

eingereicht/handed in: 06.11.2020
angenommen/accepted: 15.03.2021

M.Sc. Lennart Veltmaat* **, Prof. Dr.-Ing. Hans-Josef Endres, Dr. Florian Bittner**,
* Volkswagen AG
** Institut für Kunststoff- und Kreislauftechnik, Leibniz Universität Hannover**

Bewertungsmethodik kommerziell erhältlichlicher Homogenisierungs-Software für die optimierte Simulation des mechanischen Verhaltens kurzfaserverstärkter Kunststoffe

Für die Simulation des mechanischen Verhaltens kurzfaserverstärkter Kunststoffe steht eine Vielzahl kommerzieller Softwaretools zur Verfügung. Das gegebene Angebot erfordert eine Entscheidung in der Planung moderner Entwicklungsprozesse hinsichtlich eines geeigneten Software-Tools. Für diese Auswahl ist eine geeignete Methodik notwendig. Mit der in dieser Untersuchung vorgestellten Methodik wird das mechanische Verhalten eines PP-GF30 durch vier kommerzielle Tools simuliert. Es zeigt sich, dass sich hinsichtlich des Materialversagens unter mehraxialer Belastung wesentliche Unterschiede zwischen den verwendeten Tools ergeben. Damit wird eine methodische Basis für die Auswahl einer am besten geeigneten Software für den jeweiligen Anwendungsfall gelegt.

Evaluation methodology of commercially available homogenization software for the optimized simulation of the mechanical behavior of short fiber reinforced plastics

For simulations of the mechanical behavior of short-fiber reinforced plastics, a variety of commercial software tools are available. The planning of modern product development processes makes a decision regarding the selection of a suitable tool necessary. Therefore, a suitable methodology is necessary for this selection. Using the methodology presented in this study, the mechanical behavior of a PP-GF30 is simulated using four commercial tools. It turns out that there are significant difference between the tools used, particularly with regard to material failure under multiaxial load. The presented methodology creates a reliable basis for the application-dependent selection of the most suitable software.

Bewertungsmethodik kommerziell erhältlicher Homogenisierungs-Software für die optimierte Simulation des mechanischen Verhaltens kurzfaserverstärkter Kunststoffe

L. Veltmaat, H.-J. Endres, F. Bittner

1 EINLEITUNG UND MOTIVATION

Die Verwendung kurzfaserverstärkter Kunststoffe bietet vielseitige Vorteile hinsichtlich der Qualität und den anfallenden Kosten eines Produktes. Vor dem Hintergrund der zunehmenden Digitalisierung des Entwicklungsprozesses, bergen diese Werkstoffe jedoch eine Herausforderung. So sind moderne Entwicklungsprozesse zu großen Teilen geprägt durch simulative Unterstützung bei der Auslegung der gewünschten Bauteileigenschaften. Insbesondere FEM-Methoden kommt bei der Berechnung des crashrelevanten Verhaltens in der automobilen Anwendungen eine besondere Bedeutung zu [1]. Dabei ist eine genaue Abbildung des mechanischen Materialverhaltens entscheidend für die Ergebnisqualität.

Die Orientierung der Verstärkungsfasern prägt sich abhängig vom Fließverhalten der Kunststoffschmelze in der Fertigung aus [2]. Die für die Struktursimulation relevanten Materialeigenschaften von kurzfaserverstärkten Kunststoffen werden maßgeblich durch diese Faserorientierungen bestimmt. Somit ist bei der Entwicklung und Auslegung dieser Bauteile die Berücksichtigung und simulative Abbildung des Fertigungsprozesses und der dadurch bestimmten Orientierungen und Verteilungen der Verstärkungsfasern im Bauteil unerlässlich. Dieses Vorgehen ist als integrative Simulation bekannt und hat sich in vielen Anwendungen etabliert [3–5]. Dabei wird das Fertigungsverfahren Spritzgießen simulativ nachgebildet, um u. a. Faserorientierungen vorhersagen zu können. Gängige methodische Ansätze für diesen Schritt sind Finite-Element- und Finite-Volumen-Verfahren mit Orientierungsmodellen nach Folgar-Tucker [6–8]. Darüber hinaus wurden Ansätze zur diskreten Fasersimulation veröffentlicht sowie netzfreie Simulationsmethoden. In [9] ist ein Überblick der Simulationsmethoden zur Vorhersage der Faserorientierung zu finden. Die ermittelte Faserorientierung wird im nächsten Schritt der integrativen Simulation genutzt, um ein makroskopisches Materialmodell zu definieren, wodurch die diskrete Modellierung der Faserverstärkungen auf der Mikroskala umgangen werden kann. Dabei werden die Materialeigenschaften von Fasern und Matrix entsprechend der prognostizierten Faserorientierung miteinander verrechnet. Das resultierende homogenisierte Materialmodell kann schließlich in FEM-Modellen verwendet werden, um die Struktursimulation durchzuführen.

Zur Vorhersage des mechanischen Verhaltens kurzfaserverstärkter Kunststoffe sind in der Fachliteratur verschiedene Ansätze zu finden [10–15]. Dabei hat sich die grundlegende Funktionalität der *mean-field*-Homogenisierung bewährt. Die Einbindung von experimentell bestimmten Faserorientierungen ermöglicht dabei eine realistische Abbildung des orientierungsabhängigen mechanischen Verhaltens der Verbundwerkstoffe.

Industriellen Anwendern sind *mean-field*-Methoden durch kommerzielle Softwareanbieter zugänglich gemacht worden. Dennoch bestehen signifikante Unterschiede in der technischen Umsetzung und Ergebnisqualität zwischen diesen Software-Tools. Die Auswahl einer für die individuelle Anwendung bestgeeigneten Methode bzw. Software ist daher eine wesentliche Entscheidung in der Planung eines Entwicklungsprozesses. Dabei ist es in der Regel nicht möglich, ein Produkt rein auf Basis theoretischer Überlegungen auszuwählen. Gründe sind nicht zuletzt die fehlende Offenlegung technischer Details seitens der Softwarehersteller. Die Fragestellung, wie und auf welcher Basis die Entscheidung oder Auswahl für das am besten geeignete Software-Produkt getroffen werden sollte, ist nicht ausreichend beantwortet.

Um die Prognosesicherheit in der Abbildung des mechanischen Verhaltens durch ein kommerzielles Tool zu bewerten, können Referenzversuche genutzt werden. Dabei wird das mechanische Verhalten unter kontrollierten Bedingungen gemessen und in der Simulation nachgebildet. Es ist jedoch unklar, welche Versuche für die Bewertung relevant sind und wie im Kontext der integrativen Simulation vorzugehen ist. In dieser Studie wird vor diesem Hintergrund eine Methodik zur Bewertung und nachfolgenden bestmöglichen Auswahl kommerzieller Homogenisierungstools vorgestellt. Dabei soll für die Bewertung auch gezeigt werden, hinsichtlich welcher Aspekte sich die Tools voneinander unterscheiden und was mögliche Ursachen dafür sind. Anwender können so am Ende mit größerer Sicherheit ein für ihren Anwendungsfall geeignetes Tool wählen.

In dieser Studie werden die vier kommerziellen Tools Converse [16], Digimat [17], das solverinterne Materialmodell PLY15 in PamCrash [18] und eine User-Subroutine der Firma AsahiKasei [19] untersucht.

Im Rahmen der Arbeiten wird geprüft, inwieweit experimentell ermittelte Materialeigenschaften mit der jeweiligen Methode reproduziert werden können. Als Ausgangspunkt dienen dabei eine mittels mikro-Computertomographie (μ -CT) vermessene Faserorientierung sowie einachsige Zugversuche. Mit diesen Informationen wird in jedem der untersuchten Homogenisierungstools ein Materialmodell kalibriert. Durch die Nachbildung experimenteller Messungen werden diese Materialmodelle in FEM-Simulationen mit expliziter Zeitintegration validiert und auf weitere Belastungsfälle angewendet.

Da die Methodik zur Toolauswahl und nicht die Bewertung der Tools selbst im Vordergrund steht, werden die Namen der Produkte anonymisiert und in der Studie als Tool A, Tool B, Tool C und Tool D bezeichnet. Zudem beziehen sich

die Ergebnisse der einzelnen Tools nur auf den gewählten Werkstoff und die betrachteten Belastungssituationen und sind daher nicht allgemeingültig.

2 METHODIK

2.1 Theoretischer Hintergrund

Im Folgenden soll die Methodik zur Homogenisierung eines faserverstärkten Materials grundlegend erläutert werden. Die Motivation zur Verwendung dieser Methoden ist es, für ein inhomogenes Material ein Materialmodell zu erstellen, welches die unterschiedlichen Materialeigenschaften sowie Orientierungen der Bestandteile abbildet, ohne dabei jeden Bestandteil geometrisch diskret zu modellieren. Dieser Ansatz ist generell unter dem Begriff *Effektive-Feld-Theorie* oder *mean-field* Methoden beschrieben [20].

