

LA ENSEÑANZA DE LAS PROBABILIDADES Y DE LA ESTADÍSTICA¹

Ing. Jorge Arias de Blois
Ex Decano
Instituto de Investigaciones

ANTECEDENTES

La enseñanza de las probabilidades y la estadística constituye, en buena parte de nuestros países, una experiencia relativamente reciente, sobre todo a nivel de enseñanza elemental y media. En Guatemala, hasta antes del año 1940, sólo se enseñaba un curso de estadística en la Escuela de Ciencias Jurídicas y Sociales de la Universidad Nacional. Era un curso descriptivo basado en el libro de A. Julín, que por cierto ofrecía a los estudiantes de Derecho de ese tiempo graves dificultades al llegar al estudio de unos problemas sencillos de probabilidad, basados en el modelo de urna y bolitas de color. En 1940 se inició la enseñanza de la estadística en la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional, recién fundada bajo nuevas directrices. Era un curso que ya contaba con más base matemática, incluyendo probabilidades, pues iba precedido de un curso de cálculo infinitesimal y de probabilidades. Al año siguiente se inició dicho curso en la Facultad de Ingeniería, y en los años subsiguientes se empezaron a incluir en los planes de estudio de otras facultades (Humanidades, Medicina, Agronomía), así como se incluyó también en el plan de estudios de la escuela de Comercio de nivel pre-universitario, y más tarde en la Escuela Superior de Servicio Social que dependía del Instituto Guatemalteco de Seguridad Social.

Para 1955, el único curso de estadística que se seguía impartiendo a nivel de la enseñanza media era el ofrecido por las Escuelas de Comercio, de acuerdo con la reforma educativa del año 1947, en el quinto año de la carrera de Perito Contador. Más tarde se incluyó en los planes de estudio de la Escuela de Profesorados y en los de Bachiller.

Estos cursos partieron de una estadística básicamente descriptiva para ir abarcando lentamente algunos temas relacionados con una aproximación elemental a las probabilidades y a la inferencia estadística. En encuestas efectuadas por el autor en diferentes épocas (Arias, 1955; 1961; 1964; 1968; 1977)

se encontraron varios problemas que parecen haber persistido en años posteriores, como se señalará más adelante.

PROPOSITOS DE LA ENSEÑANZA DE LA ESTADÍSTICA

Los problemas relacionados con la enseñanza de las probabilidades y la estadística se encuentran íntimamente relacionados con los propósitos para los cuales dichas asignaturas fueron introducidas en los planes de estudio. En el plan de las Escuelas de Comercio (nivel secundario) en 1947, es decir hace más de 40 años, señalaba como propósitos básicos, en la introducción al programa oficial de la asignatura, los siguientes:

1. Dar al alumno un concepto científico y práctico de la estadística, estimulando la investigación personal a fin de realizar obra educativa.
2. Fomentar el hábito de orden, aseo, exactitud y responsabilidad en la elaboración de los trabajos.
3. Correlacionar el estudio de la estadística con las otras asignaturas contables y sociales, dando la debida importancia a las operaciones matemáticas que se requieren.
4. Aplicar los métodos estadísticos en el estudio de los fenómenos comerciales, aplicando informaciones e ilustraciones apropiadas.

Estas ideas se siguieron manteniendo y orientaron la elaboración de apuntes y textos. En el año 1967 se introdujo una reforma a los planes y programas de estudio, la cual está vigente en su mayor parte. En lo que se refiere al curso de Estadística Comercial, se fijaron objetivos más específicos en adición al segundo objetivo antes señalado:

¹Este artículo fue recibido en borrador después del fallecimiento del Ing. Arias de Blois, por lo cual se publica íntegro y sin una revisión final por el autor.

1. Contribuir a realizar los fines de la educación guatemalteca.
2. Desarrollar en los alumnos habilidad para el análisis y la investigación, mediante estudios prácticos y comparativos de las necesidades de los diferentes sectores de la vida nacional.
3. Inculcar en la mente del estudiante el concepto de que casi todos los fenómenos de la vida, y especialmente los económicos, son susceptibles de medición, análisis e investigación.
4. Iniciar al estudiante en el conocimiento de las técnicas y procedimientos estadísticos utilizados en el análisis de los problemas económicos financieros de las empresas o negocios.
5. Hacer que el educando comprenda que la estadística tiene gran importancia como método de investigación de los fenómenos sociales, económicos, financieros, etc.
6. Dar al alumno un concepto científico y práctico de la estadística, estimulando la investigación, a fin de realizar una obra educativa y cultural en su formación profesional.

Se tiene entendido que se está procediendo a redactar nuevos programas pero éstos no estuvieron a nuestro alcance. De acuerdo con la enumeración hecha de los objetivos, puede sacarse como conclusión que son bastante descriptivos y funcionales para desarrollar los diferentes temas contenidos en los programas, ya que éstos no son suficientemente detallados.

Durante la celebración de la Primera Conferencia Interamericana sobre Educación Matemática en 1961, no se formuló ninguna recomendación concreta sobre la enseñanza de la probabilidad y la estadística. En el segundo Congreso, realizado en 1966, se formularon algunas recomendaciones para los Ministerios de Educación, así como a otras instituciones relacionadas con la educación, para que en los planes de estudio de la escuela media se incluyeran 12 temas para los jóvenes de 12 a 15 años, y 16 para los de 15 a 18. En esta lista aparecía, como último tema de los 28, probabilidad y estadística elemental. Conste que, para ese tiempo, los planes de estudio de educación media de Guatemala ya incorporaban la estadística como un curso.

