \underline{e}_z\}$ beschrieben werden. Wie lautet die Geschwindigkeit $\underline{v}(t)$ in den Zylinderkoordinaten?

a) $\underline{v}(t) = \dot{r}\underline{e}_r + r\dot{\varphi}\underline{e}_\varphi + \dot{z}\underline{e}_z$

b) $\underline{v}(t) = \dot{r}\underline{e}_r + \dot{\varphi}^2\underline{e}_\varphi + \dot{z}\underline{e}_z$

c) $\underline{v}(t) = \dot{r}\underline{e}_r + r\ddot{\varphi}\underline{e}_\varphi + \dot{z}\underline{e}_z$

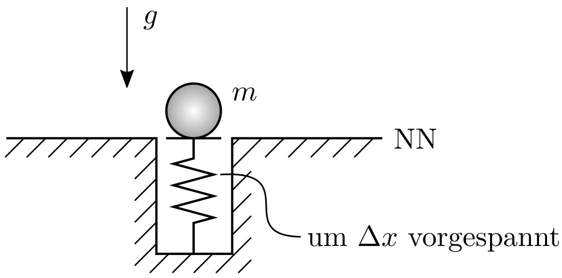
Energie und Arbeit

D45) Eine lineare Feder mit der Steifigkeit c wird um Δx vorgespannt. Dann schießt die Feder die Masse m nach oben. Dabei entspannt sich die Feder. Die Höhe h wird gemessen von Normalnull. Was ist die maximale Höhe h, die die Kugel ohne Luftwiderstand erreicht?
Gegeben: m, c, Δx, g

a) $h = \dfrac{c\Delta x^2}{2mg}$

b) $h = \dfrac{\Delta x^2}{2g}$

c) $h = \dfrac{2c\Delta x^2}{mg}$



D46) Die potentielle Energie eines Massenpunktes ist gegeben durch

$$E^{\text{pot}} = -\frac{1}{2}m\omega^2 x^2 + mgy.$$

Bestimmen Sie die dazu gehörigen Kräfte F_x und F_y!
Gegeben: $m =$ konst., $g =$ konst., $\omega =$ konst.

a) $F_x = -m\omega^2 x, \quad F_y = mg$

b) $F_x = -m\omega^2 x + mgy, \quad F_y = -\frac{1}{2}m\omega^2 x^2 + mg$

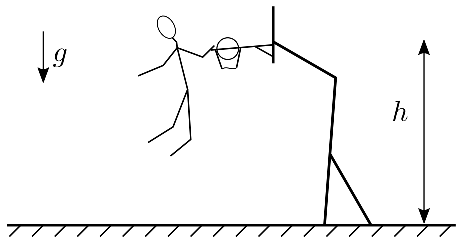
c) $F_x = m\omega^2 x, \quad F_y = -mg$

D47) Der berühmte Basketballspieler Dirk Nowatzki erzielt mit dem abgebildeten *Dunk* zwei Punkte, indem er den Ball der Masse m mit der Geschwindigkeit v_0 in den Korb wirft. Wie groß ist die Aufprallgeschwindigkeit des Balles auf dem Boden, wenn der Luftwiderstand vernachlässigt wird?
Gegeben: $m = 700\,\mathrm{g}$, $v_0 = \sqrt{84}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, $h = 3\,\mathrm{m}$, $g = 10\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

a) $v = 2\sqrt{15}\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}} + \sqrt{84}\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}}$

b) $v = 2\sqrt{15}\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}}$

c) $v = 12\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}}$



D48) Gegeben sei ein Motor mit dem konstanten Drehmoment M. Im Betriebszustand wird eine Welle angetrieben. Wie groß ist die Arbeit W die der Motor bei einer Umdrehung an die Welle abgibt?
Gegeben: M

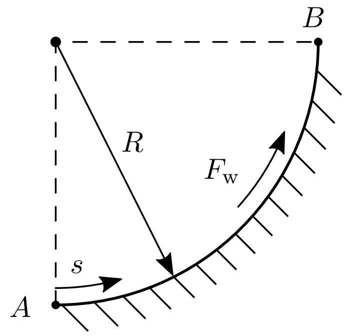
a) $W = \dfrac{M}{2\pi}$ b) $W = 2\pi M$ c) $W = M\omega$

D49) Gegeben sei eine Viertelkreisbahn. Berechnen Sie die Arbeit W, die die Kraft F_w, die immer tangential (in Richtung der Bahn) gerichtet ist, zwischen den Punkten A und B leistet.
Gegeben: $F_\text{w}(s) = \frac{4c}{\pi^2}s$, R, $c =$ konst.

a) $W = \dfrac{cR^2}{2}$

b) $W = \dfrac{cR^2}{8}$

c) $W = \dfrac{cR^3}{2}$



D50) Gegeben sei ein Auto, das mit der Geschwindigkeit v_0 fährt. Aufgrund schlechter Sicht muss der Fahrer abbremsen. Dabei soll sich seine kinetische Energie auf 1/3 des Anfangswertes reduzieren. Bestimmen Sie den Bremsweg der dafür notwendig ist!
Gegeben: μ, m, g, v_0

a) $x = \dfrac{v_0^2}{3\mu g}$ b) $x = \dfrac{2v_0^2}{3\mu g}$ c) $x = \dfrac{mv_0^2}{3\mu g}$

D51) Welche der folgenden Kräfte ist konservativ?

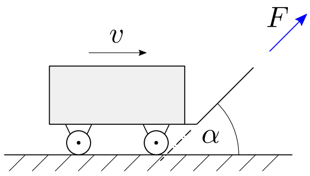
a) Gravitationskraft b) Reibkraft c) Dämpferkraft

D52) Ein Karren wird entlang einer Strecke mit der Kraft F gezogen. Der Winkel zwischen Stange und Boden beträgt dabei α. Wie groß ist die Leistung P?

a) $P = Fv\cos(\alpha)$

b) $P = Fv\sin(\alpha)$

c) $P = \frac{F}{2}mv^2$

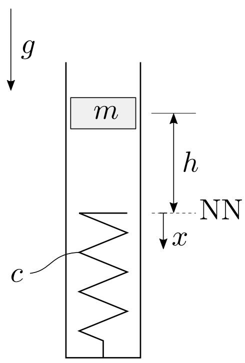


D53) Eine Masse m wird im Abstand h über dem Ende einer ungespannten Feder ohne Anfangsgeschwindigkeit losgelassen. Wie lautet der Energieerhaltungssatz zwischen dem Anfangszustand und dem Zustand an dem die Feder die größte Stauchung erfährt?
Gegeben: m, h, c, g

a) $mg(h + x) = \frac{1}{2}cx^2$

b) $mg(h - x) = -\frac{1}{2}cx^2$

c) $mg(h - x) = \frac{1}{2}cx^2$

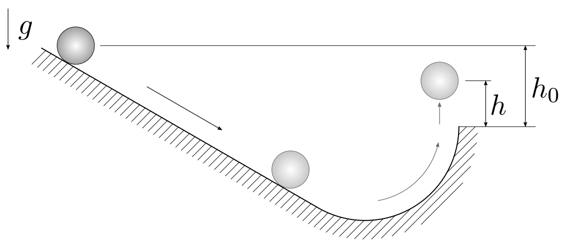


D54) Eine homogene Walze rollt verlustfrei aus der Ruhe heraus eine Rampe der Höhe h hinunter. Im anschließenden senkrechten freien Flug erreicht sie die Höhe h. Berechnen Sie die Höhe h!
Gegeben: g, h_0