Dabei wird die Dehnung bzw. Spannung $\langle \boldsymbol{\varepsilon} \rangle$ und $\langle \boldsymbol{\sigma} \rangle$ des makroskopischen Felds mit den mikroskopischen Dehnungen und Spannungen $\langle \boldsymbol{\varepsilon} \rangle^p$ und $\langle \boldsymbol{\sigma} \rangle^p$ je Phase über die sogenannten Lokalisierungstensoren $\bar{\mathbf{A}}^p$ bzw. $\bar{\mathbf{B}}^p$ über die Beziehungen

$$\langle \boldsymbol{\varepsilon} \rangle^p = \bar{\mathbf{A}}^p \langle \boldsymbol{\varepsilon} \rangle \quad 2.1$$

$$\langle \boldsymbol{\sigma} \rangle^p = \bar{\mathbf{B}}^p \langle \boldsymbol{\sigma} \rangle \quad 2.2$$

verknüpft [20].

Im Falle von kurzfaserverstärkten Kunststoffen sind die Bestandteile die Kunststoffmatrix und die eingelagerten Faserverstärkungen. Die Orientierung und Verteilung der Fasern sind wesentliche Eigenschaften dieses Materials. Die mathematische Beschreibung der Faserorientierung erfolgt über den Faserorientierungstensor \mathbf{a} [6]. Dieser kann mittels mikroskopischer bzw. tomographischer Verfahren vermessen oder mittels Simulationen prognostiziert werden.

Für die Homogenisierung hat es sich etabliert, ein zweistufiges Verfahren zu verwenden, bei dem zunächst die Materialeigenschaften des Werkstoffs mit unidirektional ausgerichteten Fasern bestimmt werden. Im zweiten Schritt wird anschließend die real vorliegende Orientierung mitberücksichtigt.

Die Steifigkeit \mathbf{C} eines unidirektional verstärkten Materials kann über

$$\mathbf{C} = \mathbf{C}_m + v_f(\mathbf{C}_f - \mathbf{C}_m)\mathbf{A} \quad 2.3$$

berechnet werden, wobei \mathbf{C}_m und \mathbf{C}_f die Steifigkeitstensoren der Matrix bzw. Faser, v_f den Volumenanteil der Fasern im Kunststoff und \mathbf{A} den Lokalisierungsfaktor beschreiben [21]. Ein in vielen Ansätzen grundlegendes

Modell ist Eshelbys Lösung des Lokalisierungsfaktors für einen elliptischen Einschluss in einer unendlichen Matrix. Demnach ist

$$\mathbf{A}^{\text{Eshelby}} = [\mathbf{I} + \mathbf{E}\mathbf{S}_m(\mathbf{C}_f - \mathbf{C}_m)]^{-1}, \quad 2.4$$

wobei \mathbf{E} der Eshelby-Tensor ist und $\mathbf{S}_m = \mathbf{C}_m^{-1}$ gilt. In [22] sind für den Eshelby-Tensor analytische Lösungen gegeben. Da die zugrundeliegende Annahme dieser Lösung eine räumlich unendliche Matrix ist, kann sie für Verbunde mit hohem Verstärkungsanteil nicht verwendet werden. Für dieses Problem wurden verschiedene Ansätze entwickelt. Eine weitgehend etablierte Methode ist dabei die Homogenisierung nach Mori-Tanaka [23,24]. Demnach gilt für den Lokalisierungsfaktor

$$\mathbf{A}^{\text{MT}} = \mathbf{A}^{\text{Eshelby}}[(1 - v_f)\mathbf{I} + \mathbf{A}^{\text{Eshelby}}]^{-1}. \quad 2.5$$

Dieser Lokalisierungsfaktor kann in obige Gleichung zur Bestimmung des Steifigkeitstensors eingesetzt werden, sodass mit dem gezeigten Ansatz die homogenisierte Steifigkeit eines unidirektional verstärkten Faser-Kunststoff-Verbunds berechnet werden kann.

In Strukturbauteilen liegt für kurzfaserverstärkte Kunststoffe keine uniaxiale Orientierung vor. Vielmehr muss die Orientierung der Fasern in alle Raumrichtungen berücksichtigt werden. Dazu wird der Faserorientierungstensor verwendet. Der Faserorientierungstensor berechnet sich als die Mittelung des Orientierungsvektors \mathbf{p} als

$$\mathbf{a} = \langle \mathbf{p} \otimes \mathbf{p} \rangle. \quad 2.6$$

Die Mittelung $\langle \cdot \rangle$ eines Funktionswertes f über eine gegebene Orientierungsverteilung berechnet sich aus der Orientierungsverteilungsfunktion ψ und dem Einheitsvektor der Orientierungsrichtung \mathbf{p} als

$$\langle f(\mathbf{p}) \rangle = \oint f(\mathbf{p})\psi(\mathbf{p})d\mathbf{p}. \quad 2.7$$

Im zweiten Schritt des zweistufigen Verfahrens wird diese Richtungsmittelung auf Basis des *Pseudo-Grain*-Verfahrens gebildet [12]. Dazu wird eine Anzahl von N Orientierungszuständen betrachtet. Diese Zustände stellen die *Pseudo-Grains* dar. In jedem *Pseudo-Grain* wird von einem unidirektional verstärkten Kunststoff ausgegangen und anschließend die unterschiedlich orientierten *Pseudo-Grains* miteinander verrechnet. Diesen Berechnungsschritt beschreibt die Summe

$$\langle f(\mathbf{p}) \rangle \approx \sum_{i=1}^N \langle f(p) \rangle_i \psi(\mathbf{p})_i \mathbf{p}. \quad 2.8$$

Diese Methode kommt in den Tools A, C, und D zum Einsatz. In Tool B wird hingegen das *full-Mori-Tanaka* Verfahren verwendet. Dabei wird in Gleichung 2.3 die Orientierung der Fasern direkt berücksichtigt. So ergibt sich der

Steifigkeitstensor aus mit einer Zahl von N betrachteten Orientierungszuständen mit der Wichtung der jeweiligen Raumrichtung w_i aus

$$\langle \mathbf{C} \rangle = \mathbf{C}_m + \sum_{i=1}^N w_i v_f (\mathbf{C}_f - \mathbf{C}_m) \mathbf{A}_i^{MT}. \quad 2.9$$

Der grundsätzliche Unterschied zwischen beiden Ansätzen besteht in der zugrundeliegenden Annahme bezüglich der Matrix. So werden beim *Pseudo-Grain*-Verfahren die Lokalisierungsfaktoren in jedem *Pseudo-Grain* getrennt berechnet, ohne dass die umgebenden Fasern anderer Orientierung berücksichtigt werden. Im *full-Mori-Tanaka*-Ansatz wird hingegen von einer kontinuierlichen Matrix ausgegangen, sodass auch Wechselwirkungen abgebildet werden können. In [25] ist ein direkter Vergleich beider Ansätze zu finden, worin der *full-Mori-Tanaka*-Ansatz eine bessere Prognosegüte zeigt.

Die Faserorientierung wird in Spritzgusssimulationen anhand des Faserorientierungstensors \mathbf{a} beschrieben. In obiger Formulierung wird jedoch die Orientierungsverteilungsfunktion ψ bzw. der daraus abgeleitete Wichtungsfaktor w_i Orientierungsrichtungen verwendet. Diese Funktion muss daher für die Homogenisierung aus dem Orientierungstensor errechnet werden. Tool A und D verwenden dazu einen Ansatz nach Onat und Leckie [26], während Tool B das *Maximum-Entropie-Verfahren* nach Budday [27] verwendet. Tool C berechnet diesen Schritt nach [28]. Für die Ansätze in Tool A, C und D werden die Orientierungstensen vierter Ordnung benötigt. Da dieser im Allgemeinen nicht gegeben ist, wird der Orientierungstensor vierter Ordnung aus dem Tensor zweiter Ordnung angenähert. Für dieses Schließungsproblem wird jeweils der *Hybrid-Closure-Ansatz* nach [6] verwendet. Im *Maximum-Entropie-Verfahren* ist kein derartiger Schließungsansatz notwendig.

Der vorgestellte Ansatz ist lediglich für linear elastisches Materialverhalten zulässig. Die in dieser Arbeit verwendeten Ansätze zur Modellierung des nichtlinearen Verhaltens sollen im Folgenden vorgestellt werden. Eine Möglichkeit ist die Kalibrierung von Plastizitätsmodellen mit orientierungs-abhängigen Parametern. Alternativ können durch die Bestimmung einer linearen Materialtangente klassische Homogenisierungsmethoden verwendet werden [29].

In dieser Arbeit wird neben elastischen und plastischen Eigenschaften ein besonderes Augenmerk auf das Versagen von kurzfaserverstärkten Kunststoffen gelegt. Daher sollen die in den untersuchten Software-Tools verwendeten Versagensmodelle vorgestellt werden.