SITUACION ACTUAL

Si nos proponemos examinar los problemas relacionados con la enseñanza de las probabilidades y la estadística en la actualidad, deberíamos tener claro por qué deben enseñarse esas materias en los diferentes niveles de enseñanza. Es posible que dicha enseñanza,

en cada nivel, pueda perseguir algún fin específico, pero deben existir razones de orden básico y general para incluirla en los planes de estudio en general. Sólo teniendo una idea clara de los propósitos que se persiguen para la enseñanza de la materia podrán discutirse los problemas relacionados con la misma.

¿QUE ES LA ESTADISTICA?

En primer lugar habrá que preguntarse qué es la estadística. En lo que se refiere a la probabilidad, como ésta constituye la base matemática del pensamiento estadístico, no será necesario que se entre en consideraciones, por ahora, sobre la parte conceptual de la misma.

No es fácil definir un cuerpo de conocimientos con diferentes facetas como es la estadística, máxime que a menudo, en la conversación corriente, se la desacredita como fuente de información errónea, tergiversada, manipulada, etc., para alcanzar fines predeterminados por gobiernos, instituciones y personas. Frases como la atribuida a Mark Twain por unos, y a Disraelí por otros, sobre que hay "mentiras, mentiras condenadas y estadísticas", o como la que era favorita de un conocido y respetado periodista guatemalteco, quien decía que "sólo la historia mentía más que la estadística", ha hecho que muchos se formen una idea equivocada de la estadística, al punto que no quieren oír hablar de ella. Por otro lado, mientras unos la consideran como una parte de la matemática, otros la toman como un conjunto de técnicas que deben ser aprendidas y aplicadas a la información numérica.

Para nuestro propósito se hace necesario contar con una definición que sea suficientemente amplia para que abarque el grupo de conocimientos que utilizan las personas dedicadas a las estadísticas gubernamentales, oficiales y de instituciones privadas, como los pueden usar los académicos o quienes se dedican a la estadística aplicada. En términos generales, la estadística se dedica a recolectar, procesar, analizar, representar e interpretar datos con vistas a sacar conclusiones, que a menudo tienden a extenderse más allá de la información recolectada, como cuando se formulan inferencias, se calculan estimaciones con sus intervalos de confianza y se desarrollan pruebas de significación. Es importante incluir las fases de recolección y procesamientos, a menudo olvidadas. La recolección de información, por cualquier medio que se haga, debe garantizar la obtención de buenos datos, ya que la calidad de éstos determina la calidad del producto final. Esto implica considerar problemas relacionados con el muestreo, el diseño de

experimentos, diseño de cuestionarios, definición de conceptos, ajuste de equipo, etc., para obtener lecturas correctas y precisas en instrumentos de medida, etc. Por eso, en términos muy simples, se puede considerar a la estadística como el estudio, algunos la denominan ciencia, de datos.

Hay quienes consideran la estadística como todo aquello que concierne a la toma de decisiones en situaciones inciertas. Si se parte de ese concepto, salta a la vista la necesidad de usar la probabilidad ya que ésta constituye una medida del grado de incertidumbre, y los modelos probabilísticos se transforman en la base de la estadística teórica. De ahí la necesidad, según el grado de profundización que se desea alcanzar, de contar cada vez más con una base sólida en la teoría de la probabilidad. En los últimos años se ha desarrollado una serie de técnicas y aproximaciones al estudio de la estadística bajo el nombre de Análisis Exploratorio de Datos (AED), que pone en evidencia la importancia de los datos y su análisis con un fin exploratorio para lograr la construcción de modelos estadísticos. Dada la importancia que tienen los datos, cualquiera que sea el concepto que se acepte de lo que es estadística, se debe tener presente el contexto en el cual surgen aquéllos. Además no debe confundirse la *estadística* con las *estadísticas*, que es el nombre usual que se le da a la información ya procesada (estadísticas de precios, de cambio, de lluvia, etc.).

¿POR QUE ENSEÑAR ESTADISTICA?

Si se parte del concepto de estadística propuesto anteriormente surge la pregunta: ¿Para qué enseñar estadística?, y si se decide enseñar ¿a qué nivel de enseñanza se debe iniciar? Las respuestas que se puedan dar a estos dos interrogantes definirán, en gran medida, qué se enseñará (programa de la asignatura, temas distribuidos en diferentes materias) cómo se enseñará (conferencias, lecturas, ejemplos, investigaciones, experimentos), incluyendo ayudas audiovisuales (modelos, urnas con bolas de color, videocassettes, computadoras, etc.).

Cuando se discute qué temas deben ser enseñados en un nivel determinado de enseñanza, generalmente se toman las siguientes consideraciones:

1. Que formen parte de la educación general, para una mejor comprensión del medio que sería de utilidad para los futuros ciudadanos.
2. Que sean útiles más adelante en la vida del estudiante, para proseguir sus estudios, para su trabajo o para su propia satisfacción.
3. Que ayuden al desarrollo personal del estudiante.

4. Que ayuden en la comprensión de otros temas que estén incluidos en los planes de estudio.

Si se aceptan las consideraciones anteriores, se podría examinar en qué medida la enseñanza de la estadística satisface las condiciones señaladas, centrandó la discusión, dado el tiempo limitado con que se cuenta, en hacer esta presentación a la educación media. También se formularán algunas consideraciones para los niveles primario y superior.