a) $h = \sqrt{2gh_0}$

b) $h = \frac{2}{3}h_0$

c) $h = h_0$

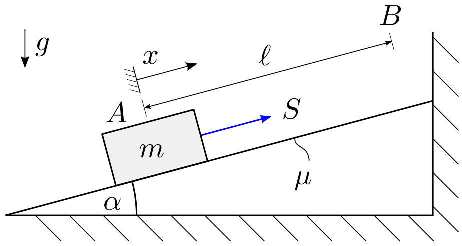


D55) Ein Klotz mit der Masse m wird mit der Kraft S eine schiefe Ebene hinaufgezogen. Geben Sie die Differenz der potentiellen Energie zwischen Anfangspunkt A und Endpunkt B an!
Gegeben: ℓ, S, μ, g, α

a) $\Delta U = mg\ell \sin(\alpha)$

b) $\Delta U = \mu mg\ell \cos(\alpha)$

c) $\Delta U = mg\ell \cos(\alpha)$



D56) Wie wird die physikalische Größe $\int \underline{F}\,\mathrm{d}t$ bezeichnet, wenn $\underline{F}$ eine Kraft und t die Zeit beschreibt?

a) Leistung b) Kraftstoß c) Impuls

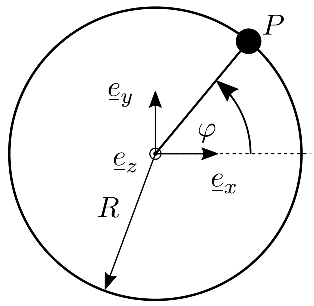
Kreisbewegung

D57) Der Punkt P bewegt sich auf einem Kreis mit dem Radius R mit einer konstanten Winkelgeschwindigkeit ω um die z-Achse. Geben Sie den Geschwindigkeitsvektor $\underline{v}(\varphi)$ für den Punkt P in der kartesischen Basis $\{\underline{e}_x, \underline{e}_y\}$ als Funktion des Winkels φ an.
Gegeben: R, ω

a) $\underline{v}(\varphi) = \omega R\Big(\sin(\varphi)\underline{e}_x - \cos(\varphi)\underline{e}_y\Big)$

b) $\underline{v}(\varphi) = \omega R\Big(-\cos(\varphi)\underline{e}_x + \sin(\varphi)\underline{e}_y\Big)$

c) $\underline{v}(\varphi) = \omega R\Big(-\sin(\varphi)\underline{e}_x + \cos(\varphi)\underline{e}_y\Big)$



Schwingung

D58) Gegeben sei ein schwingungsfähiges System. Die Größe t beschreibt die Zeit, T die Periodendauer, ω die Eigenkreisfrequenz und $x(t)$ die Ortsfunktion. Welche Aussagen sind bei harmonischen und periodischen Schwingungen zutreffend?
Gegeben: $A, B =$ konst., werden über Anfangsbedingungen bestimmt.

a) $x(t) = x(t + T)$

b) $x(t) = \arctan(\omega t)$

c) $x(t) = A\sin(\omega t)\exp(\mathrm{i}\omega t) + B\exp(-\mathrm{i}\omega t)$

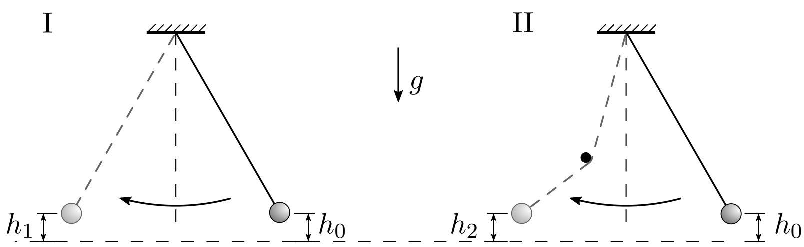
D59) Ein dynamisches System wird mit der Differentialgleichung

$$\frac{2a}{5}\ddot{x} + a^2\varphi\dot{x} + b^2\dot{\varphi}x - 3x = 5mg$$

beschrieben. Zusätzlich ist die kinematische Bedingung $\varphi = \pi x$ gegeben. Berechnen Sie die statische Ruhelage x_{stat} des Systems!
Gegeben: m, g

a) $x_{\text{stat}} = -\frac{5}{3}mg$ b) $x_{\text{stat}} = \frac{5}{3}mg$ c) $x_{\text{stat}} = -\frac{3}{5}mg$

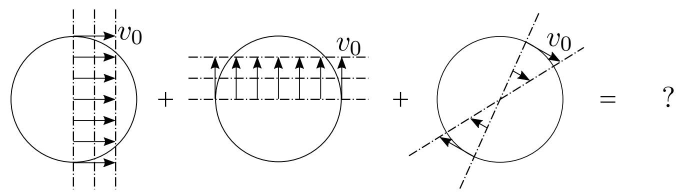
D60) Ein Fadenpendel mit einer Punktmasse wird aus der Höhe h_0 losgelassen. Im ersten Fall erreicht es auf der anderen Seite die maximale Höhe h_1. Im zweiten Fall stößt das Pendel auf ein Hindernis und erreicht dabei die maximale Höhe h_2. Der Luftwiderstand ist zu vernachlässigen. Wie verhalten sich die Höhen h_0, h_1 und h_2 zueinander?

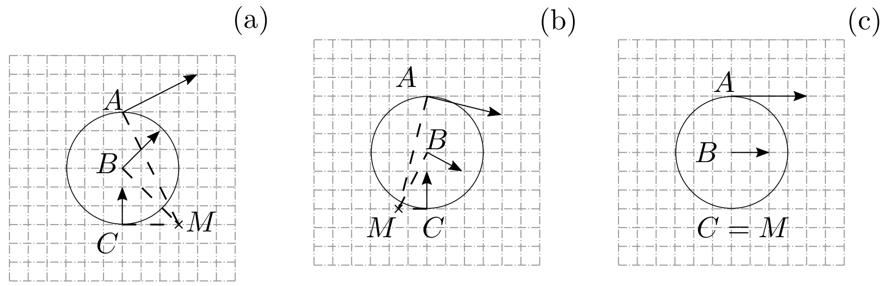


a) $h_0 = h_1 = h_2$ b) $h_0 > h_1 > h_2$ c) $h_0 = h_1 > h_2$

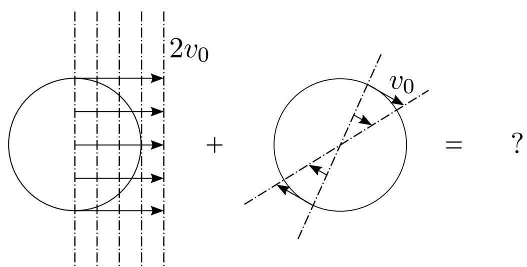
Rollbewegung

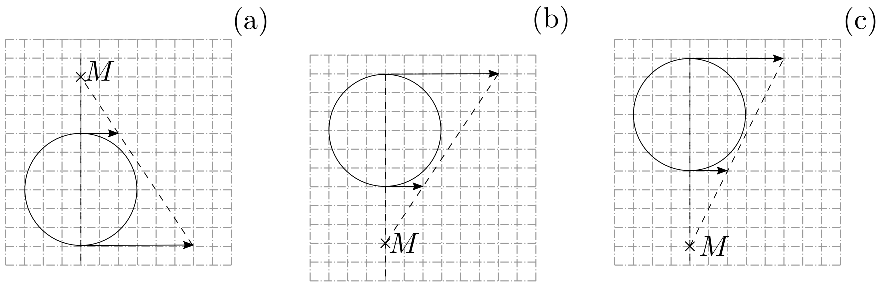
D61) Eine Bewegung sei aus zwei rein translatorischen und einer rein rotatorischen Bewegung zusammengesetzt. Dabei entspricht der Betrag des Geschwindigkeitsvektors v_0 der Länge von zwei Kästchen. Bestimmen Sie die drei Geschwindigkeitsvektoren in den Punkten A, B und C und den Momentanpol der Gesamtbewegung!
Gegeben: v_0