Tool A greift auf das Tsai-Hill Versagensmodell gemäß [30] zurück. Dabei wird transversale Anisotropie angenommen. Das Versagenskriterium berechnet sich dabei so, dass für das Versagensmodell gilt, wenn

$$f(\epsilon) = \sqrt{\frac{\epsilon_{11}^2}{X^2} - \frac{\epsilon_{11}(\epsilon_{22} + \epsilon_{33})}{X^2} + \frac{\epsilon_{22}^2 + \epsilon_{33}^2}{Y^2} + \left(\frac{1}{X^2} + \frac{2}{Y^2}\right) \epsilon_{22}\epsilon_{33} + \frac{\epsilon_{12}^2 + \epsilon_{13}^2}{S^2} + \left(\frac{4}{Y^2} - \frac{1}{X^2}\right) \epsilon_{23}^2} \geq 1 \quad 2.10$$

so wird das entsprechende Element gelöscht. In dieser Form entspricht die 1-Richtung der Normalen der Isotropieebene. X und Y sind dabei die axiale bzw. radiale Zugfestigkeit und S die transversale Scherfestigkeit. Dieses Kriterium wird für einen unidirektional verstärkten Komposit kalibriert, wobei die Annahme der transversalen Isotropie zulässig ist. Um die lokal vorliegende Faserorientierung zu berücksichtigen, wird dieses Versagenskriterium auf Ebene der *Pseudo-Grains* angewandt. Dabei resultieren in jedem *Pseudo-Grain* eigene Spannungs- und Dehnungswerte, sodass die *Pseudo-Grains* verschiedene Versagens-spannungen sowie -dehnungen aufweisen. Entsprechend wird ein makro-skopischen Versagenskriterium eingeführt, welches die Werte der einzelnen Versagenskriterien der *Pseudo-Grains*, gewichtet mit der vorliegenden Faser-orientierung, miteinander verrechnet. Makroskopisch resultiert so ein Versagens-kriterium, welches nichtmehr nur transversal isotrop ist.

Bei der Modellierung mit Tool C wird ebenso auf *Pseudo-Grain* Ebene ein Versagenskriterium definiert. Hier wird ein Maximalwert der äquivalenten plastischen Dehnung festgelegt. Die äquivalente plastische Dehnung berechnet sich dabei als entsprechend der vorliegenden Faserorientierung gewichtete Summe der plastischen Dehnungen der *Pseudo-Grains*.

In Tool B und Tool D wird hingegen lediglich ein makroskopischen Versagenskriterium betrachtet wird. Dieses ist spannungsabhängig und definiert gemäß des Hill-Potentials [31]:

$$f(\sigma) = \sqrt{F(\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + G(\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 + H(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + 2L\sigma_{23}^2 + 2M\sigma_{31}^2 + 2N\sigma_{12}^2} \geq 1. \quad 2.11$$

Die Parameter F,G,H,L,M,N des Versagensmodells werden lokal je Element abhängig von der vorliegenden Orientierung definiert. Diese Methode bietet sich insbesondere an, wenn während der FEM-Simulation keine Berechnung der Materialeigenschaften durchgeführt werden soll, sondern nur initial.

2.2 Vorgehen

Im Folgenden soll der methodische Ablauf der Studie beschrieben werden. In Bild 1 ist das Vorgehen schematisch dargestellt. Für die Materialhomogenisierung ist die Kenntnis der Materialeigenschaften des Kunststoffes und der Verstärkungskomponenten notwendig. In vielen Fällen sind diese Informationen jedoch nicht verfügbar. Die Eigenschaften der Einzelkomponenten können aus dem gemessenen Verhalten des Verbundwerkstoffes abgeleitet werden. Dieser Ansatz wird als *reverse Engineering* bezeichnet. Es wird ein homogenisiertes Materialmodell bestimmt, indem die Eigenschaften der Bestandteile abgeschätzt werden. Dieses Modell wird in FEM-Simulationen eingebunden mit Referenz-versuchen verglichen. Abweichungen zwischen Versuch und Simulation erfordern anschließend eine verbesserte Abschätzung der Materialeigenschaften. Daraus ergibt sich ein iteratives Vorgehen, um das Verhalten des Verbundwerkstoffes bestmöglich abzubilden.

In dieser Untersuchung werden die Materialmodelle in allen Tools anhand von drei Referenzversuchen kalibriert. Diese Experimente sind einachsige Zugversuche, wobei die Zugproben jeweils unter verschiedenen Orientierungen zur Fließrichtung der Schmelze aus den spritzgusstechnisch gefertigten Platten entnommen werden.

Für die Kalibrierung des Materialmodells sind Informationen bezüglich der vorliegenden Faserorientierung vorhanden. Diese werden durch μ -CT-Messungen bestimmt und in Form von Faserorientierungstensoren eingebunden. Das Fehlerpotential, hervorgerufen durch die angenommene Faserorientierung, kann durch dieses Vorgehen signifikant verringert werden.

Die kalibrierten Materialmodelle werden in FEM-Simulationen verwendet. Um die lokale Faserorientierung zu berücksichtigen, wird jedem Element ein Faserorientierungstensor zugewiesen. Es wird die Annahme getroffen, dass der Orientierungstensor repräsentativ für die gesamte Platte bzw. die daraus erzeugten Proben ist. Die Faserorientierung ist somit in der Simulation in Längen- und Breitenrichtung konstant. Über die Dicke der spritzgießtechnisch erzeugten Probe variiert, wie erwartet, der Faserorientierungstensor. Die FEM-Modelle verfügen über 12 Elemente über die Dicke, sodass der Orientierungstensor detailliert aufgelöst werden kann.

Mit diesem Materialmodell werden neben den einachsigen Zugversuchen auch gekerbte Zugversuche, Biegeversuche und Durchschlagversuche simulativ nachgebildet und mit experimentellen Daten verglichen. Basierend auf diesem Vergleich wird eine Beurteilung der verwendeten Software-Tools erarbeitet. Ergänzend zur Ergebnisqualität wird die verwendete Schnittstelle zum FEM-Solver sowie die jeweils resultierende Rechenzeit betrachtet und zur Bewertung herangezogen.

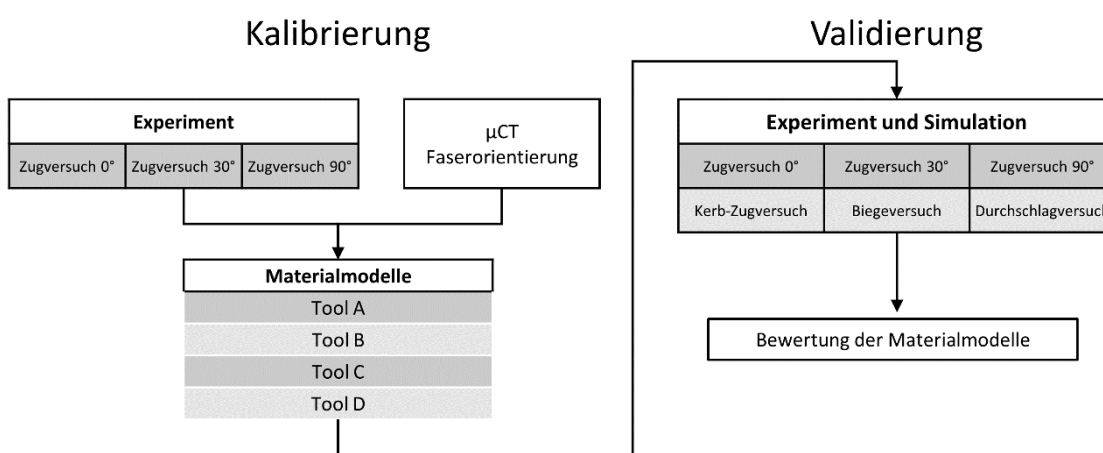


Bild 1: Schematische Darstellung des Vorgehens der Studie

3 EXPERIMENTELLE UNTERSUCHUNGEN

Im Rahmen der vorliegenden Studie wird ein PP-GF30 hinsichtlich mechanischer Eigenschaften sowie der Orientierung der Fasern untersucht. Dazu werden Probenplatten gemäß der in Bild 2 dargestellten Geometrie durch Spritzguss gefertigt. Die Probenplatten bilden die Grundlage für alle nachfolgend beschriebenen Untersuchungen.

Die Faserorientierung wird durch μ -CT-Messungen an einem 8x8mm großen Bereich mit einer Voxelauflösung von 5,9 μm im Mittelpunkt der Platte bestimmt. Anhand der gewonnenen Aufnahmen kann der Orientierungstensor α für 24 Zellen über die Dicke der Platte ermittelt werden. In Bild 3 sind die Einträge a_{11} , a_{22} sowie a_{33} über die Position entlang der normierten Dicke der Probe dargestellt. Es lässt sich erkennen, dass sich die Fasern in Rand- und Kernschicht gemäß des bekannten Spritzgussverhaltens kurzfaserverstärkter Kunststoffe geschichtet orientieren [7]. Dabei sind die Fasern im Randbereich stärker in Fließrichtung und in der Mitte der Platte quer zur Fließrichtung orientiert. An den ganz äußersten Schichten ergibt sich durch das Erstarren der Schmelze an der kalten Werkzeugwand eine nahezu zufällige Faserorientierung.