LA ESTADISTICA COMO UNA PARTE INTEGRAL DE LA CULTURA

A nadie escapa que vivimos en un mundo que cada vez se cuantifica más, queriendo significar con ello que buena parte de la información, que a menudo se utiliza como base para tomar nuestras decisiones, es dada en términos cuantitativos, aunque es conveniente señalar que no siempre se da o se usa en forma adecuada, y correcta. Así se habla diariamente del costo de la vida y de la tendencia a su elevación por encima del nivel de salarios, y de su falta de correlación con ese costo; índices de precios; tasas de desempleo; calidad de los productos; información demográfica (tasas de fecundidad, mortalidad, crecimiento de la población); correlación entre el fumar y el desarrollo del cáncer; influencia de la separación y frecuencia de los nacimientos con la salud de la madre y del hijo; los datos de los censos de población, habitación, agricultura, etc. Se trata de poder comprender lo que pasa a su alrededor, y así juzgar el significado de la información, lo favorable y lo desfavorable, lo que puede ser un juicio correcto o una manipulación de cifras, en fin poder llegar, hasta donde sea posible, a distinguir entre lo que podría ser un uso correcto y un mal uso, o un abuso de la información. Tal es el caso de encuestas, sobre todo las que se realizan por televisión, que pueden ser motivo de discusión, como investigar la desocupación preguntando a quienes están descansando en los parques públicos, por ejemplo, o bien preguntando algo sobre lo que la persona no tiene conocimiento alguno. Por ejemplo, preguntar si en el país se respetan los derechos humanos, sin que las personas sepan cuáles son esos derechos, o hacer preguntas muy vagas o generales, a las cuales difícilmente se les puede dar una respuesta categórica.

En resumen, se debe preparar al estudiante para que pueda participar más de lleno en un mundo que exige tener algunos conocimientos básicos para interpretar encuestas, para tomar decisiones bajo situaciones de incertidumbre, para presentar y sacar consecuencias a partir de datos; para formular estimaciones; para interpretar los valores medios y la

variabilidad innata en la información; para poder preparar e interpretar cuadros estadísticos y su representación gráfica, y muchas aplicaciones más.

La necesidad de relacionar la estadística con aspectos de la vida real es una tendencia que se ha manifestado también, durante varias décadas, en relación con la enseñanza de la matemática. Al igual que en la escuela primaria, los primeros esfuerzos se encaminan hacia la alfabetización; también se pone énfasis en el aprendizaje de los números y de las operaciones simples que con éstos pueden hacerse. Así como existe un término para designar la operación de enseñar a leer y escribir, que es alfabetizar, también debería existir un término para indicar el de la tarea de enseñar a escribir, leer y operar con números, lo que se podría denominar, a falta de otro término, alfabetizar numéricamente.

En inglés se usan frecuentemente términos como "numeracy" en contraste con "literacy", y "numerate" en contraste con "literate", aunque también se usa "quantitative literacy". A esa expresión se le podría dar el significado que va desde la habilidad de realizar operaciones sencillas con cifras simples y estar seguro de obtener los resultados correctos, hasta desarrollar un sentido o sensibilidad, numérico, una apreciación de los niveles apropiados de exactitud y una comprensión del orden de magnitud de la respuesta esperada y del uso que se puede dar a las respuestas aproximadas. El primer significado ha perdido valor, en cierto sentido, pues con el advenimiento de calculadoras simples y baratas, se logran operaciones matemáticas más eficientes y confiables.

Lo que importa señalar es que la mayor parte de las aplicaciones que diariamente se hacen de la matemática, y en especial de la aritmética, son de naturaleza estadística, toda vez que en el proceso de obtención de la información o en la decisión de su uso, en alguna u otra forma, está involucrada la estadística. Esto sucede cuando decidimos pintar la casa y estimamos la cantidad de pintura por utilizar; cuando el agricultor decide plantar y estima la cantidad de semilla que va a emplear; cuando deseamos emprender un paseo y estimamos el tiempo que se invertirá en el mismo; cuando se va al mercado y se estima qué cantidad de dinero se gastará en las compras, etc. Todos ellos son ejemplos de la vida diaria, y si hay algún trabajo aritmético que hacer, por ejemplo estimar el costo de la pintura, la operación que habrá de realizarse es de simple aritmética.

Generalmente los números no aparecen aislados o no debe considerárseles en tal forma. El hecho de que en Guatemala se hayan detectado más de 50 enfermos de SIDA no dice mucho en sí mismo;

habrá que ponerlo en relación con otra información para juzgar si la cifra es normal, terriblemente exagerada, o no debe mostrarse mayor preocupación por ella. Es decir que se requiere más información para poder establecer las comparaciones y emitir así un juicio sobre la cantidad de enfermos. A este respecto, conviene señalar que a menudo las cifras vienen de citas, y por ello se toma el camino más fácil que es el de no cuestionarlas, de no ponerlas en duda. Sin embargo, dada la forma en que con frecuencia se manipula la información o se tergiversa, a veces sin intención, el estudiante debe acostumbrarse a examinar la calidad de la información que se le ofrece para que, dentro de los límites de sus conocimientos, pueda juzgar si es sesgada o no, si es confiable o no, si es completa o no. Uno de los casos más frecuentes de información incompleta, es el hacer uso de términos genéricos no bien definidos; por ejemplo niños, jóvenes, ancianos, etc. sin mencionar los límites de edad que definen a cada grupo. En realidad, el formular juicios de orden estadístico necesita cierta experiencia en la recolección de datos en la práctica, pero hay mucho que puede hacerse aun con la experiencia corriente. Las noticias de periódico constituyen a menudo una buena base para hacer ejercicios de esa naturaleza. Lo anterior reafirma la conveniencia de que los estudiantes participen en investigaciones sencillas, que es donde aparecen fácilmente esos problemas de definición, identificación, etc.

