

eingereicht/handed in: 24.09.2019
angenommen/accepted: 23.12.2019

M. Sc. Marc Möller, Prof. Dr. Jochen Blaurock, Prof. Dr. Gerhard Ziegmann, Prof. Dr. Alfons Esderts
Institut für Fahrzeugtechnik, TH Köln
Institut für Polymerwerkstoffe und Kunststofftechnik, TU Clausthal
Institut für Maschinelle Anlagentechnik und Betriebsfestigkeit, TU Clausthal

Beitrag zur Bruchkurvenmodellierung in restfestigkeitsbasierten Lebensdaueranalysen von CFK im Hinblick auf Lastrichtungswechsel

Aufgrund ihres exzellenten Verhältnisses von hoher Steifigkeit und Festigkeit bei gleichzeitig niedriger Dichte wächst der Anteil an Faserverbundbauteilen in vielen Industriesektoren. Die meisten Bauteile unterliegen dabei im realen Betrieb den verschiedensten zyklischen Lastverhältnissen und verlangen daher nach geeigneten Modellen zur betriebssicheren Auslegung. Gegenstand der aktuellen Forschung ist daher die Berechnung von endlosfaserverstärkten Kunststoffbauteilen in der schichtenweisen Lebensdaueranalyse. In der vorliegenden Arbeit wird speziell auf das Schrumpfen der Bruchkurve unter multiaxialen Ermüdungsbeanspruchungen im Hinblick auf variable Amplituden und Änderungen der Lastrichtungen eingegangen.

On modeling failure envelopes in residual strength-based fatigue life analyses of CFRP with regard to load direction changes

Because of their their excellent ratio of high stiffness and strength to low density, the use of composite materials is growing within several industrial segments. Whilst in operation, most of the parts are subjected to varying cyclic loads, which demand appropriate models for reliable dimensioning. The main focus of the current reasearch is the lifetime estimation of continuous fibre reinforced plastics within a layer-based fatigue analysis. In the present paper, the downsizing of the failure envelope due to multiaxial cyclic loads is investigated with regards to variable amplitude loads and change of load directions.

Beitrag zur Bruchkurvenmodellierung in restfestigkeitsbasierten Lebensdaueranalysen von CFK im Hinblick auf Lastrichtungswechsel

M. Möller; J. Blaurock; G. Ziegmann; A. Esderts

1 EINLEITUNG

Nachhaltigkeit und Ressourceneffizienz bekommen zunehmend einen immer größeren Stellenwert. Klimaziele und damit verbundene Paradigmenwechsel führen dazu, dass Leichtbaukonstruktionen gekoppelt mit einer effektiven Werkstoffausnutzung an vielen Stellen in den Vordergrund treten. Trotz der bereits vermehrten Nutzung von faserverstärkten Kunststoffen in führenden Industriesektoren, wie z.B. in der Luft- und Raumfahrt, Windkraft-, Automobil-, Sport- und Schiffsindustrie, stellt die betriebsfeste Auslegung multi-direktionaler Lamine aufgrund fehlender validierter Simulations- und Berechnungsstandards weiterhin eine große Herausforderung dar. Besonders in Bezug auf die Dimensionierung unter realen Last-Zeit-Verläufen (Betriebslasten), welche oft zyklisch, multiaxial und mit variablen Amplituden oder Lastrichtungswechseln verbunden sind, fehlen validierte Modelle für eine allgemeine und zuverlässige Vorhersage von Schadensentwicklung, Lebensdauer und Restfestigkeiten beliebiger Laminatarchitekturen. Die vorliegenden Untersuchungen behandeln die schichtenweise Lebensdaueranalyse mit einer iterativen Berechnung der progressiven Schädigung des Laminats über die Anzahl der Lastzyklen. Im Fokus der vorliegenden Arbeit steht daher die Vertiefung der Kenntnisse über das Materialverhalten auf der Schichtebene von Faser-Kunststoff-Verbunden unter multiaxialen Beanspruchungen.

Im Bereich der Berechnung und Simulation des Versagens von Faser-Kunststoff-Verbunden (FKV) wurde in den letzten Jahrzehnten erheblicher Aufwand betrieben. Speziell die große Breite an Versagenskriterien für quasi-statische und progressive Schadensanalysen verschiedenster multi-direktionaler Lamine wurde eingehend untersucht [1] und ist auch weiterhin Gegenstand der aktuelleren Betrachtungen [2]. In den Untersuchungen zeigte sich, dass selbst für statische Belastungen nur wenige Theorien akzeptable Abweichungen von den Testergebnissen liefern. Besonders hoch ist natürlich der Bedarf an Modellen für Berechnungen der Lebensdauer. Bereits existierende Ansätze auf dem Gebiet der Modellierung wurden von Degriek und van Paepegem [3] und später von Alam et al. [4] in folgende drei Kategorien klassifiziert:

- Ermüdungslebensdauermodelle
- Phänomenologische Modelle
- Progressive Schadensmodelle

Viele existierende Ansätze aus den 90er Jahren finden sich in der ersten Klasse, den sogenannten Ermüdungslebensdauermodellen wieder. Eines der ersten Schadenskriterien in diesem Bereich, das zwischen der Schädigung der Faser und der Matrix unterscheidet, stammt von Hashin und Rotem [5] aus dem Jahr 1973 und ist für die Modellierung von uni-direktionalen Laminaten zulässig. Weitere Modelle finden sich, z.B. mit Adam et al. [7] und Gathercole et al. [7], Fawaz und Ellyin [8], Plumtree und Cheng [9] und Bond [10]. Auch wenn sich das Materialverhalten von FKV erheblich von dem Ermüdungsverhalten von Metallen unterscheidet, sind viele der Modelle auf den Vorgehensweisen zur Berechnung von Metallen aufgebaut und basieren auf der Verwendung von Informationen aus Wöhlerkurven und Goodman-Diagrammen. Ermüdungslebensdauermodelle sind meist relativ simpel aufgebaut und kommen ohne eine Berücksichtigung der speziellen Schädigungsmechanismen von FKV, wie z.B. Faserbruch, Zwischen-faserbruch oder Delamination, aus. Nichtsdestotrotz sind die Modelle zumeist auf bestimmte Lastfälle und Laminatarchitekturen kalibriert und benötigen unter Umständen einen großen experimentellen Aufwand.

Die zweite Klasse der phänomenologischen Modelle beschreibt Steifigkeits- oder Restfestigkeitsdegradation in Form von makroskopisch beobachteten Gesetz-mäßigkeiten. Zur Modellierung der Steifigkeitsdegradation finden sich Ansätze zum Beispiel bei Whitworth [11], Hwang und Han [12,13], Yang et al. [14] und Brondsted et al. [15,16]. Der Steifigkeitsverlust wird generell über eine Schädigungssumme beschrieben, welche im Allgemeinen jedoch nicht von den tatsächlichen Schädigungsmechanismen, sondern experimentellen Steifigkeitsverläufen abhängt. Modelle, die sich mit Restfestigkeiten beschäftigen, beschreiben den Festigkeitsverlauf vorwiegend als Funktion der Lastspielzahl, wie z.B. Schaff und Davidson [17], Whitworth [18], Yao und Himmel [19] und Stojkovic et al. [20].

Dahingegen verwenden die Ansätze der progressiven Schadensmodelle etwaige Schadensgrößen¹ zur Beschreibung des intra- und interlaminaren Schadens in Folge bestimmter im Laminat auftretender Schädigungsmechanismen und deren Konsequenzen. Eines der ersten über die Lastspielzahl iterierenden Modelle ist das progressive Schadensmodell von Shokrieh und Lessard [23,24]. Weitere progressive Schädigungsmodelle wurden unter anderen vorgestellt von Noll et al. [25], Kennedy et al. [26] und

¹ Im Allgemeinen in Form einer Schädigungsgröße in Matrix und Faser – Im Folgenden auch Anstrengung genannt (vgl. Werkstoff- oder Materialanstrengung [21] oder z.B. Zwischenfaserbruch-Anstrengung [22]).

Mejlej et al. [27]. Während die Vereinigung von Spannungsberechnung, Schadenskriterium und Materialdegradation bei allen Modellen vorzufinden ist, unterscheidet sich jedes stark innerhalb der Beschreibung der Schadenskriterien, Restfestigkeit, Steifigkeit, Mittelspannungseinflüssen oder auch in-situ Modellen. Hinzu kommt, dass die meisten Untersuchungen bisher nur für wenige, zumeist uniaxiale und konstante, Belastungsszenarien untersucht und validiert sind.

Der aktuelle Forschungsschwerpunkt der vorliegenden Arbeit liegt innerhalb der progressiven Schadensmodelle, in Form einer repetitiven, schichtenweisen Lebensdaueranalyse. Bei der iterativen Berechnung über die Lastzyklen werden aus beliebigen Belastungssituationen zu jedem Zeitpunkt die vorliegenden Spannungen im Laminat, die verschiedenen Anstrengungen in Matrix und Faser und daraus resultierende Konsequenzen für Steifigkeit- und Restfestigkeit erhalten. In der vorliegenden Arbeit liegt der Fokus auf Berechnungen uni-direktionaler (UD) und multi-direktionaler (MD) Lamine unter multiaxialen Beanspruchungen mit Blick auf Lastrichtungswechsel. Die Lebensdaueranalysen von hauptsächlich in uniaxial und in Faserrichtung belasteten Laminaten führten bei einer separaten Betrachtung der Längszug-, Längsdruck-, Querszug-, Quersdruck- und Schubfestigkeit bereits zu akzeptablen Ergebnissen [28]. Die entkoppelte Restfestigkeitsdegradation unter ausschließlicher Verwendung der zugehörigen Wöhlerkurve führt jedoch unter gewissen Belastungen zu un-realistischen Bruchkurven. Für multiaxial belastete Lamine und besonders mit Blick auf Lastrichtungswechsel wird daher im Folgenden genauer auf die Modellierung der Zwischenfaserbruchkurve (ZFB-Kurve) durch eine Kopplung der Querszug-, Quersdruck- und Schubrestfestigkeit über das sogenannte ξ -Modell eingegangen. Erste Untersuchungen für Belastungen mit variablen Amplituden haben gezeigt, dass hierzu eine genauere Betrachtung nichtlinearer Restfestigkeitsformulierungen für die Berechnung sinnvoll ist [29]. Die Konstruktion der Ermüdungsbruchkurven über die Neigung der Wöhlerkurven wurde bereits im Jahr 2006 von Gude et al. [30] formuliert und im Jahr 2013 von Hahne [31] weiterverfolgt. Für multiaxiale Belastungen im Zugschwell- und Druckschwellbereich mit konstanten Amplituden an UD-Prüfkörpern wurden sehr gute Ergebnisse erzielt. Allerdings ist ein wichtiger Punkt, dass die Wöhlerkurve nur die für eine bestimmte Lastspielzahl erlaubte Bruchspannung angibt, während Restfestigkeitsmodelle den Weg der ertragbaren Spannung beschreiben und nur im letzten Lastspiel mit der Bruchspannung aus der Wöhlerkurve übereinstimmen. Die Annahme der Modellierung der ZFB-Kurve unter Verwendung von Wöhlerkurven wurde jedoch bisher noch nicht mit tatsächlichen Restfestigkeitswerten verglichen. Daher wird sowohl für Belastungen mit variablen Amplituden als auch für Berechnungen von Lastrichtungswechsel eine Verbesserung der Vorhersagequalität durch eine Konstruktion der Ermüdungsbruchkurve über Restfestigkeitsformulierungen erwartet.