Neben der Bestimmung der Faserorientierung werden mechanische Charakterisierungsversuche anhand gefräster Probekörper durchgeführt. Die Messungen mit dazugehöriger Probengeometrie, Orientierungen in Relation zur Fließrichtung der Schmelze und Entnahmepositionen sind in Bild 2 aufgeführt. Alle Versuche werden bei geringen Geschwindigkeiten von $\dot{\varepsilon} = 0,1 \frac{1}{\text{s}}$ durchgeführt, sodass Dehnrateneffekte im Material eine untergeordnete Rolle spielen.

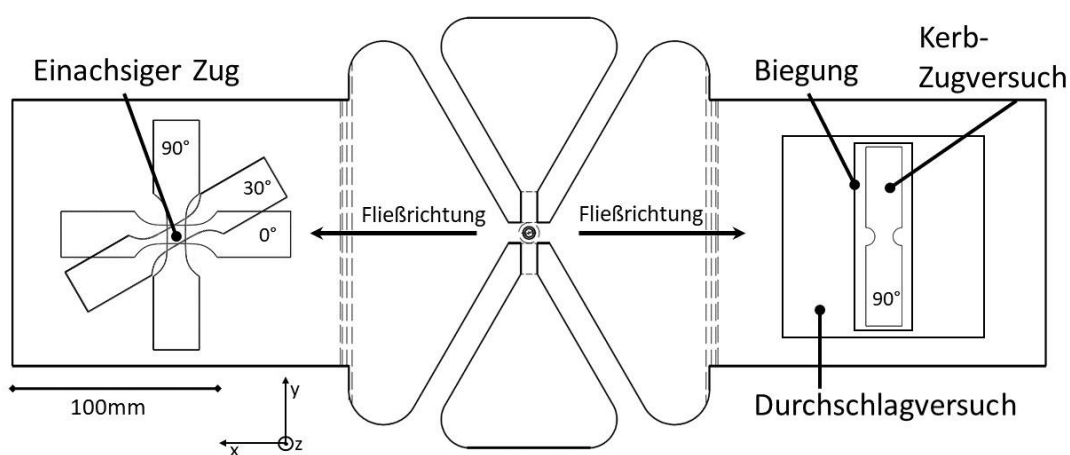


Bild 2: Geometrie der gefertigten Probenplatten mit Entnahmeposition der Probekörper

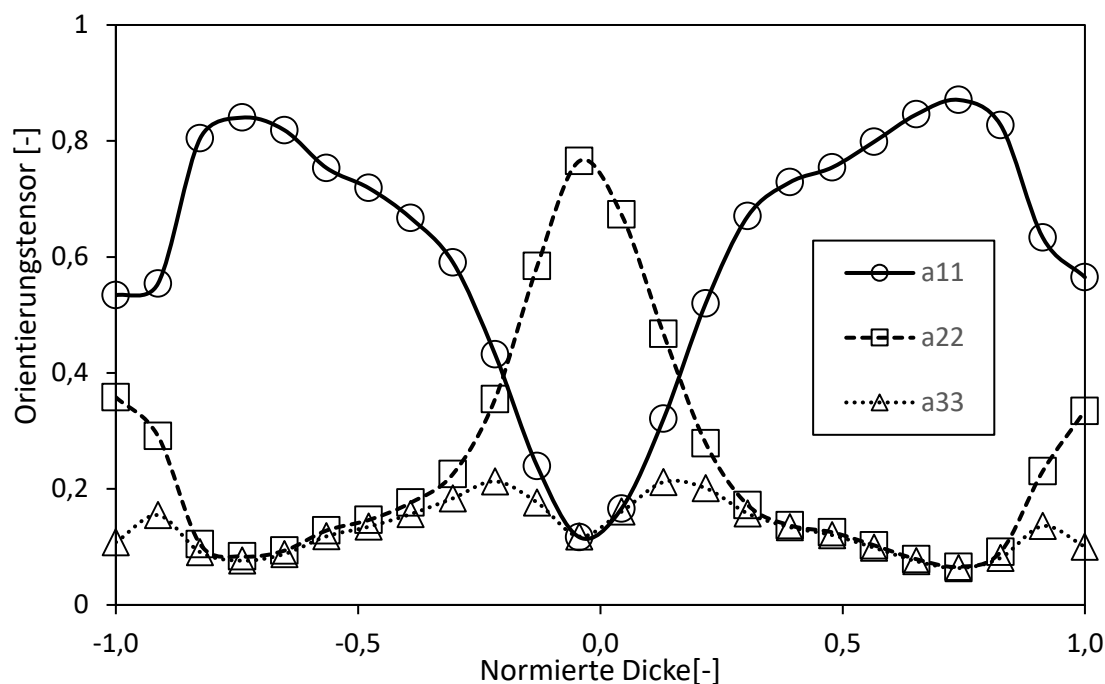


Bild 2: *Diagonalelemente des mittels μ -CT bestimmten Faserorientierungstensors über die normierte Dicke der Probenplatte*

Die Temperatur beträgt 20 °C und die relative Luftfeuchtigkeit 50 %. Je Versuchsreihe werden fünf Wiederholungen durchgeführt. 4ERGEBNISSE

Im Folgenden werden die Ergebnisse der durchgeführten Studien vorgestellt. Dabei werden die durchgeführten Versuchsreihen mit Simulationen verglichen, wobei die Materialmodellierung für alle Versuchsreihen durch die jeweiligen Homogenisierungstools übernommen wurde. Die experimentell bestimmten Spannungs-Dehnungs-Kurven stellen jeweils einen gemittelten Verlauf aus fünf Versuchen dar.

Bild 4 stellt die Ergebnisse für die einachsigen Zugversuche unter verschiedenen Orientierungen zur Fließrichtung der Schmelze als Spannungs-Dehnungs-Diagramme dar. Es zeigen sich die erwarteten Ergebnisse: Die Orientierung der Probe oder Hauptbelastungsrichtung gegenüber der Fließrichtung hat einen signifikanten Einfluss auf das mechanische Verhalten. Dieser Einfluss beruht auf der Orientierung der Fasern im Material. So sind in 1-Richtung die erreichbaren Spannungen am höchsten und nehmen mit zunehmendem Drehwinkel der Probe zur Fließrichtung der Schmelze ab. Im Hinblick auf die untersuchte Fragestellung der Simulationsqualität verschiedener Software-Tools ist als Ergebnis zu erkennen, dass sich keine wesentlichen Unterschiede zwischen Experiment und den durchgeführten Simulationen ergeben. Lediglich hinsichtlich der erreichten Bruchdehnung ergeben sich vereinzelt Differenzen zur experimentell ermittelten Kurve. Auch der Vergleich zwischen den Tools untereinander zeigt keine bemerkenswerten Differenzen.

In Bild 5 sind die Kraft-Weg-Verläufe der drei übrigen Versuche bzw. Simulationen dargestellt. Es ergeben sich im Vergleich zu den einachsigen Zugversuchen größere Abweichungen, sowohl im Vergleich der Simulationsergebnisse zu den experimentell ermittelten Kurvenverläufen als auch insbesondere zwischen den einzelnen Simulationen untereinander. So ist zu erkennen, dass beim gekerbten Zugversuch der Kraft-Weg-Verlauf von allen Tools in vergleichbarer Qualität getroffen wird, das Versagen jedoch von drei der vier Tools zu früh prognostiziert wird. Dieses Phänomen setzt sich im Biegeversuch fort. Hier ist die zurückgelegte Verschiebung des Stempels beim Versagen etwa halb so groß wie experimentell gemessen. Nur eines der vier betrachteten Tools kann das Versagen hinreichend genau prognostizieren. Noch deutlicher wird das Bild im Durchschlagversuch erkennbar. So tritt mit Tool A bereits der erste Kraftabfall nach 2 mm Verschiebung ein, im Gegensatz zu dem im Versuch gemessenen Minimalwert von ca. 6 mm. Auch Tool C prognostiziert den ersten Kraftabfall nach ca. 2,5 mm deutlich zu früh. Bei beiden ist nach kurzem Abfall ein weiterer Kraftanstieg zu beobachten, wie er im Versuch nicht auftritt. Die Vorhersage durch Tool B ist hingegen nah an dem experimentell ermittelten Wert. Tool D berechnet das erste Versagen nah an den Experimenten, zeigt jedoch anschließend einen zweiten in der Realität nicht auftretenden Anstieg der Kraft.