Además la información obtenida debe ser analizada con aplicación de varias técnicas estadísticas, como la de calcular el promedio, examinar la variación de la información, establecer la posible correlación entre las variables, llamando la atención a la correlación espúrea y otros aspectos de ésta. Por ejemplo, hay problemas que se pueden estudiar muy fácilmente al nivel de la clase, como es el colocar a los estudiantes en orden de estatura, operación que a menudo se hace con otros propósitos, para ilustrar lo que es un "arreglo" y además evidenciar la variabilidad de la estatura, la cual puede medirse en términos elementales por el "recorrido" -no el "rango" como erróneamente se ha acostumbrado designar, mediante una adaptación del término inglés correspondiente. Se puede identificar la "mediana" por el estudiante que ocupa el centro del arreglo, y el "modo" si hubiera varios niños con igual estatura. Posiblemente se podrían identificar los "cuartiles" o cualquier medida de posición similar. Sería muy útil preguntar por la estatura y por el peso, y en seguida verificarla directamente para que observen prácticamente la diferencia que hay entre depender de las declaraciones y las medidas efectivas. Es posible que se ponga de

manifiesto, sobre todo en los pesos, la tendencia a concentrarse en múltiplos de cinco o de dos. En el caso del peso, es fácil dar una idea del significado de la "media aritmética", considerándola como el peso que, si todos lo tuvieran, la clase entera pesaría lo que efectivamente pesa en ese momento. Un gráfico de dispersión ilustrará sobre la correlación entre estatura y peso, por ejemplo, y completaría las ideas sobre variabilidad de las dos variables en juego. Este es un ejercicio que se puede llevar muy bien al nivel primario, es fácilmente comprensible y ayuda a fijar ideas. Con estos ejemplos se puede comprobar que la estadística viene a ser un instrumento muy útil para desarrollar lo que hemos tratado de denominar -a falta de otro término- como alfabetismo numérico, es decir, la capacidad y habilidad para el manejo de los números.

Hay otro aspecto que conviene señalar respecto de la importancia de la enseñanza de la estadística, no sólo por la utilidad que puede tener para el individuo, como simple ciudadano, sino para comprender mejor el mundo que lo rodea. Es sabido que, después de varios siglos, el determinismo dominó el pensamiento del hombre para poder explicar lo que sucedió a su alrededor, a través de leyes aparentemente inmutables, lo que a veces parecía desafiar el mismo sentido común. Sin embargo, a principios de este siglo, una serie de acontecimientos, como el descubrimiento de la radioactividad y el surgimiento de la teoría de los cuanta, puso de manifiesto que vivíamos en un mundo dominado por el azar y que todas las leyes de la ciencia integraban, en cierta forma, un elemento de aleatoriedad que, aunque difícilmente se podía detectar al nivel macro, no se escapaba al nivel micro, todo lo cual se resume ahora en el famoso principio de incertidumbre de Heisenberg. De esa manera, poco a poco se han ido permeando en toda la ciencia las consideraciones de orden estadístico, y también así se desarrolla la mecánica estadística, la genética se beneficia de los modelos probabilísticos y las mutaciones encuentran su principal explicación en la presencia del azar, y así se podría señalar su influencia en otras ramas del saber. Muchos de estos elementos no se han incorporado al bagaje cultural de la mayoría, cuando aparece una nueva ciencia del caos que pretende ofrecer una nueva forma de ver orden y patrones donde antes sólo se había observado lo aleatorio, lo errático lo impredecible. Aunque estas teorías usan matemáticas avanzadas, ello no impide poner sus conclusiones al alcance de niños, para dar respuesta a fenómenos que diariamente observa; por ejemplo, cómo se forman las nubes, cómo se eleva el humo, cómo se forman los remolinos en el agua (Gleick, 1987). Conforme estas teorías traten de enseñarse en los niveles corrientes de educación, más necesidad

habrá de que los estudiantes tengan una formación en estadística y probabilidad.

LA ESTADISTICA COMO PARTE INTEGRAL DEL TRABAJO FUTURO

No cabe duda que, tarde o temprano, las personas que han recibido algún curso de estadística llegan a aplicar los principios y técnicas que han estudiado bajo aquel rubro: desde calcular un promedio simple, hasta desempeñar labores en materia de control de calidad en los procesos educativos o en la prestación de servicios, que cada vez hacen más uso de esas técnicas de control, incluyendo aplicaciones en contabilidad y auditoría, lo que podría ser útil a bachilleres industriales y comerciales. La participación cada vez mayor del sector trabajador en las actividades económicas obliga a la discusión de ajuste de los salarios a los cambios en el nivel de precios al consumidor, lo que requeriría, por parte de ambos sectores, un mejor conocimiento del significado y uso de los números índices de precios y salarios, así como del costo de vida, incluyendo sus limitaciones. Sólo en esa forma se pueden tomar decisiones informadas en materia de negociaciones salariales. Lo mismo se podría decir en relación con las políticas de ajuste de precios al producto o de subsidios al mismo. Los principios de estadística son básicos para la evaluación de los estudiantes durante el proceso educativo y serían de utilidad a los futuros maestros. Podrían señalarse muchas otras aplicaciones, máxime que ahora, con la extensión del uso de computadoras que facilitan la presentación de la información en forma tabular y gráfica, el conocimiento de la estadística puede ayudar a un mejor análisis y comprensión de los datos.

Bajo este punto de vista, la inclusión de la estadística en los planes de estudio parece obligado.

LA ESTADISTICA Y SU COLABORACION AL DESARROLLO PERSONAL DEL ESTUDIANTE

Una de las mayores ventajas que se puede obtener del estudio de la estadística es que el estudiante desarrollaría una mayor habilidad en el uso de datos numéricos, al hacerlo conciente de la naturaleza y la importancia de la variabilidad, pues eso es lo que le da la capacidad para enfrentar situaciones de incertidumbre.