2 MODELL

Der Programmablaufplan für die schichtenweise Lebensdauerberechnung ist in Bild 1 dargestellt. Die Berechnungen finden an einem repräsentativen Volumenelement (RVE) des Laminats statt, welches die mechanischen Eigenschaften eines strukturellen Bauteils oder einer Komponente repräsentiert.

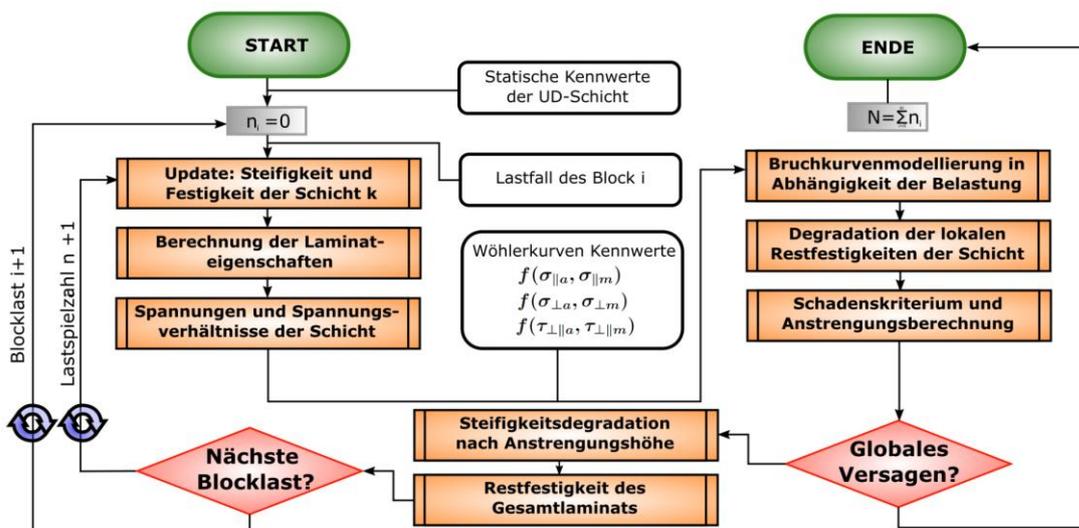


Bild 1: Programmablaufplan für die schichtenweise Lebensdaueranalyse für Blockbelastungen in Anlehnung an [29].

Im ersten Schritt des Programmablaufs werden, mit den in statischen Versuchen ermittelten mechanischen Steifigkeitskennwerten, entsprechend der klassischen Laminattheorie die Schicht- und im Nachgang die Lamineigenschaften berechnet. Im Anschluss wird der resultierende Beanspruchungszustand aus Längs-, Quer- und Schubspannung in der Ebene für jede Schicht des Laminats in Folge sowohl der maximalen als auch der minimalen Last des zyklischen Lastfalls der ersten Blockbelastung ermittelt. Daraufhin können die vorliegenden Spannungsverhältnisse für jede der drei Spannungskomponenten als Verhältnis aus Unter- zu Oberspannung berechnet werden. Aus den Informationen der reinen Querzug/-druck- und Schubspannungswöhlerkurven wird dann die Zwischenfaserbruchkurve formuliert. Hierzu wird im Folgenden das restfestigkeitsbasierte ξ -Modell vorgestellt. Das Verhältnis zwischen Schub- und Querzugspannung wird im Allgemeinen als Biaxialitätsverhältnis λ bezeichnet (vgl. [32,33,34]). Der Biaxialitätswinkel ξ wird dann mit Gleichung (1) berechnet.

$$\xi = \tan^{-1} \left(\frac{\tau_{\perp\parallel, \max}}{\sigma_{\perp, \max}} \right) = \tan^{-1}(\lambda) \quad (1)$$

E_{\parallel}	E_x	E-Modul in \parallel -, bzw. x-Richtung	$R_{\parallel}^+, R_{\parallel}^-$	Parallele Zug-/Druckfestigkeit der Schicht
E_{\perp}	E_y	E-Modul in \perp -, bzw. y-Richtung	R_x^+, R_x^-	Laminatzug-/druckfestigkeit in x-Richtung
$G_{\perp\parallel}$	G_{yx}	Schubmodul in $\perp\parallel$ -, bzw. yx-Richtung	R_{\perp}^+, R_{\perp}^-	Transversale Zug-/Druckfestigkeit der Schicht
$\nu_{\perp\parallel}$	ν_{yx}	Große Querkontraktionszahl	R_y^+, R_y^-	Laminatzug-/druckfestigkeit in y-Richtung
$\sigma_{\parallel}, \sigma_{\perp}, \tau_{\perp\parallel}$		Schichtspannungen im lok. KOS	$R_{\perp\parallel}^+$	Schubfestigkeit der Schicht in der Ebene
$\sigma_x, \sigma_y, \tau_{yx}$		Laminatspannungen im glo. KOS	R_{yx}^+	Laminatschubfestigkeit
$R_{\sigma_{\parallel}}, R_{\sigma_{\perp}}, R_{\tau_{\perp\parallel}}$		Schicht-Spannungsverhältnisse	f_E	Anstrengung
$R_{\sigma_1}, R_{\sigma_2}, R_{\tau_2}$		Laminat-Spannungsverhältnisse	$p_{\perp\parallel}^+, p_{\perp\parallel}^-$	Neigung der $(\sigma_{\perp}, \tau_{\perp\parallel})$ -Bruchkurve bei $\sigma_{\perp} = 0$; (+) für $\sigma_{\perp} > 0$ und (-) für $\sigma_{\perp} < 0$
λ		Biaxialitätsverhältnis		
ξ		Biaxialitätswinkel	$p_{\perp\parallel}^+, p_{\perp\parallel}^-$	Neigung der (σ_{nt}, τ_{nt}) -Bruchkurve bei $\sigma_n = 0$; (+) für $\sigma_n > 0$ und (-) für $\sigma_n < 0$
α_{ξ}		Restfestigkeitsparameter bezogen auf ξ		
β_{ξ}		Restfestigkeitsparameter bezogen auf ξ	$R_{\perp\perp}^A$	Bruchwiderstand gegen $\tau_{\perp\perp}$ -Belastung
k		Neigungsparameter der Wöhlerkurve	n	Lastspielzahl
C		Lageparameter der Wöhlerkurve	N	Bruchlastspielzahl
ϕ		Faservolumengehalt	$N_{\xi, A}$	Gekoppelte Lastspielzahl für Modus A

Tabelle 1: Nomenklatur für die in dieser Arbeit wichtigsten Symbole im Schichtkoordinatensystem (\parallel, \perp, \perp) und Laminatkoordinatensystem (x, y, z)

Der Biaxialitätswinkel beschreibt den Winkel zwischen dem Lastvektor und der Abszisse in der $(\sigma_{\perp}, \tau_{\perp\parallel})$ -Ebene. Im ersten Schritt wird für die Kopplung der Restfestigkeitsdegradation eine maximal zulässige Lastspielzahl $N_{\xi, i}$ für eine multiaxiale Beanspruchung gesucht. Diese wird aus den ursprünglich für quasi-statische Berechnungen angewandten Puck-Kriterien [35] hergeleitet. Im Fokus dieser Arbeit liegen zunächst Zwischenfaserbrüche im Modus A bei Beanspruchungen im ebenen Spannungszustand. Die Zwischenfaserbruchanstrengung für eine Beanspruchung im Modus A wird nach Gleichung (2) berechnet.

$$f_{e, A} = \sqrt{\frac{\tau_{\perp\parallel, \max}^2}{R_{\perp\parallel}^2(n)} + \left(1 - p_{\perp\parallel}^+ \frac{R_{\perp}^+(n)}{R_{\perp\parallel}(n)}\right)^2 \left(\frac{\sigma_{\perp, \max}}{R_{\perp}^+(n)}\right)^2} + p_{\perp\parallel}^+ \frac{\sigma_{\perp, \max}}{R_{\perp\parallel}(n)} \quad (2)$$

Hierin sind $\tau_{\perp\parallel, \max}$ und $\sigma_{\perp, \max}$ die maximale Schub- und Querkzugspannung des aktuellen Lastspiels. $R_{\perp\parallel}(n)$ und $R_{\perp}^+(n)$ sind die im aktuellen Lastspiel vorhandene Schub- und Querkzugfestigkeit. Der Parameter $p_{\perp\parallel}^+$ beschreibt die Neigung der $(\sigma_{\perp}, \tau_{\perp\parallel})$ -Bruchkurve bei $\sigma_{\perp} = 0$ für $\sigma_{\perp} > 0$ und wird mit Hilfe von quasi-statischen Versuchen für die statische Bruchkurve ermittelt (siehe Kapitel 3). Eine Richtlinie für die Bestimmung der Neigungsparameter findet sich in [36]. Durch Einsetzen von Gleichung (1) in Gleichung (2) kann die

Anstrengung für Modus A in Abhängigkeit der Biaxialität und z.B. der maximalen Schubspannung in Gleichung (3) dargestellt werden.

$$f_{e,A} = \sqrt{\frac{\tau_{\perp\parallel,max}^2}{R_{\perp\parallel}^2(n)} + \left(1 - p_{\perp\parallel}^+ \frac{R_{\perp}^+(n)}{R_{\perp\parallel}(n)}\right)^2 \left(\frac{\tau_{\perp\parallel,max}}{R_{\perp}^+(n) \tan \xi}\right)^2} + p_{\perp\parallel}^+ \frac{\tau_{\perp\parallel,max}}{R_{\perp\parallel}(n) \tan \xi} \quad (3)$$

Für die Untersuchungen in der vorliegenden Arbeit wird zunächst angenommen, dass die in statischen Versuchen ermittelten Neigungen $p_{\perp\parallel}^+$ und $p_{\perp\parallel}^-$ im Laufe der Ermüdungsbelastung konstant bleiben. Da homothetische Funktionen unter anderem die wichtige Eigenschaft aufweisen, dass die Steigung der Isoquanten längs einer beliebigen Ursprungsgeraden konstant bleibt, wird im Folgenden diese Art und Weise zur Konstruktion der Lebensdauerbruchkurve als „homothetisches Schrumpfen“ der Bruchkurve bezeichnet. Die Ursprungsgeraden sind dabei im vorliegenden Fall alle Linien mit konstantem Biaxialitätsverhältnis nach Gleichung (1). Wie in Bild 2 dargestellt, findet ein wirklich homothetisches Schrumpfen, bei welchem die Steigung der Bruchkurven (Isoquanten) entlang aller Ursprungsgeraden konstant bleibt, jedoch ausschließlich dann statt, wenn die Restfestigkeitsdegradation der Schub- und Querkzugfestigkeit äquivalent verläuft.