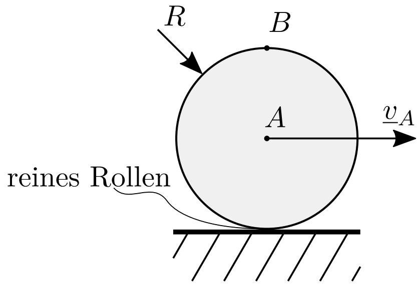


D62) Eine Bewegung sei aus einer rein translatorischen und einer rein rotatorischen Bewegung zusammengesetzt. Dabei entspricht der Betrag des Geschwindigkeitsvektors v_0 der Länge von zwei Kästchen. Bestimmen Sie die Geschwindigkeitsvektoren und den Momentanpol der Gesamtbewegung!
Gegeben: v_0





D63) Ein Rad mit dem Radius R rollt in einer ebenen Bewegung auf dem Boden ab. Wie groß ist die Geschwindigkeit von Punkt B, wenn die Geschwindigkeit von Punkt A mit v_A gegenüber dem Boden vorgegeben ist?



a) $\underline{v}_B = \sqrt{R}\,\underline{v}_A$

b) $\underline{v}_B = \underline{v}_A$

c) $\underline{v}_B = 2\underline{v}_A$

Punktbewegung

D64) Gegeben sei die Geschwindigkeit $v(x) = A\mathrm{e}^{Cx}$ eines Massenpuktes in Abhängigkeit seines Ortes $x(t)$. Berechnen Sie die Beschleunigung $a(x)$ in Abhängigkeit des Ortes $x(t)$.
Gegeben: $A =$ konst., $C =$ konst.

a) $a(x) = AC\mathrm{e}^{Cx}$

b) $a(x) = CA^2\mathrm{e}^{2Cx}$

c) $a(x) = 0$

D65) Gegeben sei die Geschwindigkeit $v(x) = A\sin(kx)$ eines Massenpunktes in Abhängigkeit seiner Lage $x(t)$. Berechnen Sie die Beschleunigung $a(x)$ in Abhängigkeit von der Lage $x(t)$.
Gegeben: $A =$ konst., $k =$ konst.

a) $a(x) = Ak\cos(kx)$

b) $a(x) = A^2k\cos(kx)\sin(kx)$

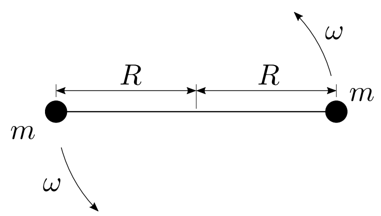
c) $a(x) = Ak^2\cos(kx)$

D66) Zwei Punktmassen kreisen um einen Punkt mit jeweils festem Abstand R mit gleicher Winkelgeschwindigkeit ω. Geben Sie die kinetische Energie E^{kin} des Systems an.
Gegeben: m, R, $\omega =$ konst.

a) $E^{\mathrm{kin}} = \frac{1}{2}mR^2\omega$

b) $E^{\mathrm{kin}} = mR^2\omega^2$

c) $E^{\mathrm{kin}} = 2mR^2\omega^2$



D67) Die Lage eines Punktes P wird durch den Ortsvektor

$$\underline{r}(t) = (A\sin(\Omega t) + B\mathrm{e}^{\lambda t} + C)\underline{e}_y$$

beschrieben. Wie lautet die Geschwindigkeit $\underline{v}(t)$ dieses Punktes in Abhängigkeit der Zeit?
Gegeben: A, B, C, Ω, $\lambda =$ konst.

a) $\underline{v}(t) = (A\Omega\cos(\Omega t) + B\lambda e^{\lambda t})\underline{e}_y$

b) $\underline{v}(t) = (A\Omega\cos(\Omega^2 t) + B\lambda e^{\lambda t})\underline{e}_y$

c) $\underline{v}(t) = (-A\Omega\cos(\Omega t) + B\lambda e^{\lambda t})\underline{e}_y$

D68) Die Lage eines Punktes P wird durch den Ortsvektor

$$\underline{r}(t) = (A\sin(\Omega t) + Be^{\lambda t} + C)\underline{e}_y$$

beschrieben. Wie lautet die Beschleunigung $\underline{a}(t)$ dieses Punktes in Abhängigkeit der Zeit?
Gegeben: A, B, C, Ω, $\lambda = \text{konst.}$

a) $\underline{a}(t) = (-A\Omega^2\sin(\Omega t) + B\lambda^2 e^{\lambda t})\underline{e}_y$

b) $\underline{a}(t) = (A\Omega^2\sin(\Omega t) + B\lambda e^{\lambda t})\underline{e}_y$

c) $\underline{a}(t) = (-A\Omega^2\sin(\Omega t) - B\lambda^2 e^{\lambda t})\underline{e}_y$

D69) Die Lage eines Punktes P wird durch das Weg-Zeit-Gesetz

$$x(t) = \cos(\Omega t) + Bt + C$$

beschrieben. Wie lautet die Beschleunigung $\ddot{x}(t)$ in Abhängigkeit von der Zeit?

a) $\ddot{x} = \Omega\sin(\Omega t) + B$

b) $\ddot{x} = -\dfrac{C}{B}\cos(\Omega t)$

c) $\ddot{x} = -\Omega^2\cos(\Omega t)$

Starrkörperbewegung

D70) Eine Kugel soll sich entlang einer Bahn bewegen. Ihre Beschleunigung dabei ist gegeben durch

$$a(t) = a_0 \sin(kt) \ .$$

Zum Zeitpunkt $t = 0$ befindet sich die Kugel in Ruhe. Bestimmen Sie die Geschwindigkeit der Kugel in Abhängigkeit der Zeit t!
Gegeben: $a_0 =$ konst., $k =$ konst., $v(t = 0) = 0$

a) $v(t) = a_0 k \cos(kt)$

b) $v(t) = \dfrac{a_0}{k}\left[\cos(kt) - 1\right]$

c) $v(t) = \dfrac{a_0}{k}\left[1 - \cos(kt)\right]$

D71) Eine Bewegung wird beschrieben durch die gegebene wegabhängige Geschwindigkeitsfunktion

$$v(x) = v_0 \cos\left(\frac{x^2}{\ell^2}\right) \ ,$$

wobei $x(t)$ zeitabhängig ist. Berechnen Sie die Beschleunigung $a(x)$!
Gegeben: $v_0 =$ konst., $\ell =$ konst.