Si al estudiante se le hace participar en la planificación y realización de pequeñas encuestas, se sentirá más consciente de los problemas que se

presentan cuando se trata de obtener la verdad (información correcta). Se despertará su actitud crítica y al mismo tiempo se sentirá más identificado con lo que sucede a su alrededor, más seguro de sus juicios, basados en la información que obtenga, lo cual le ayudará también, según varias experiencias, a mejorar la redacción de informes. Si en el estudio de la estadística se utiliza información real, se prepara al estudiante para reafirmar -o para modificar- sus ideas respecto al problema en cuestión, frente a la evidencia. Cualquier tema que se estudie, usando información real, no sólo le hará ver los problemas en una forma más objetiva, lo cual le ayudará en su comprensión, sino también se dará cuenta de la complejidad de los mismos, conforme se acumula más información. El estudio de la estadística es muy útil para que el estudiante desarrolle un mejor concepto del riesgo y que, a la vez, le ayudará en la toma de decisiones. Las consideraciones anteriores van en apoyo a la inclusión de la estadística en los planes de estudio, por lo menos, al nivel medio.

LA ESTADISTICA Y OTROS TEMAS

Uno de los objetivos que se habían señalado como necesarios para incluir una asignatura, en un plan de estudios, era el de que fuera útil para otras asignaturas contenidas en el mismo. Ya se ha hecho ver la tendencia en las últimas décadas a cuantificar en prácticamente todos los campos del saber humano, y, en tal sentido, la estadística viene a ser una asignatura auxiliar de mucha utilidad, pues posiblemente, de las materias que pertenecen al campo matemático, es la que más puede poner al estudiante en contacto con la realidad.

Así, en biología aparecen temas como los relacionados con el crecimiento físico de los seres vivientes, la variabilidad en los mismos, el crecimiento de las poblaciones -incluyendo la humana; constancia de la relación de sexos en la misma; por no citar sino unos cuantos temas. En la física, sobre todo si se experimenta, (y lo mismo sucede en química), se llama la atención a la precisión de los equipos de medida (reglas, balanzas, etc.), a las diferencias en las lecturas repetidas de una longitud, un peso, etc., a la naturaleza de los errores estadísticos y su distribución (la curva normal por ejemplo). La interpretación correcta de los gráficos, obtenidos en los diferentes experimentos, constituye una excelente oportunidad para hacer uso de los conocimientos de estadística así como del "análisis exploratorio de datos", cuando se juega con esta alternativa.

En las ciencias sociales, la estadística siempre ha ocupado una posición relevante. Se encuentran múltiples aplicaciones, ya sea en la economía, con el estudio del nivel y la tendencia de varios índices y datos (índices de precios, índice de costo de la vida, índice de inflación, cifras de producción, consumo, importación y exportación etc.) o en el estudio de diversos hechos sociales que puede realizarse a través de cifras del censo o de encuestas sobre diversos temas, como uso del tiempo (estudio, trabajo, descanso, etc.), desintegración de la familia (divorcios, separaciones, problemas de menores, etc.), drogadicción, pobreza, etc. que tocan problemas relacionados con la conducta humana. En geografía se puede estudiar la distribución de la población, su densidad, su relación con los recursos y el ambiente, características de las localidades, barrios marginales, etc.

No está de más señalar que muchos de los tópicos que se han identificado en el párrafo anterior, de hecho han sido estudiados por los estudiantes de nivel secundario como tema obligado del seminario que sobre ciencias sociales tienen que desarrollar cada año. El mejor uso de las técnicas estadísticas podría conducir a la presentación de trabajos más científicos que los que se presentan en la actualidad, y por consiguiente de mayor utilidad.

Los ejemplos dados son suficientes para dar una idea del amplio campo de aplicación de la estadística en otras asignaturas del plan de estudios. Esto ha hecho pensar a algunos que, dada la dificultad que siempre existe en aumentar el número de materias, la enseñanza de la estadística podría hacerse distribuyéndola en unidades que serían enseñadas, de acuerdo con su naturaleza, en otras materias. Sin embargo, esta aproximación ofrece varios problemas, tales como los que se refieren a la coordinación de esa enseñanza y a que los profesores de otras materias tengan el conocimiento adecuado para la introducción de esos conceptos. De hecho, uno de los factores que a menudo pesan en el rechazo, sobre todo por parte de los estudiantes, a la estadística, se debe a que una vez vista no la vuelven a aplicar. Esta observación se presenta tanto en el nivel medio como en el superior, sobre todo cuando se imparte en uno de los últimos años, sino es en el último, cuando ya es escasa la oportunidad para su aplicación. No es sino hasta años después, en que muchas veces se ven abocados a realizar investigación o a leer cierto tipo de literatura

científica, que se ven obligados a estudiar estadística, o a consultar a personas que saben algo de la materia.

Se estima que las razones que han sido dadas en las páginas anteriores son más que suficientes en favor de la enseñanza de la estadística y la probabilidad como una asignatura separada. Si como consecuencia de esas consideraciones se decide impartir la estadística en esa forma, habría que hacer una revisión de los problemas y opciones que se presentan para su enseñanza. Sin pretensiones de dar una lista completa de esos problemas ni de asignar prioridades para su solución, a continuación se formulan breves comentarios derivados de la experiencia propia y de otros colegas.

CONTENIDO, ORIENTACION Y LOCALIZACION DE UN CURSO DE ESTADISTICA

No es fácil, en una presentación como ésta, discutir el contenido de un curso de estadística, la forma en que debería orientarse su enseñanza y en qué nivel de la enseñanza debería colocarse, si es que se opta por un curso. No obstante, he creído conveniente dar algunos lineamientos generales de lo que personalmente estimaría que constituiría una buena base, ya que en la práctica todo depende del tiempo que se destine al desarrollo del curso. Básicamente debe contener los siguientes grandes capítulos:

1. Recolección de información o datos.
2. Tabulación de datos y su representación.
3. Reducción de los datos.
4. Probabilidad.
5. Interpretación e inferencia.