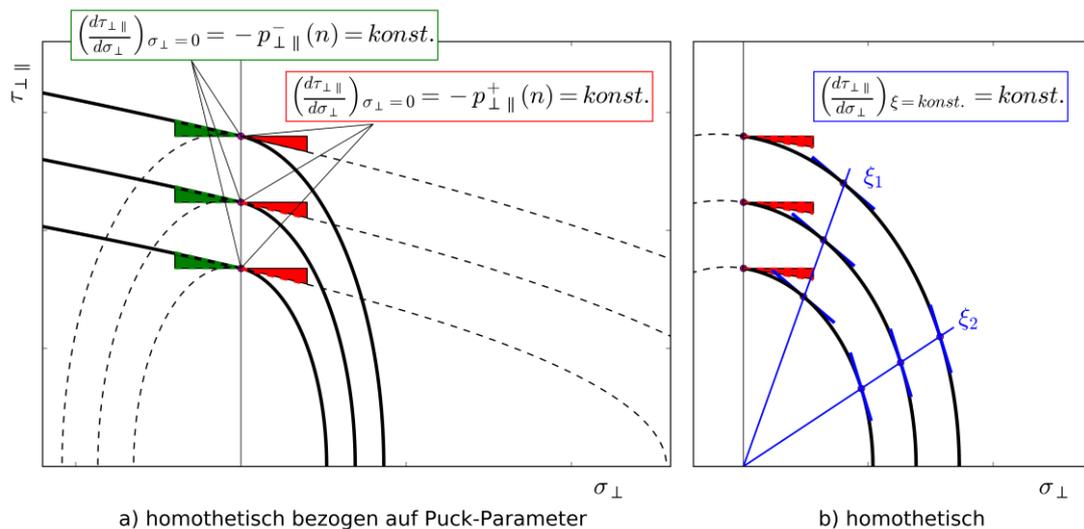


Bild 2: Auf die Neigungen der Bruchkurve bei $\sigma_{\perp} = 0$ bezogenes „Homothetisches Schrumpfen“ der Bruchkurve in Modus A und B in a) und „Vollständig homothetisches Schrumpfen“ der Bruchkurve in b)

Bei den Untersuchungen in dieser Arbeit können jedoch, je nach gewählten Parametern zur Restfestigkeitsdegradation von Schub- und Querkzugfestigkeit, die Steigungen bei konstantem Biaxialitätsverhältnis variieren. Im Folgenden

wird gleichwohl von einem „homothetischen Schrumpfen“ gesprochen, da die Neigungen $p_{\perp\parallel}^+$ und $p_{\perp\parallel}^-$ der Bruchkurve in jedem Fall konstant gehalten werden. Für den Sonderfall, dass die Steigungen der Bruchkurve an allen Ursprungsgeraden entsprechend Bild 2b konstant bleibt, wird im Folgenden von einem „vollständig homothetischen Schrumpfen“ der Bruchkurve gesprochen. Die Neigung $p_{\perp\perp}^-$ der (σ_{nt}, τ_{nt}) -Bruchkurve bei $\sigma_n = 0$ für $\sigma_n < 0$ ergibt sich dann aufgrund der Degradation der Schubfestigkeit $R_{\perp\parallel}$ und des Bruchwiderstands $R_{\perp\perp}^A$ entsprechend Gleichung (4).

$$p_{\perp\parallel}^+ = \text{konst.}, \quad p_{\perp\parallel}^- = \text{konst.}, \quad p_{\perp\perp}^- = \frac{p_{\perp\parallel}^-}{R_{\perp\parallel}(n)} \cdot R_{\perp\perp}^A(n) \neq \text{konst.} \quad (4)$$

Für die Suche nach der maximal zulässigen Schubspannung für ein bestimmtes Biaxialitätsverhältnis innerhalb des Lastspiels wird Gleichung (3) nach $\tau_{\perp\parallel, \max}$ umgestellt, so dass sich ein Polynom zweiten Grades mit der Lösung für die maximale Schubspannung nach Gleichung (5) ergibt.

$$\tau_{\perp\parallel, A, \max}(N_1, N_2) = -\frac{a_{\perp\parallel, \max}(N_1, N_2)}{2} + \sqrt{\frac{a_{\perp\parallel, \max}^2(N_1, N_2)}{4} - b_{\perp\parallel, \max}(N_1, N_2)} \quad (5)$$

Hierin sind $a_{\perp\parallel, \max}$ das Verhältnis des linearen zum quadratischen Glied und $b_{\perp\parallel, \max}$ das Verhältnis des konstanten zum quadratischen Glied der allgemeinen Form der quadratischen Gleichung. Der Parameter $a_{\perp\parallel, \max}$ berechnet sich nach Gleichung (6).

$$a_{\perp\parallel, \max}(N) = \frac{2 p_{\perp\parallel}^+ R_{\perp\parallel} R_{\perp\perp}^{+2}(N) \tan^2 \xi}{R_{\perp\perp}^{+2}(N) \tan^2 \xi + \left(1 - p_{\perp\parallel}^+ \frac{R_{\perp\perp}^+(N)}{R_{\perp\parallel}(N)}\right)^2 R_{\perp\parallel}^2(N) - p_{\perp\parallel}^+ R_{\perp\perp}^{+2}(N)} \quad (6)$$

Der Parameter $b_{\perp\parallel, \max}$ wird dann entsprechend Gleichung (7) berechnet.

$$b_{\perp\parallel, \max}(N) = \frac{R_{\perp\parallel}^2(N) R_{\perp\perp}^{+2}(N) \tan^2 \xi}{R_{\perp\perp}^{+2}(N) \tan^2 \xi + \left(1 - p_{\perp\parallel}^+ \frac{R_{\perp\perp}^+(N)}{R_{\perp\parallel}(N)}\right)^2 R_{\perp\parallel}^2(N) - p_{\perp\parallel}^+ R_{\perp\perp}^{+2}(N)} \quad (7)$$

In Gleichung (6) und (7) werden jeweils für die Querkzug- und Schubfestigkeit die für eine bestimmte Lastspielzahl erlaubten Bruchspannungen ($n = N$) der jeweiligen Wöhlerkurve entsprechend Gleichung (8) entnommen. An dieser Stelle sei kurz darauf hingewiesen, dass die Notation mit kleinem n für progressive Lastspielzahlen und die Notation mit großem N für die Bruchlastspielzahl verwendet wird.

$$R_{\perp}^+(N) = 10^{\left(\frac{\log(C_{\perp}) - \log(N)}{k_{\perp}}\right)}, \quad R_{\perp\parallel}(N) = 10^{\left(\frac{\log(C_{\perp\parallel}) - \log(N)}{k_{\perp\parallel}}\right)} \quad (8)$$

Für die Beschreibung der Wöhlerkurve in Gleichung (8) wird der allgemeine Ansatz nach Basquin [37] entsprechend Gleichung (9) verwendet.

$$N = C \cdot \sigma_{max}^{-k} \begin{cases} \text{mit } C_{\perp}, k_{\perp} \text{ für } \sigma_{max} = \sigma_{\perp,max} \\ \text{mit } C_{\perp\parallel}, k_{\perp\parallel} \text{ für } \sigma_{max} = \tau_{\perp\parallel,max} \end{cases} \quad (9)$$

Unter Verwendung von Gleichung (5) werden dann zwei maximal zulässige Schubspannungen für ein konstantes Biaxialitätsverhältnis bei N_1 und N_2 berechnet. Die Neigung der ξ -Wöhlerkurve berechnet sich dann mit Gleichung (10).

$$k_{\xi,\perp\parallel} = \frac{\log N_1 - \log N_2}{\log \tau_{\perp\parallel,A,max}(N_2) - \log \tau_{\perp\parallel,A,max}(N_1)} \quad (10)$$

Die Lage der ξ -Wöhlerkurve kann dann durch Gleichung (11) erhalten werden.

$$C_{\xi,\perp\parallel} = 10^{\log N_1 + k_{\xi,\perp\parallel} \log \tau_{\perp\parallel,max}(N_1)} \quad (11)$$

Die zulässigen Bruchlastspielzahlen für beliebige Schubspannungen mit konstanten Biaxialitätsverhältnis im Modus A können dann mit Gleichung (12) berechnet werden.

$$N_{\xi,A} = C_{\xi,\perp\parallel} \cdot \tau_{\perp\parallel}^{-k_{\perp\parallel}} \quad (12)$$

Im Anschluss wird die zulässige Lastspielzahl für die Degradation der Restfestigkeiten verwendet. Als Modell wird aufgrund der Ergebnisse aus vorherigen Untersuchungen das „Normalized Residual Strength Model (NRSM)“ von Stojkovic et al. [20] verwendet. Mit dem nichtlinearen Modell lässt sich nicht nur eine anfängliche Degradation der Festigkeit in den ersten Lastspielen, sondern auch eine rapide Abnahme der Festigkeit gegen Ende der Lebensdauer abbilden. Die Restfestigkeiten aus dem letzten Lastspiel $\vec{S}_{r,n-1}$ werden dann entsprechend Gleichung (1) in jedem Rechenzyklus n um die Änderung der Festigkeit im aktuellen Lastspiel $\Delta \vec{S}_r$ reduziert.

$$\vec{S}_{r,n} = \begin{pmatrix} R_{\perp}^+ \\ R_{\perp}^- \\ R_{\perp\parallel} \end{pmatrix}_n = \underbrace{\begin{pmatrix} R_{\perp}^+ \\ R_{\perp}^- \\ R_{\perp\parallel} \end{pmatrix}_{n-1}}_{\vec{S}_{r,n-1}} - \underbrace{\left\{ \begin{pmatrix} R_{\perp}^+ \\ R_{\perp}^- \\ R_{\perp\parallel} \end{pmatrix}_{n-1} - \begin{pmatrix} R_{\perp}^+ \\ R_{\perp}^- \\ R_{\perp\parallel} \end{pmatrix}_n \right\}}_{\Delta\vec{S}_r} \quad (13)$$

Die Änderung der Restfestigkeiten bis zum aktuellen Lastspiel für die in diesem Lastinkrement vorliegende Beanspruchung wird nach Gleichung (14) berechnet.

$$\Delta\vec{S}_{r,n} = \begin{pmatrix} R_{\perp}^+ \\ R_{\perp}^- \\ R_{\perp\parallel} \end{pmatrix}_n = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} R_{\perp,st.}^+ \\ R_{\perp,st.}^- \\ R_{\perp\parallel,st.} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \sigma_{\perp,max}^+ \\ \sigma_{\perp,max}^- \\ \tau_{\perp\parallel,max} \end{pmatrix} \end{pmatrix} \cdot \left(1 - \left(\frac{n_n}{N_{\xi}} \right)^{\alpha_{\xi}} \right)^{\beta_{\xi}} \quad (14)$$

Die Restfestigkeit bis zum letzten Lastspiel berechnet sich für die aktuelle Belastung entsprechend Gleichung (15).

$$\Delta\vec{S}_{r,n-1} = \begin{pmatrix} R_{\perp}^+ \\ R_{\perp}^- \\ R_{\perp\parallel} \end{pmatrix}_{n-1} = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} R_{\perp,st.}^+ \\ R_{\perp,st.}^- \\ R_{\perp\parallel,st.} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \sigma_{\perp,max}^+ \\ \sigma_{\perp,max}^- \\ \tau_{\perp\parallel,max} \end{pmatrix} \end{pmatrix} \cdot \left(1 - \left(\frac{n_{n-1}}{N_{\xi}} \right)^{\alpha_{\xi}} \right)^{\beta_{\xi}} \quad (15)$$

Hierbei sind n_n und n_{n-1} die Anzahl an Lastspielen bis zum letzten und derzeitigen Rechenschritt, $R_{\perp,st.}^+$, $R_{\perp,st.}^-$ und $R_{\perp\parallel,st.}$ die statischen Festigkeiten und $\sigma_{\perp,max}^+$, $\sigma_{\perp,max}^-$ und $\tau_{\perp\parallel,max}$ die maximalen Querkzug-/druck- und Schubspannung aus der aktuellen zyklischen Blockbelastung. Die Parameter α_{ξ} und β_{ξ} sind Materialparameter, welche den Verlauf der Restfestigkeiten beeinflussen und sich für alle drei Festigkeitswerte unterscheiden (siehe Kapitel 3). Mit der Vorgehensweise aus Gleichung (15) ergibt sich eine schadensäquivalente Verschiebung des Restfestigkeitsverlaufs bei Blockbelastung [29]. Für die Kopplung der Festigkeiten wird hier die zulässige Lastspielzahl $N_{\xi,i}$ aus Gleichung (12) verwendet. Da in der vorliegenden Arbeit die ZFB-Kurve im Vordergrund steht, werden die faserparallele Zug- und Druckrestfestigkeiten zunächst separat mit den maximalen Lastspielzahlen der jeweiligen Wöhlerkurven modelliert.