a) $a(x) = 0$

b) $a(x) = -\dfrac{2}{\ell^2} v_0 x \sin\left(\dfrac{x^2}{\ell^2}\right) \cos\left(\dfrac{x^2}{\ell^2}\right)$

c) $a(x) = -2\dfrac{v_0^2}{\ell^2} x \sin\left(\dfrac{x^2}{\ell^2}\right) \cos\left(\dfrac{x^2}{\ell^2}\right)$

D72) Wie lautet der translatorische Anteil der kinetischen Energie eines beliebig bewegten starren Körpers?

a) $E^{\text{kin}}_{\text{trans}} = \frac{1}{2}mv^2$

b) $E^{\text{kin}}_{\text{trans}} = \frac{1}{2}mv^2 + mgh$

c) $E^{\text{kin}}_{\text{trans}} = \frac{1}{2}mv$

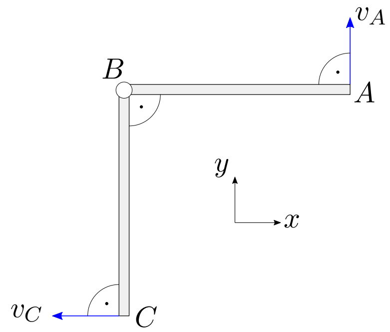
D73) Welche Aussage gilt allgemein für Starrkörper?

a) Der Abstand zwischen zwei beliebig gewählten Punkten eines Starrkörpers ändert sich nicht.

b) An Starrkörpern greifen keine Kräfte an.

c) Alle Geschwindigkeitsvektoren eines Starrkörpers haben denselben Betrag.

D74) Zwei gleich dünne Balken in der Ebene sind in B gelenkig verbunden. Die Geschwindigkeiten v_A und v_C der Endpunkte A und C sind vorgegeben. Zudem gilt $v_A = 2v_C$. Welche Aussage zu dem momentanen Bewegungszustand ist korrekt?



a) Der Punkt B hat die Geschwindikeit Null, da es sich um einen Momentanpol handelt.

b) Der Punkt B bewegt sich nach links oben.

c) Der Punkt B bewegt sich nach rechts unten.

Lösungen der Aufgaben zur Kinematik und Dynamik

L–D1)	b)	L–D26)	a)	L–D51)	a)
L–D2)	a)	L–D27)	b)	L–D52)	a)
L–D3)	a)	L–D28)	a)	L–D53)	a)
L–D4)	b)	L–D29)	a)	L–D54)	c)
L–D5)	a)	L–D30)	b)	L–D55)	a)
L–D6)	c)	L–D31)	c)	L–D56)	b)
L–D7)	a)	L–D32)	a)	L–D57)	c)
L–D8)	c)	L–D33)	b)	L–D58)	a)
L–D9)	a)	L–D34)	a)	L–D59)	a)
L–D10)	b)	L–D35)	a)	L–D60)	c)
L–D11)	b)	L–D36)	b)	L–D61)	a
L–D12)	c)	L–D37)	a)	L–D62)	b
L–D13)	a)	L–D38)	b)	L–D63)	c)
L–D14)	c)	L–D39)	b)	L–D64)	b)
L–D15)	a)	L–D40)	a)	L–D65)	b)
L–D16)	a)	L–D41)	b)	L–D66)	b)
L–D17)	a)	L–D42)	b)	L–D67)	a)
L–D18)	b)	L–D43)	c)	L–D68)	a)
L–D19)	a)	L–D44)	a)	L–D69)	c)
L–D20)	b)	L–D45)	a)	L–D70)	c)
L–D21)	a)	L–D46)	c)	L–D71)	c)
L–D22)	b)	L–D47)	c)	L–D72)	a)
L–D23)	a)	L–D48)	b)	L–D73)	a)
L–D24)	a)	L–D49)	a)	L–D74)	a)
L–D25)	b)	L–D50)	a)		

Kontinuumsmechanik

Einheiten

K1) Geben Sie die Maßeinheit des Drehimpulses $\underline{L}$ an.

a) $\dfrac{\mathrm{kg\,m^2}}{\mathrm{s}}$ b) $\dfrac{\mathrm{kg\,m^2}}{\mathrm{s^2}}$ c) $\dfrac{\mathrm{kg\,m}}{\mathrm{s^2}}$

K2) Geben Sie die Maßeinheit der Winkelgeschwindigkeit $\underline{\omega}$ an.

a) $\dfrac{1}{\mathrm{s^2}}$ b) $\dfrac{1}{\mathrm{s}}$ c) 1

K3) Geben Sie die Maßeinheit der Arbeit W an.

a) $\dfrac{\mathrm{kg\,m}}{\mathrm{s^2}}$ b) $\dfrac{\mathrm{kg\,m^2}}{\mathrm{s}}$ c) $\dfrac{\mathrm{kg\,m^2}}{\mathrm{s^2}}$

K4) Geben Sie die Maßeinheit der Biegesteifigkeit EI an.

a) $\dfrac{\mathrm{kg\,m^3}}{\mathrm{s^2}}$ b) $\dfrac{\mathrm{kg\,m^2}}{\mathrm{s^2}}$ c) $\dfrac{\mathrm{kg\,m}}{\mathrm{s^2}}$

K5) Die Differentialgleichung zur Beschreibung der Transversalschwingung einer Membran lautet

$$\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = c_{\mathrm{M}}^2\Big(\frac{\partial^2 w}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial x_2^2}\Big).$$

Geben Sie die Konstante c_{M} an.

a) $\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s^2}}$ b) $\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ c) $\dfrac{\mathrm{m^2}}{\mathrm{s^2}}$

K6) Die Differentialgleichung zur Beschreibung der Transversalschwingung eines Balkens lautet

$$\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = c_\mathrm{B}^2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^4}.$$

Geben Sie die Einheit der Konstanten c_B an.

a) $\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$ b) $\dfrac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2}$ c) $\dfrac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}}$

Grundlagen Tensorrechnung

K7) Vereinfachen Sie den Ausdruck $\delta_{2i}A_{ki}\delta_{k3}$ nach der Summenkonvention. Für das KRONECKER-Symbol δ gilt

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & i = j \\ 0 & i \neq j \end{cases} .$$

a) $\delta_{2i}A_{ki}\delta_{k3} = A_{32}$

b) $\delta_{2i}A_{ki}\delta_{k3} = A_{32} + A_{23}$

c) $\delta_{2i}A_{ki}\delta_{k3} = A_{12} + A_{22} + A_{32}$

K8) Das isotrope HOOKEsche Gesetz für den dreidimensionalen Fall lautet:

$$\sigma_{ij} = \lambda\varepsilon_{kk}\delta_{ij} + 2\mu\varepsilon_{ij} \ .$$

Berechnen Sie für die gegebenen Komponenten des Verzerrungstensor ε_{ij} die Normalspannung σ_{11}.