Ein Maß für die vorliegende Belastung des Materials ist der Grad der vorliegenden Mehraxialität. Dazu wird der Mehraxialitätsgrad nach Hencky herangezogen:

$$h = \frac{\sigma_H}{\sigma_{Mises}} = \frac{(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)/3}{\sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]}} \quad 3.1$$

wobei h der Mehraxialitätsgrad, σ_H die hydrostatische Spannung, σ_{Mises} die von Mises Vergleichsspannung und $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ die drei Hauptspannungen sind. Am Wert des Mehraxialitätsgrads lässt sich ablesen, welcher Belastungszustand vorliegt. Bei $h = 0$ liegt reiner Schub, bei $h = \frac{1}{3}$ einachsiger Zug/Druck, bei $h = \frac{2}{3}$ biaxialer Zug/Druck und bei $h \rightarrow \infty$ hydrostatische Belastung vor [1].

Bild 6 zeigt die in der FEM-Simulation bestimmten durchschnittlichen Werte für h in den jeweils zuerst versagenden Elementen einen Zeitschritt vor Eintritt des Versagens. Es lässt sich erkennen, dass durch die verschiedenen Versuche, unterschiedliche Mehraxialitätsgrade erwirkt werden. In den Spannungs-Dehnungs- bzw. Kraft-Weg-Verläufe (Bild 4 und 5) wird ersichtlich, dass in Versuchen, in denen Anteile triaxialer Belastung ($h > \frac{1}{3}$) vorliegen, das Materialversagen nicht von allen Tools korrekt prognostiziert wird. Dieser Zusammenhang ist in Bild 6 anhand der relativen Abweichung der Versagensdehnung bzw. -verschiebung von Simulation zu Versuch und der

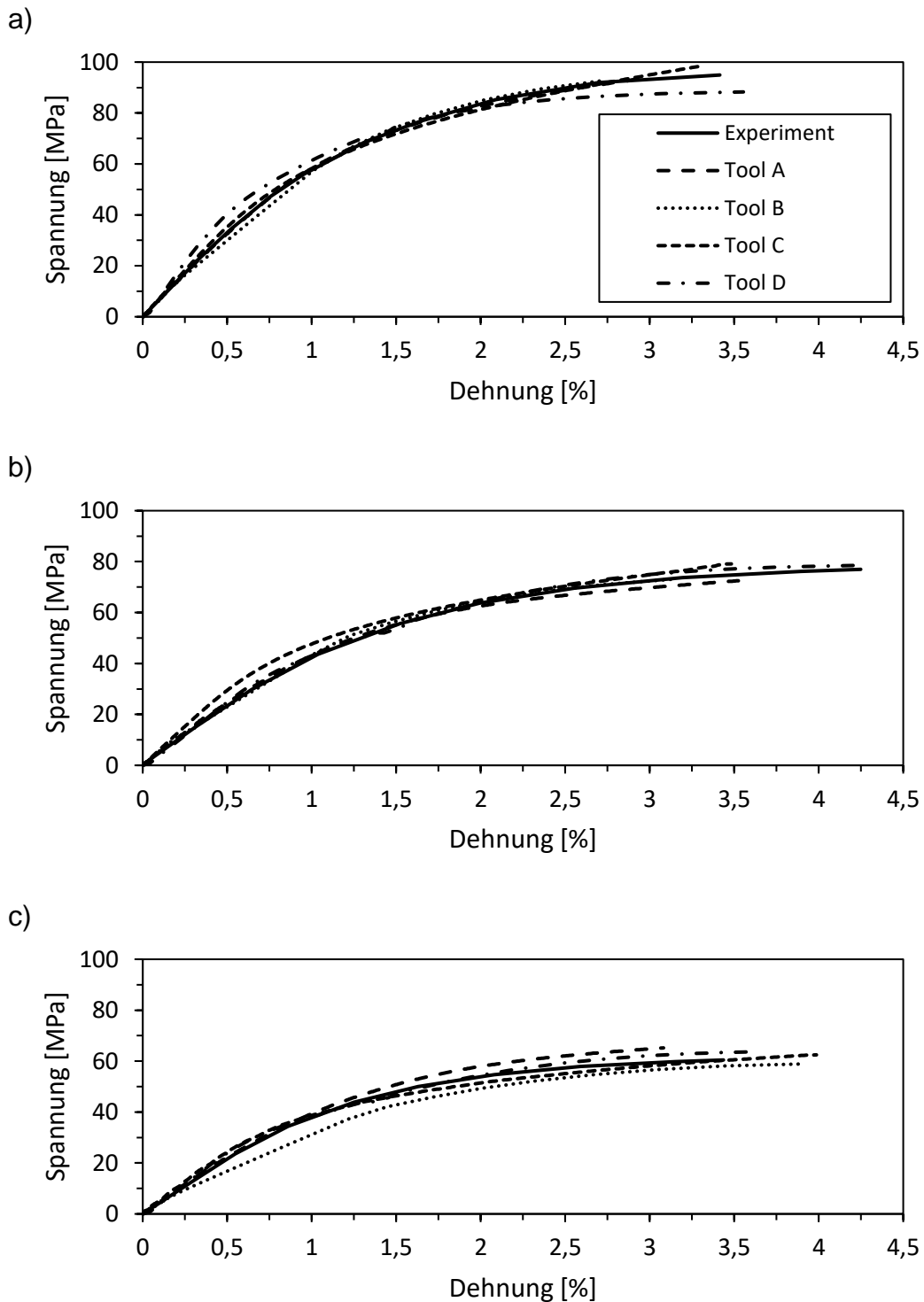
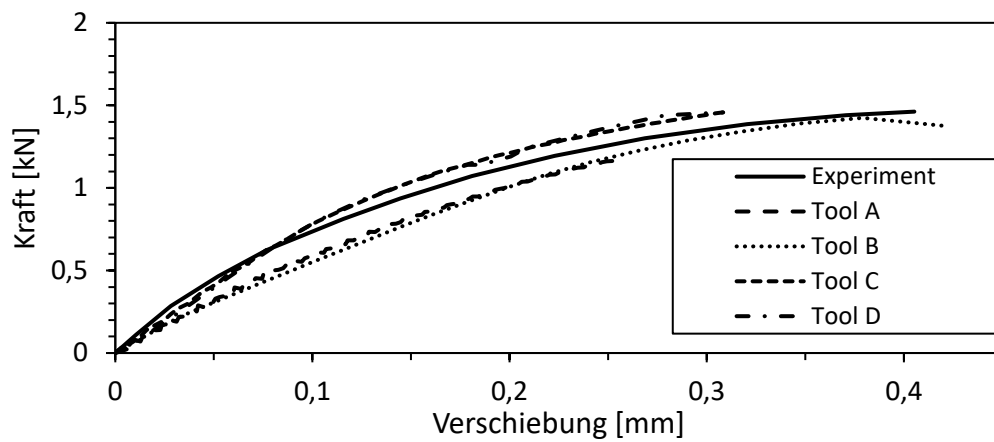
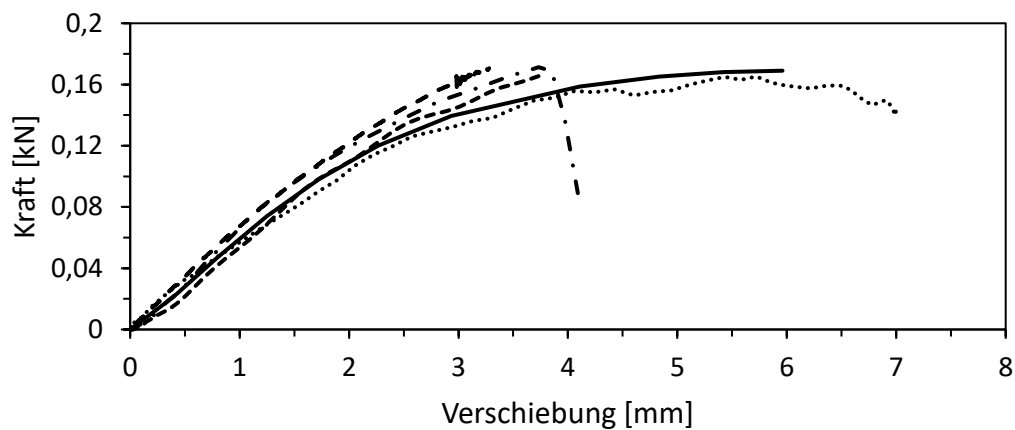


Bild 4: Vergleich der Experimente und Simulationen im einachsigen Zug mit Probenkörpern entnommen unter a) 0° b) 30° und c) 90° zur Fließrichtung

a)



b)



c)