Im Anschluss an die Restfestigkeitsdegradation und die Modellierung der Bruchkurve werden die Anstrengungen nach Puck [35] jeweils für Faserzug-/druck und Modus A, B und C berechnet. Bei den untersuchten Laminaten werden jedoch Modus C Schädigung aufgrund Ihrer verheerenden Folgen derzeit vollständig ausgeschlossen. Die Steifigkeitsdegradation wird im ersten Schritt mit Pucks erstem Modell für progressive quasi-statische

Schadensanalysen durchgeführt [21]. Die Reduzierung der Steifigkeit hängt hier von der jeweiligen Anstrengungshöhe und drei Materialparametern ab und wird nach Gleichung (16) durchgeführt. Das Modell wurde ursprünglich für statische Beanspruchungen entwickelt, aber wurde bereits von Adden und Horst [38] für Berechnungen bei zyklischen Belastungen getestet.

$$\begin{pmatrix} E_{\perp}(n) \\ G_{\perp\parallel}(n) \\ \nu_{\perp\parallel}(n) \\ \nu_{\parallel\perp}(n) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \eta_{\perp}(f_e) \cdot E_{\perp,st.} \\ \eta_{\perp\parallel}(f_e) \cdot G_{\perp\parallel,st.} \\ konst. \\ \nu_{\perp\parallel} \cdot \frac{E_{\perp}(n)}{E_{\parallel}(n)} \end{pmatrix} \quad (16)$$

Die Parameter η_{\perp} aus Gleichung (17) und $\eta_{\perp\parallel}$ aus Gleichung (18) beschreiben die Art und Weise der Steifigkeitsdegradation.

$$\eta_{\perp} = \frac{1 - \eta_{r,\perp}}{1 + c_{\perp}(f_e - 1)^{\xi_{\perp}}} + \eta_{r,\perp} \quad (15)$$

$$\eta_{\perp\parallel} = \frac{1 - \eta_{r,\perp\parallel}}{1 + c_{\perp\parallel}(f_e - 1)^{\xi_{\perp\parallel}}} + \eta_{r,\perp\parallel} \quad (16)$$

Hierbei beschreiben $\eta_{r,\perp}$ und $\eta_{r,\perp\parallel}$ auf welchen Grenzwert die Quer- und Schubsteifigkeit maximal reduziert werden, und $c_{\perp}, c_{\perp\parallel}$ und $\xi_{\perp}, \xi_{\perp\parallel}$ steuern den Verlauf der Degradation in Abhängigkeit der Anstrengung. Knops und Bögle [39] zeigten, dass eine Degradation der großen Querkontraktionszahl für statische Analysen nicht notwendig ist, und Adden und Horst [38] nahmen es für zyklische Lasten ebenfalls an. Für die Simulation in der vorliegenden Arbeit werden zunächst die von Schürmann [21] empfohlenen Materialparameter für CFK nach Tabelle 2 verwendet.

$\eta_{r,\perp}$	c_{\perp}	ξ_{\perp}	$\eta_{r,\perp\parallel}$	$c_{\perp\parallel}$	$\xi_{\perp\parallel}$
0,03	5,34	1,31	0,67	0,95	1,17

Tabelle 2: Parameter für die Steifigkeitsdegradation des Quer- und Schubmoduls nach Schürmann [21].

3 EXPERIMENTELLES VORGEHEN

Für die Untersuchungen werden Rohrprüfkörper unter verschiedenen zyklischen Lasten geprüft. Im Folgenden wird eine Übersicht über die Gestaltung, Herstellung und das Versuchsprogramm gegeben. Bild 3 zeigt die

Epoxidharz als Matrixwerkstoff verwendet. Das Verstärkungsmaterial bilden Filamentgarne der Kohlenstofffaser Tenax®-E HTS45 der Standard-Modul Klasse mit einer Filamentanzahl von 12k und einer Rovingfeinheit (Titer) von 800 tex. Die Fasern haben einen Filamentdurchmesser von 7 μm und sind mit einer EP-Schlichte präpariert. Als Matrixmaterial wird das Epoxidharz-System Araldite® LY556 / Aradur 917 / Beschleuniger DY070 mit einem Mischungsverhältnis von 100:90:1 Gewichtsanteilen verwendet.

Für die Untersuchungen werden zum einen radial gewickelte quasi-unidirektionale Rohrprüfkörper mit dem Lagenaufbau $[\pm 89,16]_s$ und multi-direktionale Rohrprüfkörper mit dem Lagenaufbau $[90] \pm 70]_s$ verwendet. Die verwendete Geometrie der Prüfkörper ist in Bild 4 dargestellt.

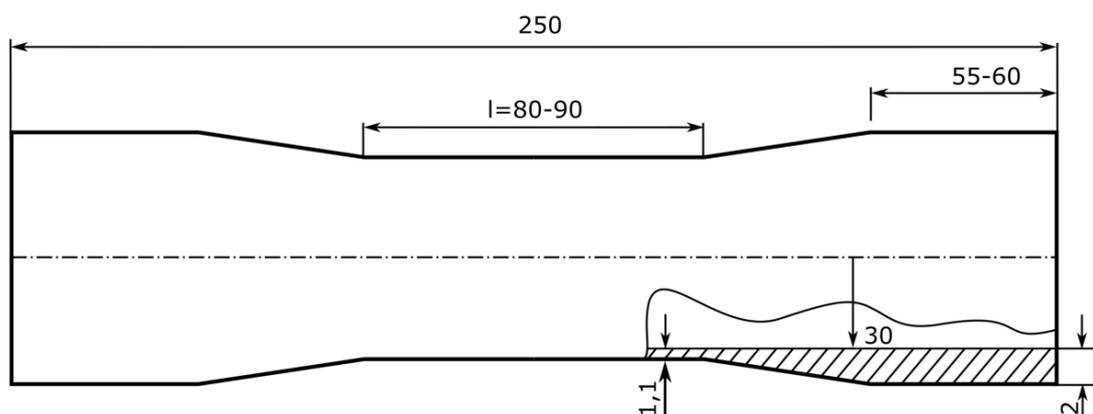


Bild 4: Verwendete Geometrie der gewickelten CFK-Rohrprüfkörper

Die zyklischen Zug-/Druck-Torsionsprüfungen (Z/DT-Prüfung) werden auf der servo-hydraulischen Prüfmaschine Instron® Typ 8802 mit einer Nennlast von 100 kN und einem Nennmoment von 1kNm durchgeführt. Die Einspannung erfolgt hydraulisch getätigt über die gesamte Mantelfläche der verstärkten Rohrenden mit einer Länge von 50-60 mm und einem Spanndruck von 40 bar für die uni-direktionalen und 60 bar für die multi-direktionalen Prüfkörper. Die Prüfkörper werden an den Rohrenden zusätzlich mit Aluminium-Inlets mit einer Länge von 70 mm versehen, die ein Beulen unter Spanndruck verhindern sollen.

3.2 Experimentelle Eingangsdaten

In Tabelle 3 werden alle für die Simulation experimentell bestimmten Parameter dargestellt. Bei axialer Zug- oder Druckbelastung werden die radial gewickelten Rohrprüfkörper einer reinen Querzug-, bzw. Querdruckbeanspruchung und bei einer Torsionsbelastung einer reinen Schubspannungsbeanspruchung in der Ebene ausgesetzt. In der ersten Spalte der Tabelle sind die aus quasi-statischen Versuchen ermittelten mechanischen Kennwerte in Form von Steifigkeiten und Festigkeiten der UD-Schicht dargestellt.

Mechanische Kennwerte		Festigkeitsparameter		Wöhlerparameter	
E_{\parallel}	133,40 GPa	$p_{\perp\parallel}^+$	0,163	k_0	16.2
E_{\perp}	8,19 GPa	$p_{\perp\parallel}^-$	0,319	C_0	8.96E+26
$G_{\perp\parallel}$	4,08 GPa	α_0	1,000	k_{90}	21.6
$\nu_{\perp\parallel}$	0,28	β_0	1,000	C_{90}	6.67E+40
R_{\perp}^+	43,38 MPa	α_{90}	0,320		
$R_{\perp\parallel}$	69,96 MPa	β_{90}	0,170		

Tabelle 3: Ermittelte Eingangsgrößen von experimentellen Versuchen an radial gewickelten uni-direktionalen Rohrprüfkörpern.

Die Neigungsparameter der Bruchkurve wurden durch einen Polynomfit der Bruchkurvenfunktion mit der Methode der kleinsten Quadrate an quasi-statische Versuche bei $\xi = 0^\circ$, $\xi = 60^\circ$ und $\xi = 90^\circ$ ermittelt. Da die Vorgehensweise zur Bestimmung experimenteller Wöhlerkurven nicht genormt ist, wurden die hier dargestellten Wöhlerkurven durch lineare log-log-Regression über die Mittelwerte der einzelnen Spannungshorizonte mit gleicher Gewichtung aller Horizont-mittelwerte ermittelt [40]. Die Wöhlerkurven wurden durch zyklische Versuche bei $\xi = 0^\circ$ (UD) mit einer Frequenz von 8 Hz, bei $\xi = 90^\circ$ (UD) mit einer Frequenz von 3 Hz, bei $\xi = 30^\circ$ und $\xi = 60^\circ$ (UD) mit einer Frequenz von 5 Hz und bei $\xi = 19^\circ$ und $\xi = 48.8^\circ$ (UD) mit einer Frequenz von 5 Hz durchgeführt. Die Prüffrequenzen wurden jeweils in Abhängigkeit der Temperaturentwicklung aus Vorversuchen bestimmt, so dass eine maximale Temperaturerhöhung von $\Delta T_{max} = 10^\circ C$ nicht überschritten wurde. Die Oberflächentemperatur der Prüfkörper wurde kontinuierlich mit einem Pyrometer überwacht und zusätzlich selektiv mit Aufnahmen einer Infrarotkamera überprüft. Die Restfestigkeitsparameter $\alpha_0, \beta_0, \alpha_{90}$ und β_{90} wurden mit Hilfe von Restfestigkeitsversuchen, d.h. quasi-statischen Versuchen im Anschluss an eine bestimmte Anzahl zyklischer Belastungen, bei $\xi = 0^\circ$ und $\xi = 90^\circ$ bestimmt. Beispielsweise wurden die Parameter anhand Restfestigkeitsdaten nach einer reinen Schubbeanspruchung mit konstanter Spannungsamplitude und Spannungsverhältnis von $R_{\tau_{\perp\parallel}} = 0.1$ nach zyklischer Belastung von 25000 ($n / \bar{N}_{\perp\parallel} = 0.25$) und von 75000 ($n / \bar{N}_{\perp\parallel} = 0.75$) Zyklen ermittelt. Die Ermittlung der Kennwerte ist in Bild 5 dargestellt.