Veamos, con un poco más de detalles, el significado y contenido grueso de cada uno de esos capítulos:

1. Recolección de información o datos

Se empezaría por la discusión de los diferentes tipos de datos (cuantitativos y cualitativos, discretos y continuos, unidades de medida, etc. y su agrupación en clases (definición de límites, intervalos, pérdida de precisión). Una vez cubierto lo que se refiere a tipo de información, se tocarían los temas relativos a la forma de recolección: censo y muestra; dando detalles de las características, ventajas y desventajas de cada uno e ilustrándolo con material nuestro, con el fin de que empiecen a familiarizarse con las fuentes de información. En relación con el muestreo, hay que dejar una idea clara de su manera de funcionar, tratando de aclarar el mal uso que con frecuencia se hace de ese término. Deben señalarse las ventajas de obtener directamente la información, elaborando sus propios cuestionarios y utilizando definiciones estandarizadas, o propias cuando sea el caso.

2. Tabulación de los datos y su representación

Elaboración de cuadros de tabulación, de una y dos entradas. Uso de cifras derivadas (porcentaje, tasas, etc. y de números redondeados). Presentación tabular y gráfica.

3. Reducción de datos

Se hará ver la necesidad que hay de ir más allá de la simple tabulación de los datos que, aunque dice bastante, no es lo que corrientemente se desea. Esto implica introducir la distribución de frecuencia como una de las formas de reducir la información a otra más fácil de interpretar, sobre todo a partir de las medidas que se puedan calcular, como son las de localización (promedios) y de dispersión. Al discutir el concepto de frecuencia relativa, se puede introducir uno de los conceptos de probabilidad, e incluso se pueden adelantar algunas operaciones con probabilidades, tales como calcular la probabilidad de eventos compuestos. A estas alturas se pueden introducir los números índices, como promedios simples y ponderados, según sea el caso, haciendo resaltar el papel que juega la ponderación.

En este capítulo de reducción de datos cabe una introducción al análisis de las series históricas, sobre todo en lo que se refiere a la tendencia y a las variaciones estacionales, y a la regresión y correlación, utilizando diagramas de dispersión, el trazo de la línea de regresión y la medida de la asociación entre dos variables.

4. Probabilidad

En este capítulo se complementaría el concepto de probabilidad como frecuencia relativa, que se sugirió en el tercer capítulo, introduciendo el concepto de espacio muestral y resolviendo problemas de asignación de probabilidades. Se introduciría el concepto de aleatoriedad y de sesgo.

Una sección de este cuarto capítulo podría ser la manipulación de probabilidades, para obtener la de los eventos complejos, y se puede introducir el diagrama de árbol.

Para finalizar el capítulo, se daría tratamiento a las distribuciones y modelos de probabilidad en general y, en especial, la binomial y la normal, haciendo aplicaciones de esta última e introduciendo conceptos básicos del muestreo estadístico y de la inferencia estadística.

5. Interpretación e inferencia

Este podría ser un capítulo con el cual se remataría el curso, capacitando al estudiante en la aplicación de los principios y técnicas que ha aprendido, lo que podría ir desde la lectura e interpretación de cuadros y gráficos estadísticos, hasta formular inferencias a partir de información suministrada, o bien la que pudo ser recolectada por los estudiantes mismos. Se

pueden aclarar conceptos como predicción y proyección, que tan a menudo se confunden en la conversación corriente.

Aparentemente, el contenido descrito, en términos muy generales, podría parecer ambicioso, y realmente creo que lo es, pero serviría de base para la selección de un subconjunto de temas en función del tiempo disponible y los propósitos perseguidos.

ASPECTOS DIDACTICOS

No cabe duda que pretender cubrir mucho material obliga al profesor, por lo general, a desarrollar el programa sin poder introducir formas de enseñanza y de estudio que podrían dar un mejor resultado. La estadística y el estudio de la probabilidad son dos campos en los cuales el estudiante puede hacer mucho por sí mismo, a la par que se pone en contacto con su medio externo, lo que se ha señalado como una de las ventajas que tiene el introducir el estudio de la estadística. Esa participación del estudiante puede iniciarse desde el principio del curso, familiarizándolo con la operación de recolectar información, lo que podría significar el diseño del cuestionario correspondiente. Puede referirse a datos personales (sexo, edad, peso, estatura, número de hermanos, medio que utiliza para llegar a la escuela, cuánto tiempo necesita para ello y tomarlo durante varios días para familiarizar al estudiante con la variabilidad de la información). Esa investigación podría realizarse sólo con los alumnos y su experiencia inmediata, o bien con otros sectores de la población. En localidades pequeñas sería muy útil levantar un censo y hacer que, a través de la labor del estudiante, se conozcan las características de su lugar de residencia. Estos resultados pueden irse acumulando año con año, para examinar los cambios que se suceden. ¡Qué mejor medio para que la población se conozca a sí misma! Pueden acudir al registro civil y obtener datos de los diferentes hechos vitales, con lo cual a su vez hacen contacto con una institución pública que es de tanto valor.

Aquí se puede relatar una experiencia vivida para los censos que se levantaron en 1950 en Guatemala. En ese tiempo, la cartografía nacional era muy pobre todavía, y hacía falta contar con mapas de las poblaciones para planificar el levantamiento del censo en cada una de esas localidades. La Dirección de Estadística decidió hacer un concurso entre los escolares, para ver quién dibujaba el mejor plano de su lugar. A decirles verdad, la experiencia fue muy valiosa; la colaboración fue extremadamente buena, y en una buena parte el éxito de ese censo puede deberse a esa participación. Además los estudiantes

de secundaria desempeñaron un papel activo como empadronadores, habiéndose obtenido muy buenos resultados en relación con otras personas. Este es, pues, un campo abierto a la exploración. Si no fuera posible levantar el censo local, se pueden utilizar resultados de un simulacro de censo, para que el estudiante tabule la información, tanto cuantitativa como cualitativa. Estas hojas podrían ser producidas como material de trabajo por las oficinas de educación, y hasta por instituciones privadas.

