

# Druck-Elastizitätsmodul über Shore-A-Härte ermitteln

**Bauteilauslegung.** Der Druck-Elastizitätsmodul von Elastomeren mit Härten von 30 bis 95 Shore A kann mit guter Genauigkeit durch Umrechnung aus dem jeweiligen Shore-A-Wert bestimmt werden. Die dafür entwickelte Formel verbindet die theoretischen Grundlagen mit den technologischen Gegebenheiten der Shore-Härteprüfung.

**JOHANNES KUNZ  
MARIO STUDER**

Das Verformungsverhalten von Elastomeren wird häufig durch Angabe der Shore-Härte [1] charakterisiert, seltener durch den Elastizitätsmodul. Der Grund dürfte darin liegen, dass die Messung des Elastizitätsmoduls von Elastomeren mit den üblichen Verfahren nicht ganz einfach ist. Dieser Tatsache steht das Interesse der Praxis an der Kenntnis des Elastizitätsmoduls zumindest in brauchbarer Größenordnung gegenüber. Benötigt wird der Elastizitätsmodul vor allem bei der rechnerischen Bauteilauslegung, sei es mit Anwendung analytischer Gleichungen oder der Finite Elemente Methode (FEM). Aus diesem Bedürfnis heraus stellte sich die Frage, ob und wie aus den Shore-A-Werten von Elastomeren deren Elastizitätsmodul bestimmbar sind.

Ausgangspunkt der Überlegungen ist dabei die Erkenntnis, dass bei Elastomeren – im Unterschied zu anderen polymeren und metallischen Werkstoffen – die Steifigkeit mit der Härte verknüpft ist, sowie daraus folgend der Vorschlag von Sponagel et al., den Elastizitätsmodul als Steifigkeitsmaß mittels eines modifizierten Shore-A-Prüfverfahrens zu messen [2]. Diese Modifikation besteht zur Hauptsache darin, dass ein zylindrischer Eindringkörper verwendet wird anstelle des für Shore A genormten Kegelstumpfs. Dies bedingt aber ein Messgerät, das die Auswechslung des Eindringkörpers erlaubt, was in der Regel nicht einfach möglich ist. Ein weiterer Nachteil besteht darin, dass die in Datenbanken enthaltenen Shore-A-Kennwerte nicht in Elastizitätsmoduln umgerechnet werden können. Dies war der Beweggrund, die Möglichkeit zu untersuchen, den Elastizitätsmo-

dul mit der üblichen Shore-A-Härtemessung ohne Modifikation des Eindringkörpers zu bestimmen.

## Shore-A-Härtemessung: Prüfprinzip

Bei der Shore-A-Härtemessung wird ein Eindringkörper von der Form eines Kegelstumpfs (Bild 1) unter der Kraft einer Feder mit definierter Charakteristik in den Probekörper eingedrückt. Die vorgeschriebenen Mindestabmessungen der Probekörper sind 35 mm im Durchmesser und bei weicheren Werkstoffen 6 mm in der Dicke. Bei zu geringer Dicke können mehrere Proben übereinander gelegt werden. Als Maß für die Härte dient der Weg des Eindringkörpers, gemessen mit einer dimensionslosen Skala mit 0 entsprechend einer Eindringtiefe von 2,5 mm als geringstem und 100 bei der Eindringtiefe 0 mm als höchstem Härtewert [1].

Zwischen Eindringtiefe und Shore-Härtewert besteht ebenso ein linearer Zusammenhang wie zwischen Eindringtiefe und Federkraft, was die Gleichungen

$$F = C_1 + C_2 \cdot Sh_A \quad [N] \quad (1)$$

für die Federkraft und

$$w = C_3 \cdot (100 - Sh_A) \quad [mm] \quad (2)$$

für die Eindringtiefe ausdrücken. Die Konstanten darin sind dimensionsbehaftet und haben systembedingt die Werte  $C_1 = 0,549 \text{ N}$ ,  $C_2 = 0,07516 \text{ N}$  und  $C_3 = 0,025 \text{ mm}$ .