Gegeben: λ, μ, $\varepsilon_{ij} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} & \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{31} & \varepsilon_{32} & \varepsilon_{33} \end{bmatrix}_{ij}$

a) $\sigma_{11} = \lambda\varepsilon_{11} + 2\mu\varepsilon_{11}$

b) $\sigma_{11} = \lambda(\varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} + \varepsilon_{33}) + 2\mu\varepsilon_{11}$

c) $\sigma_{11} = \lambda(\varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} + \varepsilon_{33}) \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + 2\mu\varepsilon_{11}$

K9) Das isotrope HOOKEsche Gesetz für den dreidimensionalen Fall lautet:

$$\sigma_{ij} = \lambda\varepsilon_{kk}\delta_{ij} + 2\mu\varepsilon_{ij} \ .$$

Berechnen Sie für die gegebenen Komponenten des Verzerrungstensor ε_{ij} die Tangentialspannung σ_{23}.

Gegeben: λ, μ, $\varepsilon_{ij} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} & \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{31} & \varepsilon_{32} & \varepsilon_{33} \end{bmatrix}_{ij}$

a) $\sigma_{23} = 2\mu\varepsilon_{23}$

b) $\sigma_{23} = \lambda(\varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} + \varepsilon_{33}) + 2\mu\varepsilon_{23}$

c) $\sigma_{23} = \mu\varepsilon_{23}$

K10) Die Rotation eines Vektors ist definiert durch

$$\mathrm{rot}(\underline{v}) = \nabla \times \underline{v} = \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \varepsilon_{ijk} \underline{e}_k \ .$$

Zeigen Sie, dass die folgende Rechenregel gilt:

$$\mathrm{rot}(\mathrm{grad}\, \underline{f}) = \frac{\partial}{\partial x_i} \underline{e}_i \times \left(\frac{\partial f_k}{\partial x_j} \underline{e}_j \otimes \underline{e}_k \right) = \underline{\underline{0}} \ .$$

a) $\mathrm{rot}(\mathrm{grad}\, \underline{f}) = \nabla^2 \underline{f} = \underline{\underline{0}}\underline{f} = \underline{0}$

b) $\mathrm{grad}(\mathrm{div}\, \underline{f}) - \mathrm{div}(\mathrm{grad}\, \underline{f}) = \mathrm{rot}(\mathrm{rot}\, \underline{f})$

c) $\mathrm{rot}(\mathrm{grad}\, f) = \varepsilon_{ijm} \dfrac{\partial^2 f_k}{\partial x_i \partial x_j} \underline{e}_m \otimes \underline{e}_k = \underline{\underline{0}}, \quad \varepsilon_{ijk} = -\varepsilon_{jik}$

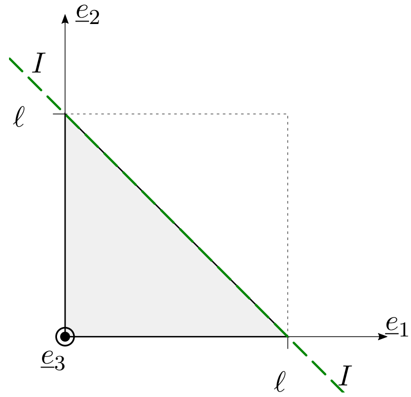
K11) Gegeben ist der dreidimensionale Spannungszustand eines Würfels. Berechnen Sie den Spannungsvektor an der Schnittfläche I-I mithilfe des Tetraederarguments von CAUCHY.

Gegeben: ℓ, $\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{bmatrix}_{ij}$

a) $t_i = \sigma_{ij} n_j = \dfrac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} \sigma_{11} + \sigma_{12} \\ \sigma_{12} + \sigma_{22} \\ \sigma_{13} + \sigma_{23} \end{bmatrix}_i$

b) $t_i = \sigma_{ij} n_j = \begin{bmatrix} \sigma_{11} + \sigma_{12} \\ \sigma_{12} + \sigma_{22} \\ \sigma_{13} + \sigma_{23} \end{bmatrix}_i$

c) $t_i = \sigma_{ij} n_j = \begin{bmatrix} \sigma_{11} - \sigma_{12} \\ \sigma_{22} - \sigma_{12} \\ \sigma_{13} - \sigma_{23} \end{bmatrix}_i$



Bilanzen

K12) Formulieren Sie die Massenbilanz für ein *geschlossenes* System.

a) $\dfrac{\mathrm{d}M}{\mathrm{d}t} = 0 \quad \text{mit} \quad M = \int\limits_{V(t)} \rho \, \mathrm{d}V$

b) $\dfrac{\mathrm{d}M}{\mathrm{d}t} = c \quad \text{mit} \quad M = \int\limits_{V(t)} \rho \, \mathrm{d}V$

c) $\dfrac{\mathrm{d}M}{\mathrm{d}t} = 0 \quad \text{mit} \quad M = \int\limits_{V(t)} \rho V \, \mathrm{d}V$

K13) Formulieren Sie die Massenbilanz für ein *offenes* System.

a) $\dfrac{\mathrm{d}M}{\mathrm{d}t} = -\mu(t) \quad \text{mit} \quad M = \int\limits_{V(t)} \rho \, \mathrm{d}V$

b) $\dfrac{\mathrm{d}M}{\mathrm{d}t} = f(x) \quad \text{mit} \quad M = \int\limits_{V(t)} \rho \, \mathrm{d}V$

c) $\dfrac{\mathrm{d}M}{\mathrm{d}t} = 0 \quad \text{mit} \quad M = \int\limits_{V(t)} \rho V \, \mathrm{d}V$

REYNOLDSsches Transporttheorem

K14) Gegeben ist das Feld $\psi(\underline{x},t)$. Notieren Sie das REYNOLDSsche Transporttheorem für materielle Volumina.

a) $$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int\limits_{V(t)} \psi(\underline{x},t)\,\mathrm{d}V = \int\limits_{t} \frac{\partial\psi}{\partial t}\,\mathrm{d}t + \oint\limits_{V(t)} \psi\underline{v}\cdot\underline{n}\,\mathrm{d}A$$

b) $$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int\limits_{V(t)} \psi(\underline{x},t)\,\mathrm{d}V = \int\limits_{V(t)} \frac{\partial\psi}{\partial t}\,\mathrm{d}V + \oint\limits_{\partial V} \psi\underline{v}\cdot\underline{n}\,\mathrm{d}A$$

c) $$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int\limits_{V(t)} \psi(\underline{x},t)\,\mathrm{d}V = \int\limits_{V(t)} \frac{\partial\psi}{\partial t}\,\mathrm{d}V + \int\limits_{V(t)} \psi n\,\mathrm{d}V$$

Ansatz Bernoulli, Ansatz d'Alembert

K15) Formen Sie die d'Alembertsche Lösung der Wellengleichung

$$u(x,t) = \cos\left(\kappa[x+ct]\right) + \cos\left(\kappa[x-ct]\right)$$

so um, dass sie dem Produktansatz nach Bernoulli der Form $A(x)B(t)$ genügt:

a) $u(x,t) = \underbrace{2\cos(\kappa x)}_{=A(x)}\underbrace{\cos(\kappa ct)}_{=B(t)}$

b) $u(x,t) = \underbrace{\cos^2(\kappa x)}_{=A(x)}\underbrace{\cos(ct)}_{=B(t)}$

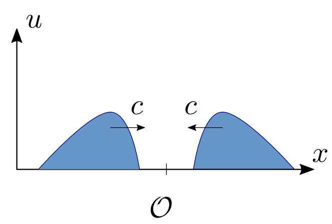
c) $u(x,t) = \underbrace{\kappa\cos(x)}_{=A(x)}\underbrace{\kappa\cos(ct)}_{=B(t)}$

K16) In einem elastischen Stab laufen zwei um den Punkt $\mathcal{O}$ symmetrische Longitudinalwellen der Verschiebung u aufeinander zu. Bleibt die Normalspannung σ im Punkt $\mathcal{O}$ konstant, während sich die Wellen durchdringen?