Los resultados que se obtengan de la investigación podrían servir de base para realizar diversos cálculos (porcentajes, gráficos, promedios, desviaciones, correlación, etc.) y, promoviendo el interés del estudiante, para sacar algunas consecuencias. Bien sabido es que la práctica de redacción de informes sobre algo que se ha hecho es una de las mejores formas de mejorar la expresión escrita.

La utilización de tal experimentación por parte del estudiante puede generalizarse a muchas áreas. Por ejemplo, en poblaciones rurales, se les puede pedir que lleven uno, dos o tres frijoles, y que cada uno los siembre en un pequeño recipiente, y se observe el proceso de germinación y crecimiento. Si crecen desigualmente, se pueden señalar algunos factores responsables de ese comportamiento diferencial (diferencia entre semillas, entre tierras, en la cantidad de agua con que se riega, etc.). Podrían correrse experimentos en condiciones similares (semilla, tierra, agua, profundidad de enterramiento, etc.), para ver que aun así se producen variaciones que constituyen el fundamento básico de la estadística. Experimentos como éstos producen múltiples resultados (tomar conciencia de la variabilidad, lo que les puede guiar en sus prácticas agrícolas, por ejemplo). Se puede constituir gráfica de altura de la planta y tiempo transcurrido, para tener un ejemplo de una serie cronológica.

Dada la multiplicidad de resultados que se obtiene de esta clase de experimentos, es que convendría crear una buena relación entre el profesor de estadística y los de las otras materias, tales como las de biología, geografía, ciencias sociales, etc. Este es un campo en el que se obtiene un mayor provecho de la participación de todos los estudiantes, para que a través de la discusión surjan aspectos importantes para una mejor interpretación y para la obtención de inferencias. No es poco frecuente que los niños, que aparentemente tienen una menor habilidad, sean los que ofrezcan los comentarios más útiles.

En los párrafos anteriores se ha tratado de dar algunos ejemplos que podríamos considerar ilustrativos de lo que se tiene en mente decir. Pero así como éstos habría muchos otros que, sin duda alguna,

podrían ser muy bien utilizados por el profesor. La idea básica es que el estudiante participe directamente en las diferentes fases de una investigación real. La parte numérica, a la cual se le ha concedido una gran importancia, posiblemente la haya perdido parcialmente con el advenimiento de las calculadoras de mano, con las cuales las rutinas de cálculo se simplifican enormemente, siempre que sean bien usadas. Hay calculadoras que tienen programado el cálculo del promedio aritmético y la desviación estándar, pero esta última es calculada a base de dividir por $n-1$, como en una estimación, cuando lo que se quiere es el cálculo directo de dicha desviación. Lo importante es que el alumno desarrolle un sentido numérico. Hay quienes dan cualquier valor disparatado para promedio o desviación estándar, que no guarda relación con los valores, pero que sencillamente lo dan por que lo obtuvieron mal en la calculadora, y sólo por eso consideran que es correcto.

La enseñanza de aspectos básicos de la probabilidad se logra fácilmente a todos los niveles de enseñanza, incluyendo la primaria, con base en experimentos; de hecho, algunos de ellos, como los realizados con monedas, dados, etc., sirvieron para el planteamiento y desarrollo de los primeros resultados en este campo que ahora domina nuestras vidas. El uso de corcholatas en lugar de monedas da un ejemplo del equivalente a una moneda con sesgo. Problemas clásicos como el de aguja de Buffon, o el de dividir un palo rectilíneo en tres secciones al azar, para que se pueda formar un triángulo con las piezas, etc., pueden servir para ejecutar una serie de experiencias en clase, o en casa. Algunas veces los resultados obtenidos en casa vienen viciados porque el alumno falsificó la información; detectar tal fraude se convierte en una prueba muy efectiva del valor que tiene el estudio de la probabilidad.

Algunos de esos ejemplos se pueden verificar en términos reales, tales como lanzamiento de monedas de corcholatas, de dados, de pirinolas, de extraer bolas de color de una bolsa, que pueden sustituirla por frijoles de color aunque no muestran la homogeneidad de las esferas; o el lanzamiento de una aguja sobre una serie de líneas paralelas, etc. También es útil introducir el conocimiento y uso de las tablas de números aleatorios, para la realización de experimentos simulados como el de la partición de un palo en tres secciones al azar, con las que se logre formar un triángulo. Un experimento muy sencillo consiste en obtener un candado con su llave, y de unos machotes iguales pero que no lo abran. Se hace que cada estudiante elija una llave al azar para ver si es la correcta. La proporción de selecciones correctas ilustra la probabilidad de hacer tal selección. Las tablas de números aleatorios también se pueden utilizar para

sacar muestras de un universo que puede ser ofrecido a los estudiantes. Esas muestras deben ser diferentes de un estudiante a otro, para lo cual se puede señalar un punto diferente de partida en dicha tabla. Después, puede estudiarse el conjunto de medidas que hayan obtenido los estudiantes (promedio, porcentaje, desviación, recorrido, medianas, etc.) para que vean cómo difiere de los valores que se conocen del universo. Eso permite una fácil introducción, y sobre todo conceptualización de los límites de confianza y de otras características y medidas de las muestras. Se pueden combinar los resultados de muestras, para obtener muestras mayores y ver cómo se comportan.