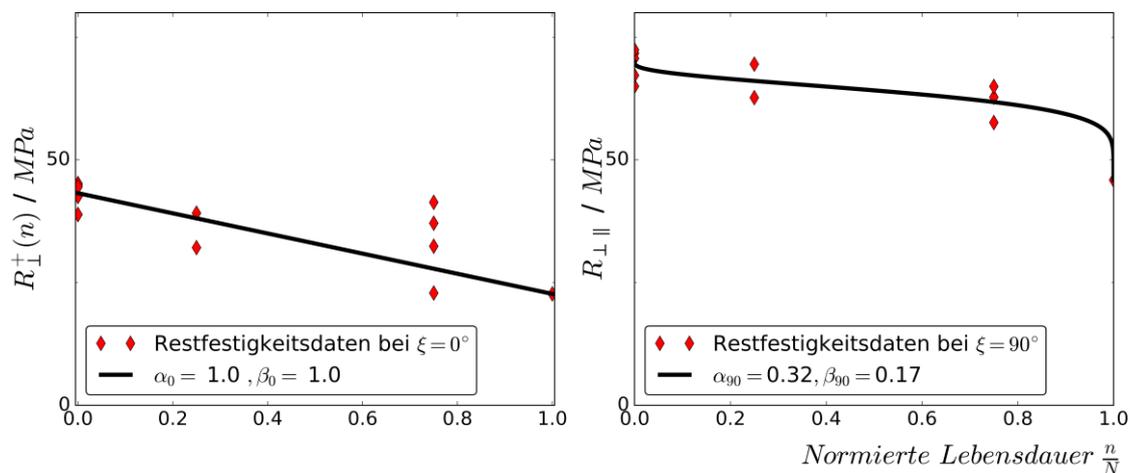


Bild 5: Ermittlung der Restfestigkeitsparameter mit Restfestigkeitsdaten der uni-direktionalen Schicht bei $\xi = 0^\circ$ und $\xi = 90^\circ$.

Aufgrund der erhöhten Standardabweichung in den experimentellen Daten der 75%-Lebensdauer wird für die Querkzugfestigkeit eine lineare Degradation mit $\alpha_0 = \beta_0 = 1$ gewählt. In Bild 6 wird die Konstruktion der Bruchkurve für eine konstante Schubbeanspruchung über die Restfestigkeitsformulierungen mit dem ξ -Modell für $\alpha_0 = \beta_0 = 1$, $\alpha_{90} = 0.32$ und $\beta_{90} = 0.17$ dargestellt.

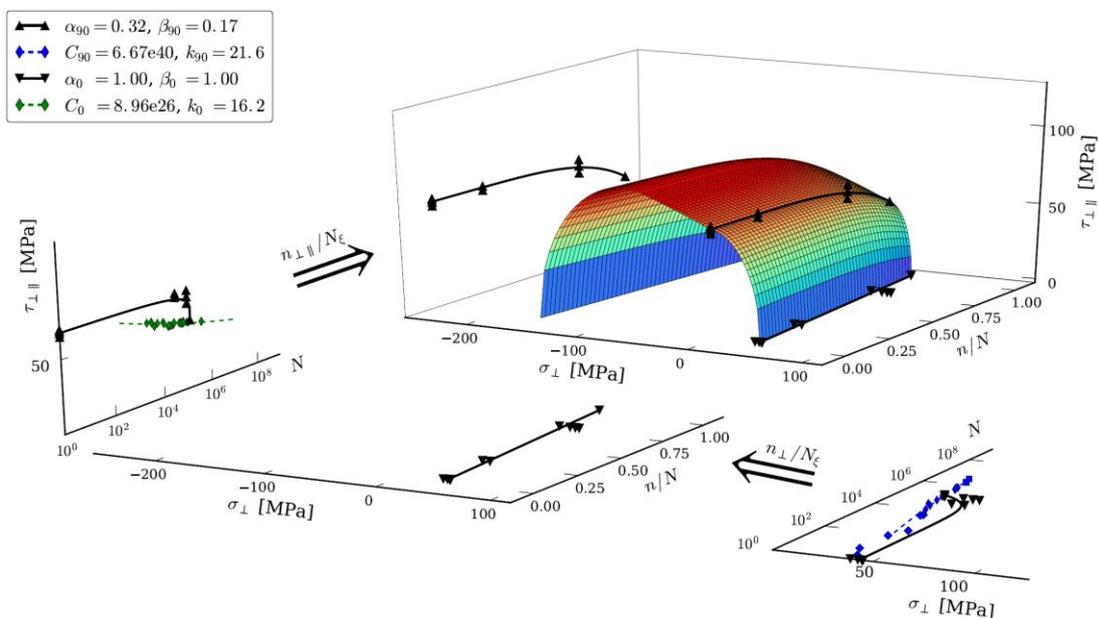


Bild 6: Konstruktion der Ermüdens-Zwischenfaserbruchkurve über die Restfestigkeitsdegradation mit $\alpha_0, \beta_0, \alpha_{90}$ und β_{90} .

4 ERGEBNISSE UND DISKUSSION

Im Folgenden werden die Simulationsergebnisse mit experimentellen Versuchen verglichen. Zunächst wird die Modellierung der Bruchkurve für bestimmte Szenarien tatsächlichen Restfestigkeitswerten gegenübergestellt, um zu prüfen, ob die Modellierung über eine Restfestigkeitsdegradation generell valide ist. Im Anschluss werden zunächst die Simulationen für uni- und multiaxial belastete UD-Laminats und im Anschluss die multiaxial belasteten MD-Laminats mit experimentellen Wöhlerkurven verglichen. Zum Schluss wird noch kurz auf die Eignung des Modells für Lastrichtungswechsel eingegangen.

4.1 Konstruktion der Bruchkurven

Um die Konstruktion der Zwischenfaserbruchkurve über die Restfestigkeit zu validieren, werden in Bild 7 die experimentellen Restfestigkeitsdaten für 75% der mittleren Lebensdauer zum einen mit der simulierten Bruchkurve bei konstant bleibender Neigung und zum anderen mit der simulierten Bruchkurve ohne Restfestigkeitskopplung verglichen.

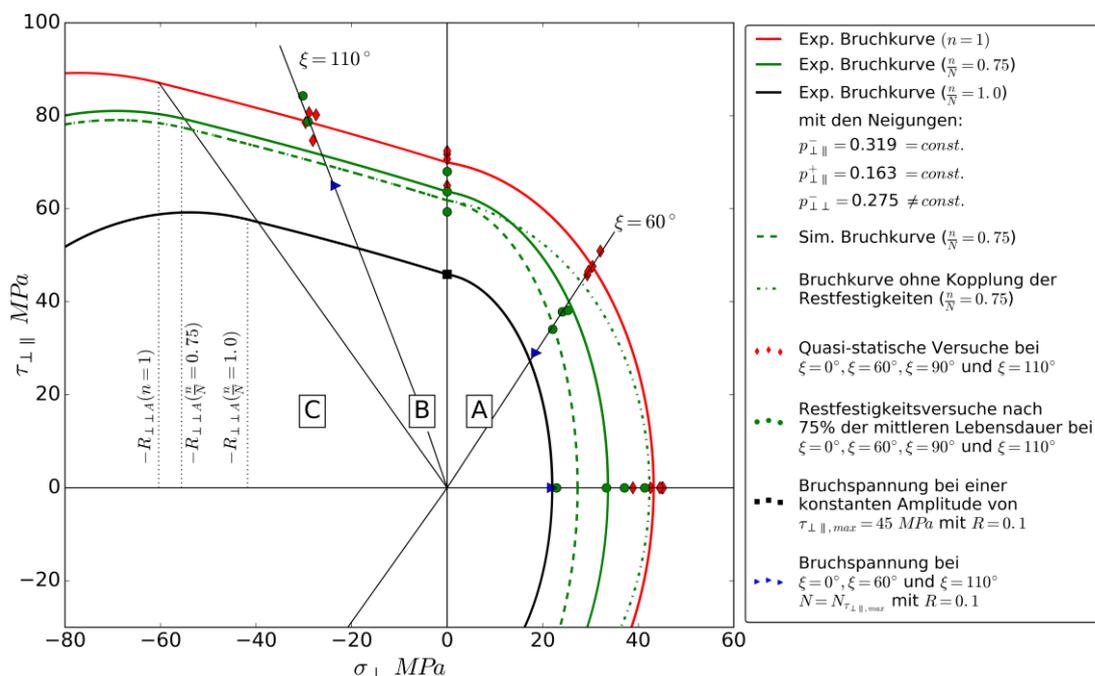


Bild 7: Vergleich der experimentellen Restfestigkeitsdaten mit der simulierten Bruchkurve nach dem ξ -Model

In Bild 7 ist die experimentelle statische Bruchkurve für $n = 1$ mit den ermittelten Bruchkurvenparametern dargestellt. Da in der vorliegenden Arbeit ein homothetisches Schrumpfen des Bruchkörpers angenommen wird, sind die experimentellen Bruchkurven für $n / N = 0.75$ und $n / N = 1.0$ mit den konstant

bleibenden Neigungen dargestellt. Das bedeutet, dass nur Restfestigkeitswerte bei $\xi = 0^\circ$ und $\xi = 90^\circ$ zur Beschreibung der Bruchkurve nötig sind und die Restfestigkeitsdaten bei $\xi = 60^\circ$ und $\xi = 110^\circ$ ausschließlich zur Validierung abgebildet sind und nicht als Eingangsgrößen verwendet wurden. Zum Vergleich der Modellierung sind zum einen die Bruchkurve für eine Berechnung ohne bilaterale Kopplung der Restfestigkeiten (Strichpunktlinie) über das ξ -Modell und zum anderen in Form der berechneten Bruchkurve über die nichtlineare Restfestigkeitsdegradation (Strichlinie) dargestellt. Zunächst ist deutlich zu erkennen, dass die Schubrestfestigkeit nach der reinen Schubbeanspruchung in allen drei Varianten sehr gut abgebildet werden kann, und so die Berechnung der Bruchspannung, bzw. die Prognose der Wöhlerkurve, für eine Beanspruchung mit konstanter Amplitude nahezu identisch wären.

Bei der Betrachtung der ganzheitlichen Bruchkurven mit Blick auf Lastrichtungswechsel für beliebige Biaxialitätsverhältnisse sind jedoch große Unterschiede zu erkennen. Für die entkoppelte Degradation (Strichpunktlinie) stellt sich eine deutliche Abweichung im nicht-konservativen Bereich für kleiner werdende Biaxialitätsverhältnisse ein. Das ist darauf zurückzuführen, dass nur eine sehr kleine Querspannungsamplitude im rein torsionsbelasteten Laminat mit der Laminatarchitektur $[\pm 89,16]_s$ vorhanden ist und ohne Kopplung nur eine geringfügige Reduzierung der Querspannung stattgefunden hat. Im Gegensatz dazu stellt sich bei der Modellierung mit dem ξ -Modell eine zunehmend konservativere Vorhersage für kleiner werdende ξ ein. Durch Verwendung des linearen und damit konservativeren Restfestigkeitsverlaufs für die Querspannung aufgrund der in Bild 5 dargestellten höheren Standardabweichungen war jedoch eine konservativere Modellierung der Bruchkurve im Bereich für kleinere ξ zu erwarten. Für den Vergleich der Bruchkurve bei $n/N = 1.0$ kann als wahrer experimenteller Restfestigkeitswert nur die Bruchspannung bei einer konstanten Amplitude von $\tau_{\perp\parallel, max}$ verglichen werden. Die Festigkeiten bei $n/N = 1.0$ für $\xi = 0^\circ$, $\xi = 60^\circ$ und $\xi = 110^\circ$ nach einer Belastung bei $\xi = 90^\circ$ können selbstverständlich nicht experimentell ermittelt werden und müssen daher in Form der Bruchspannung aus den jeweiligen Wöhlerkurven bei $N = N_{\perp\parallel}(\tau_{\perp\parallel, max})$ entnommen werden.