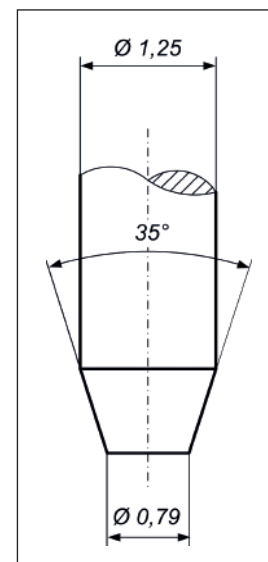
## Theoretischer Hintergrund: Theorie von Boussinesq

Die Tatsache, dass bei der Shore-A-Härtemessung ein Eindringkörper hoher

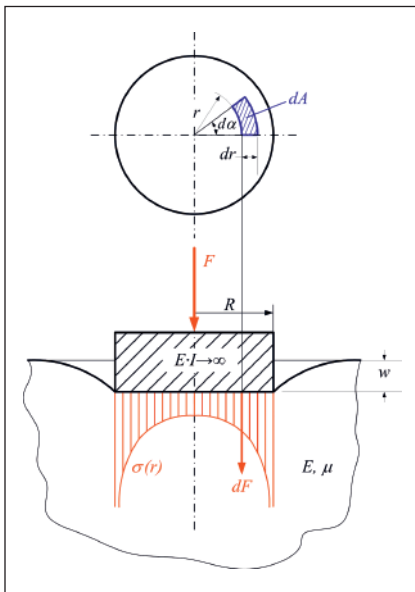
Steifigkeit in einen Probekörper geringer Steifigkeit eingedrückt wird und diesen elastisch verformt, legt es nahe, für die theoretische Beschreibung der Zusammenhänge zwischen Belastung und Verformung die Theorie von Boussinesq [3] heranzuziehen. Diese geht von der Wirkung einer Einzelkraft auf den linear-elastischen Halbraum aus und führt für diesen rotationssymmetrischen Fall auf analytischem Weg schließlich zu den zugehörigen Spannungs- und Verschiebungsfunktionen. Bei Anwendung dieser Gesetzmäßigkeiten auf die Belastung des Halbraums durch einen starren Stempel endlichen Durchmessers (Bild 2) resultiert für den Zusammenhang zwischen der belastenden Kraft  $F$  und der Eindringtiefe des Stempels die Beziehung [4]

$$w = \frac{F}{2} \cdot \frac{1 - \mu^2}{E} \cdot \frac{1}{R} \quad [mm] \quad (3)$$

Darin sind der Elastizitätsmodul  $E$  und die Poissonzahl  $\mu$  die Elastizitätskonstan-



**Bild 1.** Eindringkörper für die Shore-A-Härteprüfung nach DIN EN ISO 868



**Bild 2. Elastischer Halbraum unter Belastung durch einen starren Stempel**

ten des linear-elastischen und isotropen Halbraums, und R bezeichnet den Radius des Stempels.

Durch Einsetzen von (1) und (2) in (3) lässt sich ein direkter Zusammenhang zwischen dem Elastizitätsmodul und der Shore-Härte herstellen in der Form

$$E = \frac{1 - \mu^2}{2 \cdot R \cdot C_3} \cdot \frac{C_1 + C_2 \cdot Sh_A}{100 - Sh_A} \quad [N/mm^2] \quad (4)$$

In diesem Modell repräsentiert der starre Stempel den Shore-Eindringkörper recht gut, auch wenn dieser die Gestalt eines Kegelstumpfs hat. Der elastische Halbraum jedoch stellt eine sehr weitgehende Idealisierung des Probekörpers dar, die nicht nur den Einfluss seiner endlichen Abmessungen ignoriert, sondern auch die allfälligen Abweichungen vom linearen Verformungsverhalten sowie die Reibung zwischen Eindringkörper und Probekörper. Dennoch kann die gefundene Beziehung (4) sehr wohl als Grundlage für die Erfassung der realen Situation bei der Shore-Härteprüfung dienen. Die erwähnten Einflüsse und Imperfektionen lassen sich durch gezielte Untersuchungen ermitteln und gegebenenfalls durch eine geeignete Anpassungsfunktion berücksichtigen.

### Experimentelle Untersuchungen

Die experimentellen Untersuchungen zielten darauf, die Brauchbarkeit der Beziehung (4) als Lösungsansatz zu überprüfen und die Einflüsse insbesondere der endlichen Probenabmessungen und der Reibung quantitativ zu bestimmen.