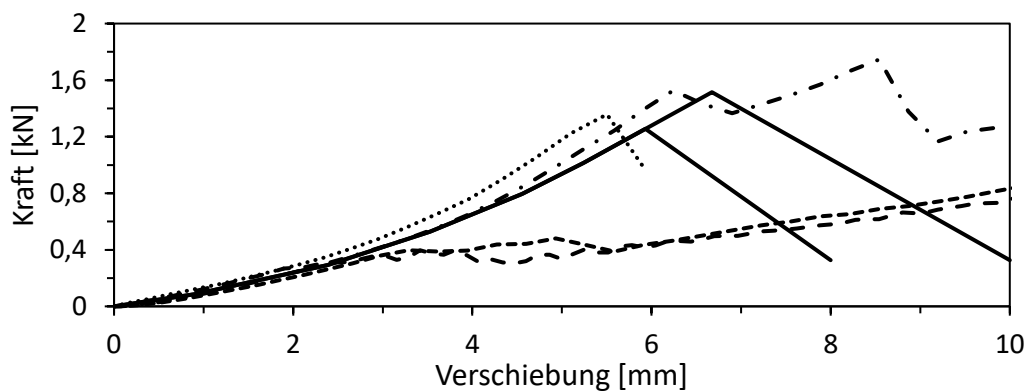


Bild 5: Vergleich der Experimente und Simulationen im a) gekerbten Zugversuch b) Biegung und c) Durchschlagversuch. Da das Versagen im Punch Test größeren Schwankungen unterliegt, ist hier das früheste und späteste Versagen eingezeichnet

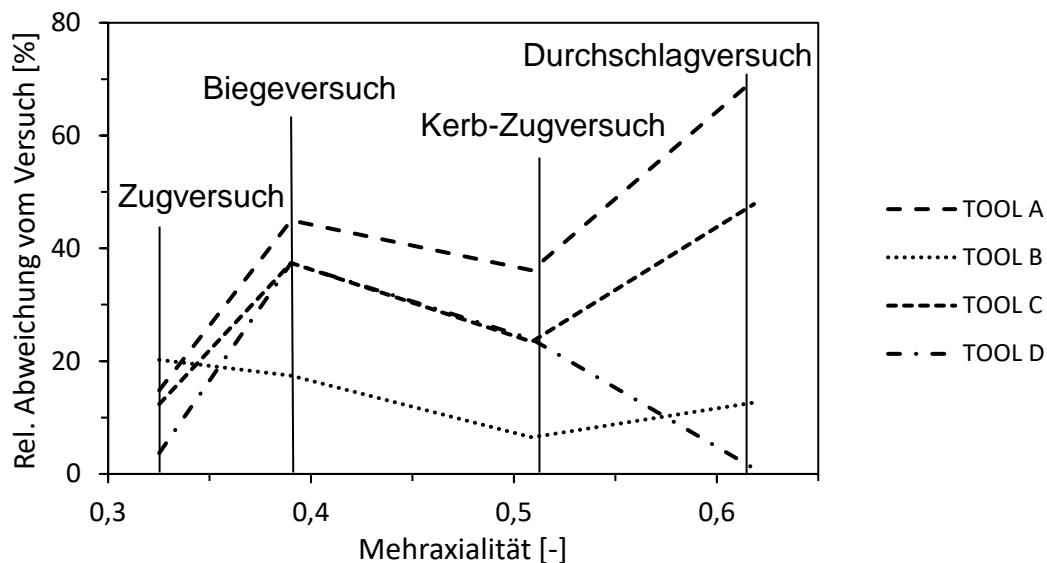


Bild 6: Zusammenhang zwischen relativer Abweichung des Versagens zum Versuch und Mehraxialität

jeweiligen Mehraxialität dargestellt. Während für die geringste Mehraxialität (Zugversuch) der relative Fehler mit allen Tools klein ist, lässt sich erkennen, dass mit höherer Mehraxialität der relative Fehler in Tool A und Tool C ansteigt. Lediglich die übrigen zwei Tools können bei der höchsten Mehraxialität das Experiment mit relativ kleiner Abweichung abbilden. Folglich stellt diese Belastung eine besondere Herausforderung für die Simulations-Tools dar.

5 BEWERTUNG DER HOMOGENISIERUNGSMODULE

Im Folgenden soll die Bewertung der Homogenisierungsmodule anhand des Vergleichs zu den experimentellen Daten erfolgen. Es ist dabei wichtig zu betonen, dass keine allgemeingültige Bewertung erfolgen kann. Dazu wäre ein breites Spektrum an getesteten Materialien, Orientierungsgraden, Faservolumengehalten und Probenkörpern sowie weiteren Belastungsfällen notwendig. Die in dieser Arbeit gemachten Beobachtungen sind somit nur für das betrachtete Material gültig. Aus diesem Beispiel zeigt sich jedoch, wie Bewertungsverfahren für ein optimales Software-Tool gestaltet werden können und welche Unterschiede sich in der Prognosegüte ergeben können.

Die Ergebnisse zeigen, dass sich zwischen den untersuchten Software-Tools signifikante Unterschiede hinsichtlich der erzielbaren Ergebnisqualität ergeben. Mit zunehmender Mehraxialität weichen Versuch und Simulation und insbesondere die Qualität der Simulationsergebnisse in Abhängigkeit vom verwendeten Software-Tool stärker voneinander ab. Dies ist besonders vor dem Hintergrund interessant, dass die Materialmodelle anhand einachsiger

Tool	Zeitfaktor bei Verwendung [-]	Schnittstelle zum Solver
A	2	User-Subroutine
B	1	Solver-Material
C	3	Solver-Material
D	1,3	User-Subroutine

Tabelle 1: Verhältnis der Rechenzeiten mit und ohne Verwendung der untersuchten Tools

Zugversuche kalibriert wurden. Gerade Versuche mit höherer Mehraxialität, wie sie im realen Anwendungsfall häufig auftreten, erfordern eine Gültigkeit des verwendeten Materialmodells auch bei unbekanntem Belastungszustand. Die mit Tool B erzielten Ergebnisse zeigen jedoch, dass bei einer vorherigen Auswahl eines geeigneten Software-Tools und zugehörigen Materialmodellen die Kalibrierung auf Basis von einachsigen Zugversuchen grundsätzlich zulässig ist.

Die signifikantesten Unterschiede in der Prognosegüte der Materialmodelle zeigen sich hinsichtlich des Materialversagens. Tool B und noch Tool D bilden das Materialverhalten gut ab. Mit Blick auf die zugrundeliegenden Versagensmodelle und das PP-GF30-Material bedeutet das, dass die Tools, die auf *Pseudo-Grain*-Ebene das Versagen berechnen, bei Mehraxialität durchgängig ein zu frühes Versagen der Spritzgussbauteile vorhersagen. Umgekehrt erlauben die je Element kalibrierten Hill-Versagensmodelle eine robustere Prognose des Materialversagens.

Ein neben der Vorhersagegüte weiterer aus Anwenderperspektive ebenfalls wichtiger Aspekt ist die resultierende Rechenzeit bei Anwendung der gezeigten Tools. Durch die in Abschnitt 2.1 Theoretischer Hintergrund vorgestellten Methoden zur Homogenisierung bedeutet die Berücksichtigung der Faserverstärkungen einen numerischen Mehraufwand.

Diesen Mehraufwand gilt es abzuschätzen und möglichst begrenzt zu halten. In Tabelle 1 sind die Verhältnisse der Rechenzeiten mit den jeweiligen Tools zur erforderlichen Rechenzeit einer Simulation mit einem Solver-Material sowie die verwendete Solver-Schnittstelle eingetragen. Dabei gibt es bei den hier untersuchten Tools zwei Varianten: die Einbindung über eine User-Subroutine oder einem gegebenen Solver-Material. Der Zeitfaktor nimmt Werte zwischen 1 und 3 an. Tool B und Tool D zeigen auch hier die besten Ergebnisse und weisen dabei niedrigere Rechenzeiten auf als Tool A und Tool C. Weiter kann kein Zusammenhang zwischen der Art der Einbindung und dem resultierenden Zeitfaktor gezeigt werden.

User-Subroutinen bieten mehr Flexibilität hinsichtlich der Materialmodellierung, jedoch reichen die in dem hier verwendeten Solver vorhandenen

Funktionalitäten für die Materialmodellierung aus. Aus Anwenderperspektive ist ein Solver-Material oft bevorzugt, da in derselben Softwareumgebung gearbeitet werden kann. Zudem kann die Einbindung von User-Subroutinen problembehaftet sein, da die korrekte Kommunikation zwischen Solver und Subroutine sichergestellt werden muss.

6 DISKUSSION UND FAZIT

Anhand der durchgeführten Untersuchungen konnte gezeigt werden, dass die Modellierung des Materials PP-GF30 über die angewendete Methodik möglich ist. Dabei wurden mit vier verschiedenen Homogenisierungs-Tools die Materialeigenschaften des Verbundwerkstoffes ohne Kenntnis des Verhaltens der Rohmaterialien mittels eines *reverse Engineering*-Ansatzes bestimmt. Die Verwendung von mittels μ -CT-Messungen bestimmten Faserorientierungssensoren ermöglicht dabei eine korrekte Modellierung der Anisotropie.