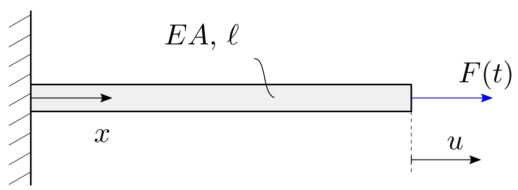
a) Ja, da der antimetrische u'-Verlauf der Wellen die Normalspannungen am Punkt $\mathcal{O}$ auslöscht.

b) Nein, weil beide Wellen sich bei $\mathcal{O}$ überlagern.

c) Nein, weil die Spiegelsymmetrie nur bei linearen Wellen gilt.



K17) Eine Longitudinalwelle läuft in einem Stab auf die feste Einspannung am Stabende zu. Was für eine Spannung tritt am eingespannten Ende des Stabes auf?

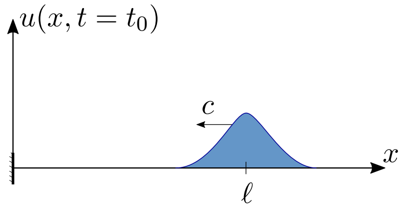


a) Die Einspannung ermöglicht keine axiale Bewegug, d.h. maximale Spannung.

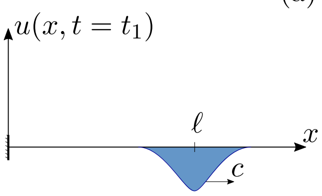
b) An der Einspannung muss $u(x = 0, t) = 0, \forall t$ gelten, d. h. keine Spannung.

c) Überall tritt ein Spannungsverlauf eine Ordnung weniger als $F(t)$ auf.

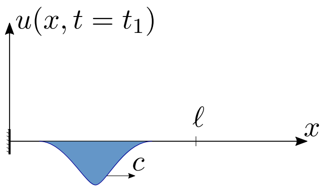
K18) Eine Longitudinalwelle läuft in einem Dehnstab auf die feste Einspannung bei $x = 0$ zu. Ihr Maximum befindet sich zur Zeit $t_0 = 0$ bei $x = \ell$. Welches der Diagramme kennzeichnet die Verschiebung $u(x, t = t_1)$ zur Zeit t_1? Gegeben: $t_1 = 2\ell/c$



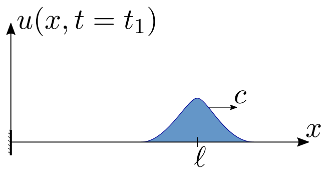
(a)



b)



c)



K19) Gewinnen Sie mit dem Ansatz

$$w(x, y, t) = \cos(\alpha x)\cos(\beta y)\cos(\omega t)$$

aus der Schwingungsdifferentialgleichung der Membran

$$\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = c^2 \Delta w$$

eine Beziehung für ω als Funktion von α, β und c.

a) $\omega^2 = c^2(\alpha^2 + \beta^2) \quad \Rightarrow \quad \omega = \pm c\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}$

b) $\cos^2(\omega) = c^2\big(\cos^2(\alpha) + \cos^2(\beta)\big) \quad \Rightarrow \quad \omega = \cos^{-1}\left(c^2 \cos(\alpha - \beta)\right)$

c) $\omega^2 = c^2(\alpha^2 - \beta^2) \quad \Rightarrow \quad \omega = \pm c\sqrt{\alpha^2 - \beta^2}$

K20) Die Longitudinalschwingung eines Stabes soll mit einem Bernoulli-Ansatz der Form $u(x, t) = A(x)B(t)$ berechnet werden. Wie lautet die allgemeine Lösung der gewöhnlichen Differentialgleichung für die Ortsfunktion?

a) $A(x) = A_1 e^{-\frac{\omega}{c}x}$

b) $A(x) = -\left(\frac{\omega^2}{c^2}x^2\right) + A_1 x + A_2$

c) $A(x) = A_1 \sin\left(\frac{\omega}{c}x\right) + A_2 \cos\left(\frac{\omega}{c}x\right)$

K21) Geben Sie die allgemeine Wellengleichung im zweidimensionalen Raum an.

a) $\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 u(x,y,t)}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u(x,y,t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u(x,y,t)}{\partial y^2}$

b) $\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 u(x,y,t)}{\partial t^2} = (\operatorname{div} u(x,y,t))^2$

c) $\frac{\partial u(x,y,t)}{\partial t} = \Delta u(x,y,t)$

K22) Wie kann man mit der allgemeinen Lösung der Wellengleichung nach Bernoulli für die freie Saitenschwingung

$$w_k(x,t) = \sin\left(\frac{\omega_k}{c}x\right)\left[A_k \cos(\omega_k t) + B_k \sin(\omega_k t)\right]$$

eine Anfangsbedingung der Form

$$\dot{w}(x, t = 0) = Dx(\ell - x)$$

erfüllen?
Gegeben: $D = \text{konst.}$, $\omega_k = \pi\frac{c}{\ell}k$

a) $\dot{w}(x, t = 0)$ kann in einer Fourier-Reihe entwickelt werden.

b) Durch Umschreibung der trigonometrischen Funktionen in die exponentielle Funktion $\exp(\mathrm{i}x) = \cos(x) + \mathrm{i}\sin(x)$.

c) Durch Linearisierung in die Zustandsraumdarstellung $\dot{w}_k = f(w_k, x_k) + g(w_k, x_k)$ und Ersetzen von $\dot{w}(x,t)|_{t=0}$.

K23) Welche Gleichung ergibt sich für die Ortsfunktion $A(x)$ aus der zweidimensionalen Wellengleichung, wenn man einen BERNOULLI-Ansatz $w(x,t) = A(x)B(t)$ mit harmonischem Zeitgesetz für

$$B(t) = B_1 \sin(\omega t) + B_2 \cos(\omega t)$$

wählt?

a) $A'' = 2\omega A$

b) $A''c^2 + \omega^2 A = 0$

c) $A = \mathrm{grad}(A)(B_1 + B_2)\omega^2$

K24) Ein gespanntes Seil liegt entlang der x_1-Achse. Geben Sie die Differentialgleichung zur Bestimmung der Verschiebung $w(x_1,t)$ an:
Gegeben: N, ρ, A

a) $\dfrac{\partial^2 w}{\partial t^2} = c^2 \dfrac{\partial^2 w}{\partial x_1^2}, \quad c^2 = \dfrac{N}{\rho A}$

b) $\dfrac{\partial^2 w}{\partial t^2} = c^2 \dfrac{\partial^2 w}{\partial x_i^2}, \quad i \in \{1,2,3\}, \quad c^2 = \dfrac{N}{\rho A}$

c) $\rho \dfrac{\partial^2 w}{\partial t^2} = \dfrac{N}{A} \nabla w$

K25) Von welchem Größen hängen die Eigenfrequenzen einer transversalschwingenden vorgespannten Gitarrensaite ab?