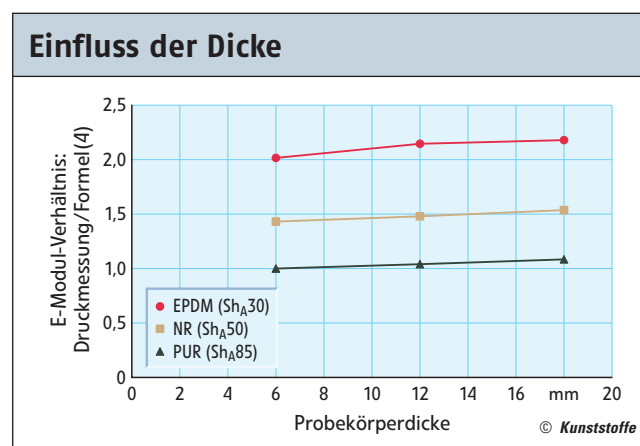
Zwecks breiter Abstützung der Resultate wurden unterschiedliche handelsübliche Typen von vernetzten Elastomeren mit Shore-A-Härten im Bereich von 30 bis 95 untersucht (Tabelle 1). Alle Messungen wurden bei Raumtemperatur durchgeführt. Bewusst nicht mit einbezogen wurden thermoplastische Elastomere, da sie mit ihren Härte- bzw. Steifigkeitseigenschaften auch außerhalb des Shore-A-Härtebereichs liegen können und somit einer separaten Untersuchung bedürfen.

**Shore-A-Härte.** Für Härtemessungen wurde das Gerät digi test 3105 von Zwick/Roell eingesetzt. Als Versuchszeiten wurden, in Übereinstimmung mit [2], 30 s sowie der Norm [1] entsprechend 15 s festgelegt. Nach dieser Zeit lagen die Messwerte in einem hinreichend stationären Bereich. Die Reproduzierbarkeit war bei einer Streuung von rund 1 % sehr gut. Um die Auswirkung der Probekörperdicke auf die Beziehung zwischen Shore-A-Wert und Elastizitätsmodul abzuklären, wurde die Probendicke durch Aufschichtung von bis zu 3 Probekörpern zwischen 6 und 18 mm variiert. Die Ergebnisse lassen erkennen, dass die Probendicke von untergeordneter Bedeutung ist (Bild 3). Ein allfälliger Einfluss der Reibungsverhältnisse auf die Shore-A-Messwerte wurde anhand von Messungen oh-

ne und mit Ölfilm eines niedrigviskosen Öls zwischen Eindringkörper und Probekörper untersucht. Es zeigte sich, dass dieser Einfluss unwesentlich ist, so dass die Shore-A-Werte ohne spezielle Vorkehrungen im üblichen Messverfahren ermittelt werden können.

**Druck-Elastizitätsmodul.** Zur Ermittlung der Druck-Elastizitätsmodul wurde eine mit der Messsoftware testXpert von Zwick ausgerüstete 250 kN Zug-/Druck-Prüfmaschine von Schenck/Trebel eingesetzt. Die Dehnung wurde berührungslos mittels Videoextensometrie von Zwick/Roell gemessen. Ein Messaufbau mit insgesamt sechs Schichten (Bild 4) ermöglichte die Verwendung der gleichen Probekörper wie bei der Härtemessung. Die Dehnung wurde über die zwei innersten Schichten gemessen, die anderen beiden Schichten aus demselben Werkstoff wurden zwecks optischer Abgrenzung des Messbereichs äußerlich mit einer Kontrastfarbe eingefärbt. Die beiden äußeren, der Krafteinleitung dienenden Schichten wurden aus einem Elastomer geringer Steifigkeit gewählt, um im Messbereich die Querkontraktion nicht zu behindern und so einen einachsigen Spannungszustand zu gewährleisten.