Obwohl Beanspruchungen im Modus B nicht im Fokus der vorliegenden Arbeit liegen, sei der Vollständigkeit halber darauf hingewiesen, dass die homothetische Konstruktion der Bruchkurve zu sehr konservativen Ergebnissen für die Restfestigkeiten bei $\xi = 110^\circ$ führt. Allgemein lässt sich anhand der wenigen Restfestigkeitsdaten kaum eine wahrnehmbare Degradation der Restfestigkeiten im Bereich $\xi > 90^\circ$ nach einer Modus A Beanspruchung feststellen. In diesem Bereich hängt die Bruchkurve nur von der Neigung $p_{\perp\parallel}$ und der Degradation der Schubfestigkeit ab.

4.1 Multiaxial belastete UD-Laminat

Im Folgenden werden die Prognosen der Wöhlerkurven für die multiaxial belasteten UD-Laminat genauer betrachtet. In Bild 8 sind sowohl die berechneten Wöhlerkurven als auch die jeweiligen experimentellen Daten abgebildet.

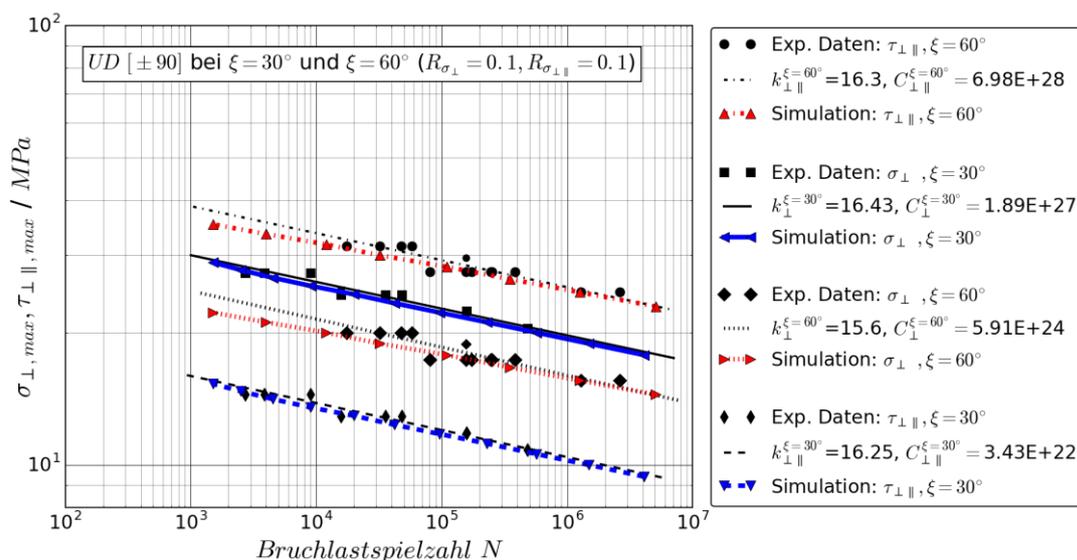


Bild 8: Wöhlerkurven aus Simulation und Experiment für multiaxial belastete UD-Rohrprüfkörper bei $\xi = 30^\circ$ und $\xi = 60^\circ$.

Für die in Bild 8 dargestellten Wöhlerkurven bei $\xi = 30^\circ$ und $\xi = 60^\circ$ ergeben sich gute Übereinstimmungen mit den experimentellen Daten. Dargestellt sind jeweils die Querkzug- und Schubwöhlerlinie für jedes der beiden Biazialitätsverhältnisse. Die simulierte Wöhlerkurve bei hoher Querkzug- und kleiner Schubspannung ($\xi = 30^\circ$) weist eine hervorragende Übereinstimmung in Lage und Neigung auf. Die Wöhlerkurve bei niedrigerer Querkzug- und höherer Schubspannung ($\xi = 60^\circ$) zeigt zunächst eine konservative Abschätzung im Bereich kleiner Lastspielzahlen ($< 10^4$) und eine minimale Überschätzung der Bruchspannung im Bereich höherer Lastspielzahlen ($> 10^6$). Weitestgehend scheint das Modell allgemeine Wöhlerkurven unter multiaxialen Lasten prognostizieren zu können. Ein genauerer Blick auf die Abweichungen der simulierten Wöhlerkurven mit entsprechenden Standardabweichungen wird in Bild 9 zusammen mit der Simulation des multi-direktionalen Laminats geworfen.

4.2 Multiaxial belastete MD-Laminat

Ähnlich zu Bild 8, werden in Bild 9 die simulierten Wöhlerkurven mit experimentellen Daten und der entsprechenden experimentellen Wöhlerkurve validiert. Da im Vordergrund die Modellierung der Zwischenfaserbruchkurve nach zyklischen Lasten steht, wurde ein Laminat mit möglichst kleinen

auftretenden Spannungen in Faserrichtung gewählt. Bei dem untersuchten Laminat bleiben selbst auf den höchsten Spannungsamplituden ($N = 10^3$) bei $\xi = 66.7^\circ$ die maximale Faserzugspannung bei maximal 14,36 % der Faserzugfestigkeit (70°-Schicht) und die maximale Faserdruckspannung bei maximal 24,22 % der Faserdruckspannung (-70°-Schicht). Bei $\xi = 28.5^\circ$ stellen sich mit einer Faserzugspannung auf der höchsten Spannungsamplitude ($N = 10^3$) von 5,46 % der Faserzugfestigkeit (70°-Schicht) und mit einer Faserdruckspannung von nur 4,07% der Faserdruckfestigkeit (-70°-Schicht) deutlich geringe Spannungen ein. Es sei angemerkt, dass das Biaxialitätsverhältnis der äußeren Belastung bei multidirektionalen Laminaten nicht den Biaxialitätsverhältnissen der einzelnen Schichten entspricht. Bei einem globalen Biaxialitätswinkel von $\xi_{gl.} = 28.5^\circ$ ergeben sich beispielsweise die lokalen Biaxialitätswinkel von $\xi_1 = \xi_6 = 14,7^\circ$ in den 90°-Schichten, $\xi_2 = \xi_5 = 34,0^\circ$ in den 70°-Schichten und $\xi_3 = \xi_4 = 9,0^\circ$ in den -70°-Schichten.

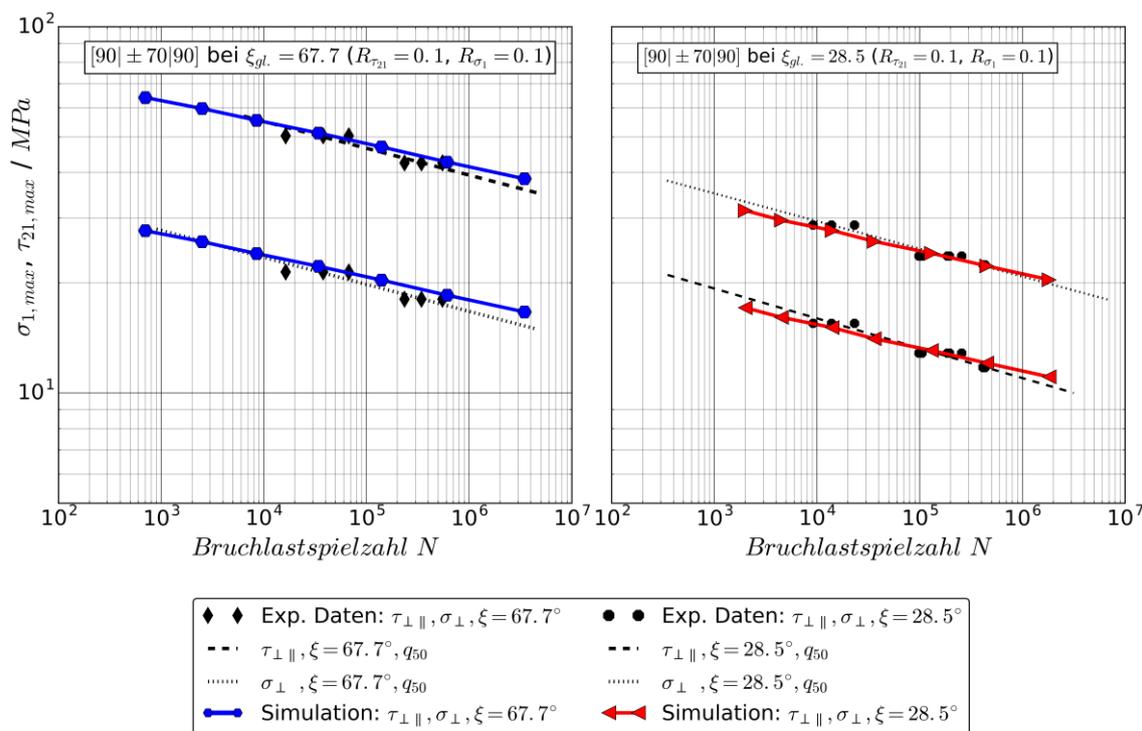


Bild 9: Simulierte Wöhlerlinien für das multiaxial belastete multi-direktionale Laminat mit dem Aufbau $[90|\pm 70]_s$ bei den globalen Biaxialitätsverhältnissen $\xi_{gl.} = 66.7^\circ$ und $\xi_{gl.} = 28.5^\circ$.

Für die simulierten Wöhlerkurven bei $\xi_{gl.} = 66.7^\circ$ und $\xi_{gl.} = 28.5^\circ$ ergibt sich im Vergleich mit den experimentellen Daten ein ähnliches Bild. Während für kleine Lastspielzahlen eine gute Übereinstimmung getroffen wird, wandert die Prognose für höhere Lastspielzahlen in den leicht nicht-konservativen Vorhersagebereich. Einen genaueren Blick auf die Abweichungen erhält man im nicht logarithmischen Maßstab in Bild 10. Hier sind die berechneten Linien konstanter Lebensdauer für $N = 10^4, 10^5, 10^6$ über das Biaxialitätsverhältnis der

äußeren Belastungen für das UD- und MD-Laminat dargestellt und mit einem Box-Plot der jeweiligen Spannungshorizonte verglichen. Der Box-Plot zeigt den aus der 50%-Wöhlerlinie extrapolierten Mittelwert und die aus den 10%- und 90%-Wöhlerlinien extrapolierten Quantile für die jeweilige Lastspielzahl.

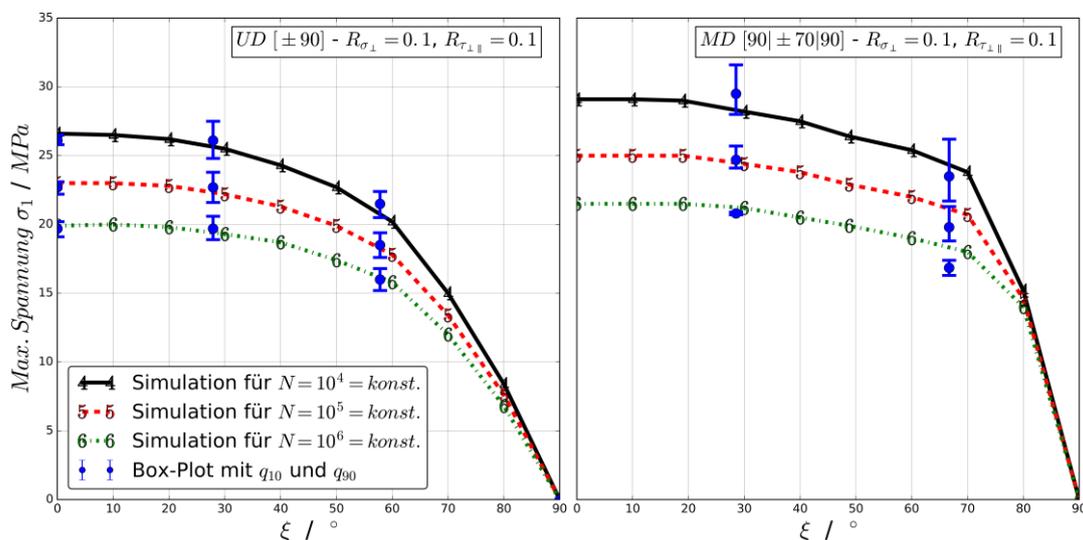


Bild 10: Vergleich der simulierten Linien konstanter Lebensdauer für die uni-direktionalen (links) und multi-direktionalen Laminat (rechts) über das Biaxialitätsverhältnis der äußeren Belastung.