Der Kontext dieser Arbeit ist die Simulation von kurzfaserverstärkten Kunststoffen im Crash. Es hat sich gezeigt, dass bei Wahl des geeigneten Tools mit einer real gemessenen Faserorientierung das Materialmodell gut kalibriert und in Folge eine gute Ergebnisqualität erzielt werden kann. Weicht die angenommene Faserorientierung jedoch stärker von der Realität ab, ist zu erwarten, dass die Prognosegüte der Struktursimulation abnimmt, da bereits kleine Änderungen in der Orientierung großen Einfluss auf das mechanische Verhalten haben können [3,10,32]. Im Kontext einer *integrativen Simulation* ist somit insbesondere die Vorhersage der Faserorientierung ein entscheidender Punkt.

Beim Vergleich der vier verschiedenen untersuchten Software-Tools für die Modellierung des Materialverhaltens zeigten sich teils signifikante Abweichungen von den Versuchsdaten. So gelingt die Modellierung jener Versuche, die für die Kalibrierung des Materialverhaltens genutzt wurden mit allen Anbietern gut (siehe Bild 4). Bei der Modellierung des Materialverhaltens für weitere Belastungsarten hingegen ergeben sich teils größere Abweichungen (Bild 5). Insbesondere das berechnete Materialversagen bei Versuchen mit hoher mehraxialer Belastung weicht für zwei Tools stark vom realen Versuch ab. Diese Tools verwenden mikroskopische Ansätze auf Pseudo-Grain Ebene. Die in den beiden anderen Tools angewendeten Versagenskriterien bilden dagegen alle Versuche besser ab. Dabei wird in diesen Tools ein makroskopisches Hill-Versagenskriterium, das je nach vorliegender Orientierung je Element einzeln bedatet wird, angewandt. Demnach ist das makroskopische Versagenskriterium für das hier untersuchte Material robuster.

Neben der unmittelbaren Bewertung der Software-Tools in diesem spezifischen Fall sollte auch das Bewusstsein dafür gestärkt werden, dass die Kalibrierung eines Materialmodells anhand von nur einer einzelnen Belastungsart ein Risiko im Hinblick auf die Übertragbarkeit auf andere Belastungsfälle birgt. Im Idealfall

sollten daher für die Kalibrierung mehrere Versuche, insbesondere mit mehraxialer Belastung berücksichtigt werden.

Die Auswahl eines Homogenisierungstools ist durch die vorhandene Angebotsvielfalt eine nicht triviale Herausforderung, hat aber gleichzeitig wesentlichen Einfluss auf alle nachfolgenden Schritte. In dieser Untersuchung konnte gezeigt werden, dass sich zwischen einzelnen Anbietern der Software-Tools teils wesentliche Unterschiede hinsichtlich der Ergebnisqualität ergeben. Diese können auf den verwendeten Modellierungsansätzen begründet sein. Zudem wurde geprüft, ob es Unterschiede und Zusammenhänge zwischen den resultierenden Rechenzeiten, der Schnittstelle zum FEM-Solver und der Ergebnisqualität gibt. Es hat sich gezeigt, dass sich durch die verschiedenen Ansätze Unterschiede in den Rechenzeiten ergeben. Dabei bedeutet mehr Aufwand jedoch nicht zwangsweise bessere Qualität. In diesem Fall haben sogar die Tools mit dem niedrigsten numerischen Aufwand die genauesten Ergebnisse erzielt. Zudem hat die Art der Schnittstelle zum FEM-Solver weder einen Zusammenhang zur Ergebnisqualität noch zur Rechenzeit. Es lässt sich daraus schließen, dass bei der Wahl eines Homogenisierungstools die Aspekte Rechenzeit und Schnittstellenarchitektur als Entscheidungskriterium unabhängig von der Vorhersagegüte mitberücksichtigt werden können, da sich keine Zielkonflikte zwischen den Anforderungen an Vorhersagegüte, Schnittstelle zum FEM-Solver und Rechenzeit ergeben.

Für das hier untersuchte Material hat sich von den vier betrachteten Tools eins recht deutlich als am besten geeignet herausgestellt. Es zeigt die beste Ergebnisqualität, lässt sich über die Bedatung eines Solver-Materials einfach einbinden und zeigt die kürzeste Rechenzeit im Vergleich. Es sei an dieser Stelle jedoch nochmals betont, dass dieses Ergebnis keine Gültigkeit für ein breites Spektrum an Materialien und auch alle weiteren Belastungsfälle hat. Insbesondere die Ergebnisqualität ist für jedes Material neu zu bewerten.

Anhang

A Netzstudie am Biegeversuch

In Bild 5 b) sind deutliche Schwankungen im Kraft-Verschiebungsverlauf im Simulationsergebnis mit Tool B zu erkennen. Diese treten im Bereich der plastischen Deformation in Zusammenhang mit dem verwendeten Schädigungsmodell auf. In diesem Schädigungsmodell wird die Steifigkeit von Elementen bei Erreichen des Versagenskriteriums abhängig von der lokalen plastischen Dehnung reduziert. Bei Erreichen eines Maximalwerts einer entsprechenden Schädigungsvariable wird das Element anschließend gelöscht.

Insbesondere in diesem Fall ist eine Untersuchung des verwendeten FEM-Netzes relevant, um den Ursprung der beobachteten Schwankungen bewerten zu können. Darüber hinaus muss sichergestellt sein, dass die Auflösung im betrachteten Bereich keinen signifikanten Einfluss auf das Simulationsergebnis zeigt. In Bild 7 ist das Ergebnis einer Netzstudie für den Biegeversuch mit Tool B dargestellt. Dabei wird die Anzahl der Elemente über die Dicke der Probe variiert, wobei das Seitenverhältnis der Elemente konstant ist. Die Kraft-Verschiebungs-Verläufe zeigen große Ähnlichkeiten, wenngleich sich in Details Unterschiede ergeben.

In allen in der vorliegenden Studie vorliegenden Simulationen wurde mit 12 Elementen über die Dicke der Proben gerechnet. Ausgehend von dieser Netzauflösung zeigt sich, dass bei einem gröberen Netz von nur sechs Elementen die Probe früher versagt. Bei einem feineren Netz jedoch, versagt die Probe bei nahezu derselben Verschiebung. Dabei fällt weiterhin auf, dass die Schwankungen in der Kraft bei 24 Elementen über der Dicke im Vergleich kleiner sind. Diese stehen somit vor dem Hintergrund der Elementschädigung in Zusammenhang mit der Verfeinerung. Die generelle Bewertung der Ergebnisqualität von Tool B ist jedoch auch bei 12 Elementen über die Dicke zulässig.

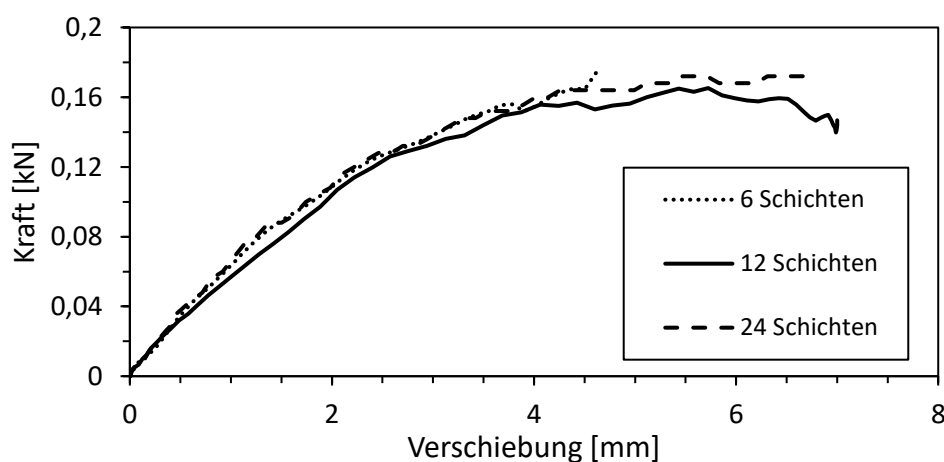


Bild 7: Netzstudie für den Biegeversuch mit Tool B

Literatur

- [1] Stommel, M.; Stojek, M.; Korte, W. FEM zur Berechnung von Kunststoff- und Elastomerbauteilen. 2. neu bearbeitete und erweiterte Auflage
Carl Hanser Verlag, München, 2018
DOI: 10.3139/9783446452831
- [2] Fu, S.; Lauke, B.; Mai, Y. W. Science and Engineering of Short Fibre Reinforced Polymer Composites
Woodhead Publishing Ltd, Cambridge, 2009
DOI: 10.1016/B978-1-84569-269-8.50016-4
- [3] Ferrano, F. Auslegung und Berechnung von kurzglasfaserverstärkten Kunststoffbauteilen in Lenksystemen
Dissertation an der TU Dortmund, 2017
- [4] Koukal, A. Crash- und Bruchverhalten von Kunststoffen im Fußgängerschutz von Fahrzeugen
Dissertation am Lehrstuhl für Leichtbau der TU München, 2014
- [5] Schöpfer, J. Spritzgussbauteile aus kurzfaserverstärkten Kunststoffen: Methoden der Charakterisierung und Modellierung zur nichtlinearen Simulation von statischen und crashrelevanten Lastfällen
Dissertation am Institut für Verbundwerkstoffe der TU Kaiserslautern, 2012
- [6] Advani, S. G.; Tucker III, C. L. The Use of Tensors to Describe and Predict Fiber Orientation in Short Fiber Composites
Journal of Rheology 31 (1987) 8, S. 751 – 784
DOI: 10.1122/1.549945
- [7] Bay, R. S.; Tucker III, C. L. Fiber orientation in simple injection moldings. Part I: Theory and numerical methods
Polymer Composites 13 (1992) 4, S. 317 – 331
DOI: 10.1002/pc.750130409