Mit dem Ziel, möglichst ähnliche Bedingungen wie bei der Shore-A-Messung



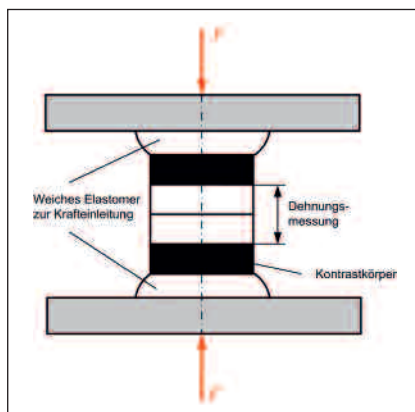
**Bild 3. Einfluss der Probekörperdicke auf das Verhältnis der Elastizitätsmodul aus Messung und Formel (4)**

Werkstoff		Lieferant	Shore-A Nennwert	Probengeometrie [mm]	
Typ	Bezeichnung			Durchmesser	Dicke
EPDM	3045-30	Maagtechnic	30	40	6
NR	1212-50	Maagtechnic	50	40	6
NBR	6214-70	Maagtechnic	70	40	6
NBR	6214-80	Maagtechnic	78	40	6
EPDM	3213-87	Maagtechnic	85	40	6
CR	5617-90	Maagtechnic	90	40	6
PUR	UK-AA/85ShA	Kundert	85	32	6
PUR	UK-AA/90ShA	Kundert	90	32	6
PUR	UK-AA/95ShA	Kundert	95	32	6

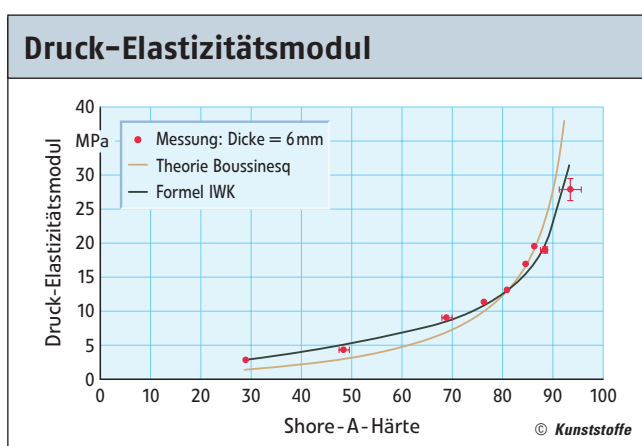
**Tabelle 1. Untersuchte Elastomerwerkstoffe**

zu schaffen, wurden die Messwerte ebenfalls nach 30 bzw. 15 s Haltezeit bei einer Dehnung von 2 % ermittelt. Die so gewählten Parameter entsprechen in etwa den üblichen Bedingungen zur Ermittlung des Elastizitätsmoduls im Kurzzeit-Zugversuch, das Verformungsverhalten ist praktisch linear, und die Drucksteifigkeit entspricht weitgehend der Zugsteifigkeit.

**Poissonzahl.** Auf die Messung der in Beziehung (4) erforderlichen Poissonzahl wurde verzichtet, da der Einfluss einer allfälligen Abweichung vom für Elastomere charakteristischen Wert  $\mu = 0,5$  für inkompressibles Verhalten gering ist. Bei  $\mu = 0,47$  liegt er unter 4 %.



**Bild 4. Prüfordnung (schematisch) für die Messung des Druck-Elastizitätsmoduls mittels Videoextensometrie**



**Bild 5. Druck-Elastizitätsmodul in Funktion des Shore-A-Härtewertes**

### Ergebnisse und Diskussion

Die Gegenüberstellung von Druck-Elastizitätsmodul und Shore-A-Härte (Bild 5) zeigt erstens, dass sich die Theorie von Boussinesq mit Beziehung (4) für die Verknüpfung beider Größen eignet. Zweitens lassen sich die mit dieser Theorie nicht erfassten Einflüsse durch eine Anpassungsfunktion berücksichtigen. Mit Anwendung der Methode der kleinsten Fehlerquadrate ergibt sich so für die Berechnung des Druck-Elastizitätsmoduls aus dem Shore-A-Härtewert der Zusammenhang

$$E = \frac{1 - \mu^2}{2 \cdot R \cdot C_3} \cdot \frac{C_1 + C_2 \cdot Sh_A}{100 - Sh_A} \cdot (2,6 - 0,02 \cdot Sh_A) \quad [N/mm^2] \quad (5)$$