Durch die Darstellung in Bild 10 wird deutlicher, in welchen Bereichen sich die simulierten Ergebnisse tatsächlich bewegen. Im linken Bild ist für die multiaxial belasteten UD-Schichten zu sehen, dass sich alle Ergebnisse innerhalb des 10%- und 90%-Quantils und immer ziemlich nah an der 50%-Ausfallswahrscheinlichkeit bewegen. Im rechten Bild für die multiaxial belasteten MD-Laminat zeigt sich vor allem für die Belastung mit $\xi_{gl.} = 66.7^\circ$ eine Prognose im nicht-konservativen Bereich, obgleich zumindest für die kleinen Lastspielzahlen innerhalb der Quantile.

4.3 Lastrichtungswechsel

Im Folgenden ist beispielhaft die Simulation bei zwei Beanspruchungen mit Änderung der Lastrichtung dargestellt. Für eine bessere Übersicht über die Belastungen im Laminat, wird in Tabelle 4 eine kurze Übersicht über die globalen Laminatspannungen gegeben.

	Lastfall 1	Lastfall 2	Lastfall 3
	$n = 80.000$	<i>bis zum Bruch</i>	<i>bis zum Bruch</i>
σ_2 / MPa	23,4	19,9	21,6
τ_{21} / MPa	12,7	46,0	50,0
$\xi_{gl.} / ^\circ$	28,5	66,7	66,7

Tabelle 4: Lastfälle für die Untersuchung der Lastrichtungswechsel

In Bild 11 folgt im ersten Fall (links) auf eine Belastung mit hoher Querkzug- und niedriger Schubspannung mit $\xi = 28.5^\circ$ (Lastfall 1) eine Belastung mit niedrigerer Querkzug- und dafür hoher Schubspannung mit $\xi = 66.7^\circ$ (Lastfall 2) bis zum Bruch. In der zweiten Blockbelastung (rechts) folgt auf den ersten Lastfall eine Belastung mit höherer Querkzug- und Schubspannung bei wiederum $\xi = 66.7^\circ$ (Lastfall 3).

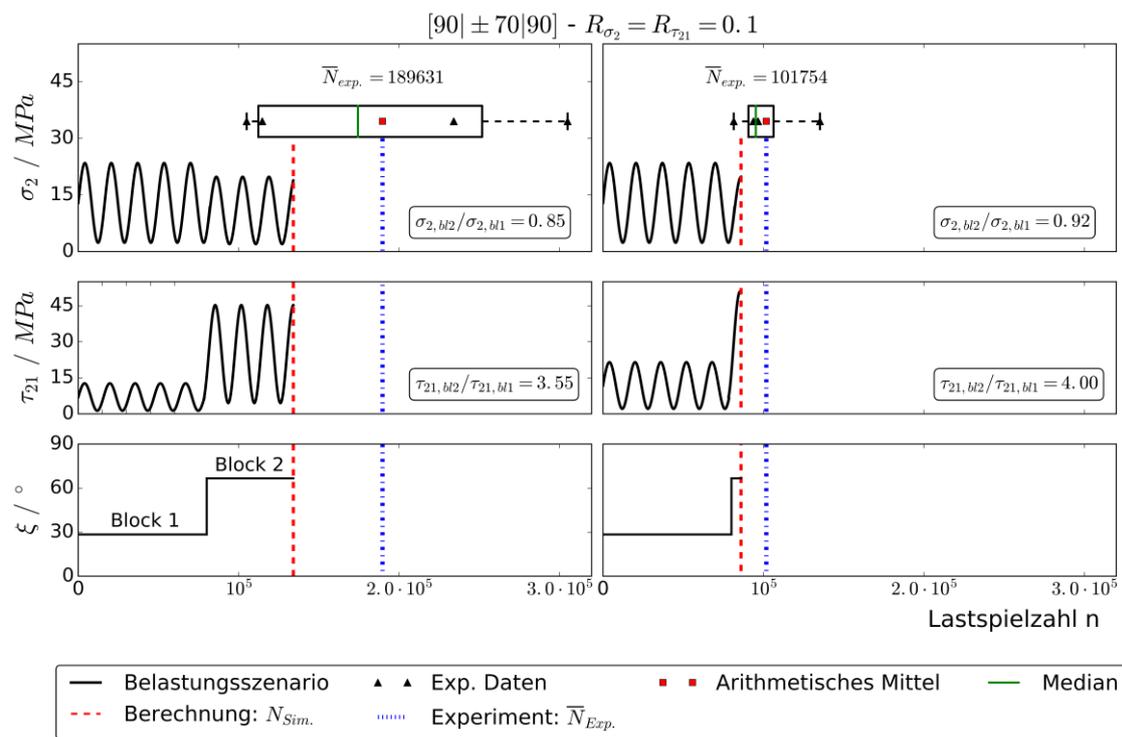


Bild 11: Untersuchung der Lastrichtungsänderung von $\xi_{gl.} = 28.5^\circ$ auf $\xi_{gl.} = 66.7^\circ$ am multidirektionalen Laminat $[90|\pm 70]_s$ mit kleiner (links) und großer Amplitude (rechts) im zweiten Block.

In Bild 11 ist jeweils der Querkzug-, Schubspannungs- und Biaxialitätsverlauf für beide Belastungsszenarien dargestellt. Zur Validierung der Ergebnisse aus der Simulation sind für beide Blockbelastungen die experimentellen Ergebnisse in einem Box-Whisker-Plot mit arithmetischem Mittel, Median und den 10%- und 90%-Quantilen dargestellt. Hier ist zunächst festzustellen, dass der

Interquartilsabstand bei einer kleineren Amplitude im zweiten Block (links) deutlich größer ist als bei der größeren Amplitude im zweiten Block (links). Dieses Verhalten wurde bereits in den Untersuchungen von High-Low und Low-High Blockbelastungen mit variablen Amplituden ohne Lastrichtungswechsel für glasfaserverstärkte Kunststoffe beobachtet [29]. In beiden Fällen liegen die Simulationsergebnisse (Strichlinie) auf der konservativen Seite im Vergleich mit den Mittelwerten (Strichpunktlinie). Hier wird deutlich, dass besonders für die Berücksichtigung von Lastrichtungswechseln die Bruchkurvenmodellierung in den Vordergrund tritt. Folgt auf einen Lastpfad auf einem konstanten Biaxialitätsverhältnis in der nächsten Blockbelastung ein Lastpfad auf einem anderen Biaxialitätsverhältnis, ist die Genauigkeit der bilateralen Restfestigkeits-degradation von größter Bedeutung. Im Vergleich der Bruchkurven in Bild 7 wurde deutlich, dass die Ergebnisse aufgrund der linearen Degradation der Querkzugfestigkeit für kleine Biaxialitätswinkel zu konservativen Ergebnissen führen. In beiden Fällen ergeben sich bei der ersten Blockbelastung mit $\xi_{gl.} = 28.5^\circ$ lokale Biaxialitätswinkel von $\xi_1 = \xi_6 = 14,7^\circ$ in den 90° -Schichten, $\xi_2 = \xi_5 = 34,0^\circ$ in den 70° -Schichten und $\xi_3 = \xi_4 = 9,0^\circ$ in den -70° -Schichten. Das bedeutet, dass in allen sechs Schichten eine konservative Prognose zu erwarten ist. Zusätzliche Untersuchungen zur Reduzierung der Querkzugfestigkeit unter verschiedenen Beanspruchungen könnten die Ergebnisse noch weiter verbessern. Nichtsdestotrotz zeigt sich, dass die Bruchkurvenmodellierung über die Restfestigkeiten im Vergleich zu ersten Experimenten zu akzeptablen Ergebnissen führt.

5 FAZIT UND AUSBLICK

In der vorliegenden Arbeit wurde ein Ansatz zur Bruchkurvenmodellierung über die bilaterale Degradation der Restfestigkeiten mit einer gemeinsamen ertragbaren Lastspielzahl für restfestigkeitsbasierte Lebensdaueranalysen von CFK präsentiert. Das Modell kommt für die Berechnung ausschließlich mit Eingangskennwerten aus experimentellen Untersuchungen der UD-Schicht aus. Es wurden die simulierten Bruchkurven, multiaxial belastete UD- und MD-Lamine, sowie Blockbelastungen mit Lastrichtungswechseln an MD-Laminen untersucht und mit experimentellen Versuchen validiert. Es konnte gezeigt werden, dass eine Kopplung der Querkzug- und Schubrestfestigkeitsdegradation bei Modus A-Beanspruchung auf der Schichtebene, in Verbindung mit einem homothetischen Schrumpfen der Bruchkurve zu validen und konservativen Ergebnissen in der Simulation der multiaxial belasteten Rohrprüfkörper führte.

Danksagung

Die Ergebnisse wurden ermöglicht durch die Förderung der Deutschen Forschungsgemeinschaft (DFG) im Rahmen des Förderprogramms „Forschungsgroßgeräte“ (DFG - Projektnummer 386180509 / Förderjahr 2017).

Gefördert durch



References

- [1] Hinton, M.J.; Kaddour, A.S.; Soden, P.D.; Failure Criteria in Fibre Reinforced Polymer Composites: The World-Wide Failure Exercise – A Composites Science and Technology Compendium. Elsevier, 2004.
ISBN: 978-0-08-044475-8
DOI: 10.1016/B978-0-080-44475-8.X5000-8
- [2] Hinton, M.J.; Kaddour, A.S.; Smith, P.A.; et al. The background to the third world-wide failure exercise.
Journal of Composite Materials, 2013, Vol. 47 issue: 20-21, pp. 2417-2426.
DOI: 10.1177/0021998313499475
- [3] Degrieck, K.; Paepegem, W.V.; Fatigue Damage Modeling of Fibre-Reinforced Composite Materials.
Applied Mechanics Reviews, 54 (4), pp. 279-300.
DOI: 10.1115/1.1381395
- [4] Alam, P.; Mamalis D.; Robert C.; et al. The Fatigue of Carbon Fibre Reinforced Plastics – A Review.
Composites Part B, Vol 166, pp. 555-579, Juni 2019.
DOI: 10.1016/j.compositesb.2019.02.016
- [5] Hashin, Z.; Rotem, A.; A Fatigue Failure Criterion for Fiber Reinforced Materials.
Journal of Composite Materials, Vol. 7, pp. 448-464, Oktober 1973.
DOI: 10.1177/002199837300700404
- [6] Adam, T.; Gathercole, N.; Reiter, H.; et al. Fatigue Life Prediction For Carbon Fibre Composites.
Advanced Composites Letters, Vol. 1, University of Bath, Januar, 2019.
DOI: 10.1177/096369359200100106
- [7] Gathercole, N.; Reiter, H.; Adam, T.; et al. Life prediction for fatigue of T800/5245 carbon-fibre composites: I. Constant-amplitude loading.
International Journal of Fatigue, Vol. 16, pp. 523-532, Mai, 1994.
DOI: 10.1016/0142-1123(94)90478-2