- [8] Folgar, F.; Tucker III, C. L. Orientation Behavior of Fibers in Concentrated Suspensions
Journal of Reinforced Plastics and Composites 3 (1983) 2, S. 98 – 119
- [9] Kugler, S. K.; Kech, A.; Cruz, C. et al. Fiber Orientation Predictions—A Review of Existing Models
Journal of Composites Science 4 (2020) 2, 69
DOI: 10.3390/jcs4020069
- [10] Müller, V.; Brylka, B.; Dillenberger, F. et al. Homogenization of elastic properties of short-fiber reinforced composites based on measured microstructure data
Journal of Composite Materials 50 (2016) 3, S. 297 – 312
DOI: 10.1177/0021998315574314
- [11] Kaiser, J.-M.; Stommel, M. Strength prediction of short fibre reinforced polymers.
Zeitschrift Kunststofftechnik/Journal of Plastics Technology 8 (2012) 3, S. 278 – 300
- [12] Pierard, O.; Friebel, C.; Doghri, I. Mean-field homogenization of multi-phase thermo-elastic composites: A general framework and its validation.
Composites Science and Technology 64 (2004) 10-11, S. 1587 – 1603
DOI: 10.1016/j.compscitech.2003.11.009
- [13] Neuhaus, D.; Masserey, B.; Bürgisser, B. Auf die Kernschicht kommt es an: Einfluss der Wanddicke bei faserverstärkten Kunststoffbauteilen.
Kunststoffe 107 (2017) 4, S. 72 – 75
- [14] Kalteis, A.; Reiter, M.; Jerabek, M.; Major, Z. Validation and implementation of failure parameters in integrated simulations for short fibre reinforced polypropylene.
Acta Polytechnica CTU Proceedings 7 (2016), S. 22 – 28
DOI: 10.14311/APP.2017.7.0022
- [15] Tian, W.; Qi, L.; Su, C.; et al. Numerical evaluation on mechanical properties of short-fiber-reinforced metal matrix composites: Two-step mean-field homogenization procedure.
Composite Structures 139 (2016), S. 96 – 103
DOI: 10.1016/j.compstruct.2015.11.072

- [16] N.N. Produktbroschüre Converse V4.2
PART Engineering Gmbh
- [17] N.N. Digimat 2018
MSC Software Belgium
- [18] N.N. Pam-Crash 2018.3
ESI Group
- [19] N.N. User-Subroutine
Asahi Kasei K.K.
- [20] Böhm, H. J. A short introduction to basic aspects of continuum micromechanics
ILSB-Arbeitsbericht 206. 2. Auflage TU Wien, 2019
- [21] Tucker III, C. L.; Liang, E. Stiffness predictions for unidirectional short-fiber composites: Review and evaluation
Composites Science and Technology 59 (1999) 5, S. 655 – 671
DOI: 10.1016/S0266-3538(98)00120-1
- [22] Mura, T. Micromechanics of defects in solids. 2. überarbeitete Auflage
Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 1987
DOI: 10.1007/978-94-009-3489-4
- [23] Mori, T.; Tanaka, K. Average stress in matrix and average elastic energy of materials with misfitting inclusions
Acta Metallurgica 21 (1973) 5, S. 571 – 574
DOI: 10.1016/0001-6160(73)90064-3
- [24] Benveniste, Y. A new approach to the application of Mori-Tanaka's theory in composite materials
Mechanics of Materials 6 (1987) 2, S. 147 – 157
DOI: 10.1016/0167-6636(87)90005-6
- [25] Jain, A.; Lomov, S. V.; Abdin, Y.; et al. Pseudo-grain discretization and full Mori Tanaka formulation for random heterogeneous media: Predictive abilities for stresses in individual inclusions and the matrix
Composites Science and Technology 87 (2013), S. 86 – 93
DOI: 10.1016/j.compscitech.2013.08.009

- [26] Onat, E. T.; Leckie, F. A. Representation of Mechanical Behavior in the Presence of Changing Internal Structure
Journal of Applied Mechanics 55 (1988) 1, S. 1 – 10
DOI: 10.1115/1.3173630
- [27] Budday, J. Numerik von Maximum Entropie Momentenproblemen in der Texturanalyse
Dissertation an der Universität Konstanz, 2014
- [28] Portelenelle, B.; Croisille, J.-P. An efficient quadrature rule on the Cubed Sphere
Journal of Computational and Applied Mathematics 328 (2018), S. 59–74
DOI: 10.1016/j.cam.2017.06.027
- [29] Doghri, I.; Adam, L.; Bilger, N. Mean-field homogenization of elasto-viscoplastic composites based on a general incrementally affine linearization method
International Journal of Plasticity 26 (2010) 2, S. 219–238
DOI: 10.1016/j.ijplas.2009.06.003
- [30] Tsai, S. W. Strength Characteristics of Composite Materials.
NASA Contractor Report Philco Corporation, Newport Beach, 1965
- [31] Hill, R.; Orowan, E. A theory of the yielding and plastic flow of anisotropic metals
Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences 193 (1948) 1033, S. 281 – 297
DOI: 10.1098/rspa.1948.0045
- [32] Mehdipour, H.; Camanho, P. P.; Belingardi, G. Elasto-plastic constitutive equations for short fiber reinforced polymers
Composites Part B: Engineering 165 (2019), S. 199 – 214
DOI: 10.1016/j.compositesb.2018.11.106

Bibliography

DOI 10.3139/O999.01032021
Zeitschrift Kunststofftechnik / Journal of Plastics
Technology 17 (2021) 3; page 129–151
© Carl Hanser Verlag GmbH & Co. KG
ISSN 1864 – 2217

Stichworte:**Homogenisierung**, kurzfaserverstärkte Kunststoffe, Bewertungsmethodik**Keywords:****Homogenization**, short fiber reinforced plastics, evaluation methodology**Autor / author:**

Lennart Veltmaat
Prof. Dr.-Ing. Hans-Josef Endres
Dr. Florian Bittner
Institut für Kunststoff- und Kreislauftechnik
Leibniz Universität Hannover
An der Universität 2
30823 Garbsen

E-Mail: Lennart.veltmaat@volkswagen.de
Webseite: www.ikk.uni-hannover.de
Tel.: +49 (0)5361 9-963541

Herausgeber / Editors:Editor-in-Chief

Prof. em. Dr.-Ing. Dr. h.c. Gottfried W. Ehrenstein
Lehrstuhl für Kunststofftechnik
Universität Erlangen-Nürnberg
Am Weichselgarten 9
91058 Erlangen
Deutschland
Tel.: +49 (0)9131/85 - 29703
Fax: +49 (0)9131/85 - 29709
E-Mail: ehrenstein@ikt.uni-erlangen.de

Europa / Europe

Prof. Dr.-Ing. Dietmar Drummer, verantwortlich
Lehrstuhl für Kunststofftechnik
Universität Erlangen-Nürnberg
Am Weichselgarten 9
91058 Erlangen
Deutschland
Tel.: +49 (0)9131/85 - 29700
Fax: +49 (0)9131/85 - 29709
E-Mail: drummer@ikt.uni-erlangen.de

Amerika / The Americas

Prof. Prof. hon. Dr. Tim A. Osswald, verantwortlich
Polymer Engineering Center, Director
University of Wisconsin-Madison
1513 University Avenue
Madison, WI 53706
USA
Tel.: +1 608/263 9538
Fax: +1 608/265 2316
E-Mail: osswald@enr.wisc.edu

Verlag / Publisher:

Carl-Hanser-Verlag GmbH & Co. KG
Wolfgang Beisler
Geschäftsführer
Kolbergerstraße 22
D-81679 München
Tel.: +49 (0)89/99830-0
Fax: +49 (0)89/98480-9
E-Mail: info@hanser.de

Redaktion / Editorial Office:

Dr.-Ing. Eva Bittmann
Jannik Werner, M.Sc.
E-Mail: redaktion@kunststofftech.com

Beirat / Advisory Board:

Experten aus Forschung und Industrie, gelistet unter
www.kunststofftech.com