mit dem Klammerausdruck als Anpassungsfunktion. Diese Beziehung gilt für vernetzte Elastomerwerkstoffe mit Härten von 30 bis 95 Shore A und Proben-dicken von 6 mm. Die Standardabweichung zwischen Rechenwert und Messwert beträgt 5,6 % für die Prüfzeit 30 s bzw. 5,4 % für die Prüfzeit 15 s, was als sehr zufrieden stellend gelten kann. Es

gelten folgende Werte:  $R = 0,395$  mm,  $C_1 = 0,549$  N,  $C_2 = 0,07516$  N und  $C_3 = 0,025$  mm. Die Einflüsse der Reibung zwischen Eindringkörper und Probekörper sowie der möglichen Abweichung der Poissonzahl vom Idealwert  $\mu = 0,5$  sind so gering, dass sie ohne Bedenken vernachlässigt werden können und daher in Beziehung (5) nicht aufscheinen. Die geringfügige Auswirkung der Probendicke (Bild 3) wäre allenfalls durch von der Probendicke abhängige Funktionen anstelle der Konstanten in der Anpassungsfunktion zu berücksichtigen.

Da Elastizitätsmoduln bei geringer Dehnung gemessen werden, unterscheidet sich der Zug-Elastizitätsmodul kaum vom Druck-Elastizitätsmodul nach (5). Dies umso mehr, als im untersuchten Dehnungsbereich bis 2 % praktisch lineares Verformungsverhalten festgestellt wurde.

Angesichts des theoretisch und experimentell klar hervorgetretenen Zusammenhangs zwischen dem Druck-Elastizitätsmodul und der Shore-A-Härte erübrigt sich eine Modifikation der Shore-Härteprüfung. Damit ist es möglich, Shore-A-Härtewerte aus Datenbanken mit zufrieden stellender Genauigkeit direkt in

Elastizitätsmodul umzurechnen und diese für Berechnungen bei Zug- und/oder Druckbeanspruchungen zu verwenden. ■

Dieser Beitrag ist Prof. Dr.-Ing. Dr.-Ing. E. h. Walter Michaeli zum 60. Geburtstag gewidmet.

### DANK

Die vorliegende Arbeit entstand im Rahmen des Forschungsprojekts „Grundlagen für die Auslegung von Kunststoffkonstruktionen“. Für dessen Förderung danken die Verfasser der Gebert RUF Stiftung, Basel, und dem Forschungsfonds der HSR Hochschule für Technik Rapperswil.

Die untersuchten Elastomere wurden dankenswerterweise von den Firmen Kundert AG, Jona, und Maagtechnik AG, Dübendorf, bereitgestellt.

### LITERATUR

- 1 DIN EN ISO 868: Kunststoffe und Hartgummi – Bestimmung der Härte mit einem Durometer (Shore-Härte)
- 2 Sponagel, S.; Unger, J.; Spies, K. H.: Härtebegriff im Zusammenhang mit Vernetzung, Bruchdehnung und Dauerfestigkeit eines Elastomers. KGK Kautschuk Gummi Kunststoffe 56 (2003) 11, S. 608–613
- 3 Boussinesq, J.: Application des Potentiels à l'Étude de l'Équilibre et du Mouvement des Solides élastiques. Gauthier-Villars, Paris 1885
- 4 Timoshenko, S. P.; Goodier, J. N.: Theory of Elasticity. 3rd Ed., McGraw-Hill Book Company, New York 1970

### DIE AUTOREN

PROF. DIPL.-ING. JOHANNES KUNZ, geb. 1940, Institut für Werkstofftechnik und Kunststoffverarbeitung (IWK) an der HSR Hochschule für Technik Rapperswil, Schweiz; jkunz@hsr.ch

DIPL.-ING. FH MARIO STUDER, geb. 1980, wissenschaftlicher Mitarbeiter am IWK; mstuder@hsr.ch

### SUMMARY KUNSTSTOFFE INTERNATIONAL

## Determining the Modulus of Elasticity in Compression via Shore-A Hardness

**COMPONENT DESIGN.** The modulus of elasticity in compression of elastomers with values of the Shore-A hardness between 30 and 95 can be determined with a high degree of accuracy by converting these Shore-A values. The formula derived for this purpose establishes a connection between the theoretical principles involved and the technical aspects of the Shore hardness test.

NOTE: You can read the complete article by entering the document number **PE103590** on our website at [www.kunststoffe-international.com](http://www.kunststoffe-international.com)