- [8] Fawaz, Z.; Ellyin, F.; Fatigue failure model for fibre-reinforced materials under general loading conditions.
Journal of Composite Materials, Vol 28, pp. 1432-1451, September 1994.
DOI: 10.1177/002199839402801503
- [9] Plumtree, A.; Cheng, G.X.; Fatigue damage parameter for off-axis unidirectional fibre-reinforced composites.
International Journal of Fatigue, Vol. 21, pp. 849-856, September 1999.
DOI: 10.1016/S0142-1123(99)00026-2
- [10] Bond, IP.; Fatigue life prediction for GRP subjected to variable amplitude loading.
Composites Part A: Applied Science and Manufacturing, Vol. 30, No. 8, pp. 961-970, August, 1999.
DOI: 10.1016/S1359-835X(99)00011-1
- [11] Whitworth, H.A.; Modeling Stiffness Reduction of Graphite/Epoxy Composite Laminates.
Journal of Composite Materials, Vol. 21, pp. 362-372, April, 1987.
DOI: 10.1177/002199838702100405
- [12] Hwang, W.; Han, K.S.; Cumulative Damage Models and Multi-Stress Fatigue Life Prediction.
Journal of Composite Materials, Vol. 20, pp. 125-153, März, 1986.
DOI: 10.1177/002199838602000202
- [13] Hwang, W.; Han, K.S.; Fatigue of Composites – Fatigue Modulus Concept and Life Prediction.
Journal of Composite Materials, Vol. 20, pp. 154-165, März, 1986.
DOI: 10.1177/002199838602000203
- [14] Yang, J.N.; Jones, D.L.; Yang, S.H.; et al. A Stiffness Degradation Model for Graphite/Epoxy Laminates.
Journal of Composite Materials, Vol. 24, pp. 753-769, July, 1990.
DOI: 10.1177/002199839002400705

- [15] Brondsted, P.; Andersen, S.I.; Lilholt, H.; Fatigue damage accumulation and lifetime prediction of GFRP materials under block loading and stochastic loading.
Polymeric composites – expanding the limits, 18th Risoe International Symposium on Materials Science, Risoe National Laboratory, Roskilde, September 1997.
- [16] Brondsted, P.; Lilholt, H.; Andersen, S.I.; Fatigue damage prediction by measurements of the stiffness degradation in polymer matrix composites.
International conference on fatigue of composites, ICFC, pp.370-377, Paris, Juni, 1997.
- [17] Schaff, J. R.; Davidson, B. D.; Life prediction methodology for composite structures. Part I – constant amplitude and twostress level fatigue.
Journal of Composite Materials, Vol. 31, issue: 2, pp. 128-157, Januar, 1997.
DOI: 10.1177/002199839703100202
- [18] Whitworth, H.; Evaluation of residual strength degradation in composite laminates under fatigue loading.
Composites Structures, Vol. 48, pp. 261-264, April, 2000.
DOI: 10.1016/S0263-8223(99)00113-0
- [19] Yao, W.X.; Himmel, N.; A new cumulative fatigue damage model for fibre-reinforced plastics.
Composites Science and Technology, Vol. 60, pp. 59-64, Januar, 2000.
DOI: 10.1016/S0266-3538(99)00100-1
- [20] Stojkovic, N.; Radomir F.; Pasternak, H.; Mathematical model for the prediction of strength degradation of composites subjected to constant amplitude loading.
International Journal of Fatigue, Vol. 103, pp. 478-487, Juni, 2017.
DOI: 10.1016/j.ijfatigue.2017.06.032
- [22] Schürmann, H.; Konstruieren mit Faser-Kunststoff-Verbunden.
Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2007.
DOI: 10.1007/978-3-540-72190-1

- [22] VDI; VDI 2014 – Blatt 3: Entwicklung von Bauteilen aus Faser-Kunststoff-Verbund – Berechnungen.
VDI-Gesellschaft Materials Engineering, September, 2006.
- [23] Shokrieh, M.M.;
Lessard, L.B.; Progressive Fatigue Damage Modeling of Composite Materials, Part I: Modeling.
Journal of Composite Materials, Vol. 34, pp. 1056-1080, July, 2000.
DOI: 10.1177/002199830003401301
- [24] Shokrieh, M.M.;
Lessard, L.B.; Progressive Fatigue Damage Modeling of Composite Materials, Part II: Material Characterization and Model Verification.
Journal of Composite Materials, Vol. 34, pp. 1081-1116, July 2000.
DOI: 10.1177/002199830003401302
- [25] Noll, T.;
Magin, M.;
Himmel, N.; Fatigue life simulation of multi-axial CFRP laminates considering material non-linearity.
International Journal of Fatigue, Vol. 32, pp. 146-157, Januar, 2010.
DOI: 10.1016/j.ijfatigue.2009.02.019
- [26] Kennedy, C.R.;
O'Bradaigh, C.M.;
Leen, S. B.; A multi-axial fatigue damage model for fibre reinforced polymer composites.
Composite Structures, Vol. 106, pp. 201-210, Dezember, 2013.
DOI: 10.1016/j.compstruct.2013.05.024
- [27] Mejlej, V.G.;
Osorio, D.;
Vietor, T.; An Improved Fatigue Failure Model for Multidirectional Fiber-reinforced Composite Laminates under any Stress Ratios of Cyclic Loading.
Procedia CIRP, Vol. 66, pp. 27-32, Juni, 2017.
DOI: 10.1016/j.procir.2017.03.303
- [28] Möller, M.;
Blaurock, J.;
Ziegmann, G.;
et al. Residual strength prediction for multi-directional composites subjected to arbitrary loads.
6th European Conference on Computational Mechanics (ECCM6), Glasgow, UK, Juni 2018.

- [29] Möller, M.; Blaurock, J.; Ziegmann, G.; et al. Investigation on multiaxial strength reduction for multi-directional laminates under variable amplitude loading. IOP Conf. Series: Material Science and Engineering 388, Juli 2018. DOI 10.1088/1757-899X/388/1/012015
- [30] Gude, M.; Hufenbach, W.; Koch, I.; Fatigue Failure Criteria and Degradation Rules for Composites under Multiaxial Loadings. Mechanics of Composite Materials, Vol. 42, No. 5, 2006. DOI: 10.1007/s11029-006-0054-z
- [31] Hahne, C.; Zur Festigkeitsbewertung von Strukturbauteilen aus Kohlenstofffaser-Kunststoff-Verbunden unter PKW-Betriebslasten. Dissertation am Fachbereich Maschinenbau der Technischen Universität Darmstadt, Shaker Verlag, Darmstadt, 2014.
- [32] Philippidis, T.P.; Vassilopoulos, A.P.; Fatigue Strength Prediction under Multiaxial Stress. Journal of Composite Materials, Vol. 33, No. 17, pp. 1578-1599, September, 1999. DOI: 10.1177/002199839903301701
- [33] Quaresimin, M.; Susmel, L.; Talreja, R.; Fatigue behaviour and life assessment of composite laminates under multiaxial loadings. International Journal of Fatigue, Vol. 32, Issue 1, pp. 2-16, Januar 2010. DOI: 10.1016/j.ijfatigue.2009.02.012
- [34] Quaresimin, M.; Carraro, P.A.; Maragoni, L.; Influence of load ratio on the biaxial fatigue behaviour and damage evolution in glass/epoxy tubes under tension-torsion loading. Composites Part A: Applied Science and Manufacturing, Vol. 78, pp. 294-302, November 2015. DOI: 10.1016/j.compositesa.2015.08.009
- [35] Puck, A.; Festigkeitsanalyse von Faser-Matrix-Laminaten: Modelle für die Praxis. Hanser Verlag München Wien, 1996. ISBN: 3-446-18194-6

- [36] Puck, A.;
Kopp, J.;
Knops, M.; Guidelines for the determination of the parameters in Puck's action plane strength criterion.
Composites Science and Technology, Vol. 62, pp. 371-378, Februar 2002.
DOI: 10.1016/S0266-3538(01)00202-0
- [37] Basquin, O.H.; The exponential law of endurance tests.
American Society of Testing and Materials, Vol. 10, pp. 625-630, 1910
- [38] Adden, S.;
Horst, P.; Stiffness degradation under fatigue in multiaxially loaded non-crimped-fabrics.
International Journal of Fatigue, Vol.32, pp. 108-122, Februar 2009.
DOI: 10.1016/j.ijfatigue.2009.02.002
- [39] Knops, M.;
Bögle, C.; Gradual failure in fibre/polymer laminates.
Composites Science and Technology, Vol. 66, pp. 616-625, Mai, 2006.
DOI: 10.1016/j.compscitech.2005.07.044
- [40] Martin, A.;
Hinkelmann, K.;
Esderts, A.; Zur Auswertung von Schwingfestigkeitsversuchen im Zeitfestigkeitsbereich – Teil 1: Wie zuverlässig können 50%-Wöhlerkurven aus experimentellen Daten geschätzt werden.
Materials Testing, Carl Hanser Verlag München, Band 53, Ausgabe 9, September, 2011.
DOI: 10.3139/120.110255

Bibliography

DOI 10.3139/O999.01022020
Zeitschrift Kunststofftechnik / Journal of Plastics
Technology 16 (2020) 2; page 33–62
© Carl Hanser Verlag GmbH & Co. KG
ISSN 1864 – 2217

Keywords:

CFRP, Fatigue Analysis, Residual Strength, Failure Envelope Modeling

Stichworte:

CFK, Lebensdaueranalyse, Restfestigkeit, Bruchkurvenmodellierung

Autor / author:

M. Sc. Marc Möller
Prof. Dr.-Ing. Jochen Blaurock
Prof. Dr.-Ing. Gerhard Ziegmann
Prof. Dr.-Ing. Alfons Esderts
Institute for Automotive Engineering
TH Köln
Betzdorfer Straße 2
50679 Köln

E-Mail: marc.moeller@th-koeln.de
Homepage: www.th-koeln.de
Phone: 02261-8196-6326
Fax: 0221-8275-2913

Herausgeber / Editors:Editor-in-Chief

Prof. em. Dr.-Ing. Dr. h.c. Gottfried W. Ehrenstein
Lehrstuhl für Kunststofftechnik
Universität Erlangen-Nürnberg
Am Weichselgarten 9
91058 Erlangen
Deutschland
Phone: +49 (0)9131/85 - 29703
Fax: +49 (0)9131/85 - 29709
E-Mail: ehrenstein@lkt.uni-erlangen.de

Europa / Europe

Prof. Dr.-Ing. Dietmar Drummer, responsible
Lehrstuhl für Kunststofftechnik
Universität Erlangen-Nürnberg
Am Weichselgarten 9
91058 Erlangen
Deutschland
Phone: +49 (0)9131/85 - 29700
Fax: +49 (0)9131/85 - 29709
E-Mail: drummer@lkt.uni-erlangen.de

Amerika / The Americas

Prof. Prof. hon. Dr. Tim A. Osswald, responsible
Polymer Engineering Center, Director
University of Wisconsin-Madison
1513 University Avenue
Madison, WI 53706
USA
Phone: +1 608/263 9538
Fax: +1 608/265 2316
E-Mail: osswald@enr.wisc.edu

Verlag / Publisher:

Carl-Hanser-Verlag GmbH & Co. KG
Wolfgang Beisler
Geschäftsführer
Kolbergerstraße 22
D-81679 München
Phone: +49 (0)89/99830-0
Fax: +49 (0)89/98480-9
E-Mail: info@hanser.de

Redaktion / Editorial Office:

Dr.-Ing. Eva Bittmann
Jannik Werner, M.Sc.
E-Mail: redaktion@kunststofftech.com

Beirat / Advisory Board:

Experten aus Forschung und Industrie, gelistet unter
www.kunststofftech.com