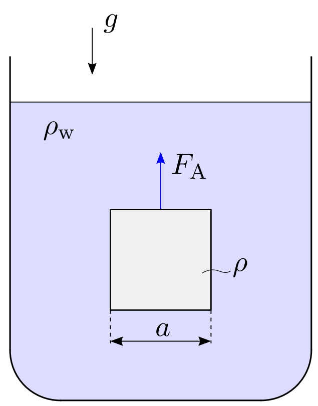
a) Massenbelag μ, Länge ℓ und Spannkraft N der Saite

b) nur Länge ℓ und Spannkraft N der Saite

c) nur Massenbelag μ

Hydrostatik

K26) Ein Würfel mit der konstanten Dichte ρ und der Kantenlänge a ist auf der Spitze stehend vollständig in ein Wasserbad eingelassen. Wie groß ist die Auftriebskraft?
Gegeben: a, g, ρ, ρ_w, V_w



a) $F_\mathrm{A} = |\rho - \rho_\mathrm{w}|\, g a^3$

b) $F_\mathrm{A} = \left|\rho a^3 - \rho_\mathrm{w} V_\mathrm{w}\right| g$

c) $F_\mathrm{A} = \rho_\mathrm{w} g a^3$

K27) Wie groß ist der Luftdruck auf dem Gipfel eines 800 m hohen Berges, wenn für die Region ein Luftdruck von 1 bar bezogen auf das Meeresniveau im Wetterbericht angesagt wurde? Isothermie sei vorausgesetzt.
Gegeben: $\rho_0 = 1{,}25\,\mathrm{m}$, $g \approx 10\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

a) $p_{800\,\mathrm{m}} \approx 0{,}9\,\mathrm{bar}$

b) $p_{800\,\mathrm{m}} \approx 1{,}8\,\mathrm{bar}$

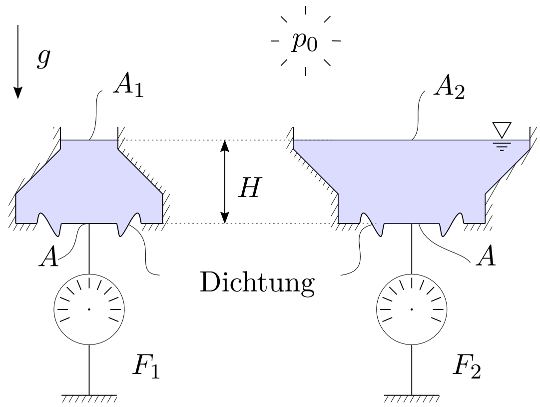
c) $p_{800\,\mathrm{m}} \approx 0{,}1\,\mathrm{bar}$

K28) Die zwei skizzierten Gefäße sind mit Wasser gefüllt. Mit den Messdosen wird die resultierende Kraft auf den Gefäßboden gemessen. Beide Gefäßböden haben die gleiche Grundfläche A. Welche Relation besteht zwischen den von den Messdosen angezeigten Kräften F_1 und F_2?
Gegeben: A, g, p_0, H, ρ_w, A_1, A_2

a) $F_1 > F_2$

b) $F_1 = F_2$

c) $F_1 < F_2$



K29) Wie groß ist die Auftriebskraft eines Heliumballons, der ein Volumen von $V = 4000\,\mathrm{m}^3$ besitzt?
Gegeben: $g \approx 10\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$, $\rho_{\mathrm{Luft}} = 1{,}25\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$, $\rho_{\mathrm{He}} = 0{,}15\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$

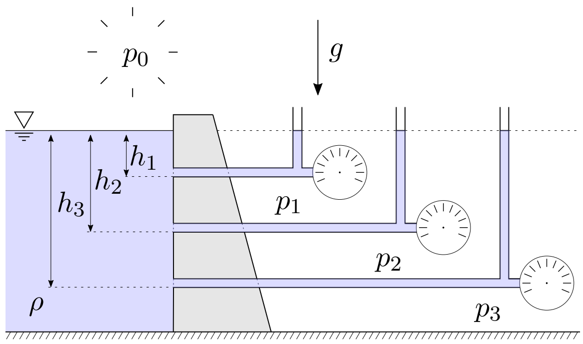
a) $F_{\mathrm{A}} = 50\,\mathrm{kN}$ b) $F_{\mathrm{A}} = 44\,\mathrm{kN}$ c) $F_{\mathrm{A}} = 56\,\mathrm{kN}$

K30) An einer Staumauer wird in drei Höhen der Wasserdruck gemessen. Welche der untenstehenden Relationen ist richtig?

a) $p_0 = p_1 = p_2 = p_3$

b) $p_0 > p_1 > p_2 > p_3$

c) $p_0 < p_1 < p_2 < p_3$

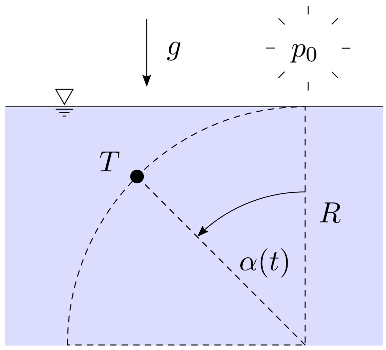


K31) Ein Taucher bewegt sich sehr langsam auf einer Viertelkreisbahn im Wasser, so dass $\alpha(t) = ct$. Bestimmen Sie den Druck $p(t)$, der auf den Taucher wirkt.
Gegeben: p_0, R, $c = \text{konst.}$, $\alpha(t) = ct$, ρ

a) $p(t) = \rho g R[1 - \cos(ct)] + p_0$

b) $p(t) = \rho g R \cos(ct) + p_0$

c) $p(t) = \rho g R[1 - \cos(ct)]$



K32) Wie groß ist der Wasserdruck in 100 m Tiefe, wenn an der Oberfläche der Druck $p_0 = 10^5$ Pa herrscht?
Gegeben: $\rho_\mathrm{w} \approx 1000\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$, $g \approx 10\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

a) $p_{100\,\mathrm{m}} \approx 11\,\mathrm{bar}$ b) $p_{100\,\mathrm{m}} \approx 10\,\mathrm{bar}$ c) $p_{100\,\mathrm{m}} \approx 1{,}1\,\mathrm{bar}$

K33) Wie groß ist der Wasserdruck in 200 m Tiefe, wenn an der Oberfläche der Druck $p_0 = 10^5$ Pa herrscht?
Gegeben: $\rho_\mathrm{w} \approx 1000\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$, $g \approx 10\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

a) $p_{200\,\mathrm{m}} \approx 20\,\mathrm{bar}$ b) $p_{200\,\mathrm{m}} \approx 2{,}1\,\mathrm{bar}$ c) $p_{200\,\mathrm{m}} \approx 21\,\mathrm{bar}$

K34) Welche Voraussetzungen müssen für die Gültigkeit der Grundgleichung der Hydrostatik $\mathrm{grad}(p) = \rho \underline{f}$ erfüllt sein?