Con la aparición de las computadoras personales ha habido una tendencia, al igual que en otros campos, a usarlas para la enseñanza de las estadística, para lo cual hay diferentes paquetes en el comercio, y aunque se han obtenido buenos resultados, no parece todavía que fuera el medio más indicado. Entre las conclusiones que alcanzó un estudio sobre el uso del programa MINITAB en un curso introductorio de estadística está que el estudiante se puede beneficiar por el uso de un paquete de análisis estadístico; sin embargo la mayor ventaja es su incremento en la comprensión del sistema de la computadora, y no tanto del paquete de análisis en sí, por lo que su comprensión del curso aumenta poco. Parece que la mayor ventaja la obtiene de un contacto adicional más frecuente con el instructor del curso y sus asistentes. Los mismos estudiantes hicieron la observación de que el uso de las computadoras no les había ayudado a comprender la estadística pero que una vez comprendido, la computadora era útil para comprobar las operaciones. Aunque no se puede tomar esta experiencia como final, sí señala algunos puntos que habría que tomar en cuenta por parte de aquellos que, teniendo el acceso a computadoras para la enseñanza, se dejarán llevar por el entusiasmo de su uso inmediato.

Desde el punto de vista de hacer uso de nuevas ayudas técnicas, no cabe duda que la instrucción tutorial vía televisión ofrece varias ventajas (Gibbon J., 1977), pero implica el poder contar con equipo adecuado que no es siempre fácil de obtener. Instituciones como *The Open University* de Inglaterra, y otras instituciones similares, cuentan con un buen caudal de videocintas para ilustrar diversas fases de la estadística.

En lo que se refiere a textos, hay pocos que realmente sigan de cerca la orientación que ha sido señalada y que se encuentren disponibles en español, y aun en otros idiomas. Este es un esfuerzo que debe desarrollarse durante los próximos años. En lo que se refiere a publicaciones periódicas, desde 1979 se publica *Teaching Statistics* por la Universidad de Sheffield, aunque es patrocinada por varias instituciones como el Instituto Internacional de Estadística, la Sociedad

Estadística Real de Inglaterra y el Instituto de Estadísticos, también de Inglaterra. También está el material producido por *Foulsham Educational*, para el *School Council* de Inglaterra que, dentro de su programa Estadística en su Mundo, ha producido una serie de folletos para cada unidad del programa. Varias de las revistas publicadas por las diversas asociaciones de estadística dedican artículos a su enseñanza, y *The American Statistician* dedica una parte de la publicación a lo que llama "The Teacher Corner" (La esquina del profesor), con igual finalidad. El número de noviembre de 1987 trae una bibliografía de obras relacionadas con la enseñanza de la estadística, que incluye cerca de 1700 títulos.

Además hay que citar la existencia de libros que se han dedicado a recoger problemas en diversos campos y que han sido resueltos mediante el uso de la estadística; *Statistics: A Guide to the Unknown*, (Tanur, 1992) es un ejemplo de ello. Es posible que haya material similar al mencionado en este párrafo, en español, pero lamentablemente no hay referencias a mano. Una posible labor para el futuro sería preparar una bibliografía de materiales en español relativos a la enseñanza de la estadística.

LITERATURA CITADA

- Arias de Blois, J. 1955. **Estado actual de la enseñanza de la estadística en Guatemala**. III Conferencia Interamericana de Estadística, Instituto Interamericano de Estadística-IASI. Washington D.C., Estados Unidos.
- Arias de Blois, J. 1961. **La enseñanza de la matemática en Guatemala**. Conferencia Interamericana sobre Educación Matemática. Bogotá, Colombia.
- Arias de Blois, J. 1964. **La enseñanza de las ciencias básicas**. II Seminario sobre la Enseñanza de la Ciencias Agrícolas, Council of Higher Education for the American Republics. Tarytown, New York, Estados Unidos.
- Arias de Blois, J. 1968. **La enseñanza de la estadística en las facultades de ingeniería de Latinoamérica** (una encuesta). Conferencia Sobre Enseñanza de la Estadística, Instituto Internacional de Estadística. La Haya, Holanda, publicado en el Boletín de la Facultad de Ingeniería, Universidad de San Carlos de Guatemala.
- Arias de Blois, J. 1977. **La formación de personal estadístico en Centro América**. Conferencia Interamericana de Estadística, República Dominicana. Ubicado en Estadística, Instituto Interamericano de Estadística, 35(25) 1982.
- Chatfield, C. 1982. **Teaching a course in applied statistics**, Journal of the Royal Statistical Society, Series C, vol 31(3) Inglaterra.
- Ehrenberg, D. F. 1976. **The menace of mathematics**. The Statistician, Journal of the Institute of Statisticians. 25(3) Inglaterra.
- Ehrenberg, D. F. 1976. **We must preach what is practised: a radical review of statistical teaching**. The Statistician, Journal of the Institute of Statisticians. 25(3) Inglaterra .
- Gibbon, J. F., W. R. Kincheloe y K. S. Down. 1977. **Tutored videotape instruction: a new use of electronics media in education**. Science, vol. 195 (18 de marzo).
- Gleick, J. 1987. **Chaos, making a new science**. Viking Penguin, New York, Estados Unidos.
- Holmes, P., R. Japadia y G. Neil R. 1981. **Statistics in schools**.
- Instituto Interamericano de Estadística. 1980. **Informe de la reunión del grupo de trabajo para examinar la situación de la profesión estadística en el hemisferio occidental**. Santiago, Chile.
- Kapadia, R. 1981. **Statistics and Schools**. Int. J. Math. Educ. Sci. Technol. 12(6) Inglaterra.
- Knapp T. R. 1981. **Statistics through playing cards**. Conferencia de la American Statistics Association.
- Rade, L. 1982. **Introduction, probability and statistics, a collection of papers of the teaching of probability and statistics in CSMP elementary school curriculum**. CEMREL, Inc. St. Louis, Missouri, Estados Unidos.
- Tanur, J. M. 1972. (ed.) **Statistics: a guide to the unknown**. Holden-Day, Inc., San Francisco, Estados Unidos.