a) nur Statik (ruhendes Fluid)

b) mindestens Inkompressibilität und Statik

c) Reibungsfreiheit und Inkompressibilität

K35) Wie lautet die Bernoulli-Gleichung für eine Stromlinie aus der Sicht eines materiellen Teilchens, d. h. über $\underline{X}$? Es sei angenommen, dass es sich um eine stationäre, reibungsfreie und inkompressible Strömung handelt.
Gegeben: p, ρ, g, x_3, $\underline{v}$

a) $\left.\dfrac{\partial}{\partial t}\left(\dfrac{\rho \underline{v}^2}{2}+\rho g x_3\right)\right|_{\underline{X}}=p$

b) $\left.\left(\dfrac{\rho \underline{v}^2}{2}+p+\rho g x_3\right)\right|_{\underline{X}}=\text{konst.}$

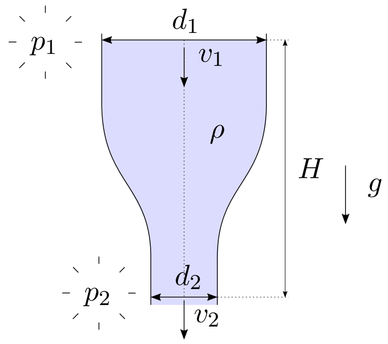
c) $\displaystyle\int\limits_{\underline{X}}\left.\left(\frac{\rho \underline{v}^2}{2}+p+\rho g x_3\right)\right|_{\underline{X}}\mathrm{d}x_3=-p$

K36) Wie groß ist die Strömungsgeschwindigkeit am Austritt des abgebildeten Rohres?
Gegeben: g, ρ, H, d_1, d_2, v_1, p_1, p_2

a) $v_2=\sqrt{v_1^2+\dfrac{2}{\rho}(p_1-p_2)+2gH}$

b) $v_2=\sqrt{v_1^2+2\rho g H}$

c) $v_2=\sqrt{v_1^2+\dfrac{\pi}{\rho}(d_1^2-d_2^2)+gH}$

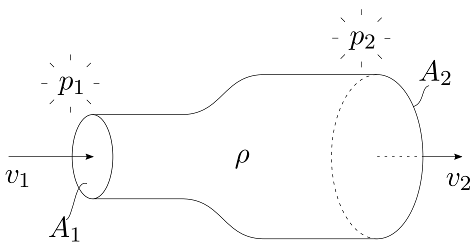


K37) Wie lautet die Kontinuitätsgleichung für Anfangs- und Endquerschnitt der skizzierten Stromröhre?
Gegeben: $\rho=\text{konst.}$

a) $\rho v_1 A_1=\rho v_2 A_2$

b) $p_1+v_1A_1=p_2+v_2A_2$

c) $v_1^2\dfrac{p_1}{A_1}=v_2^2\dfrac{p_2}{A_2}$

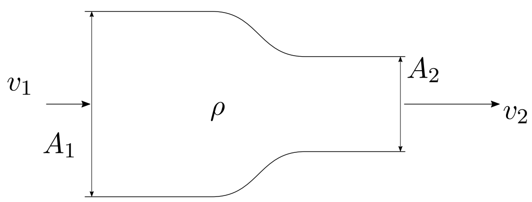


K38) Eine ideale Flüssigkeit mit konstanter Dichte ρ strömt durch ein Rohr mit variablen Querschnitt A. Bestimmen Sie die Geschwindigkeit v_2.
Gegeben: ρ, A_1, A_2, v_1, v_2

a) $v_2 = \frac{A_1}{A_2} v_1$

b) $v_2 = \frac{A_1}{A_2} \rho$

c) $v_2 = \sqrt{\frac{A_1}{A_2} v_1^2}$

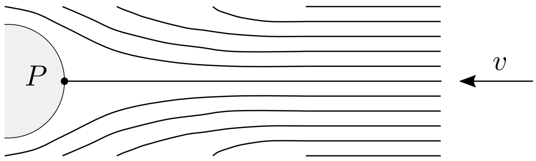


K39) Eine Kugel wird von einer Flüssigkeit der Dichte ρ umströmt. Weit vor der Kugel ist die Strömgeschwindigkeit v und der Druck p_0. Bestimmen Sie mit Hilfe der Bernoulli-Gleichung für einen Stromfaden den Druck p im Staupunkt P.
Gegeben: p_0, v, ρ

a) $p = p_0$

b) $p = \frac{1}{2} \rho v^2$

c) $p = p_0 + \frac{\rho v^2}{2}$

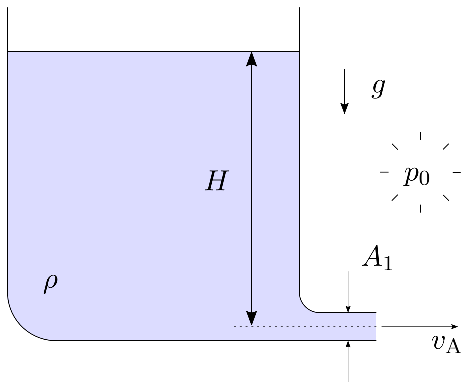


K40) Ein Behälter ist mit einer idealen Flüssigkeit gefüllt. Berechnen Sie unter der Annahme eines konstanten Pegelstandes die Ausflussgeschwindigkeit v_{A}.
Gegeben: g, ρ, H, p_0, A_1

a) $v_{\text{A}} = \sqrt{2gH}$

b) $v_{\text{A}} = \sqrt{2gH + p_0}$

c) $v_{\text{A}} = p_0 + \frac{gH}{\rho}$

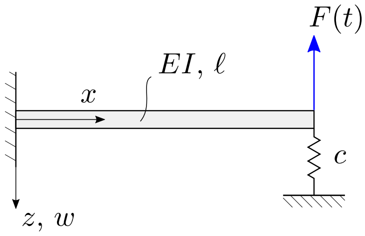


K41) Wie lauten die zwei Randbedingungen am rechten Balkenende für den skizzierten transversal schwingenden Balken?
Gegeben: EI, ℓ, $F(t)$, c

a) $w''(\ell) = 0, \quad EIw'''(\ell) = F(t) - cw(\ell)$

b) $w'(0) = 0, \quad w(0) = 0$

c) $w'(\ell) = 0, \quad EIw'''(\ell) = F(t)$



Lösungen der Aufgaben zur Kontinuumsmechanik

L–K1)	a)	L–K15)	a)	L–K29)	a)
L–K2)	b)	L–K16)	c)	L–K30)	c)
L–K3)	c)	L–K17)	a)	L–K31)	a)
L–K4)	a)	L–K18)	a	L–K32)	a)
L–K5)	b)	L–K19)	a)	L–K33)	c)
L–K6)	c)	L–K20)	c)	L–K34)	a)
L–K7)	a)	L–K21)	a)	L–K35)	b)
L–K8)	b)	L–K22)	a)	L–K36)	a)
L–K9)	a)	L–K23)	b)	L–K37)	a)
L–K10)	c)	L–K24)	a)	L–K38)	a)
L–K11)	a)	L–K25)	a)	L–K39)	c)
L–K12)	a)	L–K26)	c)	L–K40)	a)
L–K13)	a)	L–K27)	a)	L–K41)	a)
L–K14)	b)	L–K28)	b)		